

磁気軸受の振れ回り抑制への繰り返し制御の適用

Application of Periodic Learning Control to Suppression of Whirling Motion in Magnetic Bearings

樋 口 俊 郎*・大 塚 まなぶ*

Toshiro HIGUCHI and Manabu OTSUKA

1. はじめに

一般に回転機械において、回転体に存在する不つり合いは回転に同期した周期的強制力を生じ、さまざまな振動問題を引き起こす。回転体の振れ回り運動は、その一例である。通常の軸受を用いた回転機械では、回転体のつり合わせを行うことが必要となる。これに対し磁気軸受は、軸受力を能動的に制御できるという特徴を持っているので、制御系を工夫することによって、振れ回りを抑制することが可能である¹⁾²⁾

周期的な外乱の補償に有効な制御方法として、繰り返し制御が提案されている^{3)~5)}これは、補償結果をメモリ等に記憶し、それに基づいて補償入力を修正するという操作を繰り返すものである。繰り返し制御は、デジタル制御によって実現しやすく、ロボット、非円形輪郭切削装置などでその有効性がすでに確認されている⁶⁾

本報では、繰り返し制御の原理を利用した磁気軸受の振れ回り抑制について述べ、磁気軸受制御系試験装置での実験結果によりその有効性を示す。繰り返し制御はパーソナルコンピュータを援用したデジタル制御装置で実現し、これを従来の安定化のためのアナログフィードバック補償回路に付加して実験を行った。

2. 基本方程式とサブシステムへの分解

本報で対象とする磁気軸受は、図1に示すように、回転体の半径方向に置かれた8個の電磁石(①, ..., ⑧)および回転軸方向に置かれた2個の電磁石(⑨, ⑩)によって、回転体の回転軸周りの回転運動を除く5自由度の運動を能動的に制御するものである。平衡状態における回転体の形心を原点とし、回転軸とz軸とが一致するような固定座標系O-xyzを定義し、回転軸の傾きをx軸周り、y軸周りの角変位 θ_x , θ_y で表す。電磁石①, ..., ④は原点からz軸正方向に距離 l 、⑤, ..., ⑧はz軸負方向に距離 l 離れた点に作用する力を発するとする。回転体は

*東京大学生産技術研究所 第2部

一定角速度 ω で回転しているとし、また、回転体のz軸方向の並進運動は電磁石⑨, ⑩によって理想的に制御されており、回転体は回転軸方向には変動しないものとする。

磁気軸受の基本方程式は、次のようになる¹⁾⁷⁾ただし、時間による微分を'で表す。

$$mx'' - 4K^p x = K^l (i_1 - i_3 + i_5 - i_7) + m\varepsilon\omega^2 \cos(\omega t + \alpha) \quad (1)$$

$$my'' - 4K^p y = K^l (i_2 - i_4 + i_6 - i_8) + m\varepsilon\omega^2 \sin(\omega t + \alpha) \quad (2)$$

$$I_r \theta_x'' + I_a \omega \theta_x' - 4K^p l^2 \theta_x = K^l l (-i_2 + i_4 + i_6 - i_8) + (I_r - I_a) \tau \omega^2 \cos(\omega t + \beta) \quad (3)$$

$$I_r \theta_y'' - I_a \omega \theta_y' - 4K^p l^2 \theta_y = K^l l (i_1 - i_3 - i_5 + i_7) + (I_r - I_a) \tau \omega^2 \sin(\omega t + \beta) \quad (4)$$

m: 回転体の質量

I_r : 回転体の半径方向の慣性主軸の周りの慣性モーメント

I_a : 回転体の回転軸方向の慣性主軸の周りの慣性モーメント

ω : 回転体の回転角速度

ε : 重心Gの回転軸からの偏心量(静不つり合い量)

τ : 回転軸と回転方向の慣性主軸とのなす角(動不つり合い量)

