

- 修士論文 -

一定むだ時間を考慮したデュアルサンプリ
ングレートオブザーバの提案と
汎用カメラの画像情報に基づくりニア同期
モータの状態フィードバック制御

A Dual-Sampling-Rate Observer That Considers Dead Time
and

Feedback Control of a Linear Synchronous Motor

- Using Position Signals Provided by a Multi-purpose Camera -

平成20年2月4日提出

指導教員 古関 隆章 准教授

東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻

66435 鈴木 武海 / Suzuki Takeomi

内容梗概

本論文では、既存のリニア同期モータの位置制御として一般的な方法であるパルスエンコーダからの位置信号フィードバックを行う代わりに、汎用カメラにより撮影した可動子の映像を画像処理することによって位置信号を取得して制御器にフィードバックすることを目指す。パルスエンコーダを安価な汎用カメラに置き換えることができるため、可動子の設計の自由度が増し、可動部分の軽量化に寄与することができる。また、磁気浮上系などそもそもエンコーダの設置が不可能な系での位置制御方法としてもこの方法は応用できる。しかし、汎用カメラのフレームレートが 30fps と制御周期に比して数十倍大きく、画像処理は計算量が大きく位置信号にむだ時間が挿入されることになるので、それへの対策が必要である。前者の問題への対策としてはデュアルサンプリングレートオブザーバが有効であるが、本論文ではデュアルサンプリングレートオブザーバをむだ時間を考慮した形に拡張することにより後者の問題へも対応する方法を提案する。この方法はリニア同期モータの位置制御に限らず、出力に無視できないむだ時間のあるあらゆる線形時不変システムの状態量推定や制御で有効であることも特徴である。そして、シミュレーションと実験を通じて、提案方法がリニア同期モータの位置制御に適用可能であることを確認する。

Abstract

The initial motivation for this research was to control a linear synchronous motor with feedback positioning signals provided by a multi-purpose camera instead of a linear pulse encoder. Replacing the pulse encoder with a multi-purpose camera would make the design of a linear synchronous motor more light-weight and adaptable. However, the multi-purpose camera's sampling rate is limited to 30Hz, too low for feedback control. Furthermore, the large amount of image processing calculations required to obtain position signals causes dead time, and this makes the feedback control unstable. This thesis proposes a dual-sampling-rate observer which considers dead time to overcome the above mentioned problems. Simulations and experiments also demonstrate the viability of applying a dual-sampling-rate observer to the feedback control of a linear synchronous motor. The proposed observer is generally applicable for obtaining reliable state estimation in motion control problems where the output signal feedback path has significant dead time.

目次

第1章	研究の背景と目的	4
1.1	研究の背景	4
1.2	研究の目的	5
1.3	本論文の構成	5
第2章	リニア同期モータの一般的な位置制御方法	6
2.1	突極型永久磁石同期回転モータの dq 軸モデル	6
2.1.1	突極型永久磁石同期回転モータの三相モデル	6
2.1.2	直角二相への変換	7
2.1.3	dq 軸への変換	8
2.1.4	モータの発生するトルク	9
2.2	突極型永久磁石同期回転モータからリニア同期モータへのモデルの展開	10
2.3	リニア同期モータの位置制御	10
第3章	汎用カメラと画像処理により位置信号を取得することの問題点	12
3.1	汎用カメラのフレームレートが制御周期に比して長いこと	12
3.2	画像処理に伴うむだ時間の発生	13
3.3	キャリブレーション	13
3.4	本論文で対象とする問題点	13
第4章	デュアルサンプリングレートオブザーバの理論的基礎	14
4.1	デュアルサンプリングレートオブザーバの必要性	14
4.2	オブザーバの概念	15
4.3	離散化オブザーバの構成	16
4.3.1	線形時不変システムの離散化状態空間表現	16
4.3.2	予測型オブザーバ	17
4.3.3	現在型オブザーバ	18
4.3.4	オブザーバと制御器の分離定理	19
4.4	予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ	20
4.5	現在型デュアルサンプリングレートオブザーバ	23
第5章	一定むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバ	25
5.1	むだ時間が実システム出力周期より小さい場合	25

5.2	むだ時間が実システム出力周期より大きい場合 1	
	–推定状態量をむだ時間分だけ保存する方式–	28
5.2.1	むだ時間を含む通常形式の予測型オブザーバ	28
5.2.2	デュアルサンプリングレートオブザーバへの置き換え	33
5.2.3	むだ時間分の推定状態量を保持する予測型デュアルサンプリング レートオブザーバの特徴	34
5.3	むだ時間が実システム出力周期より大きい場合 2	
	–過去と現在の 2 つの推定状態量を用いる方式–	35
5.3.1	むだ時間分だけ古い状態推定量を推定するオブザーバ	35
5.3.2	むだ時間分だけ古い推定状態量から現在の推定状態量への外挿	37
5.3.3	むだ時間分古い推定値の系列と現在の推定値の系列をもつ予測型 デュアルサンプリングレートオブザーバ	42
5.4	むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバの比較	46
第 6 章	リニア同期モータの制御器設計と位置制御シミュレーション	47
6.1	システムの概要	47
6.2	リニア同期モータ可動子のモデル化	48
6.3	オブザーバの極配置	49
6.4	リニア同期モータの電気回路モデル	50
6.5	各制御器の設計	50
6.5.1	電流制御器	50
6.5.2	速度制御器	51
6.5.3	位置制御器	52
6.6	シミュレーション条件	53
6.7	シミュレーション結果	54
6.7.1	むだ時間がない場合	54
6.7.2	カメラのサンプリング周期より小さなむだ時間が存在する場合	57
6.7.3	カメラのサンプリング周期より大きなむだ時間が存在する場合 1 –推定状態量をむだ時間分だけ保存する方式–	57
6.7.4	カメラのサンプリング周期より大きなむだ時間が存在する場合 2 –過去と現在の 2 つの推定状態量を用いる方式–	66
6.8	実システムの安定・不安定によって適用できるデュアルサンプリングレ ートオブザーバの差	66
6.8.1	シミュレーションに用いるシステムと条件	66
6.8.2	シミュレーション結果	69
第 7 章	リニア同期モータ位置制御実験	75
7.1	実験機の構成	75
7.1.1	実験機の概要	75
7.1.2	画像処理とキャリブレーション	76
7.1.3	オブザーバと制御器	77

7.1.4	リニア同期モータ	78
7.2	デュアルサンプリングレートオブザーバ設計のためのパラメータ設定	79
7.2.1	むだ時間の計測	79
7.2.2	オブザーバの時定数の設定	80
7.3	推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータ位置制御結果	83
7.4	過去と現在の推定状態量を持つデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータ位置制御結果	85
7.5	2つのデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータ位置制御の比較	85
第8章	結論と今後の課題	90
8.1	結論	90
8.2	今後の課題	90
	参考文献	92
	発表文献	93
	謝辞	94

第1章 研究の背景と目的

1.1 研究の背景

電動機による駆動は小型化が容易で設計の自由度が高く制御性・整備性もよいため、さまざまな分野で盛んに用いられている。その中でもリニア同期モータはダイレクトドライブによる精緻な制御性を有するため、自動化された工場内での工作機械にはすでに広く用いられている。また、ヒューマノイドロボットの腕部の構成法として人間や動物の腕部に見られる二関節筋の機構をそのまま取り入れようとする研究も行われており [1][2]、筋肉の代替としてリニア同期モータは適している [3] ため、今後ロボットの駆動機構としてもリニア同期モータは有望である。このように、リニア同期モータはさまざまな分野で応用されており、今後も応用範囲は広がっていくと考えられる。

リニア同期モータが広く用いられるようになる過程では、力学的・電磁気学的なリニア同期モータの解析、電磁鋼板や永久磁石などの諸材料の改良、インバータの開発とその小型化といった研究開発とともに、制御面からのアプローチも見逃すことができない。リニア同期モータの正確な位置制御を行いたい場合は、通常は μm 単位の分解能を持つパルスエンコーダを備えることで実現する。よって、位置制御を目的としたリニア同期モータは可動子にパルスエンコーダを備えている。スペース制約がそれほど大きくない応用の場合ならパルスエンコーダがリニア同期モータに平行して設けられていることは大きな問題ではない。

しかし、先に述べたロボットアームにリニア同期モータを組み込むような例では、僅かなスペースにあらゆるものを詰め込まなければならないため、パルスエンコーダもできれば省略したい。また可動子はできる限り軽く作りたいため、その点でもパルスエンコーダが無い方が好ましい。しかし、位置制御を行うためには位置信号のフィードバックが必要であるので、パルスエンコーダの代わりに別のもので可動子の位置を検出するようにしなければならない。

このような、パルスエンコーダではない別の位置検出方法として、カメラで可動子を撮影して画像処理により位置を検出する方法が有効である。カメラは可動子の位置が正しく撮影できる場所であるのならば自由に設置できるので、可動子の設計の自由度は大幅に向上する。また、本論文はリニア同期モータ中心で構成してあるものの、同様のシステムはそもそもエンコーダの設置が困難な磁気浮上系への応用も期待できる。

しかし、一般に制御に用いることができるようなカメラは制御に見合うだけの高サンプリングレートであり [4]、全体のシステムが高価になってしまう。家電量販店で販売されている程度の汎用カメラでシステムを安価に構成できれば、応用範囲も広がりやすいが、もともと制御用ではないために克服しなければならない理論的課題が存在する。

1.2 研究の目的

本論文では以上のことを踏まえて、汎用カメラでリニア同期モータの位置制御を実現するのに必要な課題解決を目指す。考えられる課題としては、

1. 汎用カメラは人間の目で見ると像が連続的に動いて見える最低限のフレームレートとして 30fps を採用しており、これは約 33msec のサンプリングレートであると言えるが、位置制御は数 msec 単位で行う必要があるため位置信号のサンプリングレートが低すぎる。
2. 画像処理は計算量が大きいと、出力される位置信号は常にむだ時間を含んでいる。フィードバック信号にむだ時間が含まれると位相余裕を食いつぶすため、単純なフィードバック制御を行うと制御の安定性が損なわれる可能性がある。
3. カメラの画像と実際の位置とを対応付けるキャリブレーションを行う必要がある。

が挙げられる。本論文では3のキャリブレーションは適切に行われていると仮定し、1と2の課題の解決を目指す。画像処理に関わる問題の場合はよりよい画像処理方法の研究になりがちではあるが、本論文では画像処理は一般的な方法をそのまま適用することとして、むしろ制御対象の物理モデルを利用して状態推定を行うというより制御に近い側からのアプローチを目指す。1の問題のように制御周期に比べて位置信号周期が長いシステムでの状態推定法としてはデュアルサンプリングレートオブザーバ [5] が有効であるため、本論文ではさらに2の問題に対応すべくデュアルサンプリングレートオブザーバの拡張を試み、シミュレーションと実験を通じてリニア同期モータの位置制御へ適用可能であることを確かめる。

1.3 本論文の構成

本論文は、まず第2章でリニア同期モータの一般的な位置制御方法に関して概説する。次に、第3章で汎用カメラと画像処理により位置信号を取得するシステムの問題点を挙げる。第4章では、デュアルサンプリングレートオブザーバの理論を解説し、第5章でさらに一定むだ時間を考慮した形への拡張を提案する。そして第6章のリニア同期モータ位置制御シミュレーションおよび第7章のリニア同期モータ位置制御実験を通じて動作検証を行う。

第2章 リニア同期モータの一般的な位置制御方法

この章ではリニア同期モータの位置制御に必要な dq 軸モデルと制御ブロックの一般的な構成を説明する。本論文のシミュレーションや実験ではこの章で説明するリニア同期モータとその制御の取扱に従って行われる。

2.1 突極型永久磁石同期回転モータの dq 軸モデル

リニア同期モータは突極型永久磁石同期回転モータを切り開いた構造をしているので、理論的な基礎は突極型永久磁石同期回転モータのものを考えればよい。ここでは突極型永久磁石同期回転モータの制御で取り扱いやすい形でのモデルを示す。同期モータの巻線には可変電圧可変周波数の三相交流を印加する事になるが、制御理論上交流量はそのまま取り扱うことは難しい。そこで、同期モータの回転子上に軸を取り、巻線に関する電氣量を回転子上から見た量に変換することで同期モータを直流モータ同様に扱うことが行われる。これを一般に dq 軸モデルと称する。

2.1.1 突極型永久磁石同期回転モータの三相モデル

最終的な適用対象であるリニア同期モータが2極機のを想定しているため、以後2極機の議論に絞る。突極型永久磁石同期回転モータの三相モデルを、ここでは図2.1のように置くこととした。ここで、各相の自己インダクタンス L_u , L_v , L_w 及び各相間の相互インダクタンス M_{uv} , M_{vw} , M_{wu} はいずれも回転子角度 θ の関数として次のように表されるとした [6]。

$$\begin{cases} L_u = \ell + L_0 - L \cos 2\theta \\ L_v = \ell + L_0 - L \cos(2\theta - \frac{4}{3}\pi) \\ L_w = \ell + L_0 - L \cos(2\theta - \frac{2}{3}\pi) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} M_{uv} = \frac{1}{2}L_0 + L \cos(2\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ M_{vw} = \frac{1}{2}L_0 + L \cos 2\theta \\ M_{wu} = \frac{1}{2}L_0 + L \cos(2\theta - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \quad (2.2)$$

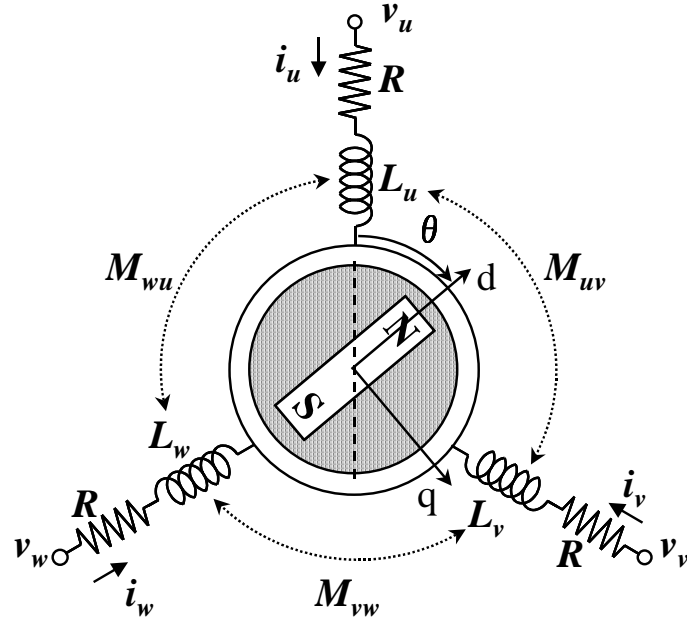


図 2.1: 突極型永久磁石同期回転モータの三相モデル

この式の特徴としては、回転角度 θ にかかわらず次の等式が成立することである。

$$\begin{cases} L_u = \ell + M_{vw} + M_{wu} \\ L_v = \ell + M_{vw} + M_{uv} \\ L_w = \ell + M_{wu} + M_{vw} \end{cases} \quad (2.3)$$

これは、 ℓ が漏れインダクタンスであり、例えば u 相巻線が作った磁界は、v 相巻線を通るか、w 相巻線を通るか、あるいはこれらを通らずに漏れるかのいずれかであることを表している。

以上より、永久磁石が巻線に発生させる磁束の振幅を ϕ 、時間微分演算子を $\frac{d}{dt} = p$ とし、この突極型永久磁石同期回転モータの三相での電圧方程式を立式すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} v_u \\ v_v \\ v_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + pL_u & -pM_{uv} & -pM_{wu} \\ -pM_{uv} & R + pL_v & -pM_{vw} \\ -pM_{wu} & -pM_{vw} & R + pL_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + p\phi \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\text{ただし } v_u + v_v + v_w = 0, \quad i_u + i_v + i_w = 0$$

ここで注意すべきなのが、インダクタンスが回転角度 θ つまり最終的には時間の関数といえるので、微分演算子の影響を充分考慮して式を展開する必要があることである。

2.1.2 直角二相への変換

三相での電圧方程式は、零相電圧および零相電流が 0 であるという条件があるため 1 相分冗長である。そこで、この冗長性を取り除くために三相から直角二相への変換を行う。

三相から直角二相への変換する行列は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

この行列は変換前後で電力不変となる条件に従っている。また、直角二相から三相への逆変換は転置行列を掛けることで可能である。よって、この変換は零相まで考慮した場合はユニタリ変換になっているが、今回は零相電流および零相電圧が0なので省略してある。この変換は時間に関係する項がないため適用は簡単である。式(2.4)を変換した直角二相での電圧方程式は次式のとおりである。

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = [\mathbf{R}(\theta) + p\mathbf{L}(\theta)] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}}\omega\phi \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} R + 3\omega L \sin 2\theta & -3\omega L \cos 2\theta \\ -3\omega L \cos 2\theta & R - 3\omega L \sin 2\theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}(\theta) = \begin{bmatrix} \ell + \frac{3}{2}L_0 - \frac{3}{2}L \cos 2\theta & \frac{3}{2}L \sin 2\theta \\ \frac{3}{2}L \sin 2\theta & \ell + \frac{3}{2}L_0 + \frac{3}{2}L \cos 2\theta \end{bmatrix}$$

ここで $\omega = p\theta$ であり ω は回転速度となる。この段階では式が複雑であり見通しがよくないが、さらにdq軸変換を行うことで見通しのよい式に変化する。

2.1.3 dq軸への変換

次に、電圧方程式を直角二相から回転子とともに回転するdq軸への変換を行う。d軸およびq軸は図2.1に定義したとおりである。変換行列は次の行列になる。

$$\begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

この変換も電力不変であり、逆変換は転置行列で行うことができるのでユニタリ変換である。これにより式(2.6)をdq軸に変換する。変換行列に時間に関係のある項があるので微分演算子の取り扱いに注意して計算をすると、

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + L_d p & -\omega L_q \\ \omega L_d & R + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega\Phi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} L_d = \ell + \frac{3}{2}L_0 - \frac{3}{2}L \\ L_q = \ell + \frac{3}{2}L_0 + \frac{3}{2}L \\ \Phi = \sqrt{\frac{3}{2}}\phi \end{cases}$$

というdq軸での電圧方程式が得られる。このとき、インピーダンス行列から回転位置 θ に影響される項がなくなっていることがわかる。つまり、ここで現れている諸量はすべて

直流量に変換されており、同期機がまるで直流機のように見えているということを示している。これは制御にとって都合のよい性質である。

なお、回転子を直流電流で励磁する通常の突極型同期電動機では磁束が発生する d 軸側に磁路をなす鉄を多く配置するため $L_d > L_q$ となるが、永久磁石同期機の場合は d 軸側に磁束の源になる永久磁石を配置しており、永久磁石の透磁率が鉄に比べて小さいため $L_d < L_q$ となる。

2.1.4 モータの発生するトルク

ここまでは突極型永久磁石同期回転モータの電圧方程式を求めてきたが、これを用いてモータの発生するトルクを求めたい。トルクは、電圧方程式より求めた出力エネルギーを回転速度で割ることで求められる。

モータへの入力エネルギー P_{in} は、モータの電圧入力ベクトル \mathbf{v} と電流入力ベクトル \mathbf{i} を用いて次のように求められる。

$$P_{in} = \mathbf{v}^T \mathbf{i} \quad (2.9)$$

電圧方程式を三相→直角二相→dq 軸と変換する過程では電力不変の条件を課したためここで用いるべき電圧及び電流は三相・直角二相・dq 軸いずれでもよいが、今回は dq 軸で電力を計算する。式 (2.8) を用いて電力を計算すると、

$$P_{in} = R(i_d^2 + i_q^2) + p \left[\frac{1}{2} L_d i_d^2 + \frac{1}{2} L_q i_q^2 \right] + \omega [\Phi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2.10)$$

となる。この式の第 1 項は巻線抵抗での損失で熱になるエネルギー、第 2 項は磁場のエネルギーとしてモータ内部に蓄えられている分の出入りを表しており、損失ではないが出力もされない。よって、出力エネルギー P_{out} は、

$$P_{out} = \omega [\Phi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2.11)$$

である。ここで、トルク T と出力エネルギー P_{out} には

$$P_{out} = \omega T \quad (2.12)$$

の関係があるため、求めるトルクは

$$T = \Phi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \quad (2.13)$$

となる。右辺第 1 項は磁気トルクと呼ばれ同期回転モータのトルクの主要成分である。また、第 2 項はリラクタンストルクと呼ばれ、回転子の位置による磁気抵抗の変化に伴うトルクである。リラクタンストルクを積極的に活用する制御方法もあるが、制御の見通しがきき易く力率もよいように $i_d = 0$ となるように制御すれば、モータのトルクは

$$T = \Phi i_q \quad (2.14)$$

となりトルクと q 軸電流が比例するという簡単な関係が導かれる。永久磁石同期回転モータは、インバータを用いて $i_d = 0$ かつ i_q を所望トルク相当になるように高速に制御することによって、モータに求められる高速応答性を実現している。

2.2 突極型永久磁石同期回転モータからリニア同期モータへのモデルの展開

今までは突極型永久磁石同期回転モータの議論であったが、リニア同期モータへ拡張する。リニア同期モータは図 2.2 に示すとおり、単純に同期回転モータを切り開いた形となっている。よって、次のように変換を行えばよいことがわかる。ただし、N-S 間の極ピッチを D と置く。

$$\theta (\text{回転角度}) \longrightarrow \frac{y}{D} \pi (\text{位置})$$

$$\omega (\text{角速度}) \longrightarrow \sigma (\text{速度})$$

$$T (\text{トルク}) \longrightarrow F (\text{推力})$$

リニア同期モータの推力や制御は、この変換により突極型永久磁石同期回転モータと同等に扱うことが可能となる。

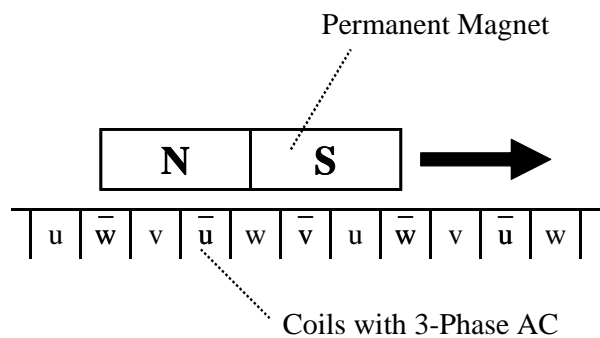


図 2.2: リニア同期モータの一般的な構造

2.3 リニア同期モータの位置制御

リニア同期モータの位置を制御するためには、まずは速度を制御する必要があり、速度を制御するためには推力を制御する必要がある。リニア同期モータの推力と電流の関係は $i_d = 0$ とするときには式 (2.14) に相当する簡単な関係があるため、電流を制御できれば推力は制御できることとなる。このようなことから、まず一番内側に電流フィードバックループを設けて電流指令値に対して実際の電流が機敏に追従できるように設計し、その外側に速度フィードバックループを設けて速度指令値に対して実際の速度が機敏に反応できるようにし、最後にさらに外側に位置フィードバックループを設けることで位置制御を実現している。

詳細は図 2.3 に示すとおり、制御の段階では同期機の dq 軸モデルを前提として直流機同様のブロックを組み、最終的にインバータに電圧指令値を出力する手前で dq 軸電圧から三相電圧への変換を行う。また、三相電流のフィードバックの際も三相から dq 軸電流

への変換が必要になる。三相電圧および三相電流は総和が0になるので、u相とv相の2つだけの指令や観測で必要十分である。

この制御ブロックでは、リニア同期モータから位置 y および速度 σ を直接得るように書いてあるが、実際には位置はリニアパルスエンコーダを用いて取得され、速度はその信号を差分法などで処理することによって得られる。そのため、リニアパルスエンコーダは十分に細かいパルス間隔のものである必要がある。このパルス間隔が粗いものしか搭載できないような環境でフィードバックすべき位置信号や速度信号を随時取得するために、連続的に得られる電流信号とリニア同期モータのモデル情報を利用してこれらの状態量を推定するのがデュアルサンプリングレートオブザーバのアイデアである。今回はリニアパルスエンコーダを汎用カメラと画像処理で置き換えることを考えているので、やはりデュアルサンプリングレートオブザーバが有効なシステムであるといえる。

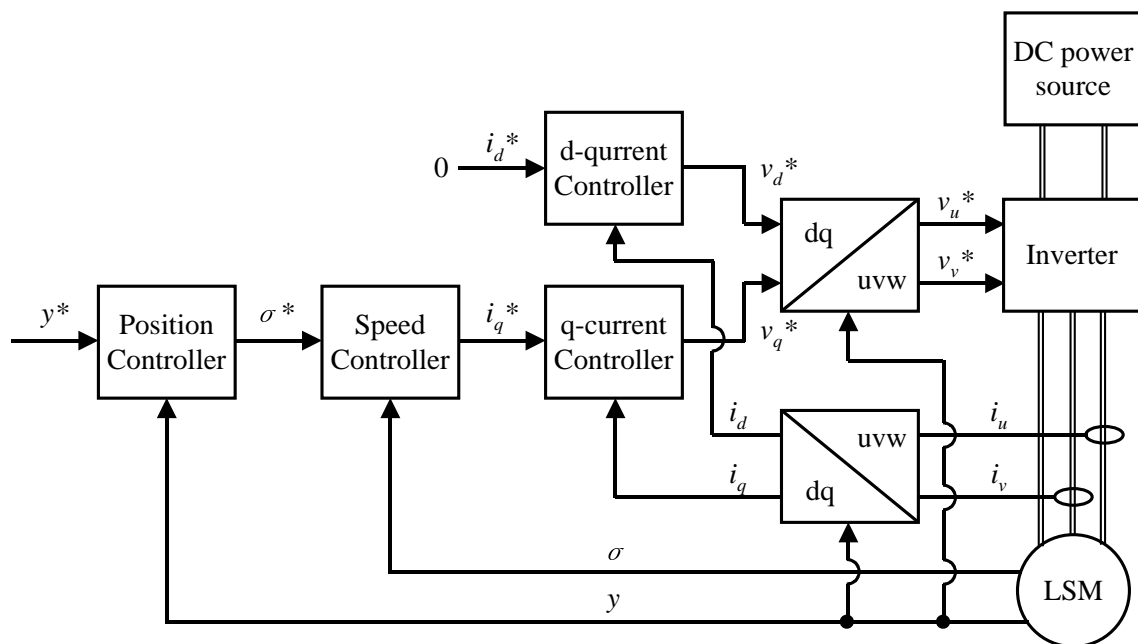


図 2.3: リニア同期モータ位置制御を行うブロック

第3章 汎用カメラと画像処理により位置信号を取得することの問題点

この章では、リニア同期モータの位置制御を行う際に位置信号をリニアパルスエンコーダを用いる代わりに汎用カメラと画像処理で置き換えることで起こる主要な問題点を挙げ、本論文での研究対象を明確にする。

3.1 汎用カメラのフレームレートが制御周期に比して長いこと

現在日本で販売されているアナログタイプの汎用カメラは、アナログカラーテレビ放送の規格である NTSC に従ったものである。この規格では、1 秒間に 29.97 枚の画像を取得している。他のアナログカラーテレビ放送の規格に PAL や SECAM も使われているが、これらは双方とも 1 秒間に 25 枚の画像を取得するものである。これらの値は規格の開発国の商用電源周波数に強く依存したものであるが、いずれにしる人間の目には充分滑らかに動く動画として見られるものである。

しかし制御の面から考えるとこの間隔では長すぎる。巻線抵抗と巻線インダクタンスの比で定まる電流の時定数が数十 msec であるため、制御周期は電流を制御できる程度に短い 1msec 以下である必要がある。そして、1 回の制御周期毎に可動子の位置が判明している必要がある。しかし、汎用カメラからは約 33msec に 1 回しか画像すなわち可動子の位置が得られない。可動子の位置が得られない間も制御は続けなければシステムが破綻してしまうので、何らかの代替方法で画像が得られない間をつないでやる必要がある。

また、位置信号のダイナミックレンジという点でこの問題を捉えることもできる。例えば NTSC に抛る場合では、汎用カメラはちょうどサンプリングレートが 30Hz の A/D 変換器であると見なすことができる。標本化定理により、30Hz の A/D 変換器のダイナミックレンジは 15Hz に制限されることを意味する。これはモーション制御のセンサのダイナミックレンジとしては低すぎるので、何か別の手段により補う必要がある。

今後テレビ放送がデジタル化されるに従い汎用カメラもデジタル化されると思われるが、デジタルテレビ放送の規格ではアナログテレビよりは細かいものの 1 秒間に約 60 枚の画像を得ているだけなので、制御周期に比して 10 倍以上長いという問題は変わらないと思われる。

3.2 画像処理に伴うむだ時間の発生

汎用カメラで撮影した画像はそのままでは位置信号ではなく、必ず画像処理を通して位置を得る必要がある。しかし、画像処理はPCにとって大きい処理である。位置信号の量子化誤差を小さくするために画像はある程度以上の解像度を持つ必要があるが、例えば640[pixel] × 480[pixel]の大きさをもつカラービットマップ画像は3[byte/pixel] × 640 × 480で約922kbyteのサイズに及ぶ。当然全ての画素を33msecに1回計算にかけることは非効率であり適当な方法で効率化を図るが、それでも撮影されたときの可動子の位置と画像処理によって得られた位置信号との間にはむだ時間が存在することは明らかである。

ただし、どの程度むだ時間が含まれるのかは議論が残る。画像処理の進み方を考えると、ある画像を取得してその処理が終わってから次の画像の処理に移るという動きになるため、画像の周期が約33msecであるのならば画像処理におけるむだ時間が33msec以上になるようなシステムは構成できない。しかし画像を取得されてから位置信号までの過程を考慮すると、カメラでの光信号から電気信号への変換・カメラからPCへ転送するためのエンコーディング・PCでのデコーディング・画像処理と複数段階が存在し、1つ1つの段階で最大33msecのむだ時間が含まれる可能性があるため、全体では33msecを超えるむだ時間が位置信号に含まれる可能性がある。

3.3 キャリブレーション

汎用カメラで得られた画像から得られる可動子の位置とはどの画素に可動子がいるかという情報であるので、これを実際の位置に対応させるキャリブレーションと呼ばれる作業が必要である。キャリブレーションをどのように行うかという問題はビジュアルサーボにおける重要な課題のひとつで、オートキャリブレーションに関する研究も存在する

3.4 本論文で対象とする問題点

以上のとおり汎用カメラによる可動子位置取得には、サンプリングレートの不一致・むだ時間・キャリブレーションという問題が存在する。このうちキャリブレーションは初期設定の問題であるため、事前に手動で十分な調整を行うことで解決できる。そこで、本論文では3.1のサンプリングレートの不一致の問題と3.2のむだ時間の問題に研究対象を絞り、その理論的解決策を提案し実験により確認を行う。サンプリングレートの不一致に対してはモデル情報を用いて状態量を推定するデュアルサンプリングレートオブザーバ[5][7]が有効であり、むだ時間への対応もデュアルサンプリングレートオブザーバを拡張して行う。次章ではデュアルサンプリングレートオブザーバの考え方と理論的基礎を述べる。

第4章 デュアルサンプリングレートオブザーバの理論的基礎

この章では、汎用カメラを用いたリニア同期モータにおける位置信号周期と制御周期の不一致を克服するのに有効なデュアルサンプリングレートオブザーバの理論的基礎を述べる。詳細は参考文献 [5][7] を参照されたい。

