

## 確率論手法を用いた地震動強度分布の推定

Probabilistic Estimation of the Spatial Distribution of Earthquake Ground Motion Intensity

永田 茂\*・片山 恒雄\*\*

Shigeru NAGATA and Tsuneo KATAYAMA

## 1. はじめに

近年、ライフライン施設の地震時安全性の確保を目的とした災害情報システム<sup>1)~3)</sup>の構築が進められている。これらのシステムは、地震発生直後に地震動強度をはじめとする各種情報を収集することにより、被害状況を推定し、災害回避のための支援や復旧支援を視覚的な情報として提示することを目的としている。

災害情報システムは、上述したように被害状況の推定が重要な機能の1つであるが、この際には外力である地震動強度の正確な把握が重要となる。このため、都市ガス・電力・通信などのライフライン事業者は、より詳細な地震動強度分布の把握のために、供給地域を対象とした独自の地震動観測網(数百地点における地震動観測ネットワーク)を構築しつつある。しかし、このような観測網の高密度化にも限界があるため、可能な限り多くの地点で観測されたデータを利用しつつ、供給地域全域の地震動強度を推定するための補間方法の導入が必要と考えられる。

そこで本報告では、鉱山工学や水文工学などの分野で地盤物性値の空間分布を確率的に推定するために用いられているクリッキング(Kriging)法を導入して、地震動強度の空間分布の推定を試みた。

## 2. クリッキング法を用いた地震動強度分布の推定

(1) クリッキング法<sup>4)~6)</sup>

クリッキング法は、補間を行う確率場 $Z(X)$ を確定関数 $g(X)$ と誤差関数 $\varepsilon(X)$ ( $E[\varepsilon(X)]=0$ )の線形和で表す。

$$Z(X) = g(X) + \varepsilon(X) \quad (1)$$

ここで、 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ は空間座標を表すベクトルである。式(1)の確定関数 $g(X)$ は、確率場 $Z(X)$ のトレンドを表す関数であり、 $g(X) = \{f(X)\}^T \{\beta\}$ のよう

な $X$ の関数で表される。たとえば、2次元の座標空間を考えると、 $g(X) = \beta_0$ 、 $g(X) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$ 、 $g(X) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_1 x_2 + \beta_5 x_2^2$ などが考えられ、目的に応じて選択すれば良い。

次に、 $n$ 点の標本点 $X_i$ ( $i = 1, 2, \dots, n$ )における観測値 $Z(X_i)$ が与えられた場合に、任意点 $X$ の推定値 $\hat{Z}(X)$ が観測値の線形和で表されると仮定する。

$$\hat{Z}(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(X_i) = \{Z\}^T \{\lambda\} \quad (2)$$

$$\{Z\}^T = \{Z(X_1), Z(X_2), \dots, Z(X_n)\}$$

$$\{\lambda\}^T = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$$

式(2)の係数ベクトル $\{\lambda\}$ は推定値の不変性と、 $Z(X)$ に関する統計的性質を満足するように決定されなければならない。つまり、複数の確率場における観測値 $Z(X)$ と推定値 $\hat{Z}(X)$ の平均誤差と誤差分散が、

$$\mu_E(X) = E[Z(X) - \hat{Z}(X)] = 0 \quad (3)$$

$$\sigma_E^2(X) = E\{[Z(X) - \hat{Z}(X)]^2\} \rightarrow \min \quad (4)$$

となるように係数ベクトル $\{\lambda\}$ を決定する必要があり、具体的に式(5)を解くことによって求められる。

$$\begin{pmatrix} [S] & [F] \\ [F]^T & [0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{\lambda\} \\ -\{\mu\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{s\} \\ \{f(X)\} \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $\{\mu\}$ はラグランジュ乗数、 $\{s\}$ 、 $[S]$ 、 $[F]$ および $\{f(X_i)\}$ は以下のように表される。