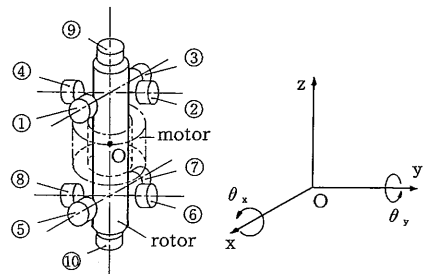


図1 磁気軸受の基本構成と座標系の定義

研究速報

α : 基準時刻での、 x - y 平面に投影された偏重心の方向を示すベクトルと x 軸とのなす角

β : 基準時刻での、 x - y 平面に投影された回転軸方向の慣性主軸の方向を示すベクトルと x 軸とのなす角

K^p, K^i : 電磁石の特性、動作条件から定まる定数

i_k : 電磁石④の励磁電流の変動分

式(1), ..., (4)からわかるように、この形式の磁気軸受では制御系全体を並進運動(x, y)に関するサブシステムと回転運動(θ_x, θ_y)に関するサブシステムとに分けて取り扱うことができ、各サブシステムはいずれも次の形の状態方程式で表現される。ここで、各サブシステムにおける各変数および各係数の表す量を表1に示す。

$$\dot{x}'(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (5)$$

$$x = [x_1, x_1', x_2, x_2']^T$$

$$u = [u_x, u_y]^T$$

$$w = [w_x, w_y]^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & -c\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & c\omega & a & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

式(5)および表1からわかるように、不つり合い力は、システム

$$\dot{x}'(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (6)$$

への回転に同期した周波数の外乱とみなすことができる。また、並進運動のサブシステムは回転運動のサブシステムにおいて $c = 0$ とした特殊な場合と同じ構造であり、制御系の設計は後者について行っておけば十分である。

表1 各サブシステムの変数と係数

	並進	回転
x_1	x	θ_x
x_2	y	θ_y
u_x	$i_1 - i_3 + i_5 - i_7$	$-i_2 + i_4 + i_6 - i_8$
u_y	$i_2 - i_4 + i_6 - i_8$	$i_1 - i_3 - i_5 + i_7$
w_x	$\varepsilon\omega^2 \cos(\omega t + \alpha)$	$(1 - c)\tau\omega^2 \cos(\omega t + \beta)$
w_y	$\varepsilon\omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$	$(1 - c)\tau\omega^2 \sin(\omega t + \beta)$
a	$\frac{4K^p}{m}$	$\frac{4K^p I^2}{I_r}$
b	$\frac{K^i}{m}$	$\frac{K^i I}{I_r}$
c	0	$\frac{I_a}{I_r}$

よって、以下では後者についてのみ述べることにする。

3. 制御系の設計

一般に磁気軸受では、回転体を安定に平衡状態に保持するために、回転体の変位と速度を電磁石の励磁電流にフィードバックする必要がある。本研究ではさらに、振れ回り抑制のための補償入力を、励磁電流に加算する。すなわち、励磁電流の制御入力 u は、安定化のためのフィードバック行列 F と振れ回り抑制の補償入力 $v(t)$ とによって、次式のように表される⁷⁾

$$u(t) = -Fx(t) + v(t) \quad (7)$$

$$v(t) = [v_x, v_y]^T$$

$$F = \begin{pmatrix} K_p & K_d & K_c & 0 \\ -K_c & 0 & K_p & K_d \end{pmatrix}$$