4.1 デュアルサンプリングレートオブザーバの必要性

デュアルサンプリングレートオブザーバはそもそも低分解能パルスエンコーダを用いて電動機駆動制御を行う際の問題を克服するために、瞬時速度オブザーバ [8][9] を基礎として考え出されたものである。状態空間表現を取り入れることで一般の線形時不変のシステムに適用可能であることと、オブザーバゲインの設定法の工夫により極低速でも安定性を損なわないことが大きな特徴である。

以下、低分解能パルスエンコーダの問題をより具体的に議論する。図 4.1 は、パルスエンコーダの出力するパルス列と制御周期の関係を示したものである。ここではパルス周期を T_1 、制御周期を T_2 と置いている。1 回の制御周期の間に複数のパルスが入るような $T_1 < T_2$ の場合が (a) である。このときの速度 σ_m を差分法で求めるならば、

$$\sigma_m = \frac{y_m - y_{m-1}}{T_2} \tag{4.1}$$

となる。一方、パルスが疎な $T_1 > T_2$ の場合である (b) では差分法により 1 回の制御周期ごとに速度を正しく求めることは不可能であり、本当は動いているはずの位置も観測でき

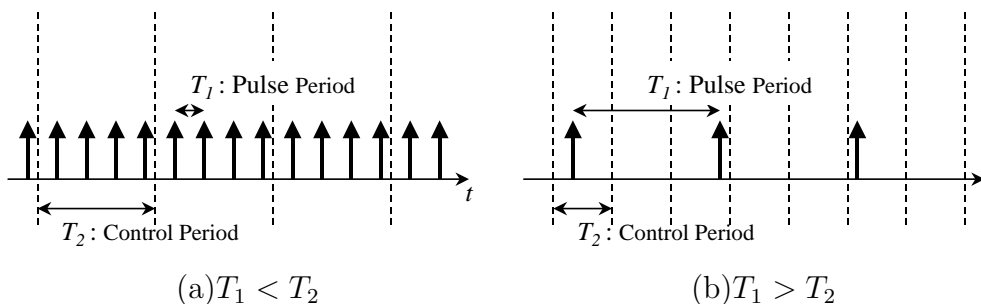


図 4.1: パルス周期 T_1 と制御周期 T_2 の関係

ない。低分解能のパルスエンコーダでは特にゆっくりとした動きの制御を行う場合に難点があることがわかる。

デュアルサンプリングレートオブザーバは、図 4.1 の (b) に相当する場合でも各制御周期ごとに制御器に位置信号や速度信号を与えることを目的として、制御対象のモデルを持ったシミュレータを用意して位置や速度の推定値を計算するしくみである。これは低分解能パルスエンコーダだけではなく、汎用カメラでも有効な考え方である。

4.2 オブザーバの概念

デュアルサンプリングレートオブザーバの説明に移る前にオブザーバの概念を説明する。

あるものを制御することを考えた場合には、通常は図 4.2 のように制御器と制御対象を直列に結び制御対象の出力を制御器にフィードバックすることで、制御指令 y^* に出力 y が追従できるようにする。一般に制御器は PC や電子回路であり、制御対象は物理系であ

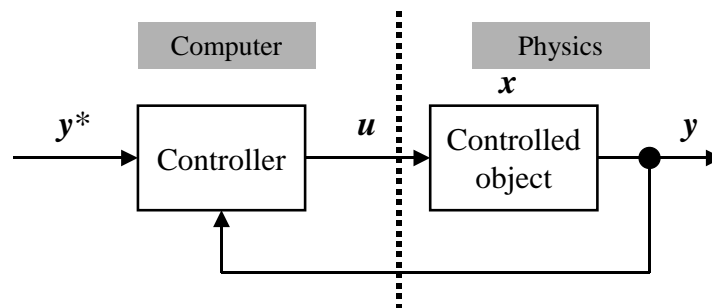


図 4.2: 通常のフィードバック制御の概念図

る。制御対象の物理系はあるダイナミクスであるので様々な内部状態 x を持っているはずである。内部状態 x を知ることができれば、より適切な制御を行うことができる。しかし、出力として観測される y はその一部でしかないので、制御対象への入力 u と出力 y および制御対象のモデル情報を用いて内部状態 x を推定することが考えられる。

この概念図を図 4.3 に示す。オブザーバは制御対象のモデル情報を持っていて、いわば制御対象のシミュレータとして動作して推定値 \hat{x} を計算し制御器に返している。制御対象のモデル情報が寸分の違いもなく実物と同一ならば、入力 u のみでこのシミュレーションは実施できるはずである。しかし、モデル化誤差・制御対象への外乱の存在・初期値情報の欠落などによりこのままでは必ずしも \hat{x} の推定値としての妥当性を担保できない。そこで必ず制御対象の出力 y により答えあわせを行って訂正をすることが必要である。

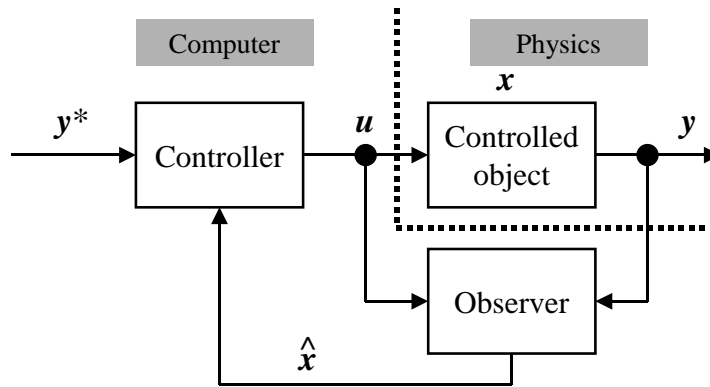


図 4.3: オブザーバによる内部状態推定を伴うフィードバック制御の概念図

4.3 離散化オブザーバの構成

4.3.1 線形時不変システムの離散化状態空間表現

以上のとおり制御対象に対してそのモデル情報をもつシミュレータとなり状態量を推定するものがオブザーバである。以後、オブザーバの具体的な構成を述べる。

ここでまず考えなければならないことは、実際の制御対象は連続時間上のものであるが、オブザーバはコンピュータ内で構築されるのが普通なので離散時間での計算となることである。つまり、モデル情報は連続時間のものから離散時間のものに書き換える必要がある。ここでは連続時間上で状態空間法にて記述された線形時不変システムを離散時間上の状態空間表現へ書き換える方法を述べる。詳細な説明は参考文献 [10] を参照されたい。

ある連続時間上の線形時不変システムは、状態空間法を用いることで次のように記述できる。

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \end{cases} \quad (4.2)$$

ここで、システムへの入力が \boldsymbol{u} で $q \times 1$ のベクトル、システムからの出力が \boldsymbol{y} で $r \times 1$ のベクトルであり、システムは MIMO であるとしている。システムの内部状態は \boldsymbol{x} で $p \times 1$ のベクトルで、 $\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{d\boldsymbol{x}}{dt}$ である。よって、各行列は

- A : $p \times p$ (システム行列)
- B : $p \times q$ (入力行列)
- C : $r \times p$ (出力行列)

の大きさを持つということになる。

今、このシステムに対応する離散化状態空間について、周期 T で離散化された状態量を $\boldsymbol{x}_n(p \times 1)$ 、入力を $\boldsymbol{u}_n(q \times 1)$ 、出力を $\boldsymbol{y}_n(r \times 1)$ とし、システム行列 $\boldsymbol{A}_d(p \times p)$ 、入力行

列 $B_d(p \times q)$ 、出力行列 $C_d(r \times p)$ を用いて次のように表されるとする。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n+1} = A_d \mathbf{x}_n + B_d \mathbf{u}_n \\ \mathbf{y}_n = C_d \mathbf{x}_n \end{cases} \quad (4.3)$$

ここで、連続時間上の入力 \mathbf{u} を 0 次ホールドして \mathbf{u}_n に離散化すると仮定した場合には、式 (4.2) の連続時間表現とこの離散時間表現での各行列の対応は次のようになる。

$$\begin{cases} A_d = \exp(AT) = \mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1}] \Big|_{t=T} \\ B_d = \int_0^T \exp(A\tau) d\tau B = [\exp(AT) - I] A^{-1} B \\ C_d = C \end{cases} \quad (4.4)$$

ただし $\exp(AT) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} (AT)^i$ 、 s はラプラス変換子、 \mathcal{L}^{-1} はラプラス逆変換

一般に式 (4.4) はどのような A , B , C にも適用可能だが、 B_d を求める式の最右辺の適用は A の正則性が必要である。この式に従って離散化したモデル情報を用いてオブザーバを作成する。

4.3.2 予測型オブザーバ

以上のように離散化された制御対象のモデルに対してオブザーバを構成することを考える。制御対象のモデル情報を周期 T で離散化した A_d , B_d , C_d は判っており、入力 \mathbf{u}_n と出力 \mathbf{y}_n は外部から観測できるので、これらを用いて状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_n$ を計算する離散時間上でのオブザーバを構成する。オブザーバは構成法の違いにより予測型と現在型の 2 つが存在する。

予測型オブザーバの式は次のとおりである。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{n+1} = A_d \hat{\mathbf{x}}_n + B_d \mathbf{u}_n + L_d (\mathbf{y}_n - \hat{\mathbf{y}}_n) \\ \hat{\mathbf{y}}_n = C_d \hat{\mathbf{x}}_n \end{cases} \quad (4.5)$$

制御対象のダイナミクスを示す式 (4.3) と比べると、第 1 式に $L_d (\mathbf{y}_n - \hat{\mathbf{y}}_n)$ が追加されている点がポイントである。この項は n サンプル目の制御対象の出力 \mathbf{y}_n とオブザーバの出力 $\hat{\mathbf{y}}_n$ を比較して、その誤差をオブザーバゲイン L_d を介して状態推定値に返すことで $n+1$ サンプル目の状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{n+1}$ を訂正する。 L_d は $p \times r$ の行列である。予測型オブザーバのブロック線図で表すと図 4.4 の通りである。ただし、ここで z は z 変換子である。

ここで、適切なオブザーバゲイン L_d の定め方を考える必要がある。最終的には \mathbf{x}_n と $\hat{\mathbf{x}}_n$ が一致することが目標なので、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\hat{\mathbf{x}}_n - \mathbf{x}_n) = \mathbf{0}$$

でなければならない。式 (4.3) と式 (4.5) それぞれの第 1 式どうしを引き算すると、

$$(\hat{\mathbf{x}}_{n+1} - \mathbf{x}_{n+1}) = (A_d - L_d C_d) (\hat{\mathbf{x}}_n - \mathbf{x}_n) \quad (4.6)$$

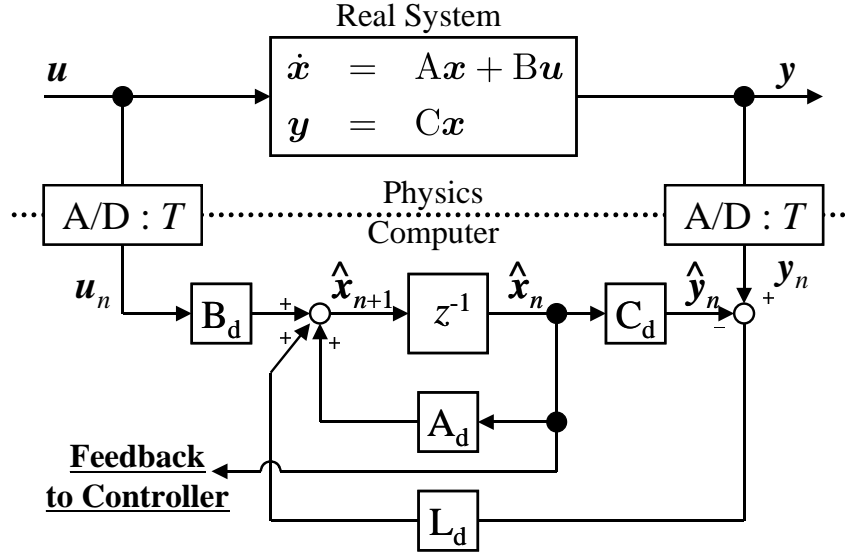


図 4.4: 離散時間上での予測型オブザーバの構成

となる。よって $\hat{x}_n - x_n$ が漸近安定となる条件は、 I を $p \times p$ の単位行列とするとときに、

$$\det[zI - (A_d - L_d C_d)] = 0 \quad (4.7)$$

を満たす固有値 z を求め、 p 個ある全ての固有値に対して

$$|z| < 1 \quad (4.8)$$

が成立することである。制御理論ではこの固有値 z のことを極と呼ぶが、オブザーバの設計は p 個の極が所望の安定な場所に配置されるように L_d を定めることで実現される。

最後に、オブザーバにより状態量を推定できるためには、対象となるシステムの A_d , C_d が次の可観測性を満たすことが必要十分条件であることを注意しておく。この条件が満たされない場合は L_d を変化させても移動できない極が存在するのでオブザーバの構成が困難になる。

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{p-1} \end{bmatrix} = p \quad (4.9)$$

4.3.3 現在型オブザーバ

もうひとつのオブザーバの構成法である現在型オブザーバは次式のようになる。

$$\begin{cases} \tilde{x}_{n+1} = A_d \tilde{x}_n + B_d u_n \\ \hat{x}_n = \tilde{x}_n + L_d (y_n - \tilde{y}_n) \\ \tilde{y}_n = C_d \tilde{x}_n \end{cases} \quad (4.10)$$

予測型とは訂正を行うタイミングが違い、 n サンプル目の制御対象の出力 y_n とオブザーバの出力 \hat{y}_n の誤差を利用し訂正する推定値が同じ n サンプル目の \hat{x}_n であることがポイントである。これをブロック線図で表すと図 4.5 のようになる。

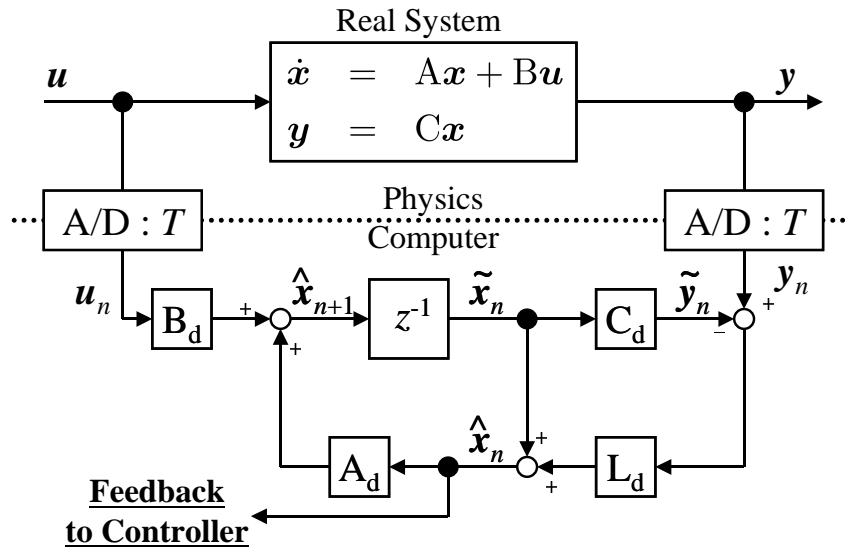


図 4.5: 離散時間上での現在型オブザーバの構成

予測型オブザーバ同様に $\hat{x}_n - x_n$ が漸近安定になる条件を求める。式 4.3 第 1 式と式 4.10 第 2 式の時間微分とを引き算することにより

$$(\hat{x}_{n+1} - x_{n+1}) = (A_c - L_d C_d A_d)(\hat{x}_n - x_n) \quad (4.11)$$

を得られるので、

$$\det[zI - (A_d - L_d C_d A_d)] = 0 \quad (4.12)$$

で求められる p 個全ての極 z に対して式 (4.8) に示すとおり絶対値が 1 より小さいという条件が成り立つことである。現在型オブザーバでも予測型オブザーバ同様に L_d を調整することで極を所望の位置に配置してオブザーバを設計する。

現在型オブザーバでも状態推定を行える必要十分条件は、 A_d , C_d が可観測性を満たすことである。

4.3.4 オブザーバと制御器の分離定理

連続時間でのオブザーバの設計方法は以上の通りであるが、制御器の設計とオブザーバの設計が干渉しあわないことを保証するのが分離定理である。

予測型オブザーバについて、制御対象を示す式 (4.3) の x_n とオブザーバを示す式 (4.5) の \hat{x}_n をセットにした $[x_n \hat{x}_n]^T$ (上付き添え字で斜体にしない T は転置を表す) を状態量

として持つ拡大形を考える。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{n+1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{O} \\ \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d & \mathbf{A}_d - \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_n \\ \hat{\mathbf{x}}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \mathbf{u}_n \quad (4.13)$$

となる。ここで、制御器として状態フィードバックである

$$\mathbf{u}_n = -\mathbf{F}_d\hat{\mathbf{x}}_n \quad (4.14)$$

を施すとすると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{n+1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & -\mathbf{B}_d\mathbf{F}_d \\ \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d & \mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d\mathbf{F}_d - \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_n \\ \hat{\mathbf{x}}_n \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

となることより、 $[\mathbf{x}_n \ \hat{\mathbf{x}}_n]^T$ が漸近安定になる条件を考えると、

$$\begin{aligned} & \det \left(z \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & -\mathbf{B}_d\mathbf{F}_d \\ \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d & \mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d\mathbf{F}_d - \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d \end{bmatrix} \right) \\ &= \det[z\mathbf{I} - (\mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d\mathbf{F}_d)] \cdot \det[z\mathbf{I} - (\mathbf{A}_d - \mathbf{L}_d\mathbf{C}_d)] \end{aligned} \quad (4.16)$$

となり、オブザーバの極と状態フィードバック制御器の極を分離できる。つまり、オブザーバの極を動かしても状態フィードバック制御器の極は移動しない。

現在型オブザーバも同様に分離定理を示すことができる。

4.4 予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ

いままでの一般的なオブザーバの説明ではオブザーバ全体がひとつの離散化周期 T で動いているという仮定に基づいた構成であった。しかし、デュアルレートサンプリングオブザーバでは先に述べたとおり制御周期とパルスエンコーダの周期が異なるシステムを対象とする。以後、パルスエンコーダの周期を T_1 、制御周期を T_2 (ただし $T_1 > T_2$) と置き、周期の比を $N = T_1/T_2$ として便宜上 N は整数であるとする。また、入力 \mathbf{u} 、出力 \mathbf{y} 、状態量 \mathbf{x} 、およびこれらの推定値の離散化したものについて、下付きの添え字 n によってサンプルの順番を示すものは T_2 の周期によるもので、下付きの添え字 m によってサンプルの順番を示すものは T_1 の周期によるものであるとする。また、制御対象の連続時間上での表現である式 (4.2) を式 (4.4) にしたがって離散化するとき、周期 T_1 によるものを以後 $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1$ とし、周期 T_2 によるものを以後 $\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2, \mathbf{C}_2$ とする。

今、同一離散化周期によるオブザーバのブロック線図である図 4.4 (予測型) と図 4.5 (現在型) において、制御対象への入力 \mathbf{u} と出力 \mathbf{y} をそれぞれ離散化周期 T で A/D 変換している部分があるが、デュアルサンプリングレートオブザーバはこの A/D 変換器の周期が左右で異なっていると考えてもいい。制御器には制御周期 T_2 ごとに推定状態量を返す必要があるからオブザーバ自体の周期も T_2 である必要がある。ここで入力 \mathbf{u} はリアルタイムに判るので、これの A/D 変換はオブザーバの周期と同一の T_2 で行うのが合理的である。一方、出力 \mathbf{y} の A/D 変換器の周期は T_1 に制限されていると考える。

通常形式の予測型オブザーバを発展させた予測型デュアルサンプリングレートオブザーバの式は次のとおりである。ただし、 $n \equiv 0$ は合同式であり、 n を N で割った余りが0であることを示す。以後、合同式は $\text{mod } N$ であることを断りなく用いる。

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{x}}_{n+1} = \begin{cases} A_2 \hat{\boldsymbol{x}}_n + B_2 \boldsymbol{u}_n + L_2(\boldsymbol{y}_n - \hat{\boldsymbol{y}}_n) & n \equiv 0 \\ A_2 \hat{\boldsymbol{x}}_n + B_2 \boldsymbol{u}_n & \text{otherwise} \end{cases} \\ \hat{\boldsymbol{y}}_n = C_2 \hat{\boldsymbol{x}}_n \end{cases} \quad (4.17)$$

また、これをブロック線図で示すと図4.6のようになる。ただし z_2 は周期 T_2 による z 変換子である。

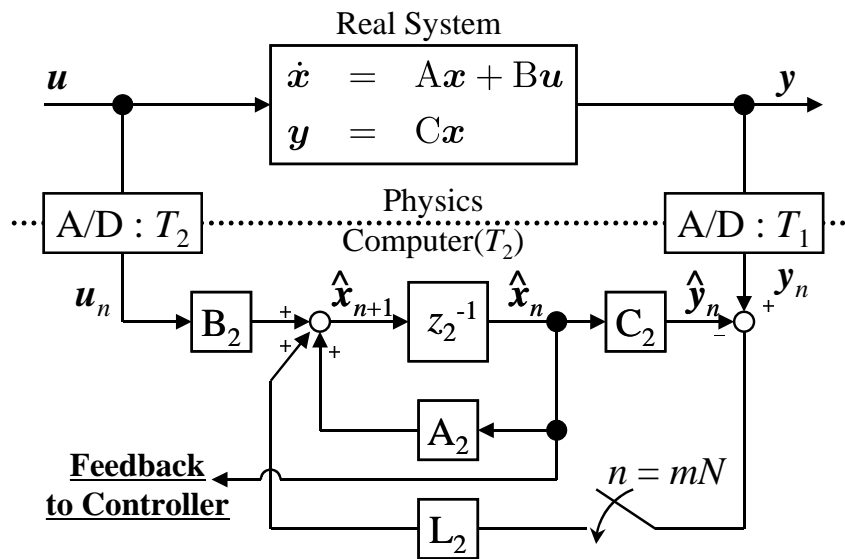


図 4.6: 予測型デュアルサンプリングレートオブザーバのブロック線図

デュアルサンプリングレートオブザーバを定性的に理解する方法は2つ存在する。

1. 周期 T_2 で推定を行う通常形式の予測型オブザーバを基礎に考えて、実際の出力 \boldsymbol{y} を利用して推定値を訂正するのを N 回に1回に限り、残り $N-1$ 回は以前の推定値とリアルタイムにわかる入力 \boldsymbol{u} を用いて推定値の外挿を行っている。
2. 周期 T_1 で推定を行う通常形式の予測型オブザーバを基礎に考えて、これの $\hat{\boldsymbol{x}}_m$ から $\hat{\boldsymbol{x}}_{m+1}$ への計算をする際に A_1 を用いて時間 T_1 を一気に進めるのではなく A_2 を用いて時間 T_2 ごと細かく進めるようにしている。

前者の考え方はこのあとむだ時間を考慮する際に必要になる考え方である。後者の考え方は式(4.17)や図4.6に現れるオブザーバゲイン L_2 を定める際に必要である。

デュアルサンプリングレートオブザーバはこのオブザーバゲイン L_2 の定め方が大きな特徴である。その方法を示す。

1. 周期 T_1 で推定を行う通常形式の予測型オブザーバを想定し、このオブザーバゲインを L_1 とするとき、

$$\det[z_1 I - (A_1 - L_1 C_1)] = 0 \quad (4.18)$$

で求められる p 個の極 z_1 の全てが $|z_1| < 1$ を満たす所望の位置にくるように L_1 を決定する。

2. 次の式にしたがって L_1 を L_2 に変換する。

$$L_2 = (A_2^{N-1})^{-1} L_1 \quad (4.19)$$

これにより、周期 T_1 での通常形式の予測型オブザーバの極 z_1 とデュアルサンプリングレートオブザーバの極 z_2 を同一の場所に置くことができる。このことの証明は参考文献 [7] に詳しいが、ここでは略証を載せる。

今、式 (4.17) によって示されるデュアルサンプリングレートオブザーバの式を、ちょうど周期 T_1 での 1 周期分にあたる $n = mN$ から $n = (m+1)N - 1$ までのものを示す。ただし、入力は $\mathbf{u}_{mN} = \mathbf{u}_{mN+1} = \cdots = \mathbf{u}_{m(N+1)-1} = \mathbf{u}$ で一定とする。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{mN+1} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_2 \mathbf{u} + L_2 (\mathbf{y}_{mN} - C_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN+2} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_2 \mathbf{u} \\ &\vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-2} + B_2 \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} + B_2 \mathbf{u} \end{aligned} \quad (4.20)$$

これらの式を順次代入することにより、次の $\hat{\mathbf{x}}_{mN}$ と $\hat{\mathbf{x}}_{m(N+1)}$ との関係を得る。

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = A_2^N \hat{\mathbf{x}}_{mN} + (A_2^{N-1} + \cdots + A_2 + I) B_2 \mathbf{u} + A_2^{N-1} L_2 (\mathbf{y}_{mN} - C_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN})$$

さらに、連続時間システムを離散化する式 (4.4) を用いて

$$A_2^N = [\exp(AT_2)]^N = \exp(AT_2 N) = \exp(AT_1) = A_1 \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} (A_2^{N-1} + \cdots + A_2 + I) B_2 &= (A_2^{N-1} + \cdots + A_2 + I) (A_2 - I) (A_2 - I)^{-1} B_2 \\ &= (A_2^N - I) (A_2 - I)^{-1} B_2 \\ &= (A_1 - I) (A_2 - I)^{-1} (A_2 - I) A^{-1} B \\ &= (A_1 - I) A^{-1} B \\ &= B_1 \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$C_2 = C_1 \quad (4.23)$$

と各行列を計算できる。ここでは上式に登場する逆行列の存在を仮定しているが、参考文献 [7] では逆行列の存在を仮定せずにこの関係を証明している。よって、最終的に

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = A_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_1 \mathbf{u} + A_2^{N-1} L_2 (\mathbf{y}_{mN} - C_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \quad (4.24)$$

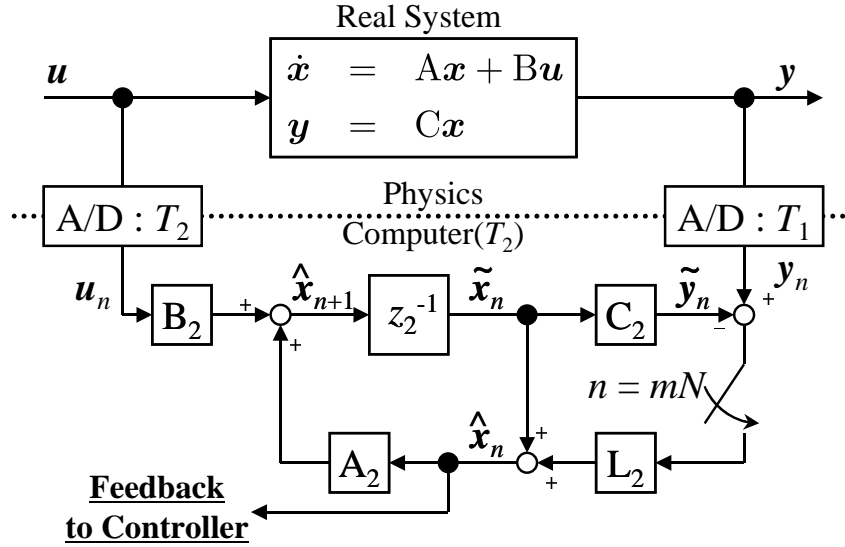


図 4.7: 現在型デュアルサンプリングレートオブザーバのブロック線図

という関係が得られる。一方で、 $\hat{\mathbf{x}}_{mN}$ と $\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N}$ とは周期 T_1 で計算をする通常形式の予測型オブザーバではちょうど1回分にあたる計算で、式 (4.5) よりオブザーバゲインを L_1 とすれば次式を得る。

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = A_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_1 \mathbf{u} + L_1 (\mathbf{y}_{mN} - C_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \quad (4.25)$$

よって、この式 (4.24) と式 (4.25) を比較することにより式 (4.19) の関係が得られる。

4.5 現在型デュアルサンプリングレートオブザーバ

通常形式の現在型オブザーバを発展させて現在型デュアルサンプリングレートオブザーバを構成できる。式は次のようになる。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{n+1} = A_2 \hat{\mathbf{x}}_n + B_2 \mathbf{u}_n \\ \hat{\mathbf{x}}_n = \begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_n + L_2 (\mathbf{y}_n - \tilde{\mathbf{y}}_n) & n \equiv 0 \\ \tilde{\mathbf{x}}_n & \text{otherwise} \end{cases} \\ \tilde{\mathbf{y}}_n = C_2 \tilde{\mathbf{x}}_n \end{cases} \quad (4.26)$$

ブロック線図は図 4.7 のとおりである。予測型との大きな差は通常形式の場合と同様で、予測型が n サンプル目の誤差により $n+1$ サンプル目の推定値が訂正されるのに対して、現在型は n サンプル目の誤差により n サンプル目の推定値が訂正される。このことは、一方で計算機のスピードが要求されることを意味するが、他方でオブザーバゲイン L_2 が次に示すような予測型よりも簡単な式で周期 T_1 の通常形式のオブザーバのオブザーバゲイン L_1 から変換できることを意味する。

予測型と同様に L_1 を L_2 に変換する式を求める。式 (4.26) より入力が一定の \mathbf{u} であるとして $\hat{\mathbf{x}}_{mN}$ と $\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N}$ の関係を求めると、

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_{mN+1} &= \tilde{\mathbf{x}}_{mN+1} = A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_2 \mathbf{u} \\
\hat{\mathbf{x}}_{mN+2} &= \tilde{\mathbf{x}}_{mN+2} = A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN+1} + B_2 \mathbf{u} \\
&\vdots \\
\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} &= \tilde{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} = A_2 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-2} + B_2 \mathbf{u} \\
&\quad \tilde{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = A_2 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} + B_2 \mathbf{u} \\
\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} &= \tilde{\mathbf{x}}_{(m+1)N} + L_2 (\mathbf{y}_{(m+1)N} - C_2 \tilde{\mathbf{x}}_{(m+1)N})
\end{aligned} \tag{4.27}$$

を順次代入することにより、

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} &= (A_2^N - L_2 C_2 A_2^N) \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\
&\quad + (I - L_2 C_2) (A_2^{N-1} + \dots + A_2 + I) B_2 \mathbf{u} \\
&\quad + L_2 \mathbf{y}_{(m+1)N}
\end{aligned}$$

を得る。さらに式 (4.21)(4.22)(4.23) を用いることで、次式のようになる。

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = (A_1 - L_2 C_1 A_1) \hat{\mathbf{x}}_{mN} + (B_1 - L_2 C_1 B_1) \mathbf{u} + L_2 \mathbf{y}_{(m+1)N} \tag{4.28}$$

今、周期 T_1 での通常形式の現在型オブザーバの式 (4.10) を使い、オブザーバゲインを L_1 とすれば、 $\hat{\mathbf{x}}_{mN}$ と $\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N}$ の関係は

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = (A_1 - L_1 C_1 A_1) \hat{\mathbf{x}}_{mN} + (B_1 - L_1 C_1 B_1) \mathbf{u} + L_1 \mathbf{y}_{(m+1)N} \tag{4.29}$$

