

LESによる2次元角柱に作用する変動風圧力の数値解析 (第2報)

— 2次元計算と3次元計算の比較 —

Numerical Simulation of Fluctuating Surface Pressure on 2D Square Prism

村上周三*・持田 灯*・坂本成弘**
Shuzo MURAKAMI, Akashi MOCHIDA and Shigehiro SAKAMOTO

1. 序

2次元角柱周りの流れについて、LESによる2次元計算・3次元計算を行い、角柱に作用する空気力の変動に関して、既往の実験^{1)~4)}と比較した結果を示す。さらに、2次元計算と3次元計算の構造的差異について過度場の構造と関連づけて定量的に考察する。

2. 数値計算の概要

解析対象は、乱れのない一様流中におかれた正方形断面の2次元角柱周りの2次元流れ場である。角柱の軸方向(鉛直)に直交する面(x_1 - x_2 面)内のみ次元を持つ2次元計算、および、解析領域の軸方向に厚さを加えた3次元計算を行った。LESの基礎式を表-1に、計算条件を表-2に示す。2次元計算では3次元計算の x_1 - x_2 断面と同じメッシュ分割を使用した。本計算ではレイノルズ数($U_0 D/\nu$)を 1.0×10^5 とし、Smagorinsky定数 C_s は2次元計算では0.15、3次元計算では0.10とした^{5),6)-7)}。差分スキームは、空間にはすべて2次精度中心差分、時間にAdams Bashforthスキームとした。

3. 計算結果

計算が定常に達した後に無次元時間長さ(= tU_0/D)で約410データを採取し、以下に示す諸量を算出した。

3.1 平均風圧力 $\langle \bar{C}_p \rangle$ および変動風圧力 C_{prms} の分布
図-1によれば、3次元計算の場合の $\langle \bar{C}_p \rangle$ は、風上面・側面では実験値と良く一致している。角柱風下面の負圧はやや低めに評価される傾向にある^{8),9),10)}。これに対し

て2次元計算では角柱の側面の中央付近において大きな負圧を示し、実験値と異なる。また、図-2の C_{prms} に関しても、3次元計算が実験値との対応が良いのに対して、2次元計算では側面風上側の値が過小評価され、側面風下側および背面での値が過大となっている。

<記号>

- i : 方向 (1 : 主流方向, 2 : 主流直角方向, 3 : 鉛直方向)
 - u_i : 風速の3成分, ω_i : 渦度の3成分,
 - h_i : 3方向のメッシュ幅
 - $\langle f \rangle$: 変数 f の時間平均値, \bar{f} : 格子平均
 - f' : 平均からのずれ ($=\bar{f} - \langle f \rangle$)
 - p : 流れ場の圧力 (瞬時値),
 - p_w : 壁面圧力 (瞬時値, p_0 基準)
 - p_0 : 基準圧力 (流れ場全体の空間平均圧力)
 - ρ : 流体密度, Re : Reynolds数 ($=U_0 D/\nu$)
 - U_0 : 流入平均風速 (空間および時間について)
 - D : 角柱一辺の長さ, t^* : 無次元時間 ($=tU_0/D$)
 - n : 周波数, $S(n)$: パワースペクトル
 - F_D : 抗力 (瞬時値), F_L : 揚力 (瞬時値)
 - C_p : 風圧係数 (瞬時値, $p_w / ((1/2)\rho U_0^2)$)
 - C_{prms} : C_p のrms値 ($=\sqrt{\langle C_p'^2 \rangle}$)
- 無次元化は D, U_0 を用いて行う。

表-1 基礎式

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} k^* \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j + v_{SGS}) \bar{u}_i$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

$$v_{SGS} = (C_s h)^2 \left[\frac{(\bar{S}_{ij})^2}{2} \right]^{1/2}$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}$$

2次元計算	$(h_1, h_2)^{1/2}$	0.15	$k^* = \frac{v_{SGS}^2}{(C_k h)^2}$
3次元計算	$(h_1, h_2, h_3)^{1/3}$	0.10	

$C_k = 0.094$

表-2 計算条件 (D および U_0 で無次元化した値)

