

# LESによる空力音の予測

Numerical prediction of aerodynamic sound using LES

佐竹正人\*・小林敏雄\*

Masato SATAKE and Toshio KOBAYASHI

## 1 緒言

流れにともなう音の発生は我々にとって身近な現象である。管楽器のほとんどはこの現象を利用したものであるし、工学の分野ではたとえば自動車の風切り音、各種ファン装置の騒音などがそれに該当し、大きな問題となっている。この流れにともなう音、いわゆる空力音を数値的に予測しようとするのが本研究の最終目的である。

空力音の発生に関する理論的研究は1950年頃から多くの研究者によって断続的に行われているが、空力音が問題となる流れの多くが高度な乱流状態にあるために、その状態を示す諸量の把握が困難であることが障害となり、いまだに十分な結論を得るにいたっていない。この事態の解決法として数値シミュレーションの活用が考えられる。数値シミュレーションであれば諸量の詳細なデータを供給することが可能であり、それらから計算される空力音と実現象を比較することによって理論の検証が行える。このアプローチは、同時に空力音の数値予測手法の構成を意味するものでもある。

本報では非圧縮高レイノルズ数乱流の数値解法であるLESを用い、Lighthill理論に基づいて流れの中に置かれた固体から発生する空力音の予測を試みる。

## 2 Lighthillの理論

空力音発生理論の理論的取り組みとしてはLighthill<sup>1)</sup>、Ribner<sup>2)</sup>、Howe<sup>3)</sup>による三様のアプローチが代表的である。本報ではLighthill理論に注目した。Lighthill理論は一見非常に単純な技巧によって構成されているが、噴流騒音の8乗則の予測に成功するという実績もあり、また固体境界の存在の取り扱いが明瞭である点でほかより優れていると考え第1のステップとして選択した。

簡単にLighthill理論の説明を行う。基礎方程式として圧縮性流体の連続の式と運動方程式を用いる。以下にこれらの式をあげる。

\*東京大学生産技術研究所 第2部

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j + p_{ij}) = 0 \tag{2}$$

なお  $p_{ij}$  は応力テンソルである。式(1)と(2)から  $\rho u_i$  を含む項を消去すると、次の非同次の波動方程式が導かれる。

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - a_0^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij} \tag{3}$$

ここで  $T_{ij} = \rho u_i u_j + p_{ij} - a_0^2 \rho \delta_{ij}$  である。この方程式はLighthill方程式と呼ばれ、 $T_{ij}$  はLighthillテンソルと呼ばれる。なお  $a_0$  は音速を示す。固体境界  $S$  を含む無限空間  $V$  における解はCurle<sup>4)</sup>によると次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho'(x) &= \rho - \rho_0 \\ &= \frac{1}{4\pi a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, t - \frac{R}{a_0})}{R} d\mathbf{y} \\ &\quad + \frac{1}{4\pi a_0^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{l_j P_{ij}(\mathbf{y}, t - \frac{R}{a_0})}{R} dS(\mathbf{y}) \end{aligned} \tag{4}$$

ここで  $l_j$  は境界  $S$  上の外側(流体中)に向かう単位法線ベクトルであり、 $R = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$  である。

この解の第1項には  $\rho$  が含まれ、第2項には直接  $\rho$  は現れないものの  $p_{ij}$  には  $\rho$  の変動に起因する圧力変動、すなわち音波が含まれているので式(4)は解ではなく式(3)の積分方程式への変換という方が正確である。ここで右辺に現れる  $\rho$  を  $\rho_0$  として、圧力  $p$  については、これらの方程式とは全く独立して非圧縮仮定を導入して解かれた連続式、運動方程式の解を当てはめたとすると、その際の誤差のオーダーは  $O(M)$  と見積られる。なお  $M$  は代表速度のマッハ数である。この操作で導入される誤差が許容範囲ならば非圧縮性流体の数値シミュレーションを用いたLighthill理論に基づいた空力音の予測法が構成できることになる。