となる。よって、式 (4.28) と式 (4.29) の比較により、

$$L_2 = L_1 \tag{4.30}$$

と求めることができる。すなわち、周期 T_1 の通常形式の現在型オブザーバにおいて

$$\det[z_1 I - (A_1 - L_1 C_1 A_1)] = 0 \tag{4.31}$$

で定められる p 個の極 z_1 の全てが $|z_1| < 1$ を満たす所望の位置になるように L_1 を設計し、それをそのまま現在型デュアルレートサンプリングオブザーバのオブザーバゲイン L_2 に適用すればよい。

現在型デュアルサンプリングレートオブザーバは予測型に比べてオブザーバゲイン L_2 が $N = T_1/T_2$ に拠らない特徴がある。これは、低分解能パルスエンコーダのように速度により周期 T_1 つまり N が変動する用途を考えると、予測型では予めオフラインで計算したゲインテーブルを持って様々な N に対応できるようにする必要がある一方、現在型ではたった1つのゲインを持っていけばいいという差に現れる。しかし、予測型が周期 T_2 で見た場合の n 番目の情報により $n+1$ 番目の推定値を訂正する仕組みなのに対し、現在型は n 番目の情報により同じく n 番目の推定値の訂正を行うので、現在型の方が速く高性能なコンピュータを用いる必要がある。

これから先は、汎用カメラでの位置信号取得を前提としてむだ時間を考慮した形にデュアルサンプリングレートオブザーバを拡張するが、その際は N は一定であるため予測型の不利な点であるゲインテーブルの問題はなく、他方現在型の不利な点である高性能コンピュータの必要性は依然として残ったままになる。よって、基本的に予測型デュアルサンプリングレートオブザーバを拡張することで議論を展開する。

第5章 一定むだ時間を考慮したデュアル サンプリングレートオブザーバ

この章では、予測型デュアルサンプリングレートオブザーバを基礎として、推定値訂正のための実システムの出力が一定むだ時間を含む場合でも安定した推定が行えるように拡張を行う。

5.1 むだ時間が実システム出力周期より小さい場合

まずは、実システム出力周期 T_1 よりも小さいむだ時間が実システム出力に存在する場合を取り扱う。この場合は、式 (4.17) や図 4.6) で示した予測型デュアルサンプリングオブザーバの構成を大きく変えず、オブザーバゲインの調整によりむだ時間を考慮できる。

今、実システム出力周期の一定むだ時間を T_d と置き、

$$T_d = (k_2 - 1)T_2 \quad (5.1)$$

であるとする。今回は $0 \leq T_d < T_1$ 、すなわち $1 \leq k_2 \leq N$ である。このとき、予測型デュアルサンプリングレートオブザーバの式 (4.6) から自然に考えられるむだ時間を考慮した拡張は次式のとおりである。またブロック線図では図 5.1 のようになる。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{n+1} &= \begin{cases} A_2 \hat{\mathbf{x}}_n + B_2 \mathbf{u}_n + L_2(\mathbf{y}_{n-(k_2-1)} - \hat{\mathbf{y}}_{n-(k_2-1)}) & n \equiv k_2 - 1 \\ A_2 \hat{\mathbf{x}}_n + B_2 \mathbf{u}_n & \text{otherwise} \end{cases} \\ \hat{\mathbf{y}}_n &= C_2 \hat{\mathbf{x}}_n \end{cases} \quad (5.2)$$

ただしこの式では見通しが悪いので、入力を \mathbf{u} で一定とした上で $n = mN$ から $n = (m+1)N - 1$ までについて式を順次書き出してみる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{mN+1} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_2 \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN+2} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_2 \mathbf{u} \\ &\vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN+(k_2-1)} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN+(k_2-2)} + B_2 \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN+k_2} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN+(k_2-1)} + B_2 \mathbf{u} + L_2(\mathbf{y}_{mN} - C_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN+(k_2+1)} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN+k_2} + B_2 \mathbf{u} \\ &\vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-2} + B_2 \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} &= A_2 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-1} + B_2 \mathbf{u} \end{aligned} \quad (5.3)$$

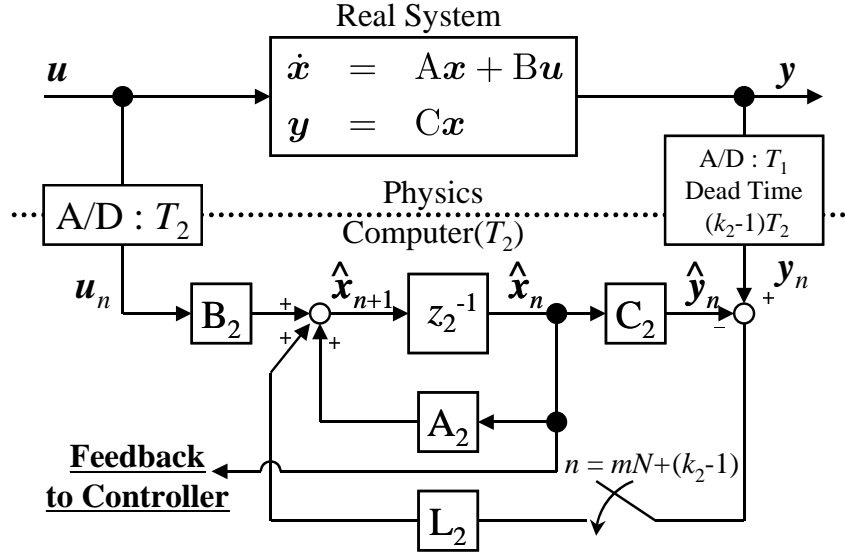


図 5.1: 実システム出力に T_1 より小さいむだ時間がある場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ

この式 (5.3) と、むだ時間のない場合について順次書き出した式 (4.20) を比較すると、訂正項 $L_2(\mathbf{y}_{mN} - C_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN})$ が加わるタイミングが $k_2 - 1$ だけ遅れていることがポイントである。

デュアルサンプリングレートオブザーバの根底にある考え方として、あくまで通常形式のオブザーバを基本としていることがある。よって、むだ時間がなかった場合と同様に、むだ時間を持っている場合も式 (5.3) を順次代入することにより $\hat{\mathbf{x}}_{mN}$ と $\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N}$ との関係を求める。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} &= A_2^N \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ &+ (A_2^{N-1} + \cdots + A_2 + I) B_2 \mathbf{u} \\ &+ A_2^{N-k_2} L_2 (\mathbf{y}_{mN} - C_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \end{aligned} \quad (5.4)$$

式 (4.21)(4.22)(4.23) を用いて変形すると、

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} = A_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + B_1 \mathbf{u} + A_2^{N-k_2} L_2 (\mathbf{y}_{mN} - C_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \quad (5.5)$$

となるので、周期 T_1 での通常形式の予測型オブザーバの式 (4.25) と比較をすることにより、

$$L_2 = (A_2^{N-k_2})^{-1} L_1 \quad (5.6)$$

とすれば、周期 T_1 での通常形式の予測型オブザーバの極と、 T_1 より小さいむだ時間を考慮した予測型デュアルサンプリングレートオブザーバの極を同じ位置に配置できるようになる。むだ時間のない場合の L_2 を求める式 (4.19) とこの式を比べれば、理論の連続性を確かめられる。

以上より、予測型デュアルサンプリングレートオブザーバを T_1 より小さい一定むだ時間を含んだ y に対応できるように拡張するためには、式 (4.17) や図 4.6 で示されるむだ時間のない予測型デュアルサンプリングレートオブザーバに対して、

1. 訂正項を状態推定値に加えるタイミングを $k_2 - 1$ サンプルだけ遅らせる
2. オブザーバゲイン L_2 を式 (5.6) に従い設計する

の2点の変更を行うことで実現できる。

むだ時間が T_1 より小さい場合には上記のような小変更で対応可能である理由を考えたい。周期 T_1 の通常形式の予測型オブザーバの立場で考えれば、実システムの出力がリアルタイムに判っていたとしても訂正に利用できるのは T_1 だけ後になってしまうという原理的な性質がある。デュアルレート化することでこの予測型に原理的に含まれる訂正の遅れを T_2 まで短縮したのがむだ時間のない場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバであると考えられる。一方、この予測型の原理的な遅れの仕組みを利用してむだ時間を吸収させているのが今回の拡張方法である。この際、どのタイミングでの実システムの出力を用いてどのタイミングの状態推定量を訂正しているか、ということをきちんと考えておく必要がある。図 5.2 で考えると、むだ時間が T_1 より小さい場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバを示す (c) では mN 番目の実システム出力を用いて $mN + k_2$ 番目の状態推定量を訂正する枠組みであり、これは (a) の周期 T_1 の通常形式の予測型オブザーバでの mN 番目の実システム出力により $(m+1)N$ 番目の状態推定量を訂正する枠組みの内部に納まっているから、このような簡便な方法で対処できたといえる。

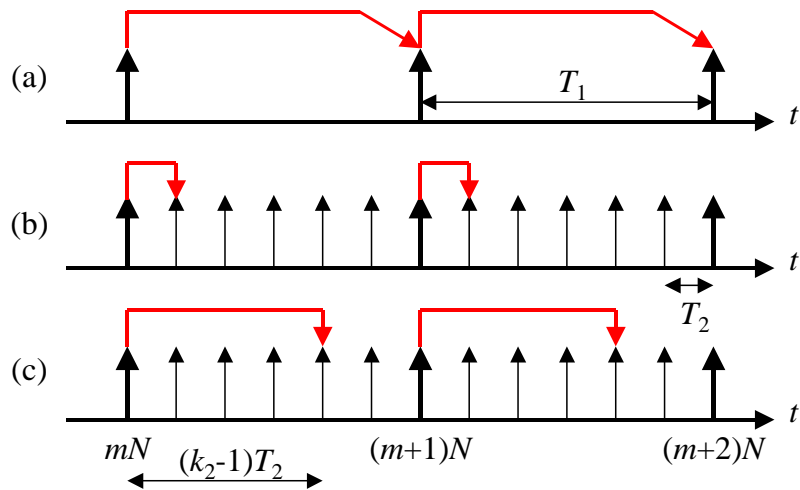


図 5.2: オブザーバの実システム出力と推定状態量訂正のタイミング (a) 周期 T_1 の通常形式の予測型オブザーバ (b) むだ時間を考慮しない予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ (c) T_1 より小さいむだ時間を考慮した予測型デュアルレートサンプリングオブザーバ

5.2 むだ時間が実システム出力周期より大きい場合 1 -推定状態量をむだ時間分だけ保存する方式-

実システム出力に含まれるむだ時間が T_1 より小さい場合は式 (5.6) により簡単に対処できた。この式は一見、 $T_d \geq T_1$ すなわち $k_2 > N$ でも有効なように見える。しかし、実際に $T_d \geq T_1$ の条件で式 (5.6) を用いて設計を行ったオブザーバは安定しない。理由は先に述べたとおり、このむだ時間が周期 T_1 の通常形式の予測型オブザーバの枠組みを超えるものであるからである。今までのデュアルサンプリングレートオブザーバの設計は、最終的には通常形式のオブザーバの設計に置き換える構造になっている。よって、この構造に従う限りにおいては、むだ時間が T_1 より大きい場合にはそもそも置き換えるべき通常形式のオブザーバの設計をむだ時間に対応するように変更しなければならない。

具体的に、図 5.3 のタイミング図で考える。 $T_d \geq T_1$ であるような予測型デュアルサンプリングレートオブザーバである (b) は、(a) に示す周期 T_1 の通常形式の予測型オブザーバの実システム出力と推定状態量訂正のタイミングの枠組みに収まっていない。よって、設計の際に置き換えるべき通常形式の予測型オブザーバは (c) のようなタイミングを持つものでなければならない。

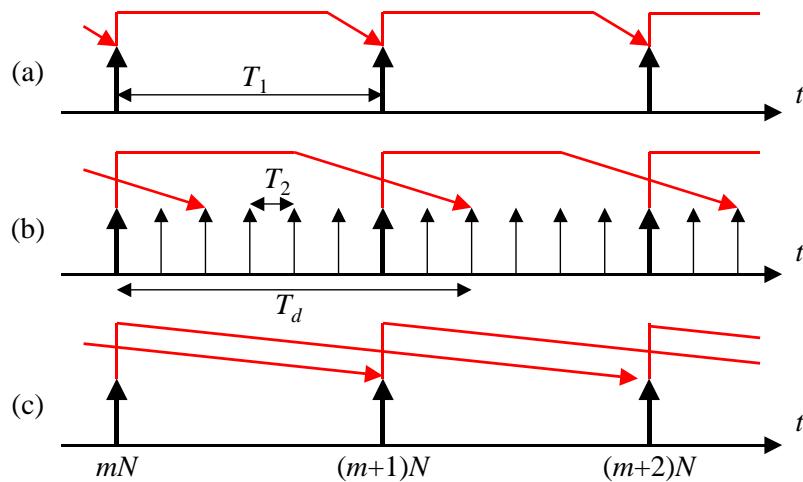


図 5.3: むだ時間が T_1 より大きい場合のオブザーバの実システム出力と推定状態量訂正のタイミング (a) 周期 T_1 の通常形式の予測型オブザーバ (b) むだ時間 $T_d \geq T_1$ の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ (c) むだ時間 $T_d \geq T_1$ の予測型デュアルサンプリングオブザーバの設計の基礎とすべき周期 T_1 の通常形式オブザーバ

5.2.1 むだ時間を含む通常形式の予測型オブザーバ

図 5.3(c) のように、1 サンプル遅れの訂正タイミングをもつ周期 T_1 の通常形式のオブザーバは、単純に考えれば式では次のように書ける。

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+2)N} = A_1 \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} + B_1 \mathbf{u}_{(m+1)N} + L_1 (\mathbf{y}_{mN} - C_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN}) \quad (5.7)$$

しかし、この式では L_1 を適切に定めて安定な推定を行うことは難しい。なぜならば、実システムを離散化した

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{(m+1)N} = A_1 \mathbf{x}_{mN} + B_2 \mathbf{u}_{mN} \\ \mathbf{y}_{mN} = C_1 \mathbf{x}_{mN} \end{cases} \quad (5.8)$$

とこの式を引き算すると

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+2)N} - \mathbf{x}_{(m+2)N} = A_1(\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} - \mathbf{x}_{(m+1)N}) - L_1 C_1(\hat{\mathbf{x}}_{mN} - \mathbf{x}_{mN}) \quad (5.9)$$

となり、周期 T_1 での z 変換子 z_1 を用いることにより

$$(z_1^2 I - z_1 A_1 + L_1 C_1)(\hat{\mathbf{x}}_{mN} - \mathbf{x}_{mN}) = 0 \quad (5.10)$$

となる。ここから $\hat{\mathbf{x}}_{mN} - \mathbf{x}_{mN}$ の漸近安定条件を求めるなら、

$$\det(z_1^2 I - z_1 A_1 + L_1 C_1) = 0 \quad (5.11)$$

で求められる極 z_1 の全てが $|z_1| < 1$ を満たさなければならない。しかし、この行列式は z_1^2 を含むため極が $2p$ 個得られるが、オブザーバゲイン L_1 はそもそも p 個の極を動かすのに必要十分な数のパラメータでしか構成されていないため、全ての極を所望の位置に配置することができない。

このように極を配置するためのオブザーバゲインのパラメータが不足している場合の対処法は、推定状態量を 1 回前の計算のものを保持する拡大系にすることでオブザーバゲインの行列も拡大することである。 $[\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} \ \hat{\mathbf{x}}_{mN}]^T$ を状態量とする周期 T_1 の予測型オブザーバを新たに考えて、オブザーバゲインとして $L_{1,1}$, $L_{1,2}$ (いずれも $p \times r$) を用いることで、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & O_{p \times p} \\ I_{p \times p} & O_{p \times p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m-1)N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ O_{p \times q} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{mN} \\ &+ \begin{bmatrix} O_{p \times r} & L_{1,0} \\ O_{p \times r} & L_{1,1} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{mN} \\ \mathbf{y}_{(m-1)N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_1 & O_{r \times p} \\ O_{r \times p} & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m-1)N} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5.12)$$

となる。この式では本来むだ時間のためこのタイミングでは得られないはずの \mathbf{y}_{mN} が含まれているが、これは形式的なものであり、オブザーバゲインの行列によりマスクされて実際には計算に用いていない。同様に実システムの式 (5.8) も拡大系にしてこの式と引き算をすることにより、

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(m+1)N} \\ \mathbf{x}_{mN} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1 & -L_{1,1} C_1 \\ I_{p \times p} & -L_{1,2} C_1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m-1)N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{mN} \\ \mathbf{x}_{(m-1)N} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

となるので、漸近安定の条件より、

$$\det \left(z_1 I_{2p \times 2p} - \begin{bmatrix} A_1 & -L_{1,1} C_1 \\ I_{p \times p} & -L_{1,2} C_1 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (5.14)$$

で求められる極 z_1 に対して極配置を行う形になり、オブザーバゲインのパラメータ数が増えることにより極を配置できるようになる。

しかし、実際に極配置を行うと、移動不可能な極 $z_1 = 0$ が複数表れる。これは、オブザーバに冗長な部分が存在することを意味する。先のオブザーバでは過去に推定した $\hat{\mathbf{x}}$ をむだ時間分保持した後に C_1 をかけて実システムの実出力 \mathbf{y} と比較を行う仕組みになっているが、実際には推定した直後に C_1 を掛けて $\hat{\mathbf{y}}$ をむだ時間分保持して比較すればよく、この方がコンパクトなオブザーバになる。

最終的に、むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバを構成するための基礎となる同一周期 T_1 のオブザーバは次のとおりになる。このオブザーバではむだ時間は T_1 の整数倍のものしか考慮できないので、本来のむだ時間 T_d を

$$T_d = k_1 T_1 + (k_2 - 1) T_2 \quad (5.15)$$

ただし $0 \leq k_1, 1 \leq k_2 \leq N$

と分解して、このうち $k_1 T_1$ の部分を考える。このとき、 k_1 サンプルだけ推定した出力 $\hat{\mathbf{y}}$ を保持するように拡張した状態量を持つ次のようなオブザーバを考える。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-1)N} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1+2)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1+1)N} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & O_{p \times r} & \cdots & \cdots & O_{p \times r} \\ C_1 & O_{r \times r} & \cdots & \cdots & O_{r \times r} \\ O_{r \times p} & I_{r \times r} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ O_{r \times p} & & & I_{r \times r} & O_{r \times r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-2)N} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1+1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1)N} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_1 \\ O_{r \times q} \\ \vdots \\ O_{r \times q} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{mN} \\ &+ \begin{bmatrix} L_1 \\ \ell_1 \\ \vdots \\ \ell_{k_1} \end{bmatrix} \left(\mathbf{y}_{(m-k_1)N} - \begin{bmatrix} O_{p \times r} \\ O_{r \times r} \\ \vdots \\ O_{r \times r} \\ I_{r \times r} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-2)N} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1+1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1)N} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5.16)$$

このとき、 $\ell_1, \dots, \ell_{k_1}$ は新たに追加されたオブザーバゲインで、それぞれが $r \times r$ の大

きさを持つ。以後、各行列が大きいので、次のように記号を置く。

$$\hat{\mathbf{X}}_{mN} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-2)N} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1+1)N} \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m-k_1)N} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$[\mathbf{A}] = \left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{A}_1 & \mathbf{O}_{p \times r} & \cdots & \cdots & \mathbf{O}_{p \times r} \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{O}_{r \times r} & \cdots & \cdots & \mathbf{O}_{r \times r} \\ \mathbf{O}_{r \times p} & \mathbf{I}_{r \times r} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{O}_{r \times p} & & & \mathbf{I}_{r \times r} & \mathbf{O}_{r \times r} \end{array} \right] \quad (5.18)$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{O}_{r \times q} \\ \vdots \\ \mathbf{O}_{r \times q} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$[\mathbf{C}] = \left[\mathbf{O}_{r \times p} \mid \mathbf{O}_{r \times r} \quad \cdots \quad \mathbf{O}_{r \times r} \quad \mathbf{I}_{r \times r} \right] \quad (5.20)$$

$$[\mathbf{L}] = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \boldsymbol{\ell}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\ell}_{k_1} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

これにより式 (5.16) を書き直すと、

$$\hat{\mathbf{X}}_{(m+1)N} = [\mathbf{A}]\hat{\mathbf{X}}_{mN} + [\mathbf{B}]\mathbf{u}_{mN} + [\mathbf{L}](\mathbf{y}_{(m-k_1)N} - [\mathbf{C}]\hat{\mathbf{X}}_{mN}) \quad (5.22)$$

となる。これが先の図 5.3(c) で示した実システム出力と推定状態量訂正のタイミングをもち安定した推定を行える同一周期オブザーバである。

ここで、むだ時間を含む実システムがどう見えるかを考えると、これは今回考えたオブザーバと同様に出力 \mathbf{y} をむだ時間分保持するようなシステムになっている。よって、上記の記号を用いて実システムを定式化すれば、

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{(m+1)N} = [\mathbf{A}]\mathbf{X}_{mN} + [\mathbf{B}]\mathbf{u}_{mN} \\ \mathbf{y}_{(m-k_1)N} = [\mathbf{C}]\mathbf{X}_{mN} \end{cases} \quad (5.23)$$

となる。よって、式 (5.22) と式 (5.23) より、 $\hat{\mathbf{X}}_{mN} - \mathbf{X}_{mN}$ が漸近安定になる条件を求めたい。両式の引き算により、次の式を得られる。

$$\hat{\mathbf{X}}_{(m+1)N} - \mathbf{X}_{(m+1)N} = ([\mathbf{A}] - [\mathbf{L}][\mathbf{C}])(\hat{\mathbf{X}}_{mN} - \mathbf{X}_{mN}) \quad (5.24)$$

すなわち、

$$\det \left[z_1 \mathbf{I}_{(p+k_1r) \times (p+k_1r)} - ([\mathbf{A}] - [\mathbf{L}][\mathbf{C}]) \right] = 0 \quad (5.25)$$

によって求められる極 z_1 の $p + k_1r$ 個全てに対して $|z_1| < 1$ を満たすような所望の位置になるように $[\mathbf{L}]$ を設計することにより、式 (5.22) のオブザーバは安定した推定を行える。ここで、

$$[\mathbf{A}] - [\mathbf{L}][\mathbf{C}] = \left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{A}_1 & \mathbf{O}_{p \times r} & \cdots & \mathbf{O}_{p \times r} & -\mathbf{L}_1 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{O}_{r \times r} & \cdots & \mathbf{O}_{r \times r} & -\boldsymbol{\ell}_1 \\ \mathbf{O}_{r \times p} & \mathbf{I}_{r \times r} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{O}_{r \times p} & & & \mathbf{I}_{r \times r} & -\boldsymbol{\ell}_{k_1} \end{array} \right] \quad (5.26)$$

である。

このオブザーバが可観測性を満たしていることを確認しておく。今回の場合の可観測性は次の式が成り立つことである。

$$\text{rank} \begin{bmatrix} [\mathbf{C}] \\ [\mathbf{C}][\mathbf{A}] \\ \vdots \\ [\mathbf{C}][\mathbf{A}]^{p+k_1r-1} \end{bmatrix} = p + k_1r \quad (5.27)$$

この行列の上部のみを計算する。

$$\begin{aligned} \text{rank} \begin{bmatrix} [\mathbf{C}] \\ [\mathbf{C}][\mathbf{A}] \\ \vdots \\ [\mathbf{C}][\mathbf{A}]^{p+k_1-1} \end{bmatrix} &= \text{rank} \left[\begin{array}{c|ccc} & & & \mathbf{I}_{r \times r} \\ & & \ddots & \\ & & \mathbf{I}_{r \times r} & \\ \hline \mathbf{C}_1 & & & \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1 & & & \\ \vdots & & & \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1^{p-1} & & & \end{array} \right] \\ &= p + k_1r \end{aligned} \quad (5.28)$$

ただし、 \mathbf{A}_1 , \mathbf{C}_1 の可観測性を利用した。これにより式 (5.27) が成り立ち、式 (5.16) で状態推定が行えることが確かめられた。

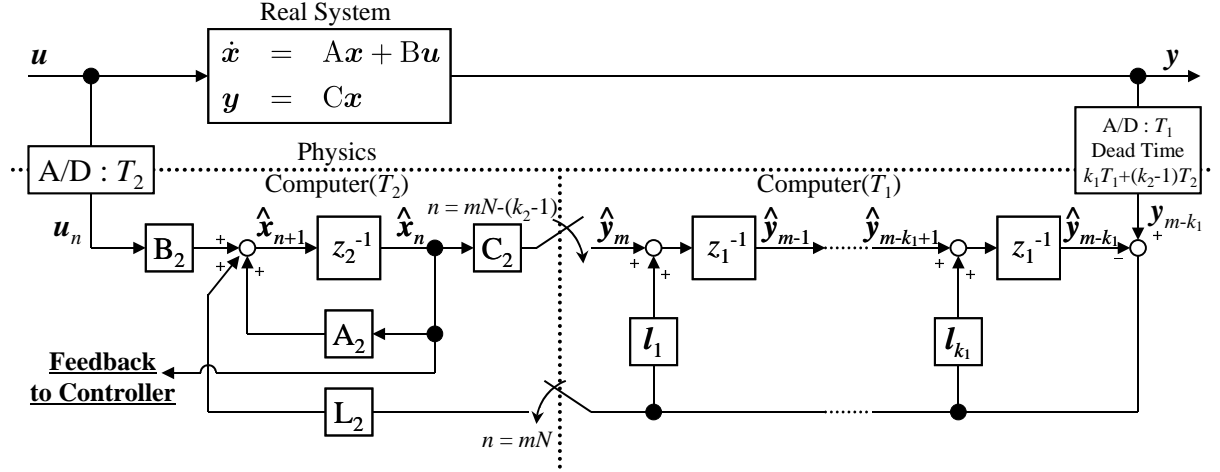


図 5.4: T_1 より大きいむだ時間を考慮した予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ

5.2.2 デュアルサンプリングレートオブザーバへの置き換え

むだ時間を考慮した通常形式のオブザーバをデュアルサンプリング化する。式 (5.16) のシステム行列である $[A]$ は、3つの役割をもつ部分に分けられる。

$$[A] = \left[\begin{array}{c|ccc} A_1 & O_{p \times r} & \cdots & \cdots & O_{p \times r} \\ \hline C_1 & O_{r \times r} & \cdots & \cdots & O_{r \times r} \\ O_{r \times p} & I_{r \times r} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ O_{r \times p} & & & I_{r \times r} & O_{r \times r} \end{array} \right]$$

において、線で区切った4区画のうち、左上は状態量ベクトルの推定を行っている部分、左下は推定状態量ベクトルから出力推定値を計算する部分、右下は出力推定値をむだ時間分バッファに保存する部分である。出力をむだ時間分保存する右下の部分は制御器に推定状態量を返す部分に直接的には関与しないので、この部分はゆっくりとした周期 T_1 ごと計算を行えば充分である。出力を計算する左下部分は推定部分と保存部分を結ぶ役割である。よって、デュアルレート化が必要な部分は推定を行っている左上だけである。

以上のような考察により、 T_1 より大きいむだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバは図 5.4 のようになる。各部分を詳説する。まず、推定を行う部分はデュアルレート化することによって次のような周期 T_2 で駆動させる式になる。

$$\hat{x}_{n+1} = \begin{cases} A_2 \hat{x}_n + B_2 u_n + L_2 (y_{n-[k_1 N + (k_2 - 1)]} - \hat{y}_{n-[k_1 N + (k_2 - 1)]}) & n \equiv 0 \\ A_2 \hat{x}_n + B_2 u_n & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.29)$$

ここでフィードバックゲイン L_2 は、式 (5.25) に従い設計した $[L]$ のうち L_1 の部分について、

$$L_2 = (A_2^{N-k_2})^{-1} L_1 \quad (5.30)$$

により算出する。全体のむだ時間 $T_d = k_1 T_1 + (k_2 - 1) T_2$ のうち、 $(k_2 - 1) T_2$ はこのゲインの部分で考慮される。また推定出力を保存する部分は、周期 T_1 にて

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_m \\ \hat{\mathbf{y}}_{m-1} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{m-k_1+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{r \times r} & \cdots & \cdots & \mathbf{O}_{r \times r} \\ \mathbf{I}_{r \times r} & & & \vdots \\ & \ddots & & \vdots \\ & & \mathbf{I}_{r \times r} & \mathbf{O}_{r \times r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_{m-1} \\ \hat{\mathbf{y}}_{m-2} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{m-k_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{r \times r} \\ \mathbf{O}_{r \times r} \\ \vdots \\ \mathbf{O}_{r \times r} \end{bmatrix} \mathbf{y}_m \\ &+ \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \vdots \\ \ell_{k_1} \end{bmatrix} \left(\mathbf{y}_{m-k_1} - \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{r \times r} & \cdots & \mathbf{O}_{r \times r} & \mathbf{I}_{r \times r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_{m-1} \\ \hat{\mathbf{y}}_{m-2} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{m-k_1} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

の計算を行っているが、この行列はほとんどの要素が0であるので実際には図5.4のように z_1^{-1} を利用して値の保存を行うようにしている。このときのゲイン $\ell_1, \dots, \ell_{k_1}$ は式(5.25)にて定められた $[\mathbf{L}]$ の要素のものをそのまま用いる。最後にこの2つの部分を結ぶところは、

$$\hat{\mathbf{y}}_m = \mathbf{C}_2 \hat{\mathbf{x}}_{mN-(k_2-1)} \quad (5.32)$$

$$\mathbf{y}_{n-[k_1 N+(k_2-1)]} - \hat{\mathbf{y}}_{n-[k_1 N+(k_2-1)]} = \mathbf{y}_{m-k_1} - \hat{\mathbf{y}}_{m-k_1} \quad (5.33)$$

となる。

5.2.3 むだ時間分の推定状態量を保持する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバの特徴

むだ時間を考慮するように予測型デュアルサンプリングレートオブザーバを拡張するために、推定した出力をむだ時間分保存する枠組みになった。このときに、極の数は p から $p+k_1 r$ に増加し、これによりオブザーバゲインのパラメータ数も $p \times r$ 個から $(p+k_1 r) \times r$ 個に増加した。オブザーバゲインのうち $\ell_1, \dots, \ell_{k_1}$ は、一旦計算された推定出力 $\hat{\mathbf{y}}$ も単純にむだ時間分保存するだけではよくなく、その後に判明する実システム出力 \mathbf{y} によって訂正を加える必要があることを意味する。このオブザーバの推定状態量と実際の状態量との整合性は、式(5.24)に現れる $[\mathbf{A}] - [\mathbf{L}][\mathbf{C}]$ の漸近安定性により保証される。しかし、このオブザーバはむだ時間が大きくなるほど極の数が増える構造をしており、それに従い極配置が煩わしくなる。また、むだ時間のないオブザーバなら極配置は実システムとの対応よく考えられるが、むだ時間が入ることで追加された極の直感的な意味は不明である。つまり、推定状態量の正確さは保証されるものの設計に難のあるオブザーバであるといえる。

5.3 むだ時間が実システム出力周期より大きい場合2 -過去と現在の 2つの推定状態量を用いる方式-

先の方法による T_1 より大きいむだ時間の考慮では、正確さは保証されるもののむだ時間が大きくなるにつれ極配置が煩雑になる難点があった。今回は別のアプローチによってむだ時間を考慮する。