次元	計算			境界条件				
	L_1	$\times L_2$	$\times L_3$	$N_1 \times N_2 \times N_3$	流入	流出	x_2	x_3
2	32.85	$\times 11.0$		99 \times 63	$\bar{u}_1=1.0, \bar{u}_2=0.0$	\bar{u}_1, \bar{u}_2 : free slip	周期	-----
3	32.85	$\times 11.0 \times 2.0$		99 \times 63 \times 10	$\bar{u}_1=1.0, \bar{u}_2=\bar{u}_3=0.0$	$\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$: free slip	周期	周期

L_i : 方向の計算領域長さ、
 N_i : 方向のメッシュ数、
最小メッシュ幅 $h_p = 0.05$ 、
計算時刻 $\Delta t^* = 0.0002$ 、
壁面境界条件 : 平均流に対して
generalized log law¹⁾

*東京大学生産技術研究所 附属計測技術開発センター

**受託研究員 (大成建設(株)技術研究所)

研 究 速 報

3.2 変動空気力のスペクトル (図-3) 2次元計算・3次元計算・実験値⁽⁴⁾のいずれも揚力 F_L 、抗力 F_D に鋭いピークが見られる。ここで、 F_L のスペクトル $S(n)$ のピーク位置は、2次元・3次元計算とも、それぞれの流れ場のカルマン渦発生周波数に対応し、 F_D の $S(n)$ のピーク位置は同じくそれぞれの2倍の周波数に対応している。 F_L 、 F_D 共に3次元計算と実験との対応はきわめて良い。一方、2次元計算の場合、 F_L 、 F_D のピーク周波数が実験や3次元計算より高周波側に位置する傾向が明瞭である。ちなみに、 F_L のスペクトルピークから求めたストローハル数は、実験値が0.12、3次元計算が0.13、2次元計算が0.22である。

3.3 流速変動のスペクトル (図-4) 流速ベクトル分布を時系列で見ると (図省略)、角柱側面渦内において、2次元計算では角柱側面の渦が後方のカルマン渦と同じ周波数で周期的に変動しているのに対して、3次元計算では側面渦内の流速の周期的な変動は特に認めにくい。側面剝離渦内の一点における流速変動のパワースペクトルを図-4に示す⁽⁵⁾。2次元計算では後方のカルマン渦の発生周波数と同じ位置に鋭いピークがあり周期性が強い事がわかる。一方、3次元計算では明確なピークがなく、周波数全般にパワーが高い。この差は3次元計算では側面で生じる渦がvortex-stretchingにより3次的に分解され、これに伴いエネルギーが低周波の渦から高周波の渦へ移行されるのに対して、2次元計算ではvortex-stretchingの3次的構造が基礎式に記述されないことによるものと考えられる。

4. 角柱側面の剝離渦内の流れの渦度場

今回の2次元流の場合、平均流では $\langle u_3 \rangle = 0$ 、 $\partial/\partial x_3 = 0$ より、平均渦度の $x_1 \cdot x_2$ 成分は0であり、値を持つのは $\langle \omega_3 \rangle$ のみである。以下では平均渦度 $\langle \omega_3 \rangle$ および変動渦度 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ について考察する⁽⁶⁾。

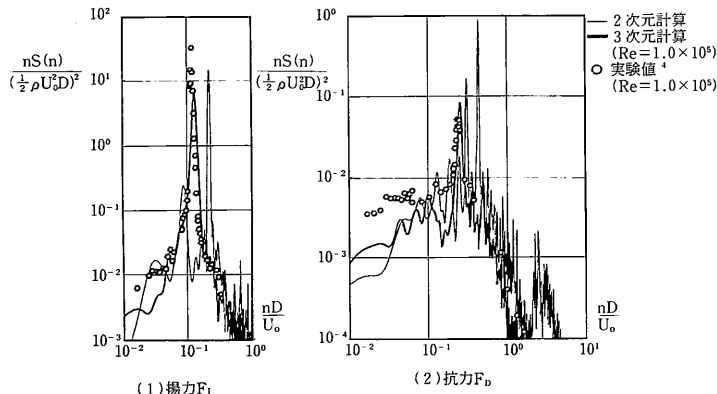


図-3 空気力 F_D 、 F_L のパワースペクトル

4.1 平均渦度 $\langle \omega_3 \rangle$ および変動渦度 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の分布

$\langle \omega_3 \rangle$ は右側面では正となるが、3次元計算の場合、2次元計算に比べてこの値が全般に小さい (図-5(1))。一方、 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の値は2次元計算より3次元計算の方が全般に大きい (図-5(2))。