次元解析によれば低マッハ数流れにおいては式(4)の第2項が第1項を卓越する。もともと第2項が固体境界の音源としての効果を意味しているものであるし、本研

研究速報  
 究で取り扱う流れのマッハ数は0.1程度であることから以下第1項を無視する。さらに簡便な取り扱いをするためにこの項を書き直す。音波の観測点 $\mathbf{x}$ は、流れの場 $\mathbf{y}$ から十分に離れているとすれば、 $x = |\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ である(原点は流れ場の中にとる。)その上でまず $\mathbf{x}$ に関する偏微分を積分記号の中に入れて微分を実行する。この微分は $\frac{1}{R}$ に作用すると $O(x^{-2})$ に、 $t - \frac{R}{a_0}$ に作用すると $O(x^{-1})$ となるので前者は高次の微量量として省略できる。すると

$$\rho'(x) = \frac{1}{4\pi a_0^3} \frac{x_i}{x^2} \int_S \frac{\partial}{\partial t} l_i p_{ij}(\mathbf{y}, t - \frac{R}{a_0}) dS(\mathbf{y}) \quad (5)$$

となる。高レイノルズ数では $p_{ij}$ の中では圧力 $p$ の効果が支配的であるから $p_{ij} = p\delta_{ij}$ とみなせる。つまり固体境界上の圧力の時間微分値によって音源を評価できることになる。 $\mathbf{l}$ と $\mathbf{x}$ のなす角度 $\theta$ を用いれば次の式が得られる。

$$\rho'(x) = \frac{1}{4\pi a_0^3} \frac{\cos\theta}{x} \int_S \frac{\partial}{\partial t} p(\mathbf{y}, t - \frac{R}{a_0}) dS(\mathbf{y}) \quad (6)$$

### 3 空力音の予測手法

通常乱流の数値シミュレーションを行う場合、我々は流体に対して非圧縮性を仮定する。よって可能ならば非圧縮性流体の数値シミュレーションを用いて空力音予測手法を構成したい。先にふれたようにLighthill理論に対して非圧縮性流体の数値シミュレーションの結果を利用することはそれ相応の誤差を覚悟すれば不可能なことではない。この誤差の物理的な意味を簡単に考察してみる。

Lighthill方程式は圧縮性の流体の連続式、運動方程式から導かれているので、式(4)の右辺第1項は流れによって音波が「流される」効果や、音波によって励起される流れについても記述し、第2項は固体境界による音波の屈折や、音波によって固体境界に及ぼされる力に関する記述もしているといえる。非圧縮性流体のシミュレーションのデータを用いる場合にはこれらの効果が無視されることになる。逆に言えばそのような効果が支配的でない場合には十分な精度を維持できると考えられる。第1項の効果であれば、音波が観測点にたどり着くまでに長時間にわたって一様でない流れの中を通らなければ実際には影響はしないであろうし、第2項についてもそれほど大きな効果を持つとは考えにくい。以上によってLighthill理論に対して非圧縮性流体の数値シミュレーションの結果を利用することは第一近似としては妥当であると考えている。

流れ場の数値シミュレーションにはLESを使用する。これは対象とする流れ場のDNSを行うことが今のところ不可能であること、 $k-\epsilon$ 等のモデルは時間平均型のモデルであってふさわしくないという2点が理由である。

今回の試みでは式(6)を空力音算出スキームの基礎式とした。この形式はLighthill方程式の解としては、多くの仮定の導入のために精度の点で問題はあるが空間微分が時間微分に変換されている点が優れている。空間微分の精度の向上は事実上計算機のメモリ容量に限定され現状で頭打ちの状態にある。LESではこの空間精度をサブグリッドモデルが補っているといえるが、今回のように圧力を問題とする場合、サブグリッドモデルの存在は有利な方向へは働きにくい。しかるに時間精度であれば通常の計算で人間の可聴限界20kHz程度の現象を余裕を持って解像可能である。以上が式(6)を空力音算出スキームの基礎式として採用した理由である。

LESでは、より経済的な計算のために壁面にno-slipの条件を課さない半経験的な壁法則の適用が提案されており、本報でもある種の壁法則を利用している。発生源の評価には壁面での圧力値を利用するが、壁法則が導入されたLESにおいて壁近傍の計算セルの示す情報を安易に用いるのは危険であることに注意しなければならない。しかしこの問題については空力音算出スキーム上で対処するレベルには至っていないので、今回は計算格子を壁面に十分に集中させ、かつ格子間隔が小さくなった際にno-slip条件に近づく形の壁法則を利用することで一応の対処ができたものとする。