先の方法で極の数が増えてしまった原因は、オブザーバ内部にとっても大きいフィードバックループがあったことである。推定出力をむだ時間分保持することによりフィードバックループに z_1^{-1} が次々と挿入されて極の数が増し、オブザーバゲインのパラメータ数もこれに従い増加して設計を難しくしてしまった。このことのもそもその原因は、推定する状態量が現在のものであるのに実システムの出力が T_d だけ古いということである。逆に考えれば、推定する状態量も T_d だけ古いものでいいのであれば、推定状態量の時間と実システム出力の時間がそろうのでこのように極を増やす必要がなく、むだ時間がない場合と同様な構成でよいはずである。しかし、制御器にはあくまで現在の推定状態量を返す必要があるため、この間を別の方法でつなぐ必要がある。

以上のことより、

1. むだ時間分だけ古い推定状態量でオブザーバを構成することにより極の数を増やさずにオブザーバの安定性を保証する
2. これとは別に現在の推定状態量をオブザーバに持たせ、むだ時間分古い推定状態量から何らかの方法でつないでやる

という構成のオブザーバを用いることで、極の数を増やさずにむだ時間を考慮できるはずである。

5.3.1 むだ時間分だけ古い状態推定量を推定するオブザーバ

以後、むだ時間 T_d に対して、

$$T_d = k_1 T_1 + (k_2 - 1) T_2 = k T_2 \quad (5.34)$$

と新たに k を置く。定義より $k = k_1 N + (k_2 - 1)$ である。

ここで、オブザーバが推定する実システムの考え方について述べる。図 5.5 は実システムに対するむだ時間の挿入される位置を書いたものである。今までのシステムでは (a) のように出力 \mathbf{y} がむだ時間要素 e^{-sT_d} を通ってから A/D 変換されているように考えてきたが、(b) のように入力 \mathbf{u} がまずむだ時間要素 e^{-sT_d} を通ってから実システムに入ると考えても、結局オブザーバに対して与えられる \mathbf{y}_{n-k} は同一のものになることがわかる。本来の実システムは当然 (a) の形をしており、先までの議論では実システムの現在の状態量を推定することが目的であったためこれでよかったが、今回はあくまでむだ時間分遅れた状

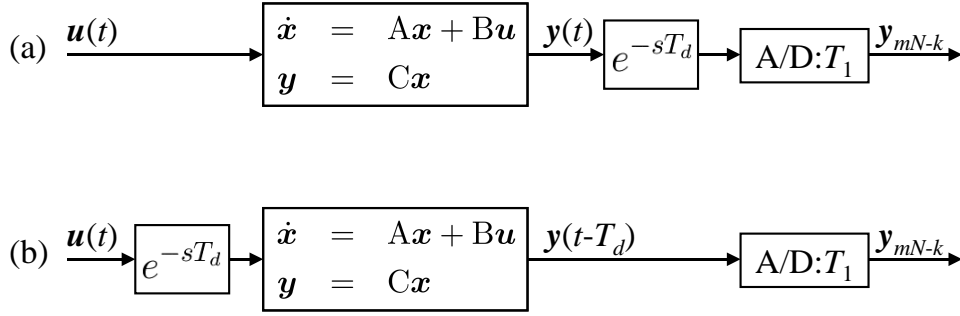


図 5.5: 実システムにおけるむだ時間の挿入される位置

状態量の推定を行うので (b) で考えたほうが都合がよい。実システムを (b) のように解釈するとき、その周期 T_1 で離散化したモデルは次のようになる。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{(m+1)N-k} &= A_1 \mathbf{x}_{mN-k} + B_1 \mathbf{u}_{mN-k} \\ \mathbf{y}_{(m+1)N-k} &= C_1 \mathbf{x}_{mN-k} \end{cases} \quad (5.35)$$

よって、このむだ時間分遅れた状態量を推定する周期 T_1 のオブザーバは

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-k} &= A_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN-k} + B_1 \mathbf{u}_{mN-k} + L_1 (\mathbf{y}_{mN-k} - \hat{\mathbf{y}}_{mN-k}) \\ \hat{\mathbf{y}}_{(m+1)N-k} &= C_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN-k} \end{cases} \quad (5.36)$$

となる。 $\hat{\mathbf{x}}_{mN-k} - \mathbf{x}_{mN-k}$ が漸近安定となる条件は、式 (5.35) と式 (5.36) の引き算により

$$\hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N-k} - \mathbf{x}_{(m+1)N-k} = (A_1 - L_1 C_1) (\hat{\mathbf{x}}_{mN-k} - \mathbf{x}_{mN-k}) \quad (5.37)$$

となるので、

$$\det[z_1 I - (A_1 - L_1 C_1)] = 0 \quad (5.38)$$

で求められる極 z_1 について p 個全てが $|z_1| < 1$ を満たすことである。これは、むだ時間のない通常形式の予測型オブザーバのものと同様である。

以上のとおりむだ時間分だけ遅れた状態量を推定するデュアルサンプリングレートオブザーバは、むだ時間のない予測型デュアルサンプリングレートオブザーバと全く同様の方法で構成可能であることがわかる。これを式に書けば、

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{n-k+1} &= \begin{cases} A_2 \hat{\mathbf{x}}_{n-k} + B_2 \mathbf{u}_{n-k} + L_2 (\mathbf{y}_{n-k} - \hat{\mathbf{y}}_{n-k}) & n \equiv k_2 - 1 \\ A_2 \hat{\mathbf{x}}_{n-k} + B_2 \mathbf{u}_{n-k} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \hat{\mathbf{y}}_{n-k} &= C_2 \hat{\mathbf{x}}_{n-k} \end{cases} \quad (5.39)$$

であり、オブザーバゲイン L_2 は式 (5.38) によって定まる L_1 に対して

$$L_2 = (A_2^{N-1})^{-1} L_1 \quad (5.40)$$

によって変換する。ブロック線図は図 5.6 のようになる。

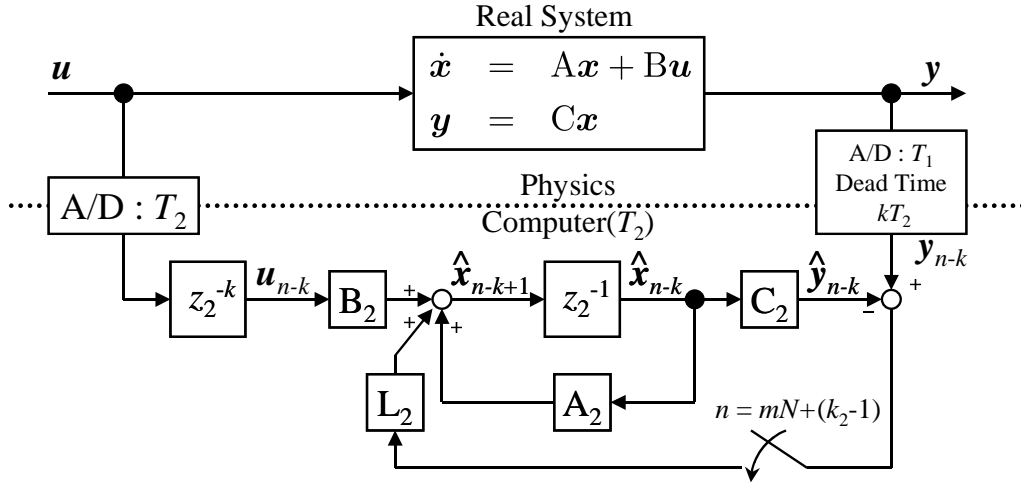


図 5.6: むだ時間分だけ古い状態量を推定する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ

5.3.2 むだ時間分だけ古い推定状態量から現在の推定状態量への外挿

むだ時間分古い推定状態量は、制御器に対して返すために現在の推定状態量まで外挿する必要がある。

オブザーバはむだ時間分遅らせるために入力 u にむだ時間要素を通してマスクしてしまっているが、実際には u はリアルタイムに判っているので、入力 u とモデル情報を用いれば現在まで時間を進めることが可能である。これを式にすれば次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{n-k+1} &= A_2 \hat{x}_{n-k} + B_2 u_{n-k} \\
 \hat{x}_{n-k+2} &= A_2 \hat{x}_{n-k+1} + B_2 u_{n-k+1} \\
 &\vdots \\
 \hat{x}_{n-1} &= A_2 \hat{x}_{n-2} + B_2 u_{n-2} \\
 \hat{x}_n &= A_2 \hat{x}_{n-1} + B_2 u_{n-1}
 \end{aligned} \tag{5.41}$$

これをまとめれば、

$$\hat{x}_n = A_2^k \hat{x}_{n-k} + \sum_{i=0}^{k-1} A_2^{k-(i+1)} B_2 u_{n-k+i} \tag{5.42}$$

となる。先の図 5.39 にこの部分を付け加えると図 5.7 になる。このオブザーバは一見上手く働きそうであるが、ひとつ問題がある。現在の推定状態量は周期 T_2 に 1 回制御器に返す必要があるので式 (5.42) も周期 T_2 で計算する必要があるが、むだ時間のステップ数 k が増えるに従い計算量が増えて短い周期での計算完了が不可能になる。

しかし、このオブザーバには冗長な計算が隠されていて、それを削ることで実現可能な形までコンパクトにすることができる。オブザーバ本体と外挿部分との役割を比べると、

- オブザーバ本体は、実システムからの出力がない間はリアルタイムに判る入力とモデル情報を用いて推定状態量を外挿する計算をしている

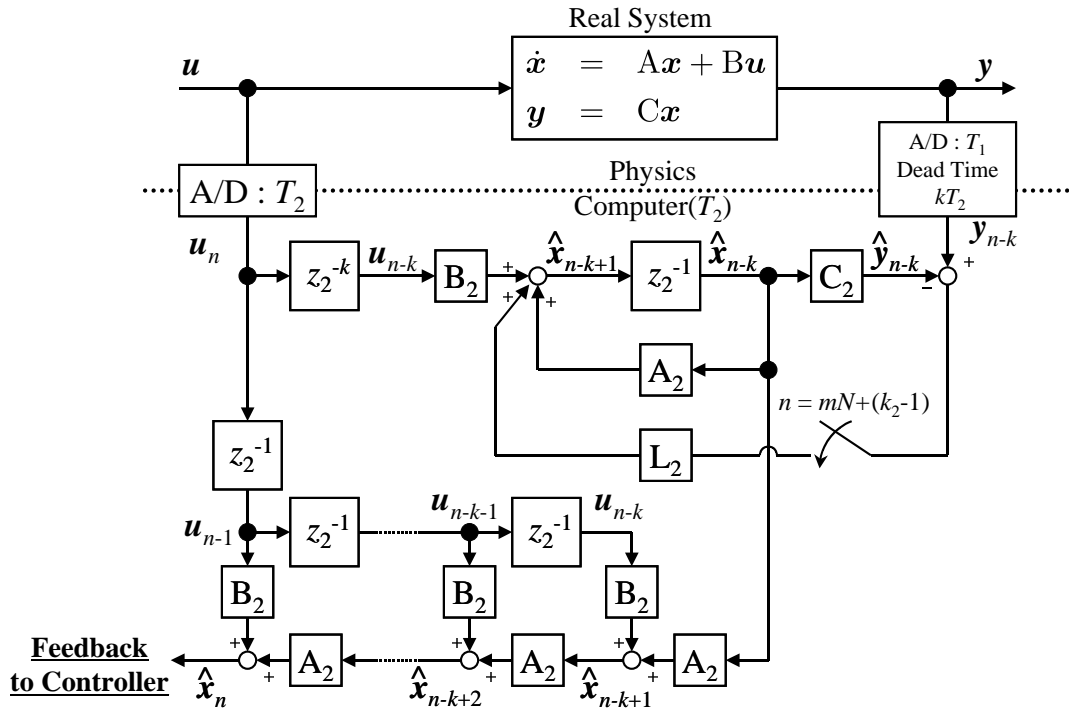


図 5.7: むだ時間分古い推定状態量を現在まで外挿するデュアルレートサンプリングオブザーバ

- 推定状態量の時間を現在まで進めるために、リアルタイムに判る入力とモデル情報を用いて推定状態量を外挿する計算をしている

となり、実システム出力がない間は両者の働きは同一である。

そこで、図 5.7 の計算を丁寧にたどってみる。いま、 $T_1 = 5T_2$, $T_d = 7T_2$ すなわち $N = 5$, $k = 7$ の場合の図 5.7 のオブザーバを考えて、表 5.1 のような表を作成する。この表はある推定状態量 \hat{x} がどの時点までの入力 u や実システム出力 y の情報を持っているかを調べるものである。次のような規則に従い書かれている。

- 表の第 1 行の n は時間に相当し、この図では時間は左の列から右の列に向かって流れていく。
- 第 1 列に並ぶ u は入力であり、第 2 行に並ぶ y は実システム出力である。 u はリアルタイムに値がわかるのに対して、 y は 5 サンプルに 1 回しか判らず、しかも 7 サンプル分遅れている。
- 第 n 列に並ぶ \hat{x} は、 n サイクル目の計算のときに式 (5.41) に従って \hat{x}_{n-k} を \hat{x}_n まで外挿する動作をしていることを示す。すなわち、ある n 列目について、 \hat{x}_{n-i+1} は自身のひとつ上にある \hat{x}_{n-i} と自身と同じ行の左端にいる u_{n-i} を用いて

$$\hat{x}_{n-i+1} = A_2 \hat{x}_{n-i} + B_2 u_{n-i}$$

表 5.1: 図 5.7 のデュアルサンプリングレートオブザーバの計算図 ($N = 5, k = 7$)

n		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
y		y_0					y_5					y_{10}					y_{15}
	\hat{x}_0	\neg															
u_0		\hat{x}_1	\neg														
u_1		\hat{x}_2	\hat{x}_2	\neg													
u_2		\hat{x}_3	\hat{x}_3	\hat{x}_3	\neg												
u_3		\hat{x}_4	\hat{x}_4	\hat{x}_4	\hat{x}_4	\neg											
u_4		\hat{x}_5	\hat{x}_5	\hat{x}_5	\hat{x}_5	\hat{x}_5	\neg										
u_5		\hat{x}_6	\hat{x}_6	\hat{x}_6	\hat{x}_6	\hat{x}_6	\hat{x}_6	\neg									
u_6		\hat{x}_7	\hat{x}_7	\hat{x}_7	\hat{x}_7	\hat{x}_7	\hat{x}_7	\hat{x}_7	\neg								
u_7		\hat{x}_8	\hat{x}_8	\hat{x}_8	\hat{x}_8	\hat{x}_8	\hat{x}_8	\hat{x}_8	\hat{x}_8	\neg							
u_8			\hat{x}_9	\hat{x}_9	\hat{x}_9	\hat{x}_9	\hat{x}_9	\hat{x}_9	\hat{x}_9	\hat{x}_9	\neg						
u_9				\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\hat{x}_{10}	\neg					
u_{10}					\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\hat{x}_{11}	\neg				
u_{11}						\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\hat{x}_{12}	\neg			
u_{12}							\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\hat{x}_{13}	\neg		
u_{13}								\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\hat{x}_{14}	\neg	
u_{14}									\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\hat{x}_{15}	\neg
u_{15}										\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}	\hat{x}_{16}
u_{16}											\hat{x}_{17}	\hat{x}_{17}	\hat{x}_{17}	\hat{x}_{17}	\hat{x}_{17}	\hat{x}_{17}	\hat{x}_{17}
u_{17}												\hat{x}_{18}	\hat{x}_{18}	\hat{x}_{18}	\hat{x}_{18}	\hat{x}_{18}	\hat{x}_{18}
u_{18}													\hat{x}_{19}	\hat{x}_{19}	\hat{x}_{19}	\hat{x}_{19}	\hat{x}_{19}
u_{19}														\hat{x}_{20}	\hat{x}_{20}	\hat{x}_{20}	\hat{x}_{20}
u_{20}															\hat{x}_{21}	\hat{x}_{21}	\hat{x}_{21}
u_{21}																\hat{x}_{22}	\hat{x}_{22}
u_{22}																	\hat{x}_{23}

によって生成されている。 $n = 14$ 列の \hat{x}_{10} の場合の例を図 5.8(a) に示す。

- 第 n 列に並ぶ \hat{x} のうち最上段の \hat{x}_{n-k+1} は、オブザーバの基本的な動作を示す式 (5.39) に従い生成されることを示す。すなわち、自身からまっすぐ上にたどったところに y_{n-k} が記入されている場合は、この y_{n-k} および記号 ' \lrcorner ' によって示されている左隣の列の最上段にある \hat{x}_{n-k} と自身と同じ行の左端にいる u_{n-k} を用いて

$$\hat{x}_{n-k+1} = A_2 \hat{x}_{n-k} + B_2 u_{n-k} + L_2 (y_{n-k} - C_2 \hat{x}_{n-k})$$

によって生成されている。 $n = 17$ 列の \hat{x}_{11} の場合の例を図 5.8(b) に示す。一方、自身からまっすぐ上にたどったところに y_{n-k} がなく空白だったら、残りの 2 つを利用して

$$\hat{x}_{n-k+1} = A_2 \hat{x}_{n-k} + B_2 u_{n-k}$$

によって生成されている。 $n = 15$ 列の \hat{x}_9 の場合の例を図 5.8(c) に示す。

- 第 n 列に並ぶ \hat{x} のうち最下段にある太字の \hat{x} は、制御器に返すべき現在の推定値であることを示す。

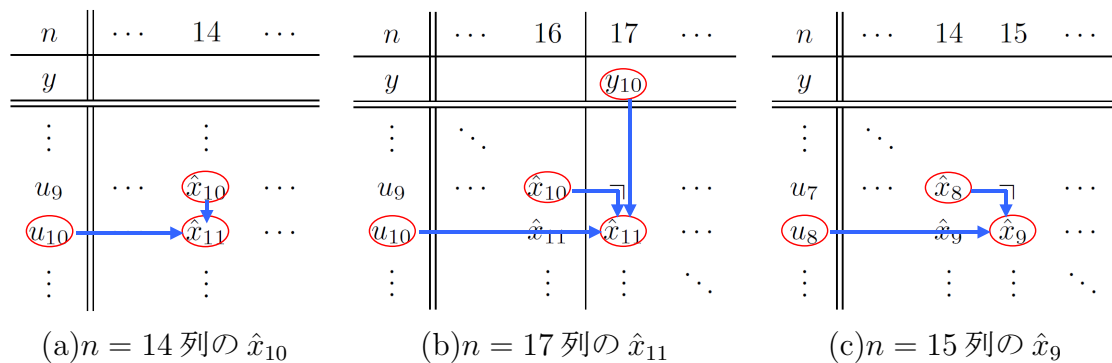


図 5.8: 表 5.1 における各 \hat{x} を生成する計算の表し方の例

この図を用いて、同じ値になるはずの \hat{x} を探す。式 (5.39) と式 (5.41) は、実システム出力 y がない限りは同一の計算をしているはずである。表 5.1 で y の得られるタイミングで区切った 2 本の縦線の中にある \hat{x} について、同じ番号がついているもの同士は全く同じタイミングまでの u や y の情報を持っているので、横に並んだ \hat{x} は同一の値である。これは例えば図 5.9 で示した赤枠の中で同一番号の \hat{x} が同じ数であるということである。

同一番号である \hat{x} であるならより早い時間に計算するものを採用することを考えると、水色と橙色の四角で囲まれた \hat{x} だけ計算すればよい。

さらに、 y の得られるタイミングで区切った縦線の左隣と右隣との関係も調べる。 $n = 12$ 列最上段の \hat{x}_6 を計算するのは緑矢印で示された要素により、

$$\hat{x}_6 = A_2 \hat{x}_5 + B_2 u_5 + L_2 (y_5 - C_2 \hat{x}_5) \quad (5.43)$$

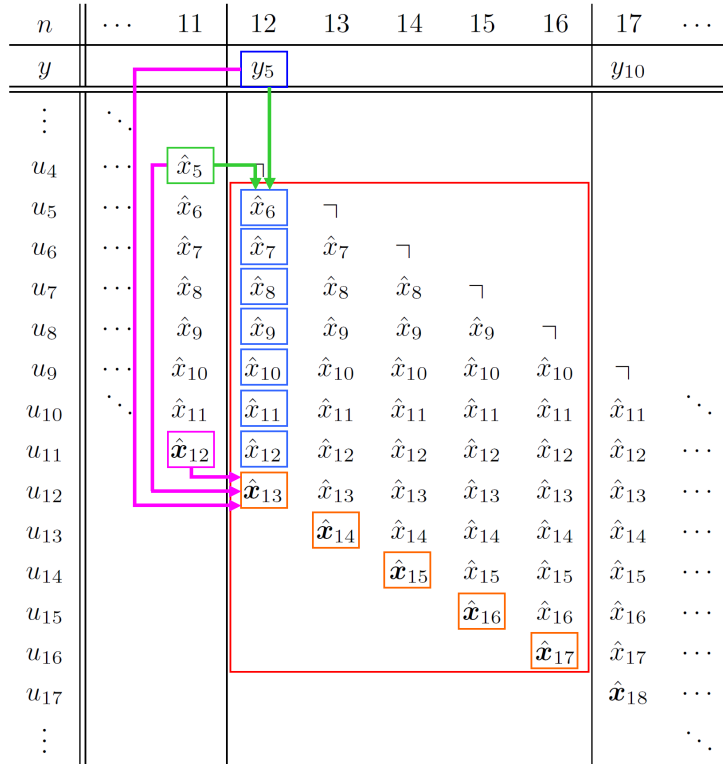


図 5.9: 冗長な計算を行っている \hat{x} と計算の削減

と計算する。このことを利用して、桃色矢印による要素によって $n = 11$ 列最下段の \hat{x}_{12} から $n = 12$ 列最下段の \hat{x}_{13} を直接計算する方法を考える。同じ n 列の最上段と最下段の \hat{x} との関係は式 (5.42) に従うので、 $n = 11$ 列に関して、

$$\hat{x}_{12} = A_2^7 \hat{x}_5 + \sum_{i=0}^6 A_2^{6-i} B_2 u_{5+i} \quad (5.44)$$

同様に $n = 12$ 列に関して、

$$\hat{x}_{13} = A_2^7 \hat{x}_6 + \sum_{i=0}^6 A_2^{6-i} B_2 u_{6+i} \quad (5.45)$$

という関係になる。式 (5.45) に式 (5.43) を代入すると、

$$\begin{aligned} \hat{x}_{13} &= A_2^8 \hat{x}_5 + \sum_{i=0}^7 A_2^{7-i} B_2 u_{5+i} + A_2^7 L_2(y_5 - C_2 \hat{x}_5) \\ &= A_2 \left(A_2^7 \hat{x}_5 + \sum_{i=0}^6 A_2^{6-i} B_2 u_{5+i} \right) + B_2 u_{12} + A_2^7 L_2(y_5 - C_2 \hat{x}_5) \end{aligned} \quad (5.46)$$

となるので、式 (5.44) より

$$\hat{x}_{13} = A_2 \hat{x}_{12} + B_2 u_{12} + A_2^7 L_2(y_5 - C_2 \hat{x}_5) \quad (5.47)$$

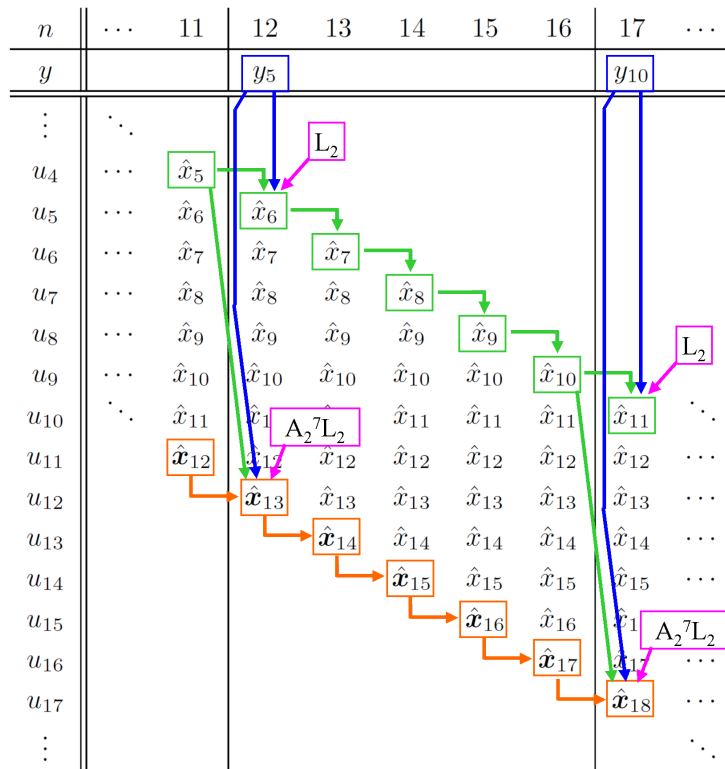


図 5.10: \hat{x} の冗長な計算を削り落としたもの

という関係が得られる。この式により、 y の得られるタイミングで区切った縦線の左隣最下段の \hat{x} から右隣最下段 \hat{x} を直接計算することができる。縦線を越えるときには必ず y の入力を考慮する必要があるが、最上段で $L_2(y_5 - C_2\hat{x}_5)$ を推定値に加えて考慮することと最下段で $A_2^7(y_5 - C_2\hat{x}_5)$ を推定値に加えて考慮することは同一の結果をもたらす。

以上のことより、表 5.1 の各列最下段の太字の \hat{x} は隣同士直接計算していくことができることがわかる。ただし、 y の入力を考慮する際に最上段の \hat{x} を用いて誤差を求める必要があるため、最上段の \hat{x} も計算する必要がある。これを示したものが図 5.10 で、実際に計算が必要な \hat{x} は緑枠で示したむだ時間分古い推定値の系列と橙枠で示した現在の推定値の系列の 2 つまで絞り込めることがわかる。

5.3.3 むだ時間分古い推定値の系列と現在の推定値の系列をもつ予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ

これを一般化すると、図 5.7 のオブザーバから冗長性を取り除いた結果

- $\hat{\tilde{x}}$: むだ時間分古い推定値の系列であり、実システムの出力 y と比較をして誤差を算出するために用いる
- \hat{x} : $\hat{\tilde{x}}$ から現在まで外挿をした推定値の系列であり、制御器に推定状態量としてフィードバックするために用いる

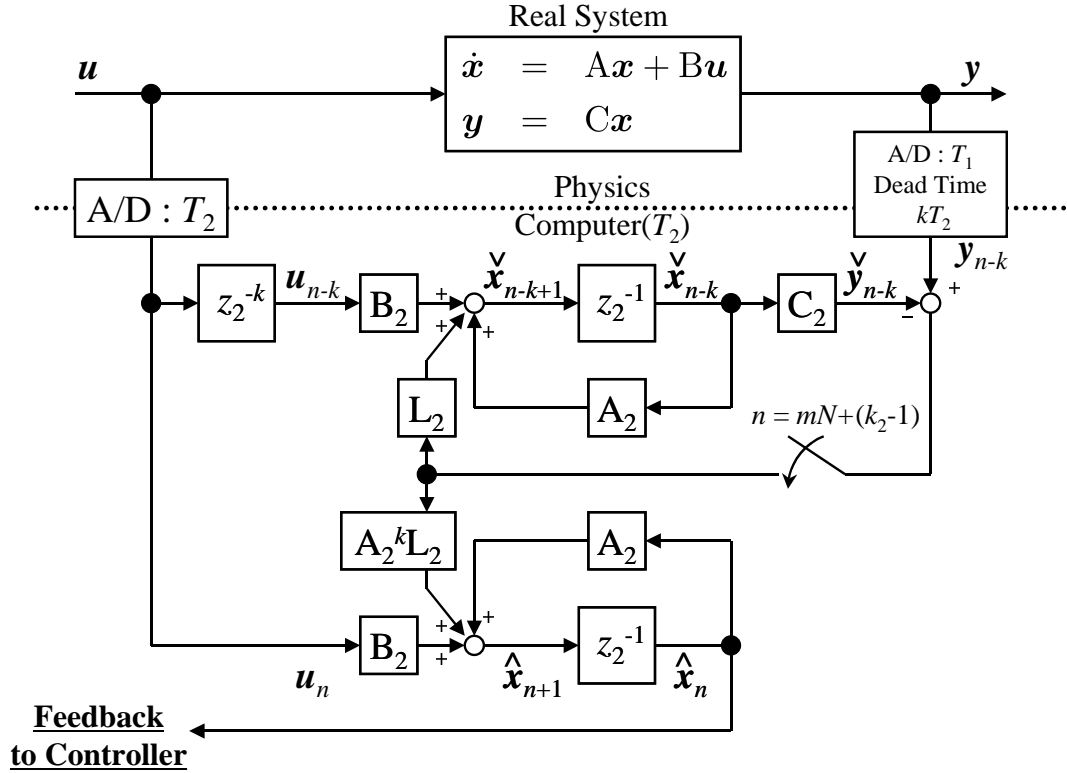


図 5.11: むだ時間分古い推定値の系列と現在の推定値の系列を持つことによりむだ時間を考慮した予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ

の 2 系列が存在するオブザーバが出来上がり、次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{x}}_{n-k+1} &= \begin{cases} A_2 \check{\mathbf{x}}_{n-k} + B_2 \mathbf{u}_{n-k} + L_2 (\mathbf{y}_{n-k} - C_2 \check{\mathbf{x}}_{n-k}) & n \equiv k_2 - 1 \\ A_2 \check{\mathbf{x}}_{n-k} + B_2 \mathbf{u}_{n-k} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \hat{\mathbf{x}}_{n+1} &= \begin{cases} A_2 \hat{\mathbf{x}}_n + B_2 \mathbf{u}_n + A_2^k L_2 (\mathbf{y}_{n-k} - C_2 \check{\mathbf{x}}_{n-k}) & n \equiv k_2 - 1 \\ A_2 \hat{\mathbf{x}}_n + B_2 \mathbf{u}_n & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.48)$$

オブザーバゲインは、式 (5.38) によって定まる L_1 に対して次のようになる。

$$\begin{aligned} L_2 &= (A_2^{N-1})^{-1} L_1 \\ A_2^k L_2 &= (A_2^{N-k-1})^{-1} L_1 \end{aligned} \quad (5.49)$$

また、これをブロック線図にすると、図 5.11 のようになる。

このオブザーバの特徴を挙げる。 $\check{\mathbf{x}}$ の系列は入力 \mathbf{u} を予めむだ時間分遅らせることによりむだ時間を含んだ実システム出力 \mathbf{y} がローカルな時刻から見てむだ時間がないように見えるため、極配置はむだ時間がない場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバと同様に行える。一方で $\hat{\mathbf{x}}$ の系列はリアルタイムに状態推定を行って制御器にフィードバックするが、実システム出力 \mathbf{y} との誤差による訂正は自身に拠らず $\check{\mathbf{x}}$ の系列に任せている構成である。図 5.7 と比較すると、このように書くことによってオブザーバの構成がずいぶん見通しよくなっていることがわかる。

ただし、このオブザーバは図5.7のオブザーバから冗長な計算を取り除いたものなので図5.7の構造を含んでいる。つまり、実システムの状態量に対して正確性が担保されているのは $\hat{\mathbf{x}}$ であるのに対して制御器にフィードバックしているのは $\tilde{\mathbf{x}}$ である。このような場合は、オブザーバの分離定理が成立しているかどうかは明確ではないので、確認する必要がある。