4.2 平均渦度の輸送と拡散 (図-6、図-7) $\langle \omega_3 \rangle$ の輸送方程式は、表-3(1)式である。本流れ場の場合、2次元計算・3次元計算共に右辺第3項 $\langle \omega_3 \rangle < \bar{s}_{33} \rangle$ は $\langle \bar{\omega}_1 \rangle = \langle \bar{\omega}_2 \rangle = 0$ 、 $\langle \bar{s}_{33} \rangle (= \langle 2(\partial \bar{u}_3 / \partial x_3) \rangle) = 0$ より0である。また、主要な拡散項は渦度変動に関わる右辺第1項、第2項であり、 $\partial/\partial x_3 = 0$ である事を考慮すれば、右辺第1項・第2項は、表-3(2)(3)式となる。さらに2次元計算では $\bar{u}_3 (= u_3') = 0$ より右辺第2項は0となる。右辺第1項中の $\langle u_1' \omega_3' \rangle$ 、 $\langle u_2' \omega_3' \rangle$ は x_1-x_2

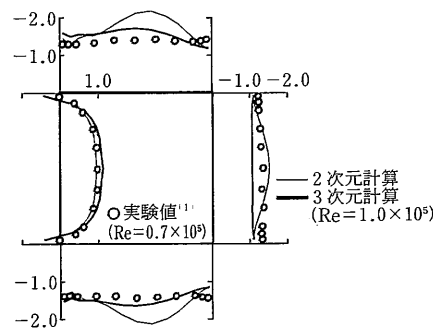


図-1 $\langle \bar{C}_p \rangle$ の分布

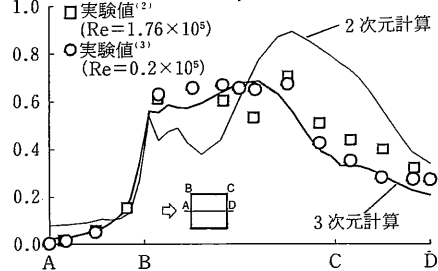


図-2 C_{prms} の分布

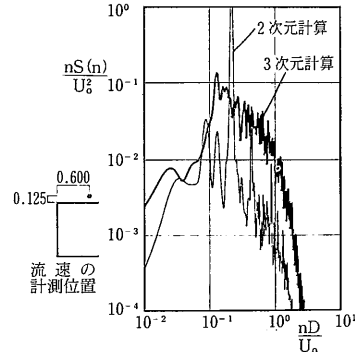


図-4 側面剝離渦内の流速変動 u_1' のパワースペクトル

研究速報
 平面内の渦 (角柱軸方向に軸を持つ渦) $\bar{\omega}_3$ の x_1 - x_2 平面内での乱流輸送量を表わしており、右辺第 1 項は全体としてこの渦度の乱流輸送量の勾配を表わしている。第 2 項中の $\langle \omega_1' u_3' \rangle$, $\langle \omega_2' u_3' \rangle$ は x_1 - x_2 平面と直角に交わる渦 $\bar{\omega}_1$, $\bar{\omega}_2$ の変動と鉛直方向の速度変動 u_3' の相関である。すなわち、この項は、速度の変動により引き起こされる渦の引き伸ばし・回転による $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ の増減を示し、3次元的な **vortex-stretching** の構造と深く関連している¹¹⁾。
 3次元計算による第 1 項・第 2 項の分布を図-6(1)、図-7(1)に示す。ここで示す値も grid scale 以上 (resolvable scale 内) の変動による値であり、subgrid scale 成分が含まれていない点に注意されたい¹⁴⁾。以下に、渦度の乱流輸送項 (右辺第 1 項) と **vortex-stretching** 項 (右辺第 2 項) の相対比較を行う。3次元計算によると、角柱側面中央付近において、渦度の乱流輸送に関わる第 1 項 (図-6(1)) と **vortex-stretching** に関わる第 2 項 (図-7(1)) は同程度の値となっている。一方、2次元計算では $u_3 \equiv 0$ であるため、第 2 項 ($\partial \langle \omega_j' u_3' \rangle / \partial x_j$) は 0 となり、**vortex-stretching** の効果が全く考慮されない。2次元計算による第 1 項の分布を図-6(2)に示す。角柱側面付近における第 1 項 $\partial \langle u_j' \omega_3' \rangle / \partial x_j$ の分布を比べると 2次元計算よりも 3次元計算の方が負の値が大きい (図-6(1), (2))。表-3(1)式において、2次元計算と 3次元計算で異なる点は右辺第 2 項が 0 となるか否かという点のみである事から考えて、右辺第 1 項の値の相違も右辺第 2 項の有無に係わるものと考えられる。また、前述のとおり 3次元計算では 2次元計算で 0 である第 2 項 (図-7(1)) も負、すなわち、 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ を減少させる方向に寄与しており、これらの影響により角柱側面中央の周辺において $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ の値が 2次元計算比べて小さくなる (図-5(1a), (1b))。3次元計算による **vortex-stretching** に係わる第 2 項 ($\partial \langle \omega_j' u_3' \rangle / \partial x_j$) に含まれる 2成分 $\partial \langle \omega_1' u_3' \rangle / \partial x_1$ と $\partial \langle \omega_2' u_3' \rangle / \partial x_2$ の分布を図-7(2), (3)に示す。角柱側面付近では、 $\partial \langle \omega_1' u_3' \rangle / \partial x_1$ (図-7(1)) と $\partial \langle \omega_2' u_3' \rangle / \partial x_2$ (図-7(3)) の関連が深い事がわかる。すなわち、側面の **vortex-stretching** の効果は主に鉛直方向の速度変動 u_3' により引き起こされる $\bar{\omega}_2$ (角柱側面に対して法線方向に軸を持つ渦) の変動により生ずると言える。