また今回の計算はスタガート格子構成で行っているので壁面圧力をいかに算出するかという問題がある。この点については次の2種類の方法を実施した。壁面近傍計算格子における圧力データの配置を図1に示した。 $p_0$ が

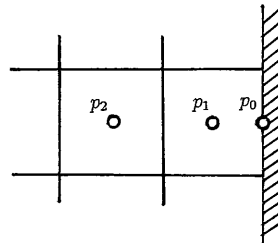


図1 壁面近傍における圧力データの配置

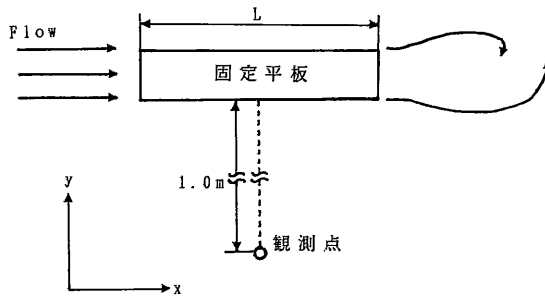


図2 解析対象の概要

研究速報

補外が必要となる圧力の位置であり、 $p_1, p_2$ が数値シミュレーションによって得られるデータの位置である。第1の方法は最も単純に $p_0=p_1$ とする。第2の方法は $p_2$ と $p_1$ の値による線形補外を行い $p_0$ を得る。この両者の比較によって対処の方法を探るものとする。これらの方法によって得られた圧力値を2次の中心差分で時間微分を行い、それを台形則に基づいて数値積分を行う。なお密度変動から音圧変動への変換には断熱変化の状態方程式 $dp = a^2 \rho dp$ を用いる。

4 解析の対象

対象とした現象の概要を図2に示した。主流平均速度は45m/s、平板のサイズは弦長30mm、厚み6mmである。これらは深野らの実験<sup>9)</sup>と対応する。ただし、実験では前縁部が丸められた平板が自由噴流のポテンシャルコア内に設置されているのに対して、シミュレーションでは前縁に角のある平板が一樣な乱流中におかれていると

している。代表長さLには弦長を、代表速度Uに主流平均速度をとり、作動流体を空気として、Re数は $8.929 \times 10^4$ である。この系での流れに垂直な方向、距離1mの点での観測音について実験データを用いて検証を行う。

5 流れ場の計算

図3に使用した計算格子を示した。格子数は $x \times y \times z = 126 \times 62 \times 25 = 195300$ 、解析領域の大きさは $7.2L \times 1.8L \times 1.0L$ である。流出面での境界条件として勾配0を採用、流入条件には主流方向の1番目と22番目の格子点の間に周期条件をかけることで構成される長さ $1.2L$ のドライバによって発生される乱流を用いた。このドライバによる流入条件の設定については森西<sup>9)</sup>による研究が詳しい。y, z方向には周期境界条件を用いた。実験において流れ場に強い2次元性があるという指摘があるため、z方向の周期境界条件は妥当な設定であると考えられる。一方y方向の周期境界条件については、この設定によっ