分離定理を確かめるときにはデュアルレートではなく同一周期 T_1 で式 (5.48) および図5.11に相当するものを考える必要がある。ここで、(5.48) を $n = mN + (k_2 - 1)$ から $n = (m + 1)N + (k_2 - 1)$ まで適用する。入力は $n = mN + (k_2 - 1)$ のときのもので一定であるとする、

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1+1)N} &= \mathbf{A}_2^N \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N} + (\mathbf{A}_2^{N-1} + \cdots + \mathbf{A}_2 + \mathbf{I}) \mathbf{B}_2 \mathbf{u}_{(m-k_1)N} \\ &\quad + \mathbf{A}_2^{N-1} \mathbf{L}_2 (\mathbf{y}_{(m-k_1)N} - \mathbf{C}_2 \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N+(k_2-1)} &= \mathbf{A}_2^N \hat{\mathbf{x}}_{mN+(k_2-1)} + (\mathbf{A}_2^{N-1} + \cdots + \mathbf{A}_2 + \mathbf{I}) \mathbf{B}_2 \mathbf{u}_{mN+(k_2-1)} \\ &\quad + \mathbf{A}_2^{N+k-1} \mathbf{L}_2 (\mathbf{y}_{(m-k_1)N} - \mathbf{C}_2 \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N})\end{aligned}\quad (5.50)$$

となる。ここで式(4.21)(4.22)(4.23) および式 (5.49) によって周期 T_1 のときの行列に直し、また同一周期 T_1 で回るオブザーバの場合はむだ時間 $T_d = k_1 T_1 + (k_2 - 1) T_2$ のうち T_1 に満たない $(k_2 - 1) T_2$ のむだ時間はマスクされ実質的に $T_d = k_1 T_1$ となるため (このあたりの詳細な議論はむだ時間が T_1 より小さい場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバで検討している)、同一周期 T_1 で $T_d = k_1 T_1$ のむだ時間を考慮したオブザーバは

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1+1)N} &= \mathbf{A}_1 \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N} + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_{(m-k_1)N} + \mathbf{L}_1 (\mathbf{y}_{(m-k_1)N} - \mathbf{C}_1 \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} &= \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN} + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_{mN} + \mathbf{A}_1^{k_1} \mathbf{L}_1 (\mathbf{y}_{(m-k_1)N} - \mathbf{C}_1 \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N})\end{aligned}\quad (5.51)$$

となることがわかる。そして、実システムが式 (5.35) で $k = k_1$ としたものであることから、 \mathbf{x} , $\tilde{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{x}}$ を状態量に持つ拡大された状態空間で記述することにより、分離定理が成立するかどうか確認できる。拡大された状態空間での式の記述は次のとおりである。

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{mN} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{(m-k_1+1)N} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1+1)N} \\ \mathbf{x}_{(m-k_1+1)} \end{bmatrix} &= \left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{O}_{q \times q} & & & \\ \mathbf{I}_{q \times q} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{I}_{q \times q} & \mathbf{O}_{q \times q} \\ \hline & & \mathbf{O}_{p \times q} & \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_1^{k_1} \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}_1^{k_1} \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & \mathbf{B}_1 & \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & & \mathbf{A}_1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{(m-1)N} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{(m-k_1)N} \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N} \\ \mathbf{x}_{(m-k_1)N} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{q \times q} \\ \mathbf{O}_{q \times q} \\ \vdots \\ \mathbf{O}_{q \times q} \\ \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{O}_{p \times q} \\ \mathbf{O}_{p \times q} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{mN}\end{aligned}\quad (5.52)$$

これに、

$$\mathbf{u}_{mN} = -\mathbf{F}_1 \hat{\mathbf{x}}_{mN} \quad (5.53)$$

で示される状態フィードバックをかけると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{mN} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{(m-k_1+1)N} \\ \hat{\mathbf{x}}_{(m+1)N} \\ \check{\mathbf{x}}_{(m-k_1+1)N} \\ \mathbf{x}_{(m-k_1+1)N} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{O}_{q \times q} & & & & & -\mathbf{F}_1 \\ \mathbf{I}_{q \times q} & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \mathbf{I}_{q \times q} & \mathbf{O}_{q \times q} & \\ \hline & & & \mathbf{O}_{p \times q} & \mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{F}_1 & -\mathbf{A}_1^k \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_1^k \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & & \mathbf{B}_1 & & \mathbf{A}_1 - \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 & \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & & \mathbf{B}_1 & & & \mathbf{A}_1 \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{(m-1)N} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{(m-k_1)N} \\ \hat{\mathbf{x}}_{mN} \\ \check{\mathbf{x}}_{(m-k_1)N} \\ \mathbf{x}_{(m-k_1)N} \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

よって、このシステム行列の固有多項式を求めると、

$$\det \left[\begin{array}{ccc|ccc} z_1 \mathbf{I}_{q \times q} & & & & & \mathbf{F}_1 \\ -\mathbf{I}_{q \times q} & \ddots & & & & \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & -\mathbf{I}_{q \times q} & z_1 \mathbf{I}_{q \times q} & \\ \hline & & & \mathbf{O}_{p \times q} & z_1 \mathbf{I}_{p \times p} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{F}_1) & \mathbf{A}_1^k \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 & -\mathbf{A}_1^k \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & & -\mathbf{B}_1 & & z_1 \mathbf{I}_{p \times p} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1) & -\mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1 \\ & & & -\mathbf{B}_1 & & & z_1 \mathbf{I}_{p \times p} - \mathbf{A}_1 \end{array} \right] \\ = z_1^{qk_1} \cdot \det \left[z_1 \mathbf{I}_{p \times p} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{F}_1) \right] \cdot \det \left[z_1 \mathbf{I}_{p \times p} - (\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1) \right] \cdot \det \left[z_1 \mathbf{I}_{p \times p} - \mathbf{A}_1 \right] \quad (5.55)$$

となる。

つまり、むだ時間分古い推定値の系列と現在の推定値の系列を持つオブザーバによって推定した状態量を利用して状態フィードバックした場合の全体のシステムの極は、

- 通常の状態フィードバックに見られる $\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{F}_1$ の極: p 個
- 通常の前測型オブザーバに見られる $\mathbf{A}_1 - \mathbf{L}_1 \mathbf{C}_1$ の極: p 個
- システム行列そのものである \mathbf{A}_1 の極: p 個
- $z_1 = 0$ の極: qk_1 個

から成っている。これより、実システムが可制御かつ可観測であっても本質的に動かさない極があるため、実システムが漸近安定なものでない場合には安定した推定と制御ができないことがわかる。この極配置はデュアルレート化しても基本的に引きずるため、むだ時間分古い推定値の系列と現在の推定値の系列を持つ予測型デュアルサンプリングレートオブザーバが適用できる範囲も実システムそのものが安定な系に限られる。実システムが不安定系の場合には先に示した推定出力値をむだ時間分保持する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバで、むだ時間分増える極配置をきちんと行って推定をする必要がある。

5.4 むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバの比較

この章では下記の3つの方法でむだ時間を考慮した予測型デュアルサンプリングレートオブザーバの説明をした。

タイプ1 全体の構成を変えずに推定状態量の訂正のタイミングとオブザーバゲインのみの変更でむだ時間に対応したオブザーバ

タイプ2 推定出力値をむだ時間分保持することでむだ時間に対応したオブザーバ

タイプ3 むだ時間分古い推定状態量と現在の推定状態量の2つを持つことでむだ時間に対応したオブザーバ

それぞれの特徴を次の表5.2にまとめる。番号は上記に対応する。これにより、むだ時間が T_1 より小さい場合は1のオブザーバを、むだ時間が T_1 以上で実システムが安定系である場合は3のオブザーバを、むだ時間が T_1 以上で実システムが不安定系の場合は2のオブザーバを使用するのが適しているといえる。

表 5.2: むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバの比較

オブザーバの形式	タイプ1	タイプ2	タイプ3
適用可能なむだ時間 T_d の範囲	$0 < T_d < T_1$	$T_1 \leq T_d$ ※	$0 \leq T_d$
利点	簡単な変更でむだ時間に対応できる	極配置により安定性が担保される	極配置がむだ時間がない場合と同様
欠点	比較的小さいむだ時間にしか対応できない	むだ時間が大きいと極配置が面倒になる	実システムが漸近安定であることが必要

※ $0 < T_d < T_1$ では1のオブザーバと同一構造

第6章 リニア同期モータの制御器設計と位置制御シミュレーション

この章では、むだ時間を考慮したデュアルサンプリングオブザーバを用いたリニア同期モータの位置制御シミュレーションをMATLAB/Simulinkを用いて行う。デュアルサンプリングオブザーバはどんな線形時不変なシステムでも可観測性があれば適用可能な一般性を持つが、その最も単純な例での動作検証に該当する。

6.1 システムの概要

全体のシステム構成は図 6.1 のようにする。制御システムは電流制御器・速度制御器・

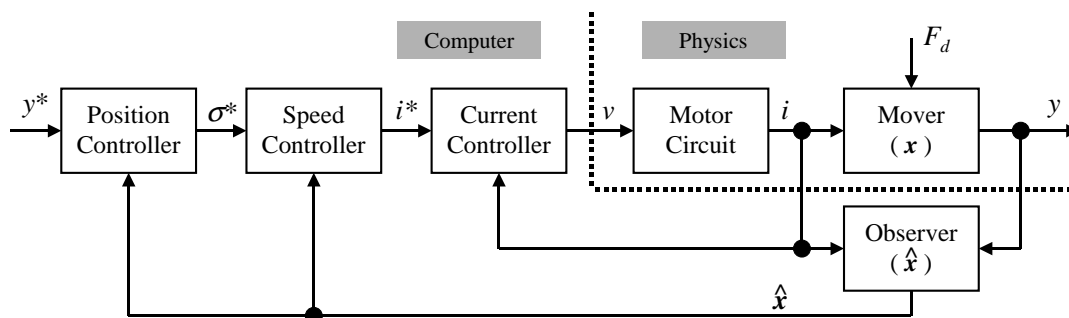


図 6.1: リニア同期モータの位置制御システムの概要

位置制御器を持つカスケード系とする。電流制御器はリニア同期モータに流れた実際の電流を電流センサで検知してフィードバックする。一方、速度制御器や位置制御器に必要な速度信号・位置信号は直接観測せず、オブザーバによる推定値を用いる。オブザーバはリニア同期モータの可動子をモデル化したもので、リアルタイムにわかる電流情報から計算した推力とカメラにより得た位置情報を元に可動子の状態量を推定する。ここで推定する物理量は、可動子の位置 y ・速度 σ ・外乱力 F_d である。外乱力も同時に推定して外乱のフィードフォワード補償を行うことによりロバストな制御系を構成できる。

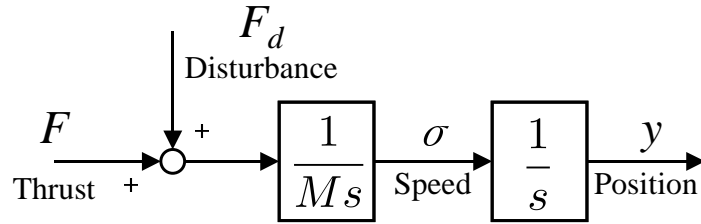


図 6.2: リニア同期モータ可動子のモデル

6.2 リニア同期モータ可動子のモデル化

オブザーバでの推定対象であるリニア同期モータ可動子のモデル化を行う。図 6.1 で“Mover”と記された部分をブロック線図で記述すると図 6.2 のようになる。ここで M は可動子の質量、 s はラプラス変換子である。ここでは入力を推力 F としているが、電流と推力の関係は式 (2.14) のような関係があるため簡単に変換可能である。

このモデルを連続時間上での状態空間法で記述すると次のようになる。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ \sigma \\ F_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \sigma \\ F_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix} F \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \sigma \\ F_d \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6.1)$$

ここで F_d は 0 次外乱までを考慮する形である。これまでの状態空間法の記号の置き方に従い次のように記号を定義する。ただし斜体にしない上付き添え字の T は行列の転置を示す。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y & \sigma & F_d \end{bmatrix}^T \quad (6.2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (6.4)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

このモデルをオブザーバに組み込むために式 (4.4) に従って周期 T で離散化する。

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2M} \\ 0 & 1 & \frac{T}{M} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2M} & \frac{T}{M} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (6.7)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

よって、デュアルサンプリングレートオブザーバで用いる各行列は

$$A_1 = A_d|_{T=T_1}, \quad A_2 = A_d|_{T=T_2} \quad (6.9)$$

$$B_1 = B_d|_{T=T_1}, \quad B_2 = B_d|_{T=T_2} \quad (6.10)$$

$$C_1 = C_2 = C_d \quad (6.11)$$

と決定することができる。これらの行列によるシステムは可観測性を満たしている。

6.3 オブザーバの極配置

さてこのように各行列を決定できれば、第5章で述べた方法に従ってむだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバを構成できる。デュアルレートサンプリングオブザーバのゲインは、全て同一周期 T_1 のオブザーバのものを基礎としているので、 $A_1 - L_1 C_1$ もしくは $[A] - [L][C]$ の極配置を適切に決定しオブザーバゲイン L_1 または $[L]$ を求める必要があることである。MATLAB を用いることができるのであれば与えられた極配置からオブザーバゲインを求めることはコマンドにより簡単にできるが、 z 平面状での適切な極配置とはどのようなものかという見通しはつけ難い。

一方で、連続時間での理論では一定のシステムティックな方法で極配置を行う方法が存在する。Kessler 標準形や真鍋標準形と呼ばれるもので [11]、例えば Kessler 標準形による場合はシステムの次数が p 次である場合には

$$\sum_{i=0}^p \frac{1}{2^{\frac{i(i-1)}{2}}} \tau^i s^i = 1 + \tau s + \frac{1}{2} \tau^2 s^2 + \frac{1}{8} \tau^3 s^3 + \cdots + \frac{1}{2^{\frac{p(p-1)}{2}}} \tau^p s^p = 0 \quad (6.12)$$

で求まる p 個の極 s の場所にシステムの極を配置することで良好な応答を得ることができるというものである。ここで τ は等価時定数と呼ばれるもので、これの大小により応答の速さを調整できる。

このように連続時間では性質がよいとされる極配置があるので、これを z 平面上に展開することを考える。ある p 次のシステム行列 A が極 s_i ($i = 1, \dots, p$) を持つとき、 A を周期 T で離散化した A_d の極 z_i ($i = 1, \dots, p$) と s_i とは次の関係にある [10]。

$$z_i = \exp(s_i T) \quad (6.13)$$

よって、連続時間上で式 (6.12) によって極配置を行い、式 (6.13) で $T = T_1$ としたものによって離散時間の極に変換したものを望ましい極配置としてオブザーバゲインの決定を行う。

6.4 リニア同期モータの電気回路モデル

第2章で説明したリニア同期モータのdq軸による電圧方程式(2.8)およびトルクの式(2.13)を、リニア同期モータのものに書き換えると下記のようになる。但し s はラプラス変換子である。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + L_d s & -\sigma L_q \\ \sigma L_d & R + L_q s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \sigma \Phi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

$$F = \Phi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \quad (6.15)$$

これをブロック線図で示すと図6.3のようになる。

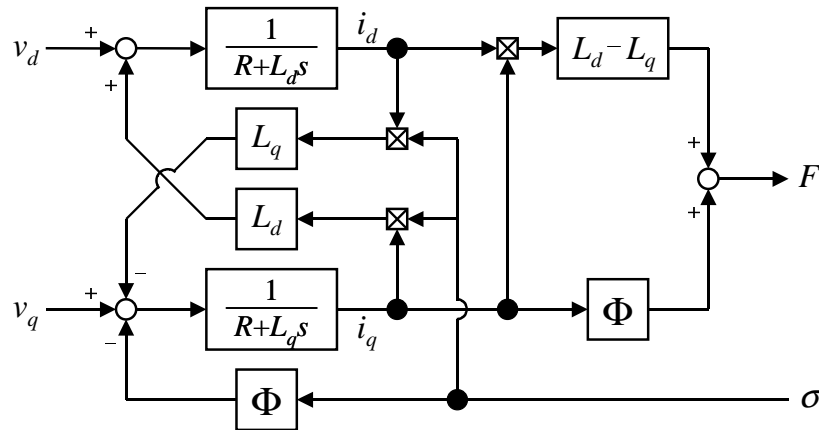


図 6.3: リニア同期モータの電気回路モデルのブロック線図

6.5 各制御器の設計

6.5.1 電流制御器

電流制御器は i_d と i_q を別に組み立てる。まず i_d は、第2章で示したとおり $i_d = 0$ とすることで i_q と推力が比例するようにしたい。そこで図6.4の上側のようにI-P制御系を組み、指令 $i_d^* = 0$ に定常偏差なく追従できるようにする。この図ではリニア同期モータの電気回路にあるd軸とq軸の交差項による影響は d と置いており、インバータは指令電圧に対して遅れなく同一の電圧を発生させるとしている。このときの伝達関数は、

$$i_d = \frac{1}{1 + \frac{R+K_{dp}}{K_{di}}s + \frac{L_d}{K_{di}}s^2} i_d^* + \frac{s}{K_{di}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R+K_{dp}}{K_{di}}s + \frac{L_d}{K_{di}}s^2} d \quad (6.16)$$

となるので、分母多項式を等価時定数 τ_i のKessler標準形である

$$1 + \tau_i s + \frac{1}{2} \tau_i^2 s^2 \quad (6.17)$$

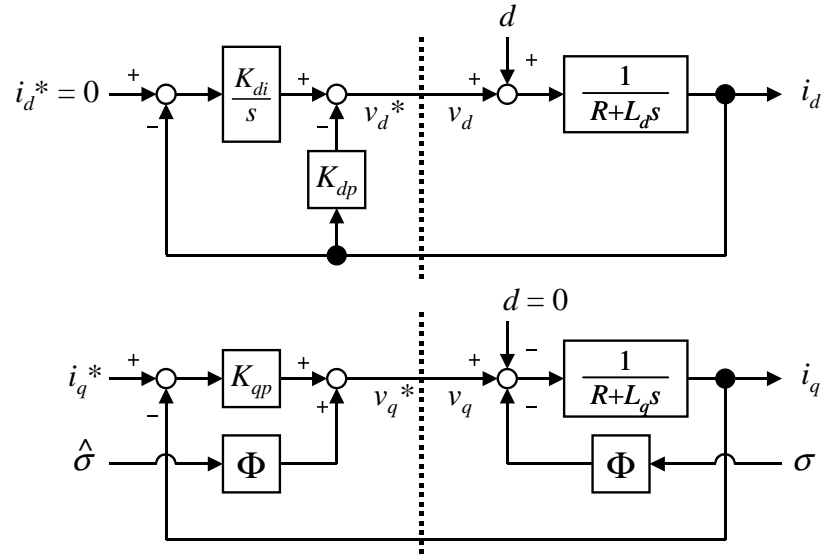


図 6.4: 電流制御器のブロック線図（上は d 軸で P-I 制御、下は q 軸で P 制御）

にあわせるように各制御パラメータを次のように決めた。

$$K_{dp} = \frac{2L_d}{\tau_i} - R, \quad K_{di} = \frac{2L_d}{\tau_i^2} \quad (6.18)$$

一方で q 軸側も指令 i_q^* に対して追従する必要があるが、図 6.4 の下側のように簡単な P 制御系として応答の速さのみ調節し定常偏差はさらに外側の制御系で取る事にする。d 軸電流が十分に制御されており $i_d = 0$ が実現していると仮定し、d 軸と q 軸の交差項による影響について $d = 0$ とした。また、q 軸に発生する速度起電力を推定速度を用いてフィードフォワード補償する構成にした。このとき伝達関数は

$$i_q = \frac{K_{qp}}{R + K_{qp}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L_q}{R + K_{qp}}s} i_q^* \quad (6.19)$$

となるので、時定数が τ_i となるように制御パラメータを次のように決めた。

$$K_{qp} = \frac{L_q}{\tau} - R \quad (6.20)$$

定常偏差に相当する項については

$$K = \frac{K_{qp}}{R + K_{qp}} \quad (6.21)$$

と置いて以後の制御系を設計する。

6.5.2 速度制御器

電流制御系が組み終わったので 1 つ外側の速度制御系を組む。速度制御系は図 6.5 のような P-D 制御系を用いる。電流制御系がよくできていると仮定すると、 i_q^* から i_q への伝

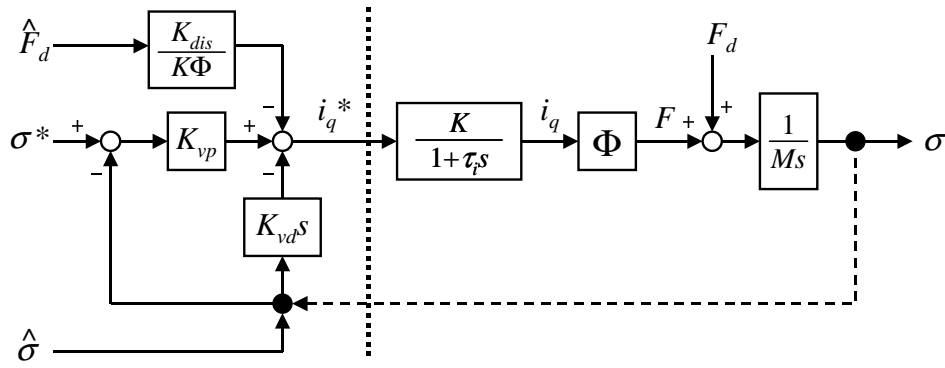


図 6.5: P-D 制御系による速度制御器のブロック線図

達関数や、電流と推力の関係は図 6.5 のように簡単に書くことができる。通常ならば点線のように実際の速度をフィードバックするが、今回は速度を直接検知できないので推定速度を代わりに用いる。また、外乱力 F_d に対しては推定外乱を用いてフィードフォワード補償している。 K_{dis} は外乱のフィードフォワードの強さを決めるパラメータで、 $K_{dis} = 1$ のときに完全補償となる。速度に対して推定速度が充分合致しているとすれば点線のフィードバックループがあるものと思って伝達関数を計算することができる。

$$\sigma = \frac{1}{1 + \frac{KK_{vd}\Phi + M}{KK_{vp}\Phi}s + \frac{M\tau_i}{KK_{vp}\Phi}s^2} \sigma^* \quad (6.22)$$

ここでも Kessler 標準形を用いて、等価時定数を τ_v とするときに分母多項式が次のような形になるようにする。

$$1 + \tau_v s + \frac{1}{2} \tau_v^2 s^2 \quad (6.23)$$

このとき、各制御パラメータは次のように定まる。

$$K_{vp} = \frac{2M\tau_i}{K\Phi\tau_v^2}, \quad K_{vd} = \frac{M}{K\Phi} \left(\frac{2\tau_i}{\tau_v} - 1 \right) \quad (6.24)$$

6.5.3 位置制御器

さらに外側に位置制御器を設けることで、最終的なリニア同期モータの位置制御を達成する。ここでは図 6.6 に示すように P-D 制御系とする。速度制御系がよくできていると仮定すると、 σ^* から σ へは図 6.6 のように簡単に書くことができる。通常ならば点線のように実際の位置をフィードバックするが、今回は位置を直接検知できないので推定位置を代わりに用いる。しかし、位置に対して推定位置が充分合致していれば点線のフィードバックループがあるものと思って伝達関数を計算することができる。

$$y = \frac{1}{1 + \frac{1+K_{yd}}{K_{yp}}s + \frac{\tau_v}{K_{yp}}s^2} y^* \quad (6.25)$$

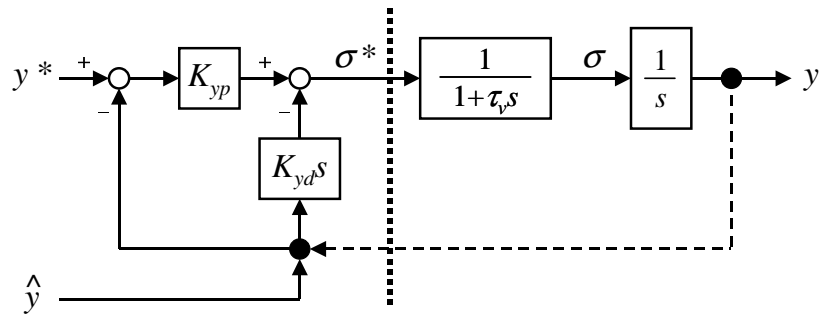


図 6.6: P-D 制御系による位置制御器のブロック線図

d 軸電流制御器や速度制御器ではここで分母多項式の望ましい形として Kessler 標準形を用いたが、位置制御器では応答はやや遅いもののオーバーシュートが小さい真鍋標準形を用いる。2 次の真鍋標準形は等価時定数を τ_y として次のような形になる。

$$1 + \tau_y s + \frac{2}{5} \tau_y^2 s^2 \quad (6.26)$$

これにより各制御パラメータが次のように定まる。

$$K_{yp} = \frac{5\tau_v}{2\tau_y^2}, \quad K_{yd} = \frac{5\tau_v}{2\tau_y} - 1 \quad (6.27)$$

6.6 シミュレーション条件

シミュレーションに用いる各パラメータは表 6.1 のとおりである。これは、第 7 章で実験に用いるリニア同期モータのパラメータとほぼ同じである。また、制御器やオブザーバで設定する時定数やその他の値は表 6.2 のとおりである。ここでオブザーバの極配置に用いる Kessler 標準形の次数は通常は状態量の数に等しい 3 次で、むだ時間分の推定出力

表 6.1: シミュレーションに用いるリニア同期モータのパラメータ

巻線抵抗 (1 相当あたり) [Ω]	$R = 0.675$
d 軸インダクタンス [H]	$L_d = 0.02324$
q 軸インダクタンス [H]	$L_q = 0.02798$
電流推力定数 [N/A]	$\Phi = 18$
速度起電力定数 [V/(m/s)]	上記と同じ
可動子質量 [kg]	$M = 6$
ポールピッチ [m]	$D = 0.0135$

表 6.2: 制御器やオブザーバで設定する定数

電流等価時定数 [sec]	$\tau_i = 0.002$
速度等価時定数 [sec]	$\tau_v = 0.01$
位置等価時定数 [sec]	$\tau_y = 0.05$
外乱フィードフォワード係数	$K_{dis} = 1$
オブザーバ極配置	Kessler 標準形
オブザーバ時定数 [sec]	$\tau_{ob} = 0.1$
カメラのサンプリング周期 [sec]	$T_1 = 0.033$
制御器のサンプリング周期 [sec]	$T_2 = 0.001$

を保持するデュアルサンプリングレートオブザーバの場合はそれに伴い次数が増えるものである。

シミュレーションでは初期状態では可動子が $y = 0$ のところに静止して存在し一切の推力や外乱はかかっていない。そして、時刻 $t = 1[\text{sec}]$ で $y = 3[\text{m}]$ へ動くステップ指令を与え、また $t = 3[\text{sec}]$ で $5[\text{N}]$ のステップ状の外乱力を与えている。

6.7 シミュレーション結果

6.7.1 むだ時間がない場合

むだ時間がない場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータの状態量推定と位置制御を行う。まずは、オブザーバの周期をカメラの周期に合わせた場合、すなわち $T_2 = T_1 = 0.033[\text{sec}]$ で通常の同一周期オブザーバを用いた場合の結果を図 6.7 に示す。一方、 $T_2 = 0.001[\text{sec}]$ であるデュアルサンプリングレートオブザーバを用いた場合の結果を図 6.8 に示す。

通常のオブザーバでは推定・制御とも破断してしまっているが、デュアルサンプリングレートオブザーバを用いることで状態量推定および位置制御がいずれも良好にできることがわかる。推力は電流から直接観測しているので、 $t = 1[\text{sec}]$ で与えられる位置指令に対しては推定値はとてもよく一致している。一方で外乱力については、推定位置とカメラで観測された位置に差が出て初めて推定外乱がわかる仕組みであるため、立ち上がりはオブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.1[\text{sec}]$ 程度であり、またカメラのサンプリング周期 $T_1 = 0.33[\text{sec}]$ ごとに階段状に上がるようになる。このような制御入力を与えた際の推定値への反映はリアルタイムに近く、外乱を与えた際の推定値への反映はカメラの性能によって決まることがデュアルサンプリングレートオブザーバの大きな特徴となる。

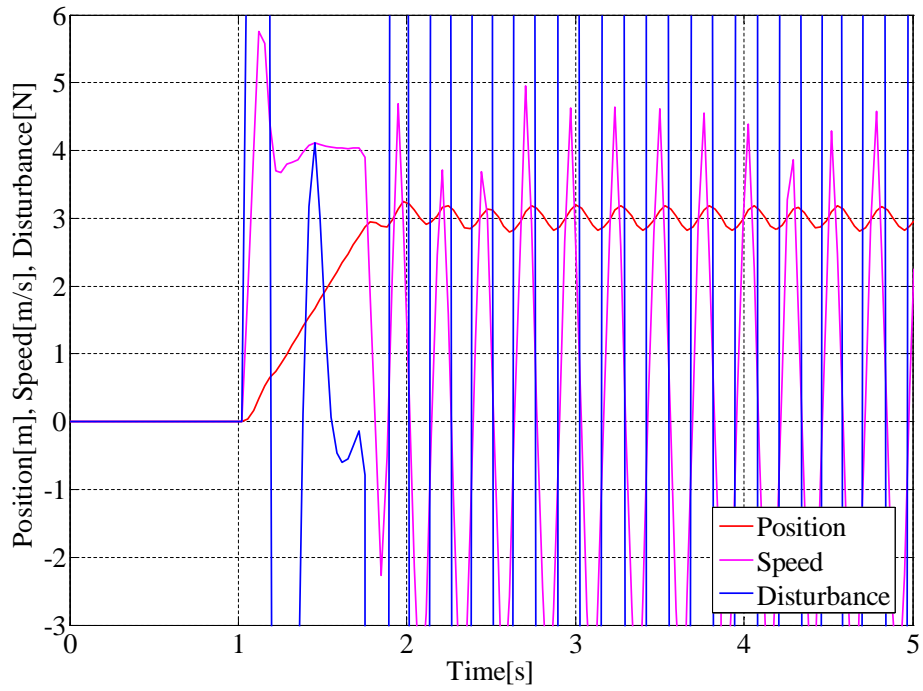
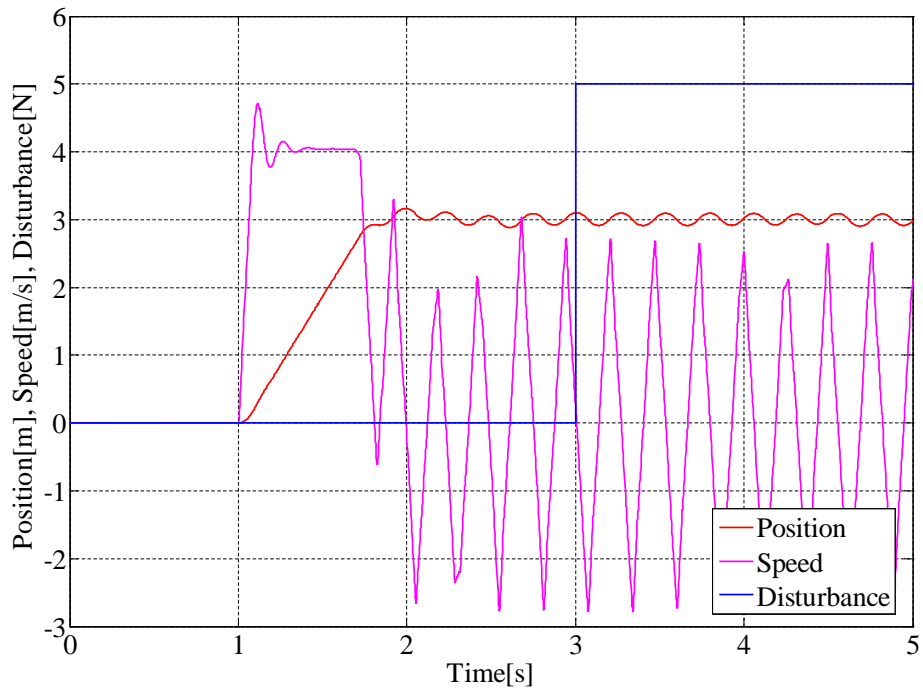