4.3 変動渦度 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ と **vortex-stretching**
 Reynolds 数が十分に大きい場合、 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の輸送方程式の主要な生産項は $\langle \omega_i' \omega_j' s_{ij}' \rangle$ であり、この項も **vortex-stretching** に係わっている¹¹⁾。この項は、3次元計算では正であるが、2次元計算では 0 となる (**vortex-stretching** の効果が考慮されない)¹⁵⁾。また、高 Reynolds 数では $\langle \omega_i'^2 \rangle \approx \langle s_{ij}'^2 \rangle$ である事から $\langle \omega_i'^2 \rangle$ はエネルギー

ギー消散 ($\varepsilon = \nu \langle s_{ij}'^2 \rangle$) にほぼ比例すると考えると^{16), 17)}、3次元計算では、2次元計算に比べて $\langle \omega_3'^2 \rangle$ が大きくなっている角柱側中央付近においてエネルギー消

表-3 渦度方程式

$\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ の輸送方程式

$$\langle \bar{u}_j \rangle \frac{\partial \langle \bar{\omega}_3 \rangle}{\partial x_j} = - \frac{\partial \langle u_j' \omega_3' \rangle}{\partial x_j} + \langle \bar{\omega}_j \rangle \langle \bar{s}_{3j} \rangle + \nu \frac{\partial^2 \langle \bar{\omega}_3 \rangle}{\partial x_j \partial x_j} \quad [1]$$

右辺第 1 項: $-\frac{\partial \langle u_j' \omega_3' \rangle}{\partial x_j} = - \frac{\partial \langle u_1' \omega_3' \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle u_2' \omega_3' \rangle}{\partial x_2}$ [2]
 = ω_3' の乱流輸送項 (図-6)

右辺第 2 項: $\frac{\partial \langle \omega_j' u_3' \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle \omega_1' u_3' \rangle}{\partial x_1} + \frac{\partial \langle \omega_2' u_3' \rangle}{\partial x_2}$ [3]
 = **vortex-stretching** 項 (図-7)

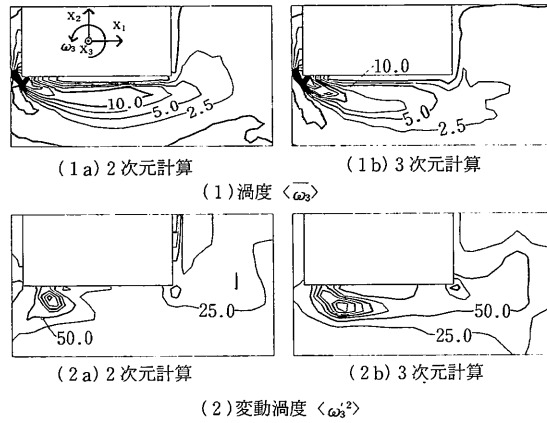


図-5 渦度 $\langle \bar{\omega}_3 \rangle$ と変動渦度 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の分布