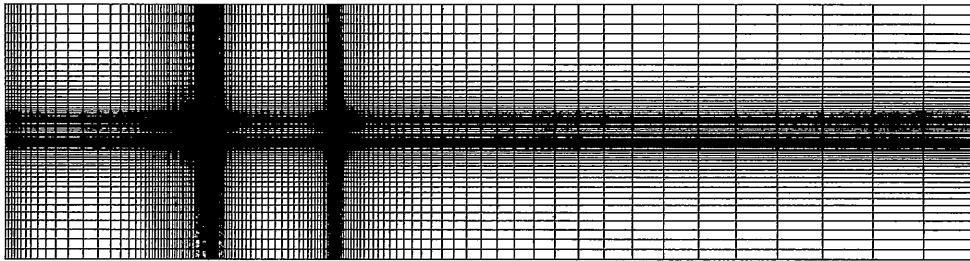


図3 計算格子

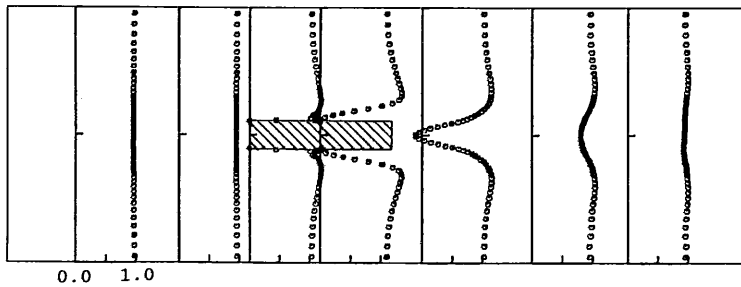


図4 平均速度分布 ( $\langle \frac{u}{U} \rangle$ )

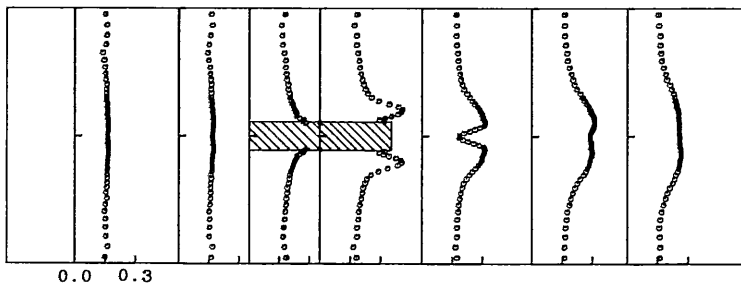


図5 乱れの分布 ( $\langle \frac{u'}{U} \rangle$ )

単独平板ではなく平板列の中の1枚の平板周りの流れの計算が行われることになるが、計算結果からは平板間の明らかな干渉は観察されていない。よってこの計算は単独平板の場合と根本的な相違はないものと思われる。

平板を構成する格子数は弦長方向に36、厚み方向に16である。計算格子の最小幅は $x, y$ 方向ともに $0.01L$ で平板の表面に位置する。壁面境界条件には森西ら<sup>7)</sup>によって構成されたSpalding則に基づく人工的壁面境界条件を用いた。この境界条件は格子間隔が小さくなった時にno-slip条件に近づく性質を持つ。サブグリッドモデルにはスマゴリンスキーモデルを使用しモデル定数は $C_s = 0.15$ とした。圧力解法はHSMAC法、時間スキームには2次のAdams-Bashforth法を用いた。時間刻みは無次元時間で $0.0025$ とした。この時間刻みは約 $1.7 \times 10^{-6}$ 秒に相当する。

6 計算結果の検討

図4、図5に $x$ 方向平均速度( $u$ )とその乱れ( $u'$ )の分布を示した。直接比較できる実験データがないため、定量的な評価はできないが、平板後方においての死水領域の存在、乱れのダブルピークなどの特徴が現れており、この種の流れを定性的にはシミュレーションできていると考えられる。

次に図6に数値シミュレーションによって得られた観測点での音の周波数スペクトル分布を、図7に対応する実験データを示した。先の節で述べたように2種類の補外法を用いたが、今回のケースでは両者に有意な差は見られなかった。線形補外の効果は格子解像度が不十分な場合に明らかになると思われるので、今回のケースでは格子解像度が十分であったと考えられる。以下線形補外を行わなかったデータを使用する。

深野らの実験では平板は四角ノズルから噴出する自由噴流の中に設置されているので、観測音には噴流騒音が必然的にバックグラウンドノイズとして含まれる。深野らによればそのバックグラウンドノイズの周波数スペクトルは1 kHz以下の周波数領域で70から60dB、5 kHz以上の領域で50dB程度のパワーを持っている。この音は式(4)の第1項が表現する部分であるから計算結果には現れない。このために図6に見られるように50dB以下の音圧レベルしか持たない周波数領域が存在するようになると考えられる。この事実から本報で示した数値予測手法は、固体が存在することによって限定された周波数領域において突出した音圧レベルを持つような音が発生するような場合以外では有効ではないといえる。今回比較したケースではそのような突出したパワーを持つ周波数領域が存在し、計算においても明白なピークが現れているた