図 6.7: むだ時間がない場合の同一周期 T_1 での通常形式の予測型オブザーバによるリニア同期モータの状態量推定と位置制御（上段：実際の状態量 下段：推定状態量）

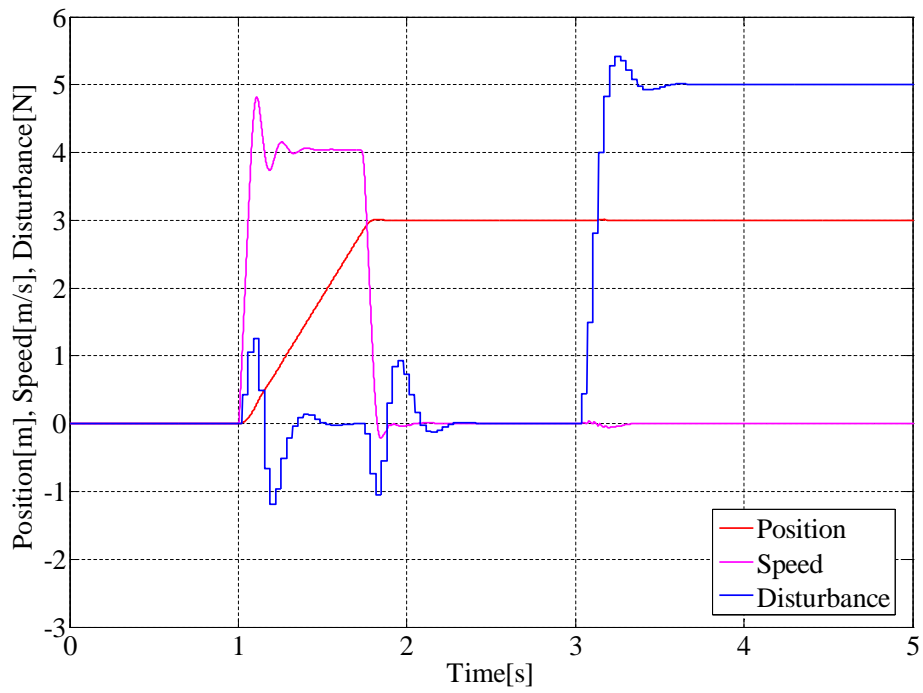
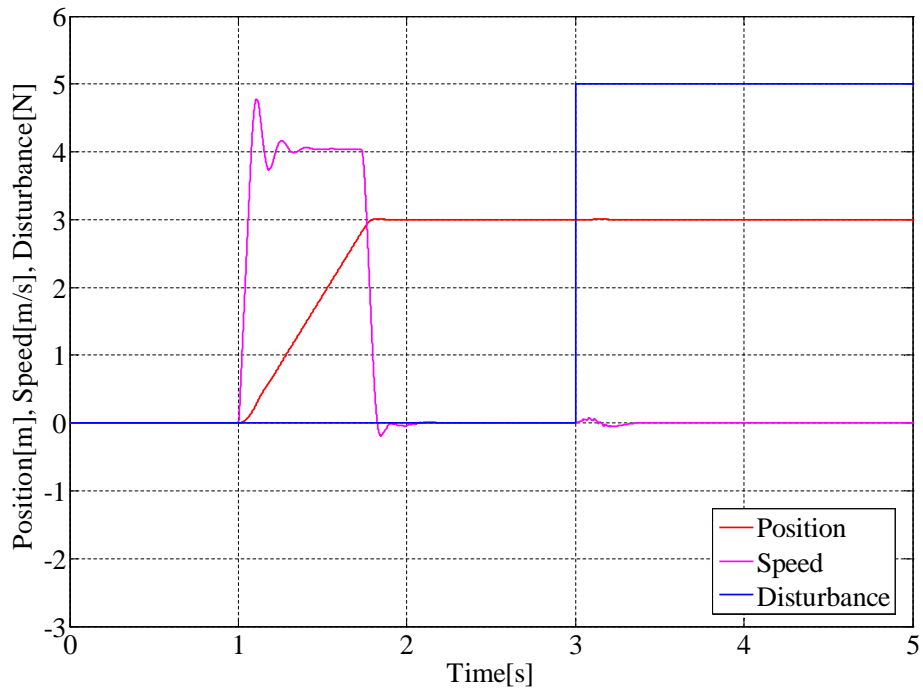


図 6.8: むだ時間がない場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータの状態量推定と位置制御（上段：実際の状態量 下段：推定状態量）

6.7.2 カメラのサンプリング周期より小さなむだ時間が存在する場合

次に、 T_1 より小さいむだ時間が挿入されている場合についてシミュレーションする。カメラからの位置信号に $T_d = 25T_2 = 0.025[\text{msec}]$ のむだ時間を仮定して、むだ時間を考慮していない予測型デュアルサンプリングレートオブザーバと45ページ表5.2のタイプ1のむだ時間を考慮した予測型デュアルサンプリングレートオブザーバの性能を比較する。むだ時間を考慮していない場合を図6.9を、考慮した場合は6.10に示す。

むだ時間を考慮しない場合でも推定や制御が破断するには至っていないものの、速度の振動が収まりにくかったり、推定外乱の値が振動的だったりしてよい推定であるとは言いがたい。一方でオブザーバゲインをむだ時間を考慮した形にすることによって、全く問題なく推定・制御が行われるようになる。

この違いは、それぞれのオブザーバの極配置を調べることによって裏付けられる。式(5.5)によれば、このオブザーバの極は

$$\text{eig}(A_1 - A_2^{N-k_2}L_2C_1) \quad (6.28)$$

ただし $N = 33$, $k_2 = 26$ である。そこで、むだ時間を考慮しない場合と考慮した場合のオブザーバゲイン L_2 を用いてオブザーバの極配置を描いたものが図6.11に示す。むだ時間を考慮しない場合は3つの極のうち2つが安定限界に近くダンピングが大きくなりやすい位置に極があるのに対し、むだ時間を考慮した場合は適切なダンピングの位置に極が存在する。

6.7.3 カメラのサンプリング周期より大きなむだ時間が存在する場合1 -推定状態量をむだ時間分だけ保存する方式-

カメラのサンプリング周期 T_1 よりむだ時間が大きい場合には表(5.2)で示すタイプ1のゲイン調整のみによる方法は用いることができないので、推定出力を保持するタイプ2か過去と現在の2つの状態量を用いるタイプ3のデュアルサンプリングレートオブザーバを用いる必要がある。

まず始めにタイプ2によってむだ時間を考慮することを考える。むだ時間を $T_d = 150T_2 = 0.150$ と置いて、タイプ2のデュアルサンプリングレートオブザーバの方法に従い $N = 33$, $k_1 = 4$, $k_2 = 19$ としてデュアルサンプリングレートオブザーバを構成する。一方で比較のためにタイプ1のデュアルサンプリングオブザーバで単純に $N = 33$, $k_2 = 151$ として構成を行ったものについてもシミュレーションを行う。タイプ1によった場合のシミュレーション結果を6.12に、タイプ2によった場合のシミュレーション結果を6.13に示す。

タイプ1のオブザーバゲインのみ調整するものは推定が完全に破断し、制御も当然安定しない。一方タイプ2の推定出力をむだ時間分保持するタイプは推定・制御ともできている。これはやはり極配置の良し悪しが影響している。むだ時間 T_d が T_1 より大きくなった場合には実際のシステムの極は、式(5.25)により

$$\text{eig}([\mathbf{A}] - [\mathbf{L}][\mathbf{C}]) \quad (6.29)$$

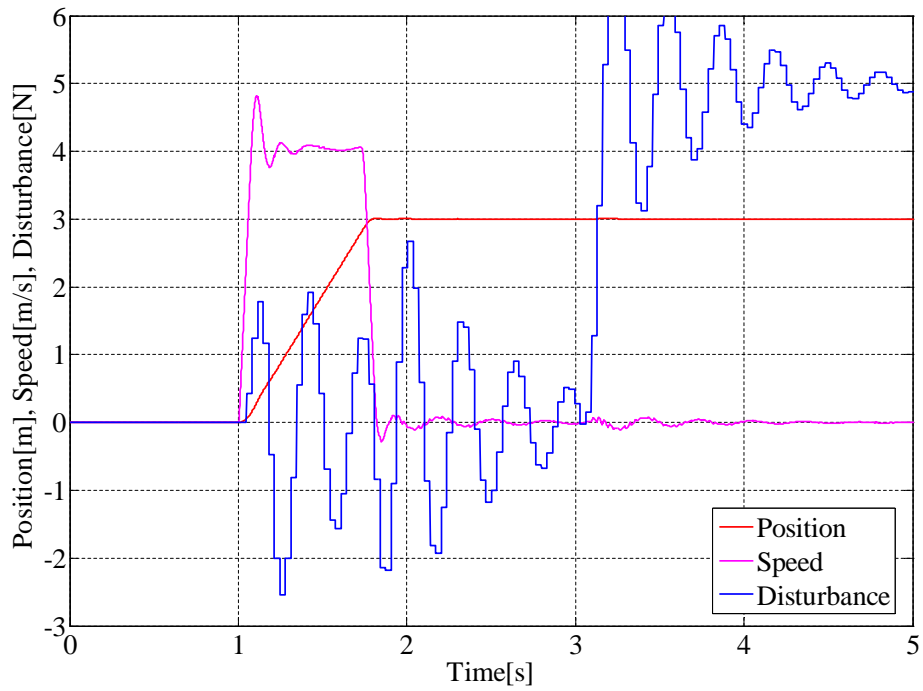
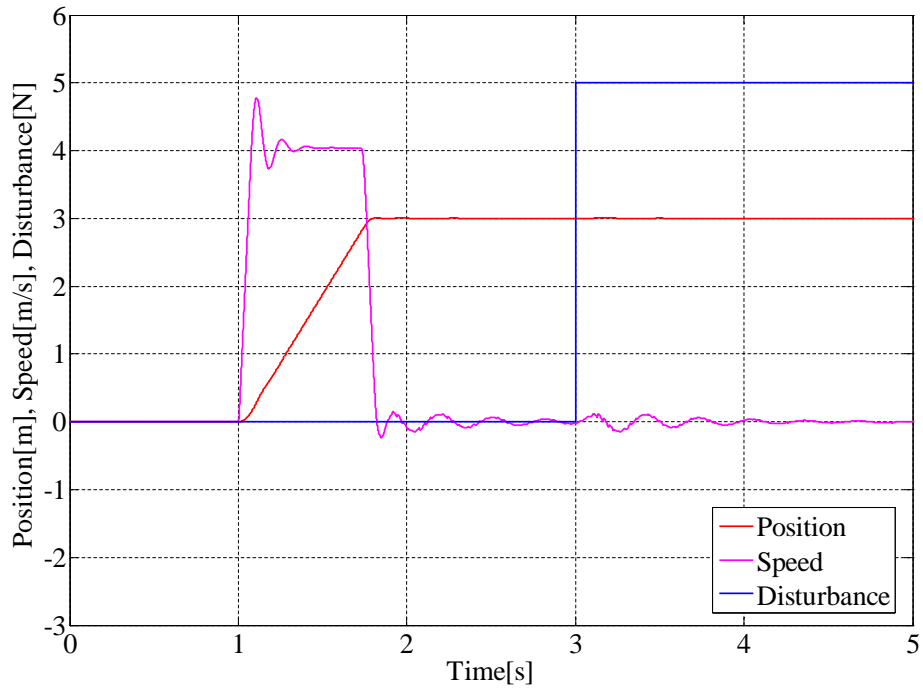


図 6.9: $T_d = 25T_2$ のむだ時間がある場合のむだ時間を考慮しない予測型デュアルサンプルリングレートオブザーバによるリニア同期モータの状態量推定と位置制御（上段：実際の状態量 下段：推定状態量）

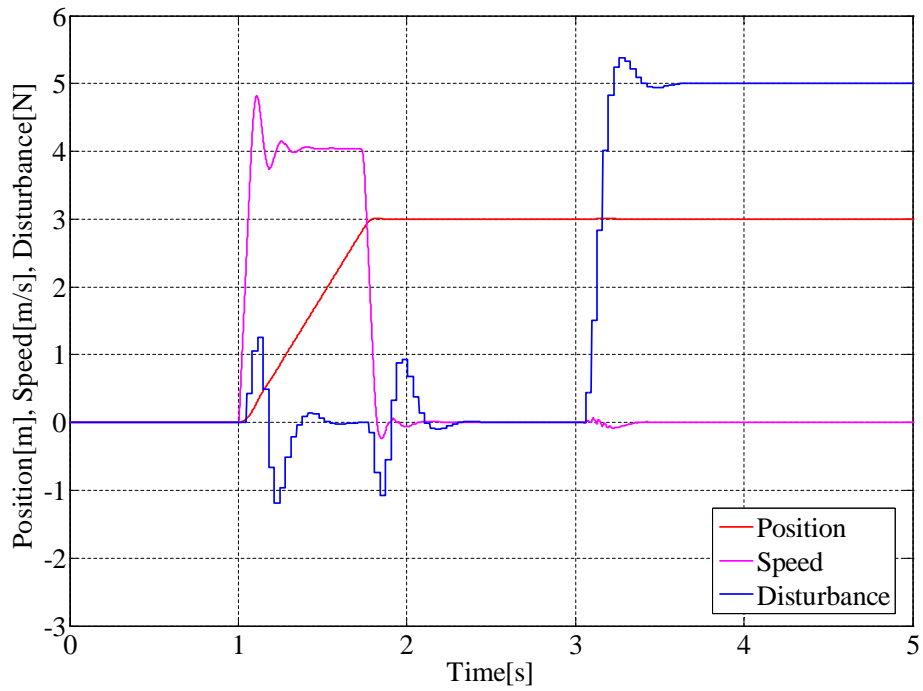
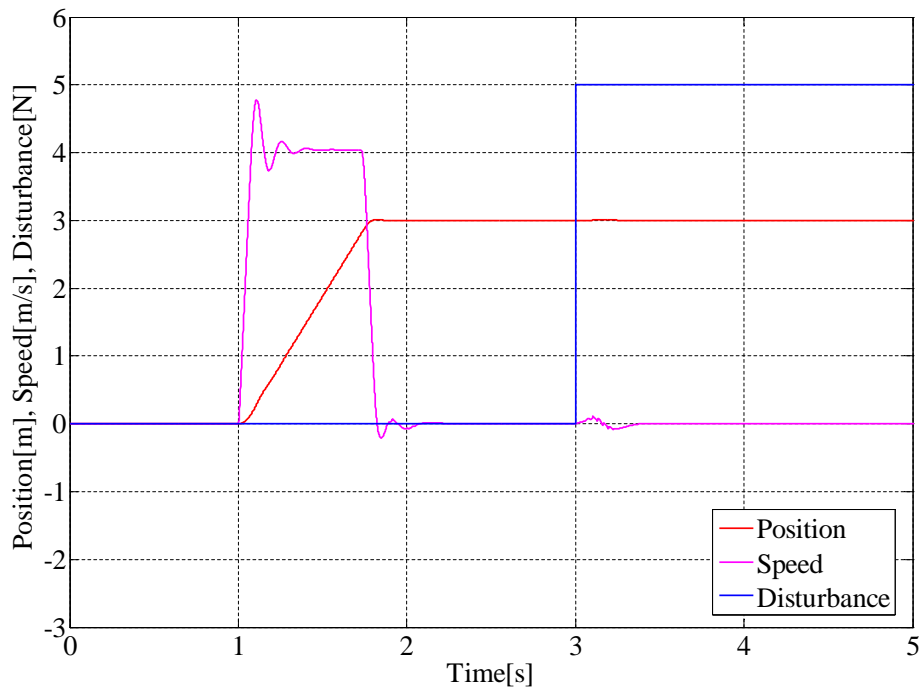


図 6.10: $T_d = 25T_2$ のむだ時間がある場合のむだ時間を考慮した予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ1)によるリニア同期モータの状態量推定と位置制御 (上段: 実際の状態量 下段: 推定状態量)

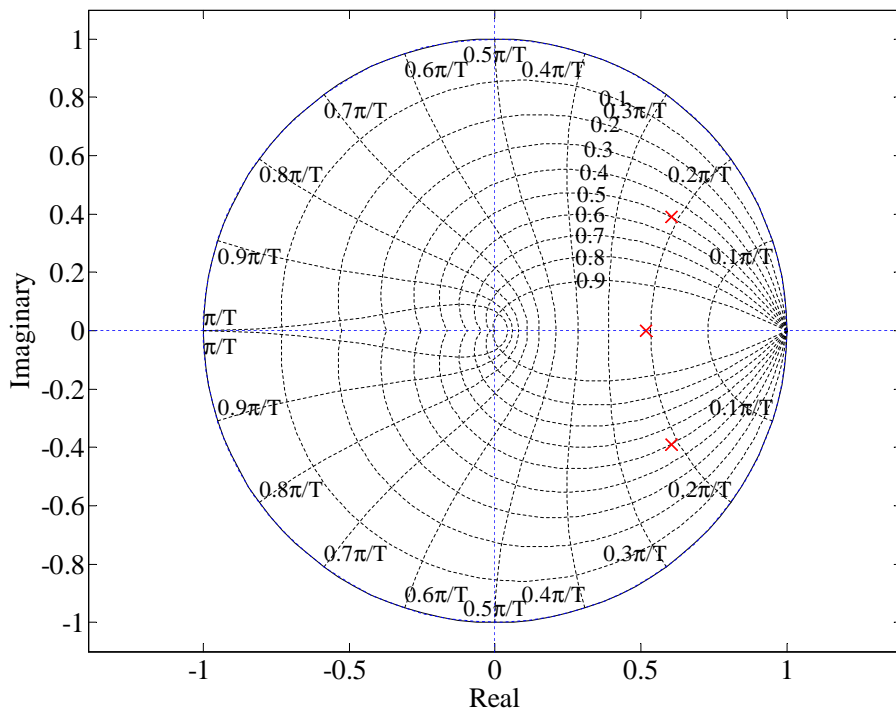
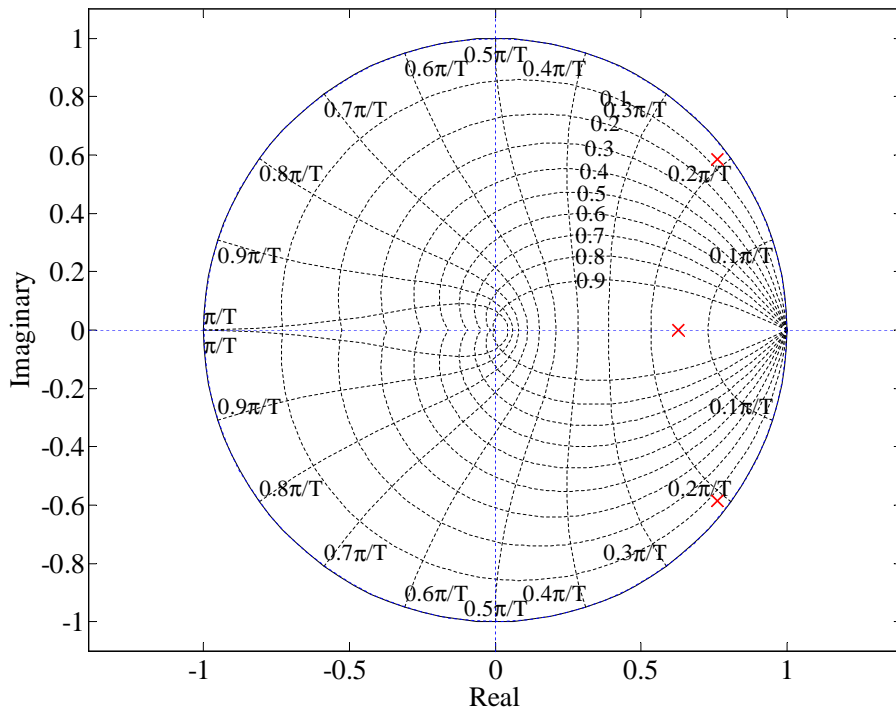


図 6.11: $T_d = 25T_2$ のむだ時間がある場合のデュアルサンプリングレートオブザーバの極配置の比較（上段：むだ時間を考慮しない場合 下段：むだ時間を考慮した場合）

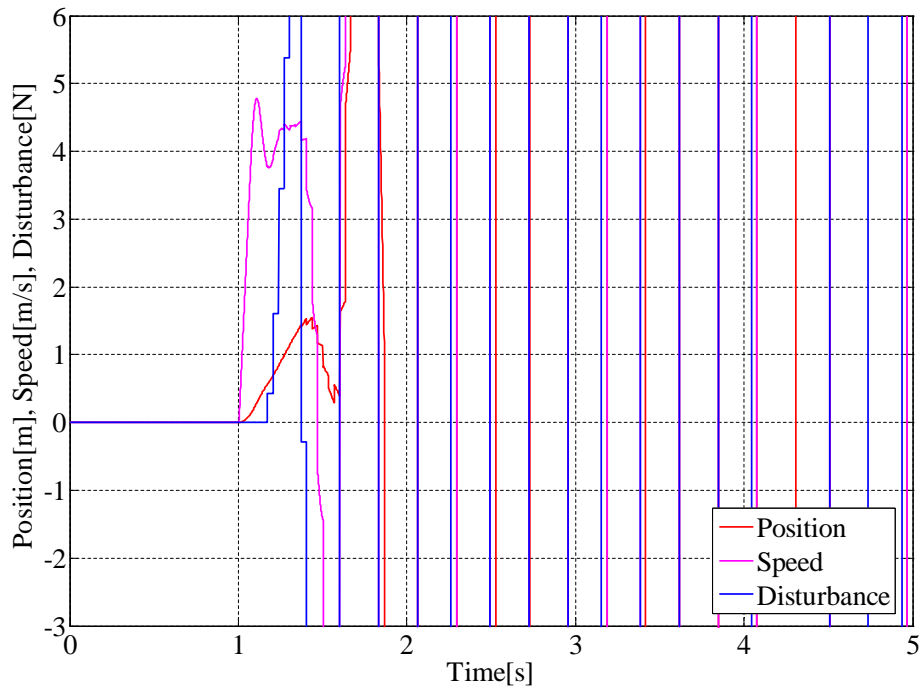
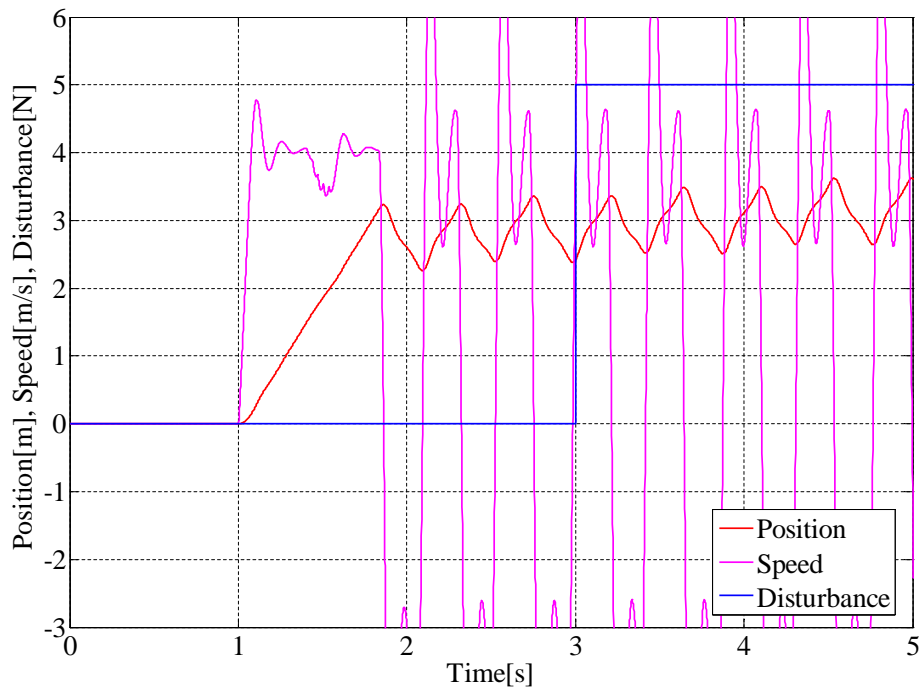


図 6.12: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ1)によるリニア同期モータの状態量推定と位置制御 (上段: 実際の状態量 下段: 推定状態量)

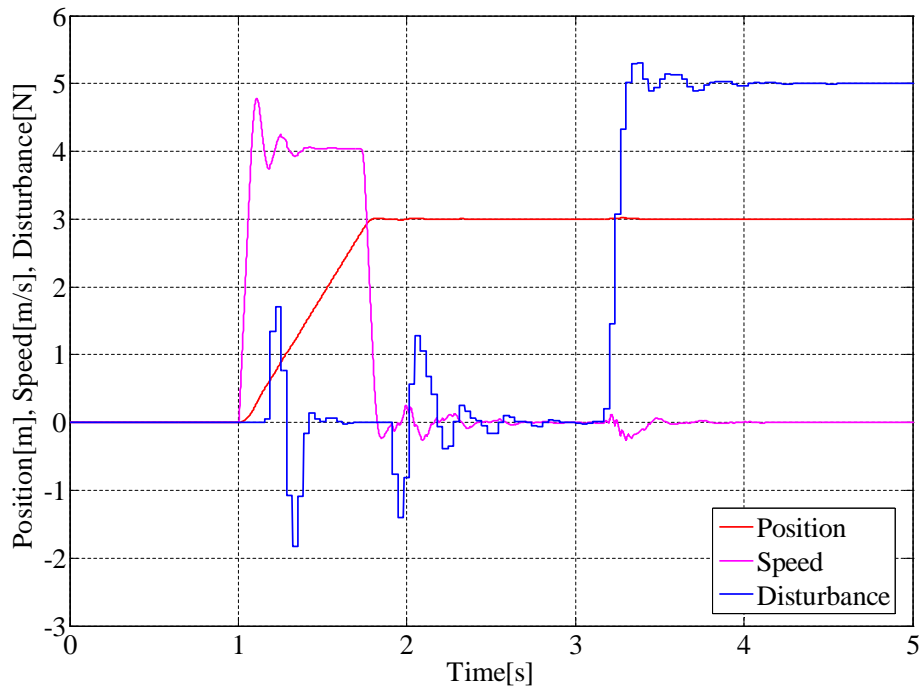
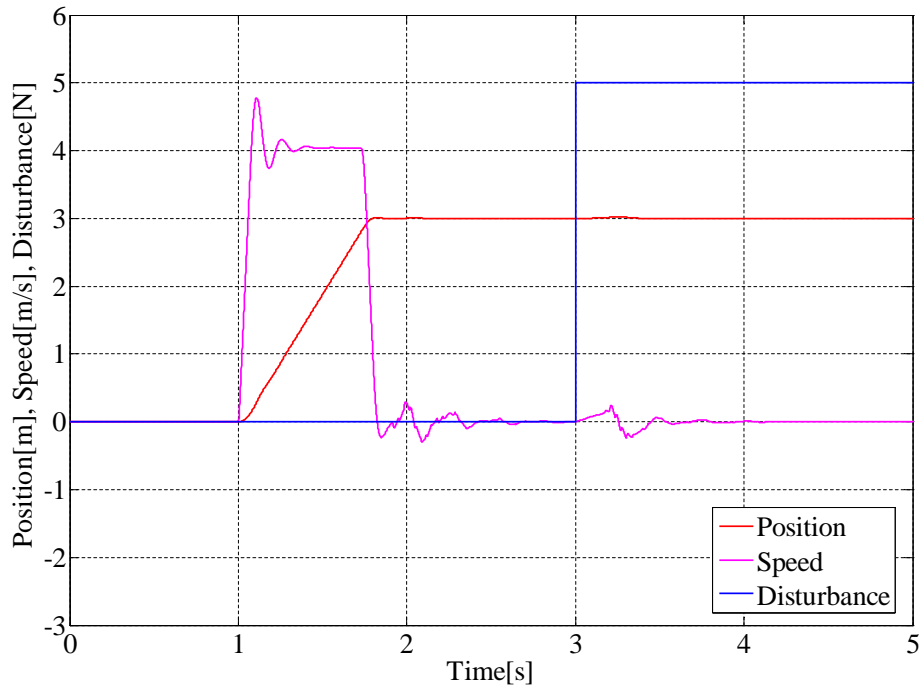


図 6.13: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の推定出力をむだ時間分保持する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ2)によるリニア同期モータの状態量推定と位置制御 (上段: 実際の状態量 下段: 推定状態量)

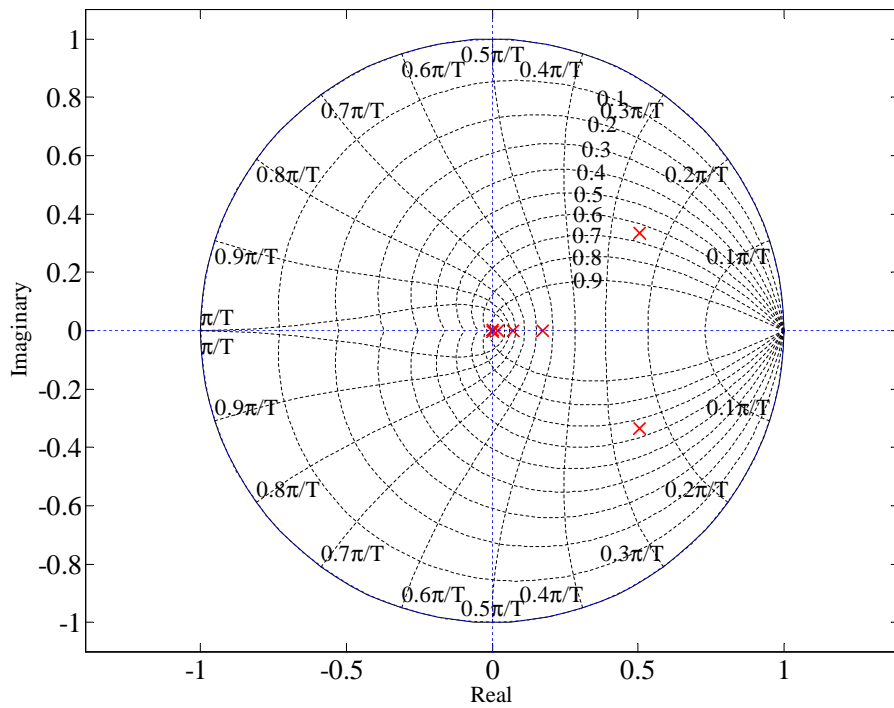
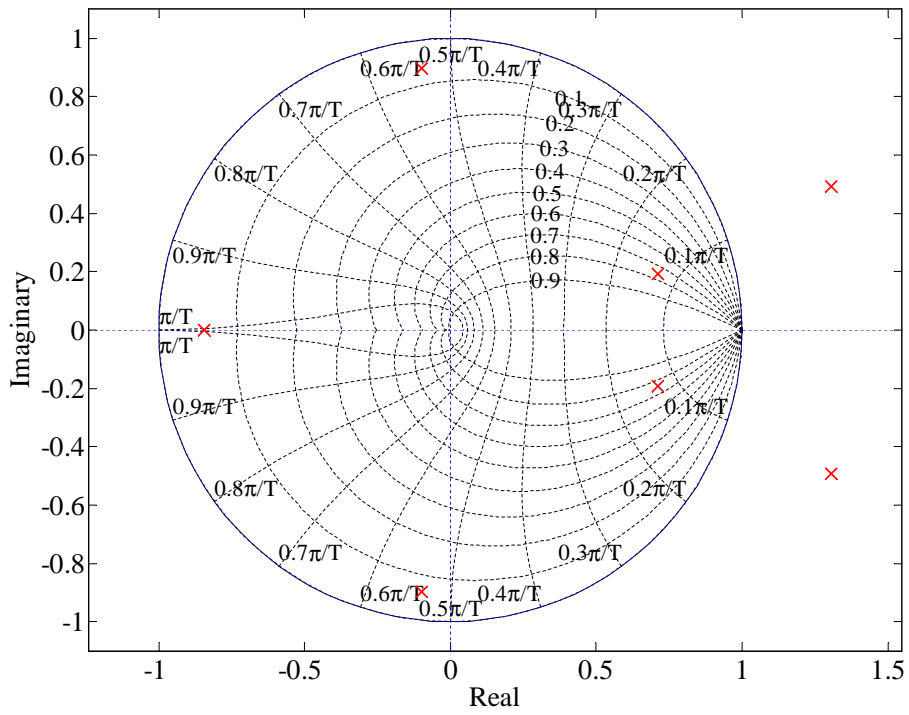