回転運動のサブシステムのブロック線図を図2に示す。

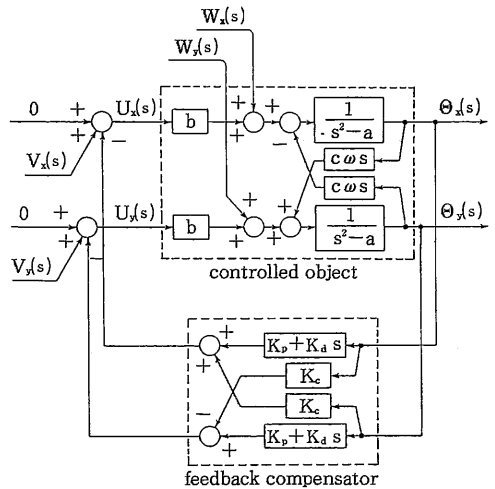


図2 回転(傾き)自由度の制御系ブロック線図

4. 繰り返し制御を利用した不つり合い補償

繰り返し制御は、周期的運動を行う系の周期的偏差を高精度に補償するのに適した制御法である。これは、過去の偏差に何らかの演算を施して系への入力に加算するという操作を繰り返すことにより、偏差を究極的に零にしようとするもので、いくつかの形式が提案されている³⁾⁻⁶⁾本研究では、振れ回り抑制のための補償入力 $v(t)$ を、逆システムを利用した繰り返し制御によって求める⁶⁾これを図3にブロック線図で示す。図において、 $G(s)$ ($\triangleq \Theta(s)/V(s)$)は閉ループ伝達関数行列、 $F(s)$ は系の基本周期の周波数成分のみを通過させるフィルタである。また、 $\Theta(s)$ は角変位、 $V(s)$ は補償入力、 $R(s)$ は目標値、 $E(s)$ は偏差、 $W(s)$ は不つり合い力のベク

研究速報

トルを表す。n および添え字は繰り返し回数である。F(s) は、偏差のうち、基本周期の周波数成分のみを抽出し、つり合い力の影響を選択的に補償するために用いる。^ は、同定された逆伝達関数行列が誤差を含んでいることを示す。

後述するように (5.1 繰り返し制御の具体的手順[2] 参照)、本研究では、系の定常的な応答だけを利用して繰り返し制御を行う。よって、ラプラス変換時の初期値を無視すると、各要素間には以下の関係が成立する。

$$V_0(s) = 0 \tag{8}$$

$$\Theta_n(s) = G(s) \{V_n(s) + \frac{W(s)}{b}\} \tag{9}$$

$$E_n(s) = R(s) - \Theta_n(s) \tag{10}$$

$$V_{n+1}(s) = V_n(s) + \hat{G}^{-1}(s) F(s) E_n(s) \tag{11}$$

また、本研究の場合、目標値は次式のように、

$$R(s) = 0 \tag{12}$$

である。式(8)、…、(12)より、n 回めの繰り返し制御が終了したときの偏差 $E_n(s)$ は、次のようになる。

$$E_n(s) = -G(s) \{I_N - \hat{G}^{-1}(s) F(s) G(s)\}^n \frac{W(s)}{b} \tag{13}$$

ただし、 I_N : $N \times N$ 単位行列 (13) $F(s)$ を通過する周波数である ω について、次式が満たされれば、偏差は零へ収束する。

$$\|I_N - \hat{G}^{-1}(j\omega) G(j\omega)\|_2 < 1 \tag{14}$$

ただし、 $\|\dots\|_2$ は L_2 ノルム

一般に、繰り返し制御によって偏差を零に近づけていくプロセスは、ある特定の入力について、補償の対象である制御系 (本研究の場合 $G(s)$) の逆システムを生成していくプロセスにほかならない^{4),5)}したがって、対象の制御系の構造がわかっている場合には、本研究のように、推定した逆システムを補償量の算出に用いると、偏差の