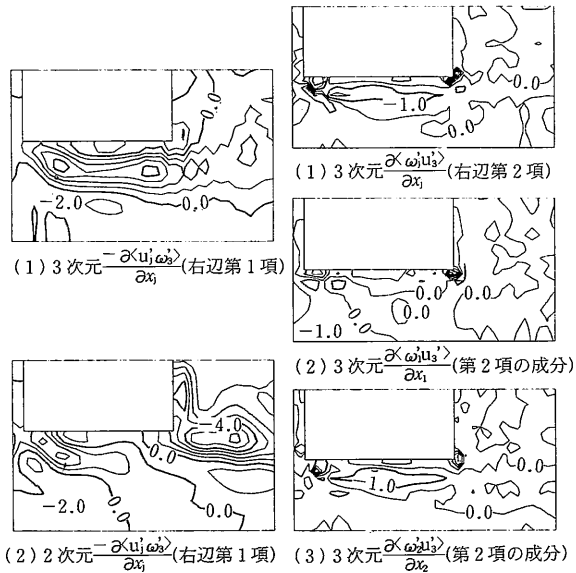


図-6 $-\frac{\partial \langle u_j' \omega_3' \rangle}{\partial x_j}$ の比較 図-7 $\frac{\partial \langle \omega_j' u_3' \rangle}{\partial x_j}$ の各成分の比較

研究速報

散も大きくなっていると推測される(図-5(2a)(2b)). これは、図-4において2次元計算では高周波成分のパワーが低いのにに対して、3次元計算ではresolvable scale内で周波数全般に渡って風速変動のパワーが高いことと対応する。すなわち、2次元計算では、**vortex-stretching**の3次元的構造を再現する事が原理的に不可能であるため、本来エネルギー消散の生じるべきsubgrid scaleまでエネルギーを移行する機能がなく、このため、側面剥離渦内の流速変動、平均渦度、変動渦度の分布に、計算の次元に由来する差異が生じたものと言える。

結 論

- (1) 3次元計算は角柱背面の負圧をやや低めに評価する傾向はあるものの、 $\langle C_p \rangle$ の分布は全般に実験と良く一致した。これに対して2次元計算の場合、角柱側面中央付近において実験や3次元計算と比べて負圧を過大に評価する傾向にあった。
- (2) C_{prms} に関しても、3次元計算の場合、実験ときわめて良く一致したのに対して、2次元計算では C_{prms} の値が側面前半で小さく、側面後半および背面で大きくなり、3次元計算・実験値とは異なる分布性状を示した。
- (3) 空気力のスペクトルの形状に関しても、3次元計算は実験結果ときわめて良く一致したのに対して、2次元計算ではピーク周波数が実験や3次元計算と比べてかなり高周波側に位置する傾向にあった。
- (4) 2次元流を対象とする場合においても、LESのような非定常解析では2次元計算と3次元計算の結果には大きな差が生じることが明らかとなった。この要因として、角柱側面における**vortex-stretching**の3次元的構造、特に、角柱側面に法線方向の軸を持つ渦の変動を含む項の働きが重要である事を $\langle \omega_3 \rangle$ の輸送方程式の渦度変動に係わる項の比較等から明らかにした。

(1991年12月2日受理)

[注]

[注1]本研究の3次元計算では C_s の値としてチャンネル内流の推奨値0.1を用いた⁹⁾。2次元計算では、渦粘性によるsubgrid scaleの拡散のうち、3次元方向2次元分のみが基礎式により表わされていると考え、基礎式で表現されない残りの1次元方向のsubgrid scaleの拡散を補償するため1次元分の粘性を付加するという考えの下に C_s を3次元計算の場合の値0.10の1.5倍とした^{6),7)}。

[注2]この原因の一つとして、今回用いたSmagorinsky定数 $C_s=0.1$ という値が適切でない領域のあることが挙げられる。筆者等の行った吉澤による C_s を場の関数とするsubgrid scaleモデル⁹⁾を用いた立方体周りの解析の場合、側面の剥離およびその後方における C_s の最適値は0.12~0.14程度となっている¹⁰⁾。これより判断して、2次元角柱周りの場合も $C_s=0.1$ は

側面剥離およびその後方ではその最適値よりもやや小さいものと推測される。この結果、側面後方のfree shear layerにおけるresolvable scaleの乱流拡散が過大に評価され、これに伴い角柱後方の循環流或側方の高風速域から循環領域内への運動量の拡散も過大となっているものと予想される。このため、本計算の場合、角柱背面の循環領域が多少狭くなり、これに伴って背面負圧もやや過小評価されたものと考えられる。この点に関しては、今後、検討を加えていきたい。