図 6.14: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合のデュアルサンプリングレートオブザーバの極配置の比較 (上段: タイプ1 下段: タイプ2)

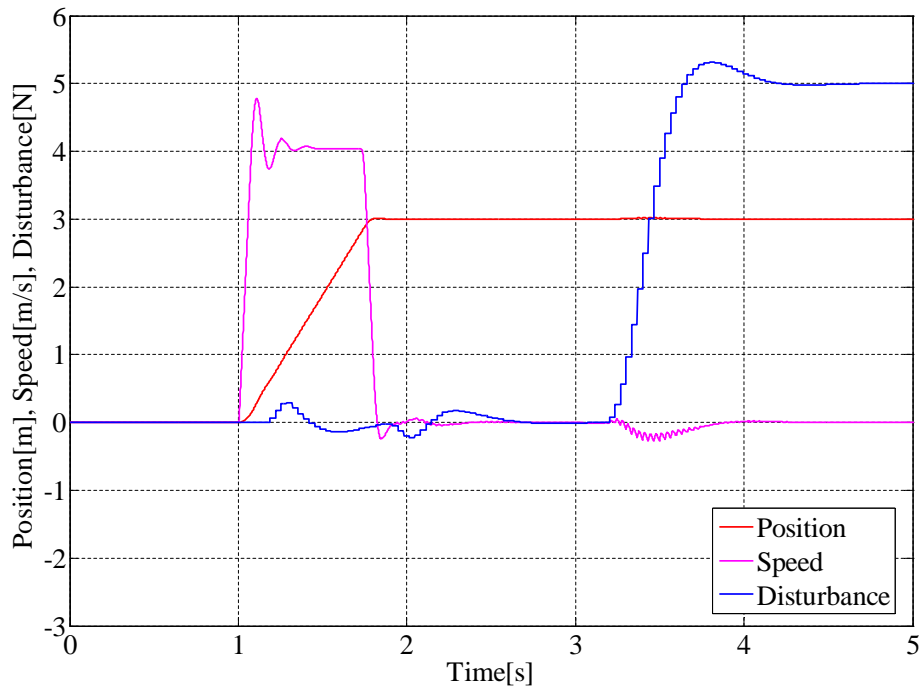
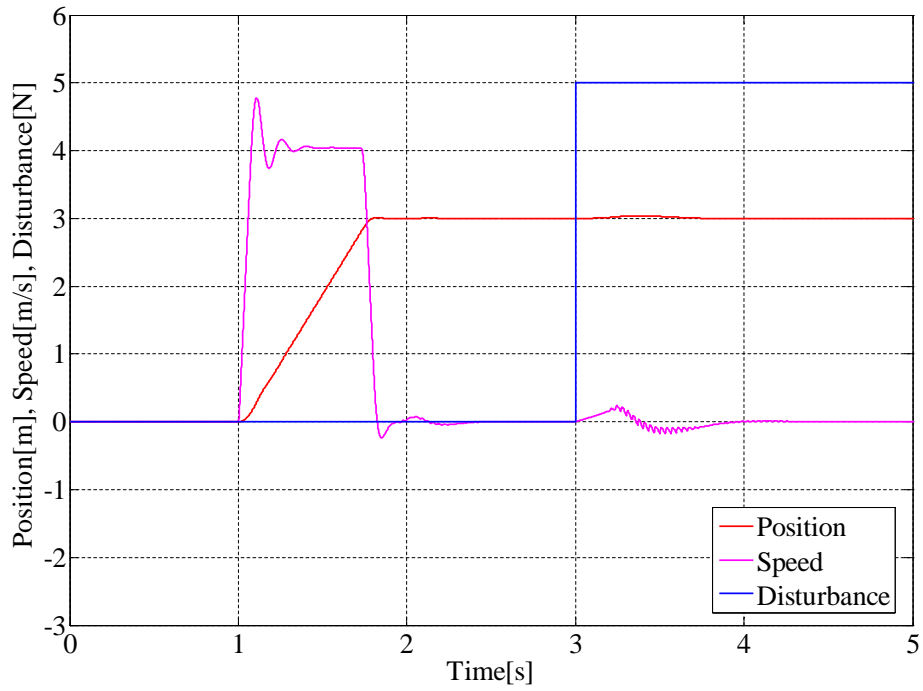


図 6.15: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の推定出力をむだ時間分保持する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ2)によるリニア同期モータの状態量推定と位置制御 (上段: 実際の状態量 下段: 推定状態量) ただしオブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.3[\text{sec}]$

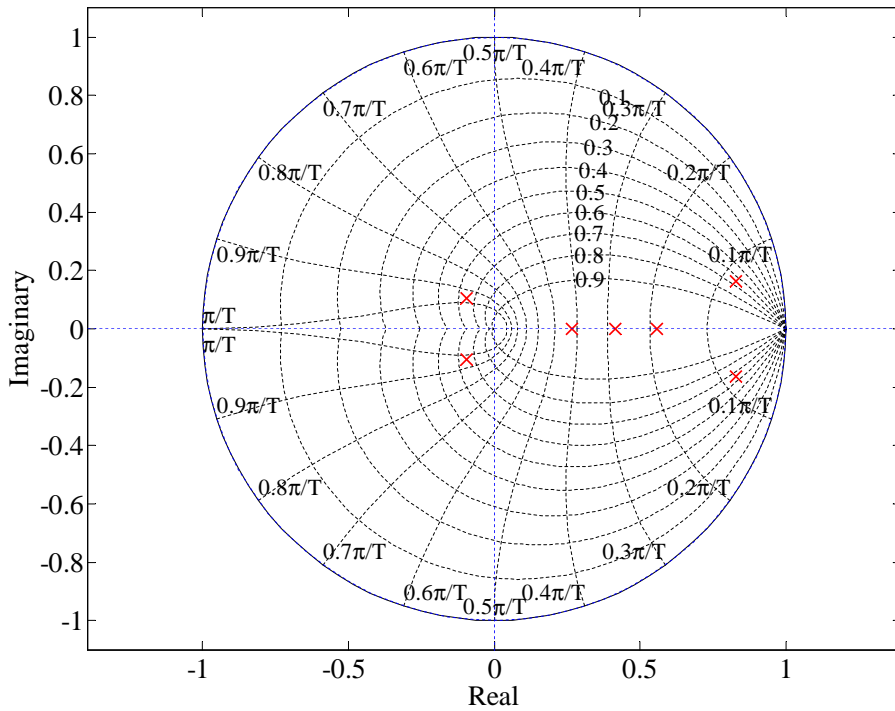


図 6.16: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合のタイプ 2 のデュアルサンプリングレートオブザーバの極配置 ただしオブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.3[\text{sec}]$

である。タイプ 2 の場合はこの式に基づいて極を算出でき、一方でタイプ 1 の場合は $[L]$ のうち $l_1 = \dots = l_{k_1} = 0$ として残りの部分に $\text{eig}(A_1 - L_1 C_1)$ で定まる L_1 を収めた形のオブザーバゲインを考えて極を求めれば同一条件である。これにより求めた極配置を図 6.14 に示す。タイプ 1 のほうは $|z| < 1$ を満たさない極が散見され安定でないことがわかるが、タイプ 2 のほうは安定でない極は存在しない。しかし、タイプ 2 でも一部の極が $z = 0$ 近隣に密集しており、これは図 6.13 で推定速度や推定外乱のダンピングが収まりにくいことに現れている。このようにタイプ 2 ではむだ時間が大きくなるほど極が増えるので、設計がシビアになる欠点があり、例えばオブザーバの時定数 τ_{ob} を大きくしてゆっくり推定するようにするといった対策を取る必要がある。 $\tau_{ob} = 0.3[\text{sec}]$ としてシミュレーションをした例を図 6.15 に、そのときのオブザーバの極配置を図 6.16 に示すが、シビアな極が減ることで推定速度や推定位置のダンピングは少なくなるものの、即応性は低下してしまう。

なお、図 6.13 の場合でも図 6.15 の場合でも、外乱が加えられてから推定外乱が立ち上がるまでタイムラグがある。これは先に述べたとおり、外乱は推定位置とカメラによって検知された位置とに差が生まれて初めて検知されるため、カメラのむだ時間 $T_d = 0.150[\text{sec}]$ 分だけ検知が遅れるためである。

6.7.4 カメラのサンプリング周期より大きなむだ時間が存在する場合 2 -過去と現在の 2つの推定状態量を用いる方式-

次にタイプ3の過去と現在の2つの推定状態量をもつ予測型デュアルサンプリングレートオブザーバでのシミュレーションを行った。むだ時間は先と同じく $T_d = 150T_2$ とするので、 $N = 33$, $k = 150$ である。このシミュレーション結果を図6.17に示す。

むだ時間分古い過去の推定状態量 \hat{x} と実際の状態量を比べると、実際の状態量のグラフをちょうどむだ時間分右に平行移動させたものと過去の推定状態量とがよく一致する様子がわかる。これはタイプ3のデュアルサンプリングレートオブザーバの持つ性質そのものである。そして、過去の推定状態量 \hat{x} と現在の推定状態量 \hat{x} を比べると、過去の推定状態量の位置と速度をむだ時間分左に平行移動すると現在の推定状態量のもので一致することがわかる。これはリアルタイムにわかる入力を利用して過去の推定量を現在まで外挿した効果である。一方で、外乱力の推定値はカメラからのむだ時間の含まれる実位置信号の影響を強く受けるので平行移動しない。結果として、実際の状態量と現在の推定状態量を比べると、オブザーバは制御入力に対しては機敏に反応し外乱力はむだ時間分立ち上がりが遅れるというタイプ2のオブザーバ同様の性質であることがわかる。

また、タイプ3の方式の場合は設計が必要な極が大きいむだ時間でも変わらないというメリットがあるので、タイプ2より設計は容易である。しかし、実際にはオブザーバと制御系をあわせた全体のシステムでは $z = 0$ の極が多数追加されることになるため、推定速度や推定外乱力はややダンピング気味である。

6.8 実システムの安定・不安定によって適用できるデュアルサンプリングレートオブザーバの差

ここでは、一旦リニア同期モータの位置制御を離れて、タイプ3の過去と現在の2つの推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバについて検証したい。このオブザーバは式(5.55)で示したとおり実システム自身の極を含んでしまうため、実システムが安定系でない場合には適用できない。これをシミュレーションで確認したい。

6.8.1 シミュレーションに用いるシステムと条件

不安定系の代表として倒立振子を取り上げる。図6.18のようなモデルを考えて、これを状態フィードバック制御により $[y, \theta] = [0, 0]$ となるようにする。制御は台車に加える力 f によって行う。カメラでは台車の位置 y のみ観測できるが、この位置信号にはむだ時間が含まれるとする。このモデルを $[y, \theta] = [0, 0]$ で線形化すると、次のようになる。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bf \\ y = Cx \end{cases} \quad (6.30)$$

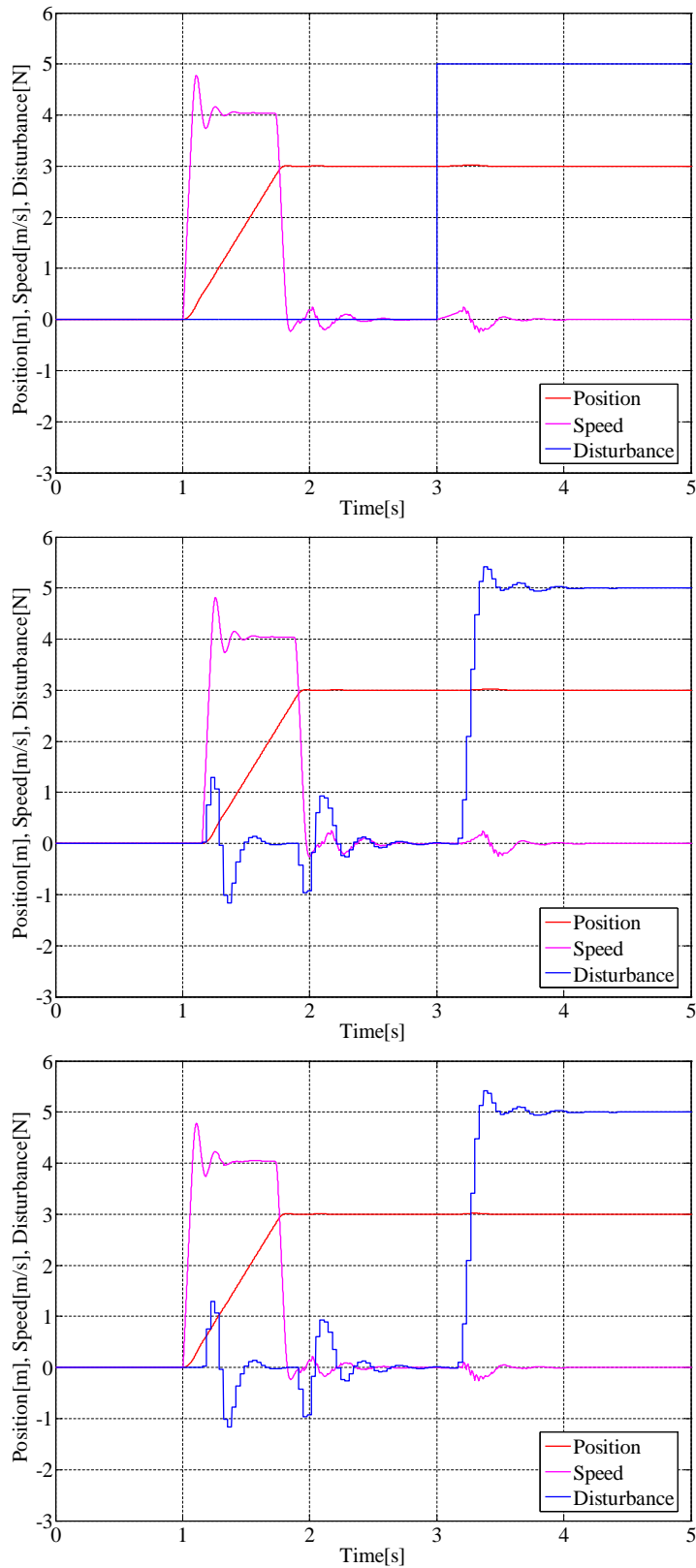


図 6.17: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の過去と現在の 2 つの推定状態量をもつ予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ 2)によるリニア同期モータの状態量推定と位置制御 (上段: 実際の状態量 中段: 過去の推定状態量 \hat{x} 下段: 現在の推定状態量 \hat{x})

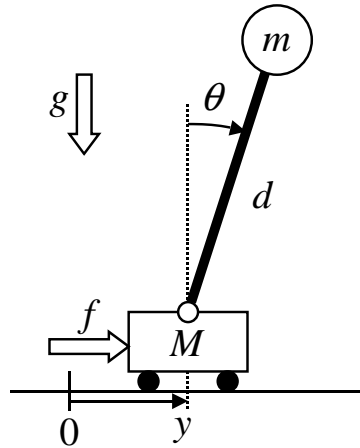


図 6.18: 状態フィードバック制御を行う倒立振り子モデル

ただし、各行列の値は次のとおりである。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m}{M}g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{M+m}{M} \frac{g}{d} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Md} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

このシステムは可制御・可観測である。また、各パラメータは表 6.3 のような値を設定す

表 6.3: 倒立振り子モデルで使用するパラメータ値

台車質量 [kg]	$M = 2.0$
おもり質量 [kg]	$m = 1.0$
振り長さ [m]	$d = 0.25$
重力加速度 [m/s ²]	$g = \pm 9.81$
カメラのサンプリング周期 [sec]	$T_1 = 0.033$
制御器のサンプリング周期 [sec]	$T_2 = 0.001$
オブザーバ極配置	Kessler 標準形
オブザーバ時定数 [sec]	$\tau_{ob} = 0.2$
状態フィードバック制御器極配置	Kessler 標準形
状態フィードバック制御器時定数 [sec]	$\tau_{cnt} = 0.2$

る。重力加速度の値が正負の両方あるのは、正のときはシステムは不安定系になり負のときには準安定系になるのでそれぞれの時にオブザーバを組み立てて比較するためである。さらに、この行列を式 (4.4) により離散化したときに、今までの記号に従って周期 T_1 のものを A_1, B_1, C_1 と、周期 T_2 のものを A_2, B_2, C_2 と置く。

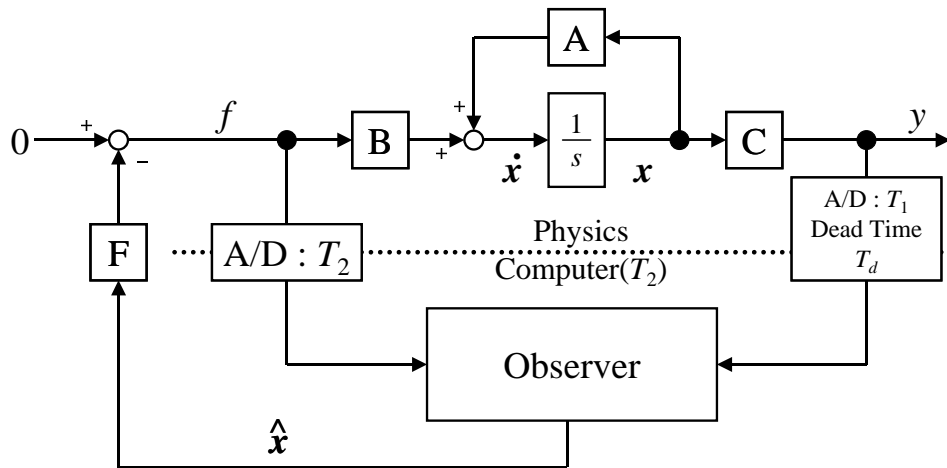


図 6.19: 倒立振子のオブザーバ・状態フィードバック制御のモデル

オブザーバと制御器の全体図は図 6.19 のようになる。ここで状態フィードバックゲイン F は

$$\det[sI - (A - BF)] = 0 \quad (6.31)$$

で求められる極 s の 4 個全てが $\text{Re}(s) < 0$ を満たすようにする。具体的には 4 次の Kessler 標準形の極の場所になるように F を決定する。図中の Controller と示された場所は、タイプ 2 の推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバの場合は図 5.4 に相当するものが、タイプ 3 の過去と現在の 2 つの推定値をもつデュアルサンプリングレートオブザーバの場合は図 5.11 に相当するものが入る。

シミュレーションを行う際は、 \boldsymbol{x} の初期値として $\boldsymbol{x}_0 = [0, 0, 0.3, 0]^T$ を与えた。これは振子がわずかに傾いた状態から始まることを意味する。一方で推定値の初期値は $\hat{\boldsymbol{x}}_0 = \boldsymbol{x}_0 = \mathbf{0}$ である。またむだ時間は $T_d = 150T_2 = 0.150[\text{sec}]$ として、最終的に $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ となれば振子は安定に静止していることになる。

6.8.2 シミュレーション結果

まずは $g = -9.81[\text{m/s}^2]$ とした準安定系で状態フィードバックが上手くいくことを確かめる。図 6.20 にタイプ 2 の推定出力値をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバでの結果を、図 6.21 にタイプ 3 の過去と現在の 2 つの推定状態量をもつデュアルサンプリングレートオブザーバでの結果を示す。いずれでも制御が上手くいき、振子が $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ となり静止する様子がわかる。また、両者ともシミュレーション開始からむだ時間相当の 150[msec] 実位置 y がオブザーバにとって明らかになり始めてから推定や制御が始まることなど、先述した特徴がよく現れている。

次に $g = 9.81[\text{m/s}^2]$ である倒立振子の不安定系に対して同様のシミュレーションを行った結果を示す。図 6.22 がタイプ 2 の推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバ、図 6.23 がタイプ 3 の過去と現在の 2 つの推定状態量をもつデュア

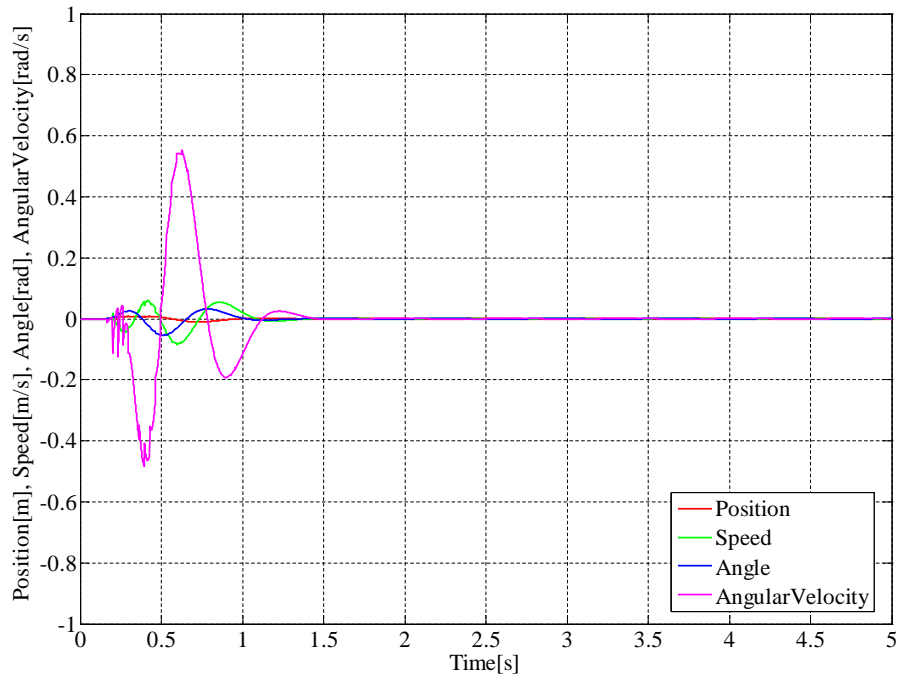
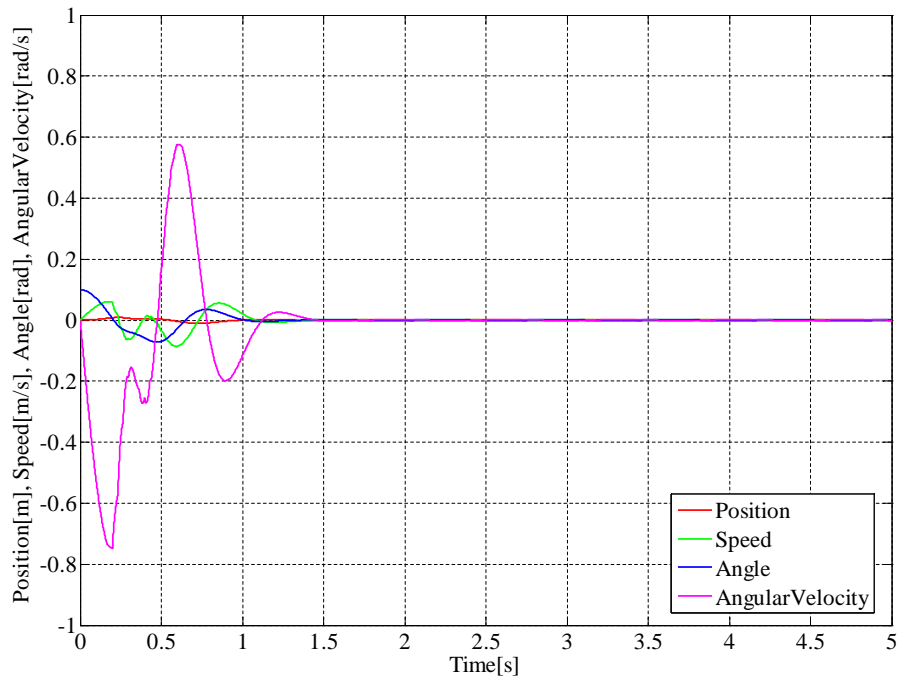


図 6.20: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の推定出力をむだ時間分保持する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ2)による準安定な振子の状態フィードバック制御 (上段: 実際の状態量 下段: 推定状態量)

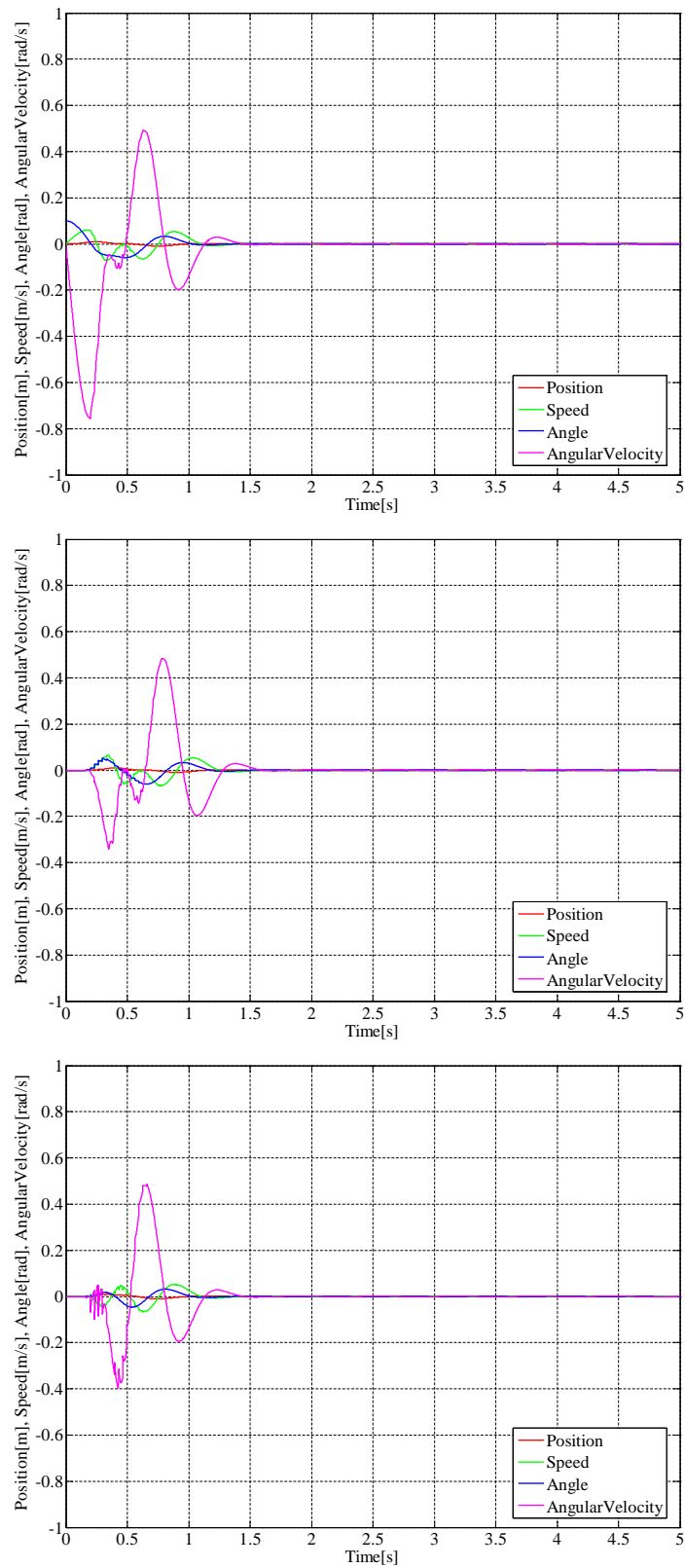


図 6.21: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の過去と現在の 2 つの推定状態量をもつ予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ 2)による準安定な振子の状態フィードバック制御 (上段: 実際の状態量 中段: 過去の推定状態量 \hat{x} 下段: 現在の推定状態量 \hat{x})

ルサンプリングレートオブザーバのものである。まず図6.22のタイプ2によるものであるが、不安定系であるため状態量の振れ幅は先ほどに比べて大きくなっているが、最終的には $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ を達成している。一方で図6.23のタイプ3によるものは、一旦はタイプ2のように $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ を達成したように見えるが、その後 $t = 4[\text{sec}]$ 以後から実際の状態量と過去の推定状態量 $\hat{\boldsymbol{x}}$ が急激に増大し始め、発散してしまう。一方で現在の推定状態量 $\hat{\boldsymbol{x}}$ はこの発散に対して無反応であるので状態フィードバック制御が効いていないことがわかる。

以上により、不安定系かつ出力がむだ時間をもって観測されるような実システムの状態量推定には、タイプ3の過去と現在の2つの推定状態量をもつオブザーバは使用できず、タイプ2の推定出力をむだ時間分保持するオブザーバを使用しなければならないことがシミュレーションを通じて示すことができた。