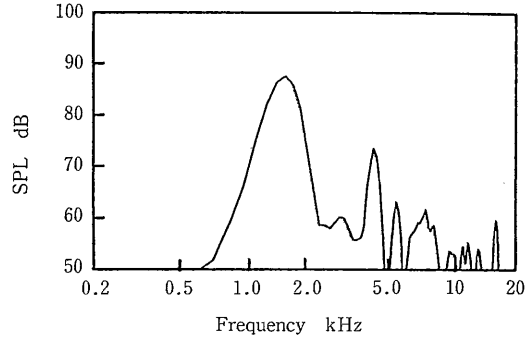


図6 周波数スペクトル分布 (計算値)

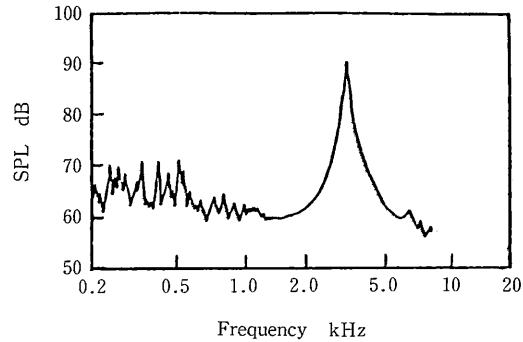


図7 周波数スペクトル分布 (実験値)

め実験データによる定量的比較を行った。

図7に見るように実験ではピークは4 kHz付近に存在しているのに対して計算では1.5 kHz付近にある。1.5 kHzという周波数と平均流速、平板厚みによってつくられるストローハル数は0.2となり、発生音が平板から放出されるカルマン渦に起因すると考えれば十分に納得できる周波数ではあるが、実験ではその位置にピークは存在しない。実験でのピーク位置とほぼ同じ周波数領域に計算でも弱いピークは存在するが、ピーク値の定量的な一致は1.5 kHz近傍のものの方が良い。

今回の観測位置では式(6)から平板の上下の面に分布する音源のみが寄与し、上流側、下流側の面に分布するそれは全く寄与しないことになる。これは音源が2重極型であることに起因する。試みに上下流面の音源のスペクトルを評価してみると2.0 kHz以上の周波数領域に大きなパワーを持つことがわかった。主流によってこの音が流されれば観測点にたどり着く可能性も絶無とは言えないが、この上下流面での大きなパワーの存在は、Lighthill理論がこの流れ場からの空力音には平板の上下流面の寄与がかなり大きいと主張していることを意味し、上

## 研究速報

流面の形状を本計算のように変更した影響がより大きいと考えられる。

## 7 結 言

LESとLighthill理論を用いて空力音予測手法を構成し、その試行を行うことによって以下の結果を得た。

1. 流れの中におかれた平板から発生する空力音の特徴である特定の周波数にピークを持つ空力音を算出できた。
2. 周波数スペクトルの分布の予測精度は十分でないが、発生音パワーのおおむねの予想には十分な精度を維持できた。

以上より本報で示した空力音予測手法は一層の検討の価値があるものとする。

なおこの研究の一部は科学研究費03555035によるものである。(1991年11月11日受理)

## 参 考 文 献

- 1) M.J. Lighthill, "On sound generated aerodynamically I. General theory", Proc. Roy. Soc. London, A211, pp. 564-587 (1952)
- 2) H.S. Ribner, "Aerodynamic sound from fluid dilatation", Univ. Toronto Inst., Aerophysics Rep., No. 86
- 3) M.S. Howe, "Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and theory of the flute", J. Fluid Mech., 71-4, pp. 625-673 (1975)
- 4) N. Curle, "The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound", Proc. Roy. Soc. London, A231, pp. 505-513 (1955)
- 5) 深野徹, A.A.タルクダル, 高松康生, 原義則, 「一様流中の平板から発生する離散周波数騒音の発生機構に関する実験的研究」, 機論 B, 51-469, pp. 2828-2837 (1985)
- 6) 森西洋平, 「LESによる乱流解析の実用化のための基礎研究」, 東京大学学位論文 (1989.12)
- 7) 森西洋平, 小林敏雄, 「人工的壁面境界条件を用いたLESの構成およびその評価」, 機論 B, 57-540, pp. 2595-2601 (1991)