$$\{s\}^T = \{\text{Cov}\{\varepsilon(X)\varepsilon(X_1)\}, \dots, \text{Cov}\{\varepsilon(X)\varepsilon(X_n)\}\}$$

$$[S] = \begin{pmatrix} \text{Var}\{\varepsilon(X_1)\} & \dots & \text{Cov}\{\varepsilon(X_1)\varepsilon(X_n)\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}\{\varepsilon(X_n)\varepsilon(X_1)\} & \dots & \text{Var}\{\varepsilon(X_n)\} \end{pmatrix}$$

$$[F] = [\{f(X_1)\}^T, \dots, \{f(X_n)\}^T]^T$$

$$\{f(X_i)\}^T = \{f_1(X_i), \dots, f_m(X_i)\}$$

また、推定誤差分散は、以下ようになる。

\*東京大学生産技術研究所 第5部

\*\*東京大学生産技術研究所 付属国際災害軽減工学研究センター

$$\sigma_e^2(X) = \text{Var}[\varepsilon(X)] - \{\lambda\}^T \{s\} + \{\mu\}^T \{f(X)\} \quad (6)$$

最終的に未定係数ベクトル $\{\lambda\}$ と $\{\mu\}$ は、あらかじめ設定しておいた空間相関モデルから誘導した共分散行列 $[S]$ を用いて、式(5)を解くことによって求められる。求められた $\{\lambda\}$ を用いると、空間における推定値 $\hat{Z}(X)$ とその誤差分散 $\sigma_e^2(X)$ は、それぞれ式(2)、(6)によって決定される。

(2) 地震動強度分布の推定

地震動の強度分布を推定する際には、確率論や確定論を問わず、地震規模を含む震源情報、距離減衰効果さらに対象地域の表層地盤特性が重要な要因となる。

広い地域の地震動強度推定では、対象地域を十分に細かなメッシュに区切ることによって、同様な地震強度を持つ地域に分割することができる。また、震源から対象地域に至る地震動の伝播経路を均質地盤と仮定した場合には、震源から等距離にある同心円上の各地点間の地震強度の相関は強く、震央から対象メッシュに向かう方向に関しては、円周方向よりも弱い相関関係を考慮することによって、メッシュ内の強度分布の概略モデルの構築が可能となる。なお、本報告のようにメッシュ内に配置された地震計の観測値の利用を前提とした場合には、観測値そのものが地震規模と距離減衰効果を含んだ出力のため、これらに関するような形の定式化は省略できる。

次に、表層地盤の影響については、表層地盤の動的特性を数種類に分類し(地盤ゾーニング)、それぞれの地盤種別ごとの推定を行うことによって、その影響を考慮することができる。

以上のような基本的考えに基づき、クリッキング法を用いた地震強度分布の確率論的推定方法を示す。まず、

対象地域をメッシュ分割する。各メッシュの大きさは、メッシュ内の地震計の配置状態などを考慮して可能な限り小さくすることが望ましく、大きくとも1辺10km程度のメッシュとすべきであろう(クリッキングの精度を確保する上で1メッシュ内の観測点数は、少なくとも30程度は必要となる)。次に、各メッシュに関して地盤ゾーニングを行う。表層地盤の動特性指標としては、地盤の深さ方向の影響と地盤種別を同時に表すことができる地盤の固有周期などが考えられ、これを用いて3種類程度の地盤種別に区分する。以上の事前操作により、地震の規模・距離減衰効果・表層地盤の影響を最小限にした後、メッシュ内の各地盤種別ごとに地震動強度の相関モデルを与えて、クリッキング法による推定を行う。ここで、各地盤種別ごとの相関モデルとしては、式(7)に示すような基本モデルを考え、これを震央とメッシュの中心を結ぶ直線の方位角 $\theta$ で座標変換したものを空間相関モデルとして使用する。

$$\rho(\Delta x_1, \Delta x_2) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{\Delta x_1}{dx_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{dx_2}\right)^2\right\}\right] \quad (7)$$