[注3]本稿に示す変動量に関する諸量はすべて格子スケール以上の変動成分のみから算出されており、subgrid scaleの寄与は含まれていない(記号参照)。しかし、筆者等の経験から、角柱周りにおいては全体の乱流エネルギー k に占めるgrid scale以下の乱流エネルギーの割合は数%程度と小さい。流速変動に関してはsubgrid scaleの成分を考慮しないことによる問題は小さいものと考えてよい。

[注4]注3と同じく本計算では渦度変動 ω_3' に関してもsubgrid scaleの変動成分は考慮していない。流速変動とは異なり、渦度変動の場合、小スケールの速度変動により生じる渦度変動が全体の $\langle \omega_3'^2 \rangle$ に占める割合は大きく、subgrid scaleにおける渦度変動を無視することによる影響は小さくないものと推定される。しかし、4.2項以下に述べる角柱側面剥離渦内の流れの3次元的非等方構造は角柱スケール程度のresolvable scaleの渦の変動が重要な役割を担うと考えられる。本稿では、 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の絶対値はsubgrid scale成分を考慮しなければ正しく評価できないことを了解した上で、grid scale以上の渦度変動の性状に関して2次元計算・3次元計算の比較を試み、2次元計算ではresolvable scaleの変動においても低周波の渦から高周波の渦にenergyをcascadeさせる機構がないという点を指摘し、これによる影響について考察する。

[注5] $\langle \omega_i' \omega_j' s_{ij}' \rangle$ 項の成分は9項あるが、2次元計算では、 $\omega_1' = \omega_2' = 0$ であり、残りの項 $\langle \omega_3' \omega_3' s_{33}' \rangle$ についても $s_{33}' (= 2(\partial u_3' / \partial x_3)) = 0$ であるので、常に $\omega_i' \omega_j' s_{ij}' = 0$ となり、 $\langle \omega_i' \omega_j' s_{ij}' \rangle = 0$ となる。

[注6]レイノルズ数が十分に大きい場合にはエネルギー消散率 ϵ は $\langle \omega_i'^2 \rangle$ に比例する¹¹⁾。また、2次元計算では $\langle \omega_i'^2 \rangle = \langle \omega_3'^2 \rangle$ であり、3次元計算においても、今回の計算では $\langle \omega_1'^2 \rangle \ll \langle \omega_3'^2 \rangle$, $\langle \omega_2'^2 \rangle \ll \langle \omega_3'^2 \rangle$ であったため、 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ は $\langle \omega_i'^2 \rangle$ にほぼ等しいとみなせる。注[4]に述べているように、本計の算場合 $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の評価にsubgrid scaleの渦度変動の寄与が含まれていないため、ここで求めた $\langle \omega_3'^2 \rangle$ が ϵ にそのまま比例するものではないが、resolvable scaleにおける $\langle \omega_3'^2 \rangle$ の相対的比較から、2次元計算と3次元計算おのこの場合の角柱側面周辺で生じるエネルギー消散の大小関係に関する定性的比較は可能と考えている。

参 考 文 献

- 1) 大築, 藤井, 鷲津, 大屋: 構造物の耐風性に関するシンポジウム, pp 169-175, 1978.
- 2) B.E. Lee: J. Fluid Mech. 69, pp. 263-282, 1975.
- 3) P.W. Bearman and E.D. Obasaju: J. Fluid Mech. 119, pp 297-321, 1982.
- 4) B.J. Vickery: J. Fluid Mech. 25, pp 481-494, 1966.
- 5) J.W. Deardorff: J. Fluid Mech. 41, pp 453-480, 1970.
- 6) 藤本, 大熊, 赤木, 塚谷: 日本建築学会論文報告集,

研究速報

第241号, pp 141-151, 1976.

7) 村上, 持田, 坂本: 生産研究, vol. 43 No.1, pp 81-84.

8) B.E. Launder and J.L. Spalding: Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 3, pp. 269-289, 1974.

9) A. Yoshizawa: Physics Fluid, volume 3, Number 8, part 1, 1991. 8.

10) 持田, 村上, 林: 日本建築学会大会, pp 489-490, 1991.

11) Tennekes and Lumley: A First Course in Turbulence, The MIT Press, 1987.