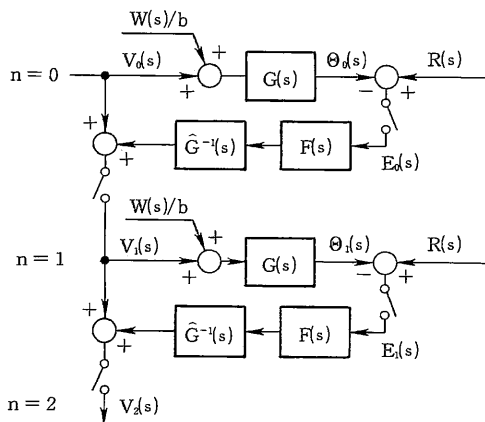


図3 繰り返し制御ブロック線図

零への収束を早くすることができる。

5. 実験結果

5.1 実験装置

実験に使用した磁気軸受の制御系試験装置⁹⁾の構造を図4に示す。箱形の可動体 a の中にはモータが装着されており、モータ軸には円板 b が取り付けられている (以下、これらをまとめてジャイロ体と呼ぶ)。ジャイロ体はジンバル機構に据え付けられており、ジンバル機構の二つの自由度の周りを回転することができる。この2自由度の回転運動は、円板が回転することによって生じるジャイロ効果のために、相互に干渉する。そして、この2自由度の運動は、水平面上に置かれた4個の電磁石 1, …, 4 によって制御される。電磁石が固定されているハウジングは、図では省略してある。

ジンバル機構の二つの軸の交点を原点 O とし、x 軸、y 軸がそれぞれジンバル機構の各軸と一致するように固定座標系 O-xyz をとる。ジャイロ体の中心軸の x 軸周り、y 軸周りの角変位をそれぞれ θ_x, θ_y とする。また、円板は一定角速度 ω で回転しているものとする。

本装置の回転運動 (θ_x, θ_y) のシステムは、5 自由度制御形磁気軸受の回転運動のサブシステムと同じ動特性を持つことが示されている⁹⁾。よって、設計した制御系の有効性の検証を本装置によって行うことができる。

本報では、安定化のためのフィードバックはアナログ回路で行い、振れ回り抑制のための補償入力 $v(t)$ は、パーソナルコンピュータで計算した。コンピュータには、円板の 1 回転につき 1 パルスの回転基準信号が与えられ

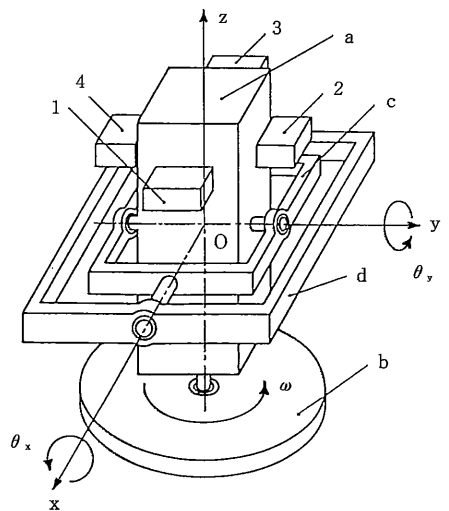


図4 磁気軸受制御系試験装置

研究速報

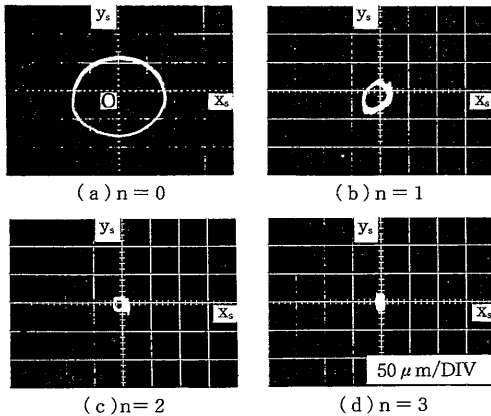


図5 軸変位零化制御の実験結果

図5(a)では、センサの位置において70~80μmの振幅の振れ回りが見られる。図5(b)では、繰り返し制御第1回の振れ回り抑制の結果、補償が完全には行われず、残留の振れ回りが存在している。これは制御対象の特性の同定に誤差があること、すなわち補償入力の算出に用いた逆システムの係数が、制御系の実際の値と異なっていたことによるものと考えられる。そして、図5(d)から、繰り返し制御を進めていくことによって、振れ回りの抑制を高精度に実現できることがわかる。このように、周期的運動を行う系において、制御対象の特性の同定が不正確な場合でも高精度の補償が実現される点、繰り返し制御の特徴である。