ここで、 $\Delta x_1$ は2地点間の緯度方向の距離、 $\Delta x_2$ は2地点間の経度方向の距離を表す。 $dx_1$ 、 $dx_2$ はそれぞれ緯度・経度方向の相関距離と呼ばれ、座標平面上の緯度・経度方向の相関の程度を決める係数である。

以上のクリッキング法を用いた地震動強度分布の推定法の概要を図-1に示した。

3. 数 値 計 算 例

現状では、地盤種別ごとの地震動強度分布の推定が可能となるほど十分な数の地震動記録が得られていない。

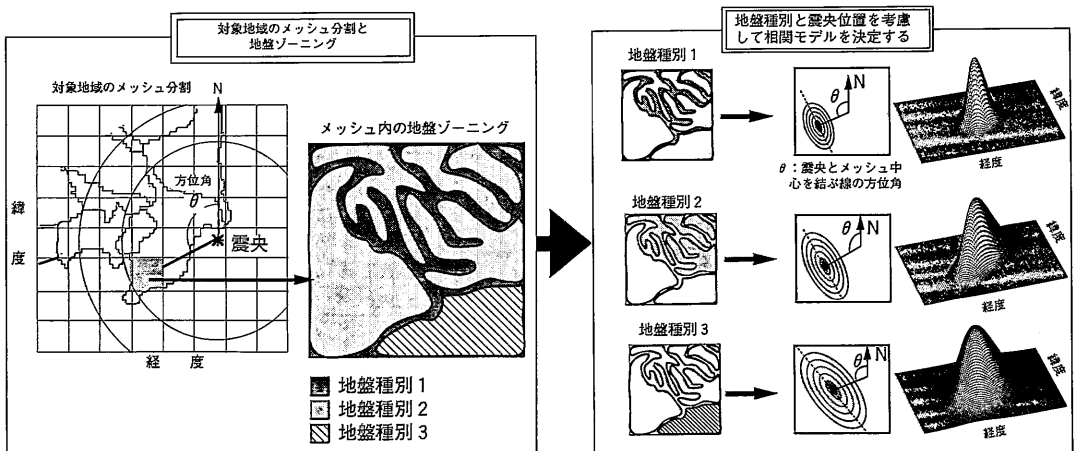


図-1 クリッキング法を用いた地震強度分布の推定方法

研究速報

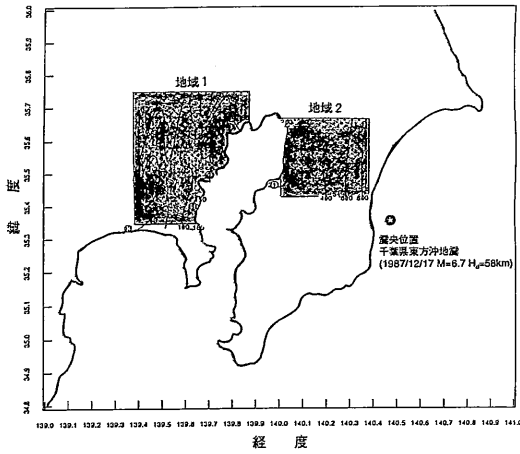


図-2 千葉県東方沖地震の震央と地震強度の推定地域

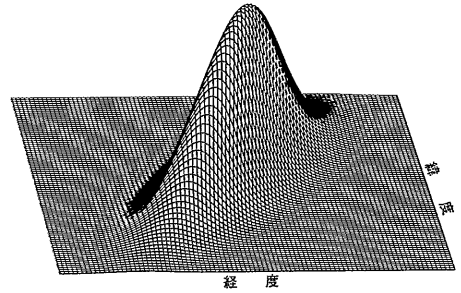


図-3 解析で用いた距離相関モデル

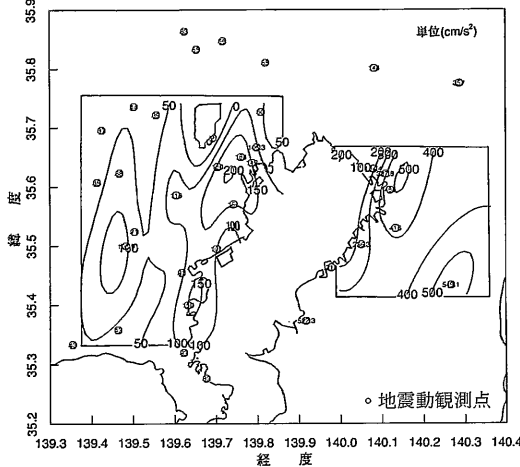


図-4 確定関数  $g(X) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$ ,  $(dx_1, dx_2) = (7 \text{ km}, 10 \text{ km})$  を用いた場合の等加速度線図

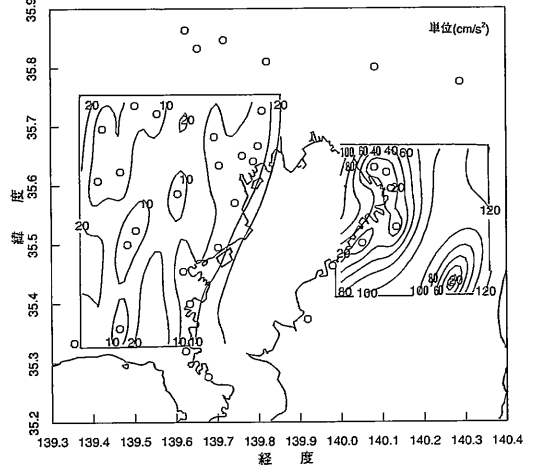


図-5 図-4の推定誤差の標準偏差

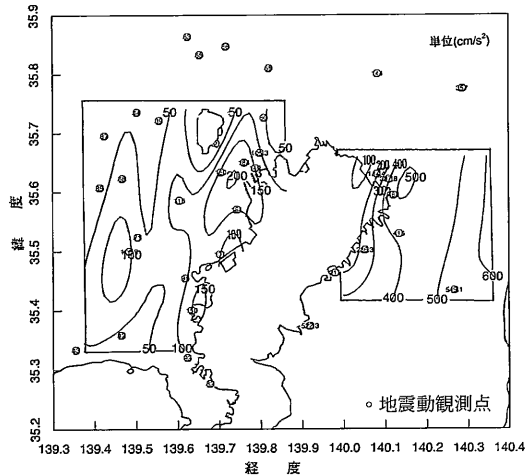


図-6 確定関数  $g(X) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_1 x_2 + \beta_5 x_2^2$ ,  $(dx_1, dx_2) = (7 \text{ km}, 10 \text{ km})$  を用いた場合の等加速度線図

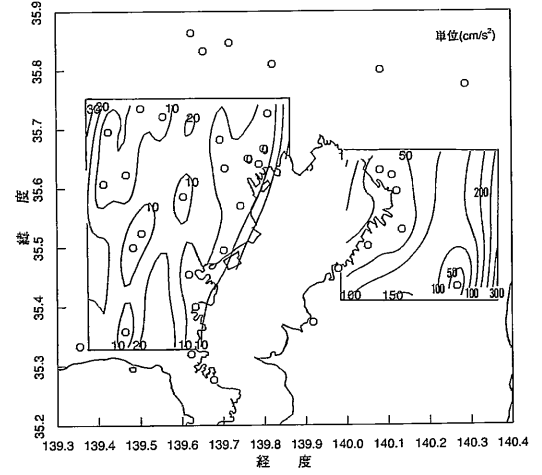


図-7 図-6の推定誤差の標準偏差

研究速報

このため、本計算例は1987年12月17日に発生した千葉県東方沖地震(気象庁マグニチュード6.7, 震源深さ58km)の際に各地で観測された最大加速度記録をもとに、東京と千葉周辺地域の最大加速度分布の推定に関する適用例を示すとともに、式(1)の確定関数の違いが推定結果に与える影響に関して若干の検討を行った。なお、メッシュ内の地盤特性を考慮した実際的な応用結果に関しては別途報告する予定であり、今回の解析では省略した。