6. おわりに

本報では、5自由度制御形磁気軸受において、回転体の振れ回り運動の抑制を目的とした、繰り返し制御の原理を利用した制御系の構成を明らかにした。そして、磁気軸受制御系試験装置によって、振れ回り抑制における繰り返し抑制の有効性を、実験的に確認した。

周期的運動を繰り返す系の高精度補償に適している繰り返し制御は、軸受力の能動制御が可能であるという磁気軸受の特徴を生かすことのできる制御法であり、これによって磁気軸受の応用範囲が広がることが期待できる。

(1991年2月21日受理)

参考文献

- 1) 水野, 樋口: 不つり合い補償機能を備えた磁気軸受制御系の構成; 計測自動制御, 20, 12, pp. 1095 (1984)
- 2) 水野, 樋口: 磁気軸受の制御に関する研究—回転同期信号を利用した不つり合い補償法; システムと制御, 30, 8, pp. 512 (1986)
- 3) 井上, ほか: 陽子シンクロトロン電磁石電源の繰返し運転における高精度制御; 電学論C, 100, 7, pp. 234 (1980)
- 4) 川村, ほか: 学習制御方式のシステム論的考察; 計測自動制御, 21, 5, pp. 445 (1985)
- 5) 中野, 原: 繰り返し制御系の理論と応用; システムと制御, 30, 1, pp. 34 (1986)
- 6) 樋口, 山口: 逆伝達関数補償法を組合わせた繰返し制御を適用したバイトの位置決め制御; システムと制御, 30, 8, pp. 503 (1986)
- 7) 樋口, 水野: 5自由度制御形磁気軸受制御系の研究—ジャイロ効果による相互干渉のある系の最適レギュレータの構成—; 計測自動制御, 18, 5, pp. 507 (1982)
- 8) 樋口, ほか: ジャイロ機構を備えた磁気軸受制御系試験装置の試作と制御系の検討; 精密機械, 50, 9, pp. 1439 (1984)

る。以下、第n回目の繰り返し制御の手順を示す。

- [1]: D/Aコンバータを介して0.5ms周期で第n回の不つり合い補償量を定電流駆動回路に与える (n ≥ 1の場合のみ)。
- [2]: [1]の動作を行いつつ、0.5ms周期でジャイロ体の変位信号をA/D変換して記憶する。このとき、ジャイロ体の振れ回りが定常状態になった後に、このA/D変換を行うこととした。
- [3]: 変位データの回転に同期した成分を、フーリエ級数展開で計算し、次の形で表現する。

$$\theta_x[n] = A_x[n] \cos(\omega t + \phi_x[n]) \tag{15}$$

$$\theta_y[n] = A_y[n] \sin(\omega t + \phi_y[n])$$

このように、第n回の変位の情報を、振幅および回転基準信号からの位相で表す。

- [4]: 式(15)に、逆伝達関数行列をかけ算し、第n回の補償入力に加算する。これが、第n+1回の補償入力となる(式(11)参照)。

5.2 不つり合い補償実験

実験では、円板の回転速度ωおよびフィードバック係数を、以下のように設定した。

$$\begin{aligned} \omega &= 81.7[\text{rad/s}], \quad (f = 13.0[\text{rps}]) \\ K_p &= 92.9[\text{A/rad}], \quad K_d = 3.07[\text{A}\cdot\text{s/rad}] \\ K_c &= 68.9[\text{A/rad}] \end{aligned}$$

図5に振れ回り抑制の実験結果を示す。図5(a)は、安定化のためのフィードバック制御のみを行っているときの、円板の不つり合いに起因するジャイロ体の振れ回りである。x_s, y_sはそれぞれ、変位センサの位置(平面: z = l_s, l_s = 60[mm])におけるジャイロ体のx軸, y軸方向の変位で、θ_x, θ_yとの間に次の関係がある。

$$x_s = l_s \theta_y, \quad y_s = -l_s \theta_x$$