本計算例では、図-2に示す地域1(緯度方向50km×経度方向40km)および地域2(30km×30km)の2つの地域を取り上げた。地震発生時点で地盤における地震観測点数が少なかったため、ここではそれぞれの地域をメッシュ分割せず、1つのメッシュとして扱っている。相関モデルとしては、式(7)の相関距離( $dx_1, dx_2$ )を(7km, 10km)と与え、各メッシュの中心と震央を結ぶ直線の方位角 $\theta$ でこれを座標変換して使用した。図-3には、方位角 $\theta$ で座標変換した後の相関モデルを示した。また、それぞれの地域における最大加速度の観測値としては、NS方向とEW方向の自乗和平方根値を用い、各地域内の最大加速度の変動係数を0.3とした。

図-4は式(1)の確定関数 $g(X) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$ 、相関距離( $dx_1, dx_2$ ) = (7km, 10km)を用いた推定値 $\hat{Z}(x_1, x_2)$ を、図-6は $g(X) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_1 x_2 + \beta_5 x_2^2$ 、( $dx_1, dx_2$ ) = (7km, 10km)を用いた結果を等加速度線図で示したものである。図-5, 7には、それぞれ図-4, 6の推定誤差標準偏差の等高線図を示している。

図-4, 5と図-6, 7を比較することによって、使用する確定関数の影響を調べてみる。地域1(東京側)と地域2(千葉側)の等加速度線に顕著な違いは見られない。図-5, 7に示した推定誤差を含めた比較においても同様である。しかし、地域2の震央に近い部分において、確定関数の違いによる影響が現れている。2次の項まで考慮した確定関数を用いた結果(図-6, 7)では、震央方向に向かって最大加速度が滑らかに変化している(推定誤差は増加している)のに対して、1次の項しか考慮し

ていない場合の結果(図-4, 5)では、観測点の影響が大きく、観測点を中心とした同心円状の分布となっている。以上の結果を含めた検討の結果、地域1のように観測点の数がある程度あり、それらが適度に分散して配置されている場合には、確定関数の影響はあまり小さくなく、むしろ相関距離を含めた相関モデルの影響の方が大きいと考えられる。

#### 4. 今後の課題

本報告は、鉱山工学や水文学などの分野で、地盤物性値の空間分布の確率的推定方法として用いられているクリギング(Kriging)法を紹介するとともに、地震動強度分布の推定に導入する際の考えを示した。さらに、千葉県東方沖地震を例にとり、東京周辺の加速度分布の推定を行った。計算例では、観測データに限りがあったため、地盤分類を省略すると共に、広い地域を1つの確率場として推定を行ったが、今後、距離減衰特性を考慮したメッシュの設定、地盤種別、震源の影響を考慮した相関モデルに関する検討を進める必要がある。

(1991年6月12日受理)

#### 参 考 文 献

- 1) 建設省国土地理院ほか：平成元年度総合技術開発プロジェクト 災害情報システムの開発報告書，1990。
- 2) 磯山龍二ほか：ファジィ推論を用いたライフラインの地震時システム制御，第8回日本地震工学シンポジウム論文集，pp. 2133-2138，1990。
- 3) 国土庁計画・調整局ほか：国土情報シリーズ2 国土数値情報，大蔵省印刷局，1987。
- 4) Ripley, B.D.: Spatial Statistics, John Wiley and Sons, 1981。
- 5) 上田貴夫・本城勇介ほか：造成工事における残留沈下量の平面的予測および誤差，土と基礎，Vol. 34, No. 6, pp. 51-58, 1986。
- 6) 鈴木 誠ほか：土質定数の空間分布推定方法を用いた確率有限要素法，土木学会論文集，第394号/III-9, pp. 97-104, 1988。