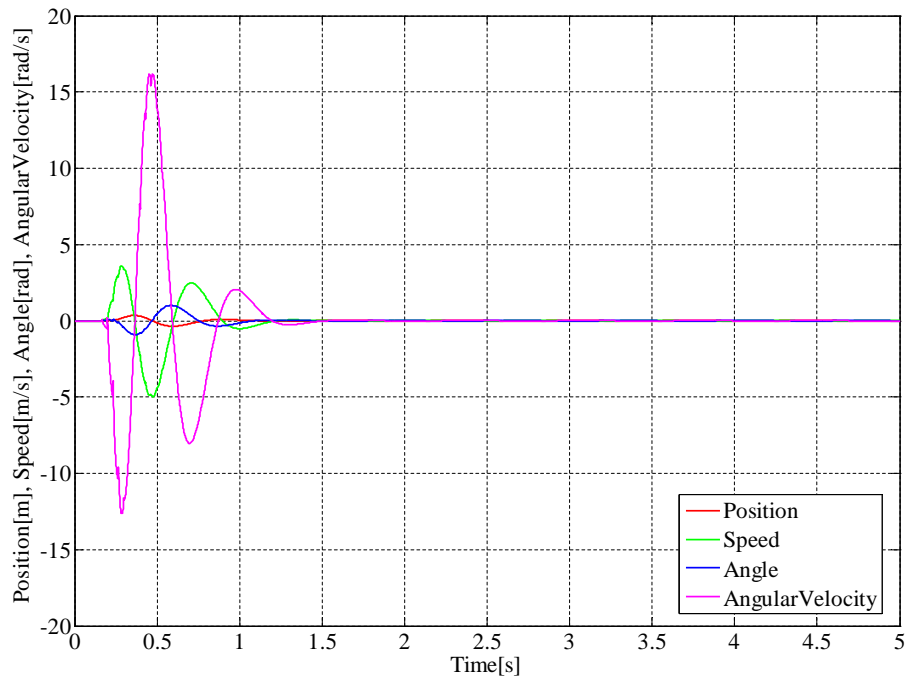
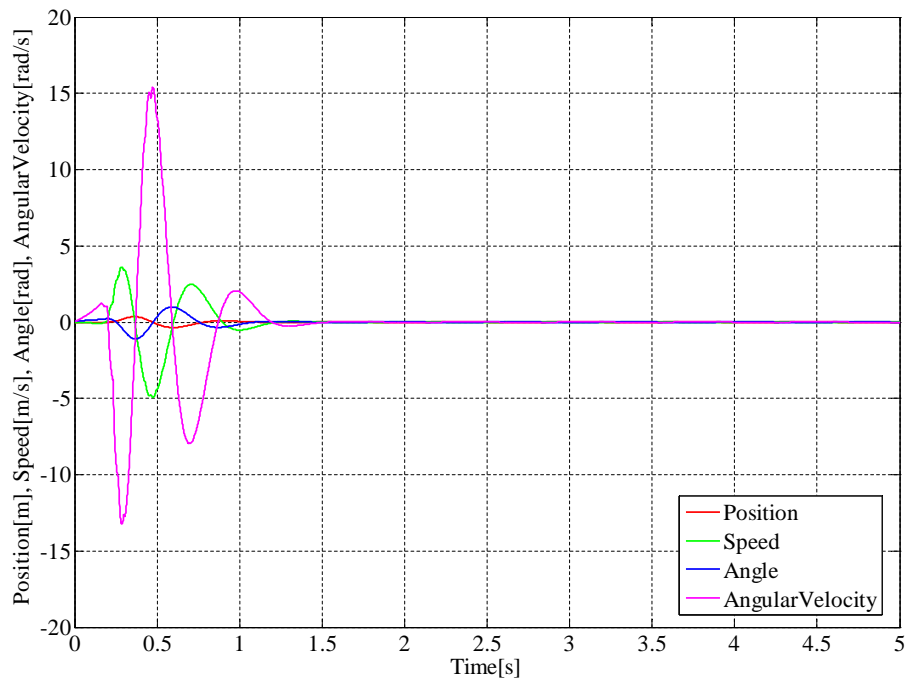


図 6.22: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の推定出力をむだ時間分保持する予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ2)による不安定な倒立振子の状態フィードバック制御 (上段: 実際の状態量 下段: 推定状態量)

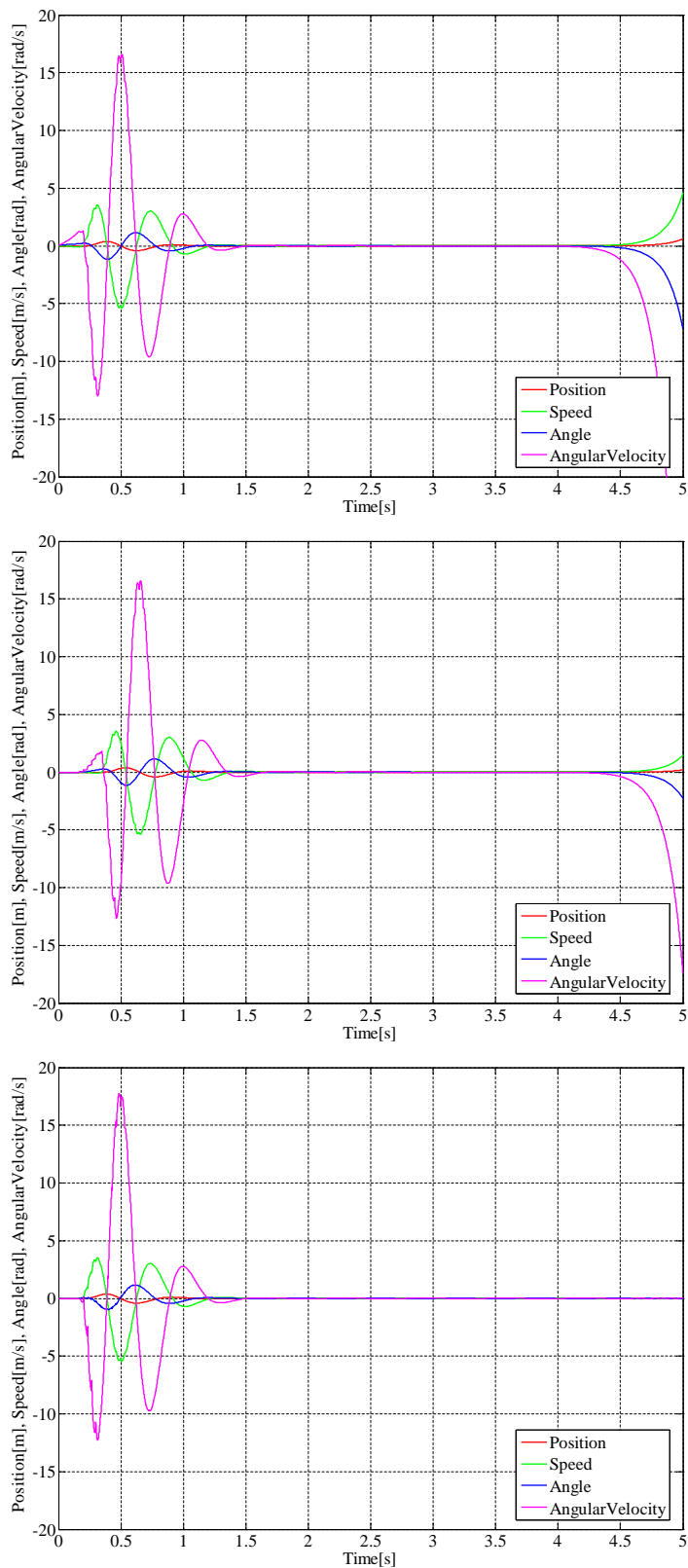


図 6.23: $T_d = 150T_2$ のむだ時間がある場合の過去と現在の2つの推定状態量をもつ予測型デュアルサンプリングレートオブザーバ(タイプ2)による不安定な倒立振子の状態フィードバック制御 (上段: 実際の状態量 中段: 過去の推定状態量 $\hat{\mathbf{x}}$ 下段: 現在の推定状態量 $\hat{\mathbf{x}}$)

第7章 リニア同期モータ位置制御実験

この章ではむだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバを用いてリニア同期モータの位置制御実験を行い、オブザーバの有用性を確認するとともに実装上の問題点を明らかにする。

7.1 実験機の構成

7.1.1 実験機の概要

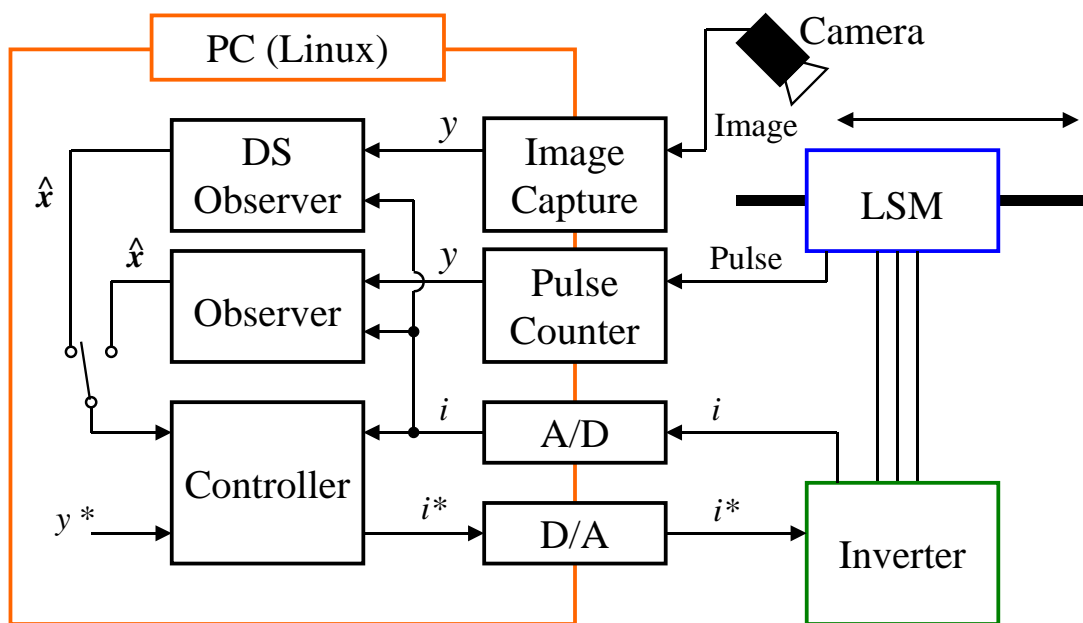


図 7.1: むだ時間を考慮したデュアルレートサンプリングオブザーバによるリニア同期モータ位置制御実験の全体構成

実験機全体の構成は図 7.1 のようになる。リニア同期モータの可動子を家庭用ビデオカメラで撮影し、映像を Linux コンピュータの画像入力ボードに取り込んで位置を得て、インバータの実電流信号とともにデュアルサンプリングレートオブザーバの入力とする。また、レファレンスとしてリニア同期モータに付属するパルスエンコーダからパルス信号を制御用コンピュータのパルスカウンタを通じて位置を得て、カメラからの信号と同様に実

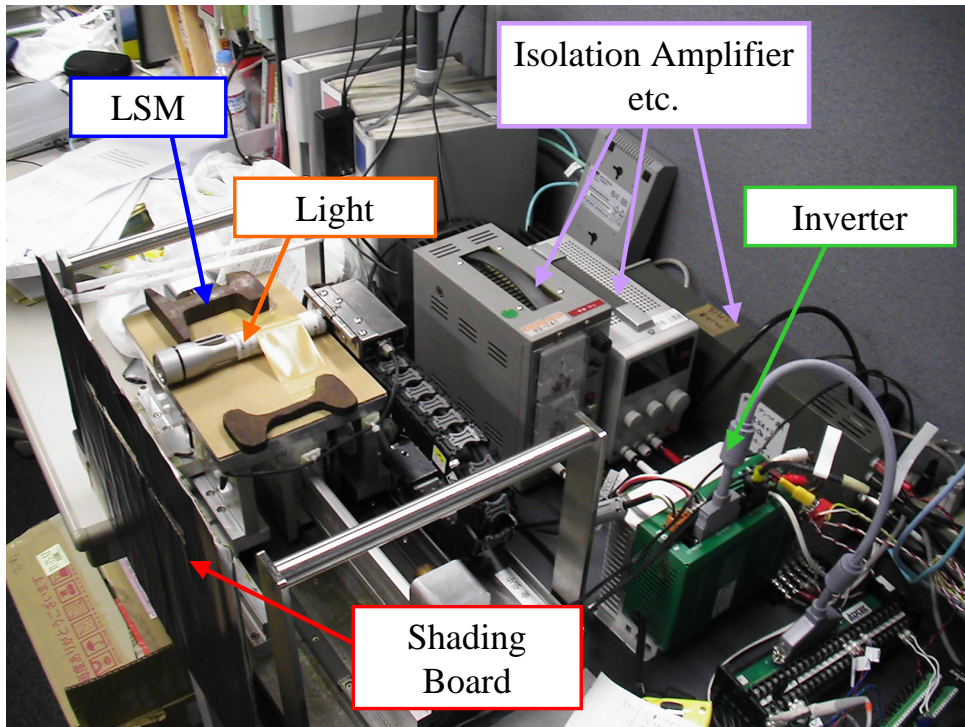


図 7.2: 実験に用いたリニア同期モータと周辺機器

電流信号とともに通常のオブザーバの入力とする。これらのオブザーバの推定状態量のうちどちらかを選択して制御器の入力とし、制御器からは電流指令信号が出力されてインバータに渡される。電流制御器はインバータ自身が持つ形となっている。

入力画像から位置を得る計算やパルスカウンタの計算はコンピュータにとって大きな負荷になる可能性があるが、今回の構成では各ボードがこれらの計算をする役割を担っているので、コンピュータ本体はその計算結果を規定の方法に従ってアクセスしに行くだけでよい。つまりコンピュータはオブザーバと制御器の計算に集中することができる。

実験機とその周辺の写真を図 7.2 に示す。リニア同期モータは可動子の上部にライトを置いてあり、この光をカメラで撮る。この実験機を家庭用ビデオカメラから見ると図 7.3 のようになっており、遮光板によりライトの光が通る場所以外はマスクされている。これはリニア同期モータの多くの部分がアルミでできているため、実験室の蛍光灯などの光を反射して位置の検知に悪影響を与えるためである。

7.1.2 画像処理とキャリブレーション

このように得られた画像は、コンポジット信号として画像入力ボードに取り込まれる。画像入力ボード上では輝度信号を用いて画像を2値化して、明部の重心を求めることにより可動子の位置を算出する。画像入力ボードからはこの画素上での位置が出力され、コンピュータ本体に渡される。ここで画素上の位置と実際の位置を対応付ける必要があるが、横方向の画素の位置と実位置は図 7.4 のようなおおよそ直線の関係が得られたため、実位

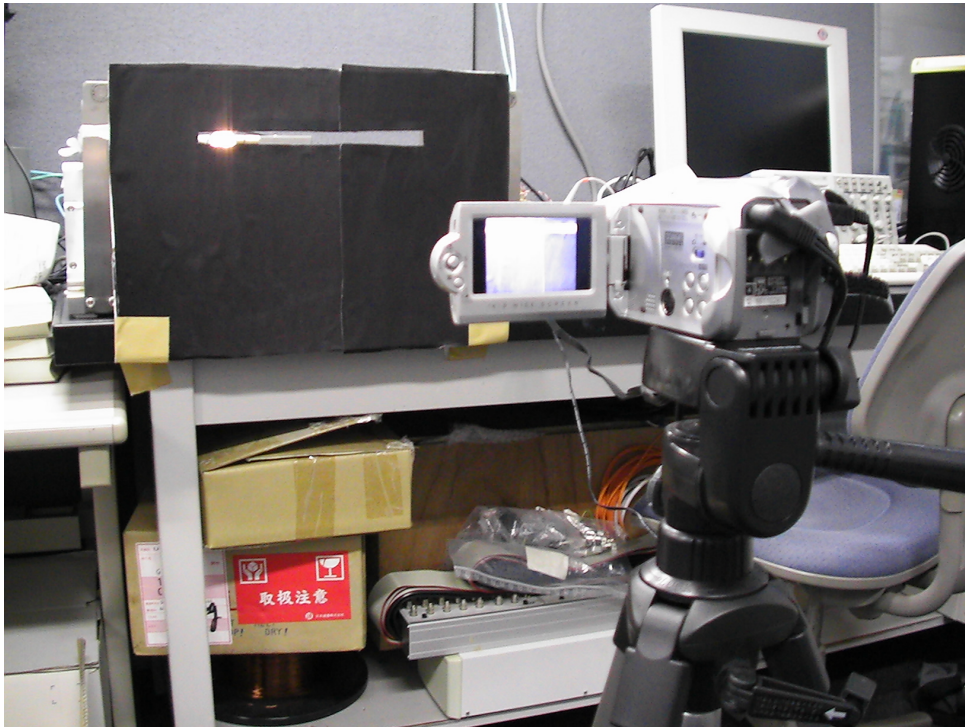


図 7.3: 家庭用ビデオカメラによる可動子撮影の様子

置が 0cm・10cm・20cm での横方向の画素上の位置を事前に計測をしておき 2 次関数で近似をして実位置に対応させるようにしておく。

7.1.3 オブザーバと制御器

オブザーバと制御器はいずれも基本的に第 6 章のシミュレーションで用いたものと同じである。ただし、パルスエンコーダからの位置に従う通常のオブザーバは図 4.4 に示すものと同様である。オブザーバの極を Kessler 標準形に従ってする際に必要な等価時定数は、デュアルサンプリングレートオブザーバについては実験を通じて適切に定めることとし、通常のオブザーバはデュアルサンプリングレートオブザーバより充分速く実際の状態量と同一性のある推定値に到達するように $\tau_{ob} = 0.02[\text{sec}]$ とした。

また、制御器は各所に P-D 制御を用いているため推定位置や推定速度を微分するという制御上やっかいな演算が存在するが、

$$\frac{d\hat{y}}{dt} = \hat{\sigma} \quad (7.1)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dt} = \frac{1}{M}(F + \hat{F}_d) \quad (7.2)$$

という関係があるため、右辺に現れるオブザーバ内の値を用いることで微分演算を回避している。

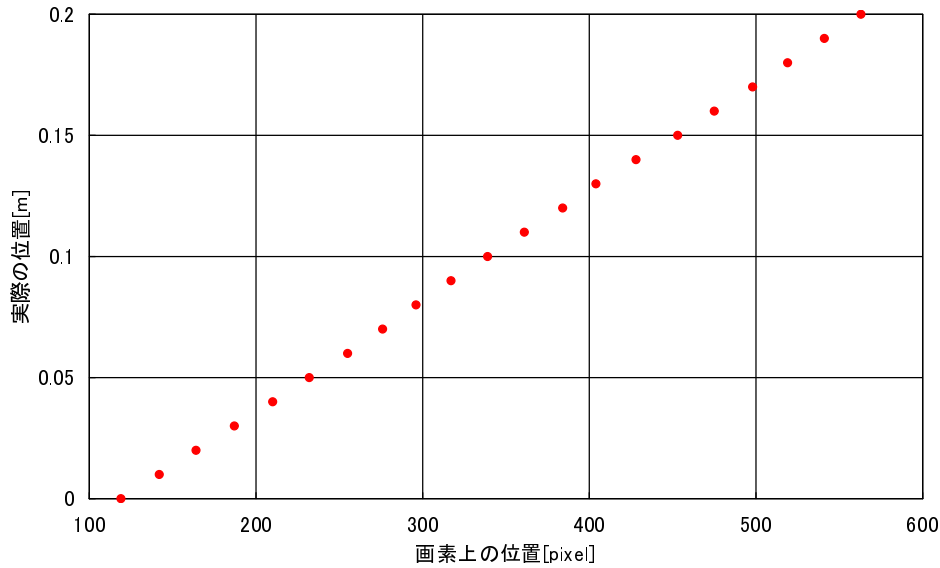


図 7.4: カメラで捉えた画素上の位置と実位置との対応関係

電流制御器はインバータが持っている。事前にステップ状の電流指令を与えることでその時定数を観測すると $\tau_i = 0.002[\text{sec}]$ 程度であったので、これをもとに上位の制御系を組んだ。ここで速度制御器の時定数は $\tau_v = 0.01[\text{sec}]$ とし、位置制御器は $\tau_y = 0.05[\text{sec}]$ と $\tau_y = 0.01[\text{sec}]$ のどちらかを用いた。時定数が短いほうが位置指令に対する追従性のよい「固い」制御となるが、センサ外乱に対するロバスト性が悪くなる。

制御周期は $T_2 = 0.004[\text{sec}]$ である。よってカメラの周期はこの整数倍ということでオブザーバ上では $T_1 = 0.032[\text{sec}]$ とした。その他のオブザーバや制御器の設計に必要な他の定数や物理モデルはシミュレーションと同一である。

7.1.4 リニア同期モータ

実験に使用したリニア同期モータはトンネルアクチュエータと呼ばれるタイプである。磁路が可動子の移動する方向と垂直になるトランスバーサルフラックスモータ [12] であるのでポールピッチを狭くすることができるので大推力が出せることと、両側式リニアモータであることで磁束密度がギャップ間を一定にすることができるので、垂直力が原理上は出ないため支持機構が簡単になり摩擦が比較的少なく位置制御に向く形式であることが大きな特徴である。また、コギング力も非常に少ない。

モータの各定数は、第 6 章のシミュレーション中で示した表 6.1 のものと同様である。機構は特殊であるものの制御上は通常のリニア同期モータと同様である。

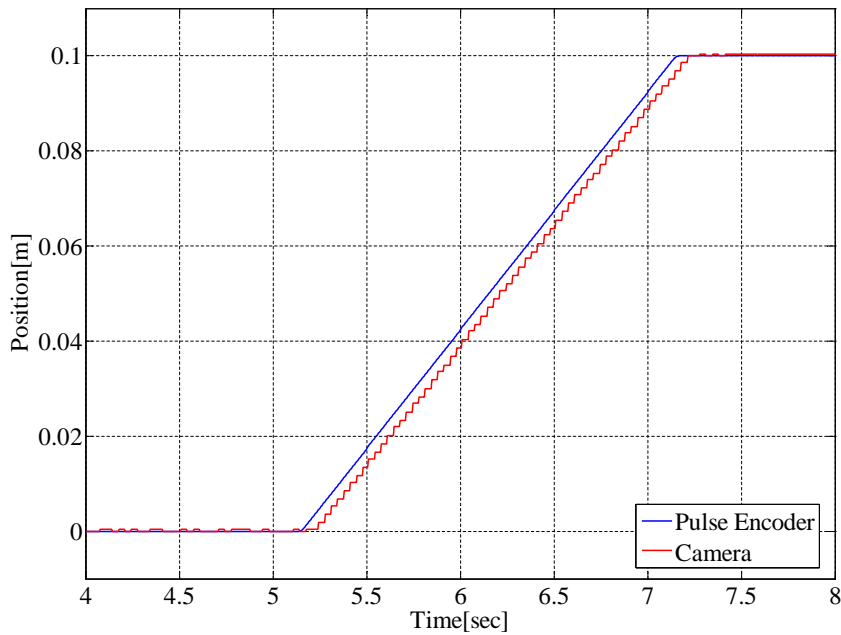


図 7.5: パルスエンコーダの位置信号とカメラの位置信号の差によるむだ時間の同定

7.2 デュアルサンプリングレートオブザーバ設計のためのパラメータ設定

むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバを適切に設計するために、カメラからの位置信号のむだ時間とオブザーバに持たせるべき時定数を定める必要がある。

7.2.1 むだ時間の計測

まずむだ時間を計測するために、制御に用いるコンピュータとは別に制御器を用意しこれにより位置制御を行い、パルスエンコーダによる位置信号とカメラからの位置信号を比較した。図 7.5 に 0cm から 10cm まで可動子を移動させたときの図を示す。一定速度で移動している間の時間方向の差がむだ時間に当たり、今回はこの図よりむだ時間を $T_d = 0.054[\text{sec}]$ とした。カメラのサンプリング周期を上回るむだ時間があるためゲインの変更のみによるタイプ 1 のデュアルサンプリングレートオブザーバの適用は不可能であり、たいぶ 2 またはタイプ 3 の適用となる。なお、可動子が 0cm で移動していない間もカメラによる位置信号が大きく動いていることがあるが、これはカメラのピクセル数に限度があるため量子化誤差が生じていることを示す。今回は 20cm の範囲を約 450pixel で捉えているため、カメラからの位置信号は約 0.4mm ごとに量子化されていることになる。この量子化誤差はちょうど通常のフィードバック制御のセンサ外乱に相当するので、比較的

大きい量子化誤差がある今回のシステムではオブザーバや制御器のゲインを大きくとることはできない。

7.2.2 オブザーバの時定数の設定

次にパルスエンコーダの位置信号による通常のオブザーバからの推定状態量を用いて制御を行う傍らデュアルサンプリングレートオブザーバで状態量推定を行い、通常のオブザーバによる推定状態量とデュアルサンプリングレートオブザーバによる推定状態量を比較することで、適切なオブザーバの時定数の設定を行う。ここで用いたデュアルサンプリングレートオブザーバは推定出力をむだ時間分保持するタイプ2のものである。位置指令はまず0cmから一定速度で10cmまで移動し、一旦静止してから再び一定速度で0cmまで戻るといった動作を5秒ごと繰り返す。まず図7.6に通常のオブザーバによる推定結果を示す。これに対してデュアルサンプリングレートオブザーバの時定数を $\tau_{ob} = 0.5, 0.2, 0.1$ [sec]とした場合の推定結果を図7.7、7.8、7.9に示す。

通常のオブザーバの推定結果と比較すると、まず図7.7の $\tau_{ob} = 0.5$ [sec]のものは位置信号が全くと言っていいほど合っていない。一般にオブザーバの時定数が大きいとオブザーバゲイン L_2 は小さくなるので、この場合はオブザーバゲインが小さすぎるため位置信号による訂正が十分に効いていないと考えられる。また、オブザーバの等価時定数 τ_{ob} と信号のカットオフ角周波数 ω_c には $\omega_c = \frac{1}{\tau_{ob}}$ という密接な係わりがあるため、この時定数では制御上必要な低周波数帯の信号までカットしてしまっているといえる。

一方、図7.9の $\tau_{ob} = 0.1$ [sec]場合、推定位置はだいたい合っているものの、推定位置が全体的に突然変化する様子がある。これは先ほど述べた量子化誤差の影響が強く出てしまっているといえる。誤差を含む位置信号に対して強いオブザーバゲインを用いて真面目に推定状態量の訂正を行ってしまった結果、カメラの信号周期ごとに推定値が大きく揺さぶられてしまうことになっている。この推定位置を用いて位置制御を行うと可動子は不安定な振動を起こすことになる。オブザーバの時定数と信号のカットオフ周波数の関係から考えると、この状態は量子化誤差に特徴的な周波数がある程度以上通してしまうような状態であるといえる。量子化誤差はカメラのサンプリング周期約33msecあるいはその整数分の1相当の周波数を持つと考えられるので、オブザーバの時定数を33msecに近づけるほど量子化誤差による不安定性が増してしまう。

よって、以上の場合の中間の時定数がちょうどよい設定であるといえる。図7.8の $\tau_{ob} = 0.2$ [sec]の場合は推定値もそこそこ正しく推定位置の連続性も損なわれていないので、フィードバック制御には適切な設定であるといえる。これとパルスエンコーダからの位置情報による通常のオブザーバの推定状態量である図7.6を比較すると、推定位置や推定速度の立ち上がりのタイミングは同じでも推定外乱力の立ち上がりはむだ時間がある分だけ遅れているといったシミュレーションでも見られた傾向を確認することができる。以後はこの $\tau_{ob} = 0.2$ [sec]のデュアルサンプリングレートオブザーバを用いてリニア同期モータの制御を試みる。

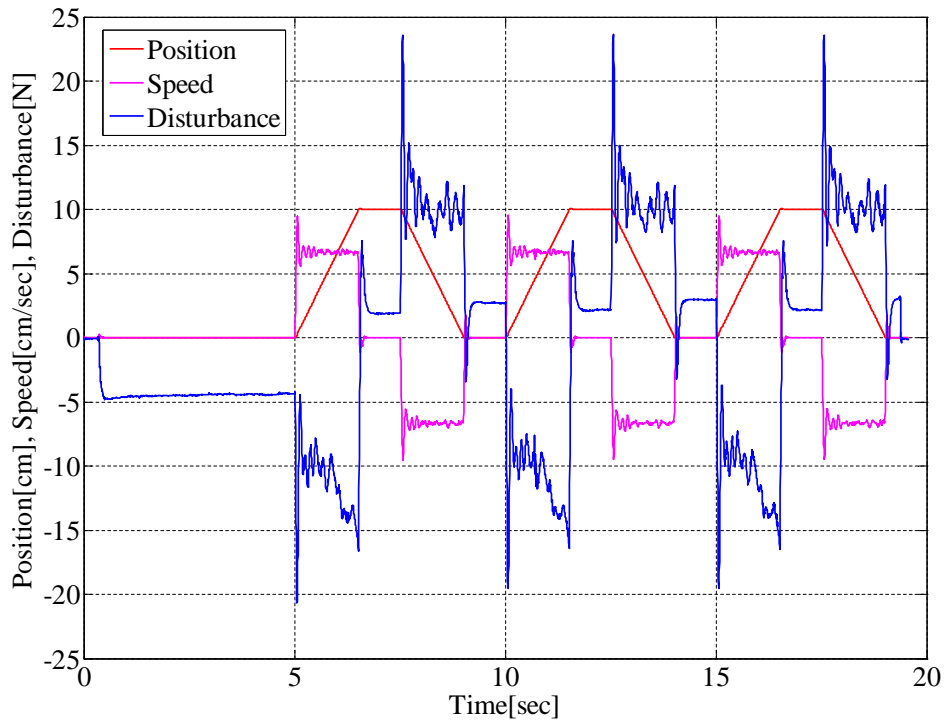


図 7.6: パルスエンコーダからの位置信号に基づく通常のオブザーバによる状態量推定

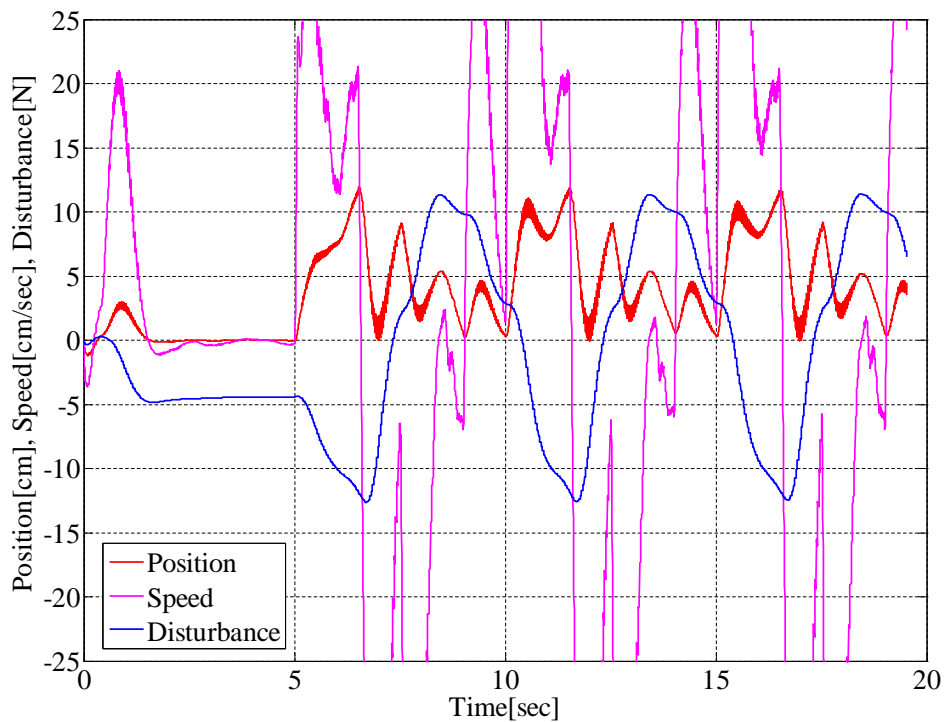


図 7.7: カメラからの位置信号に基づく推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバによる状態量推定：オブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.5[\text{sec}]$

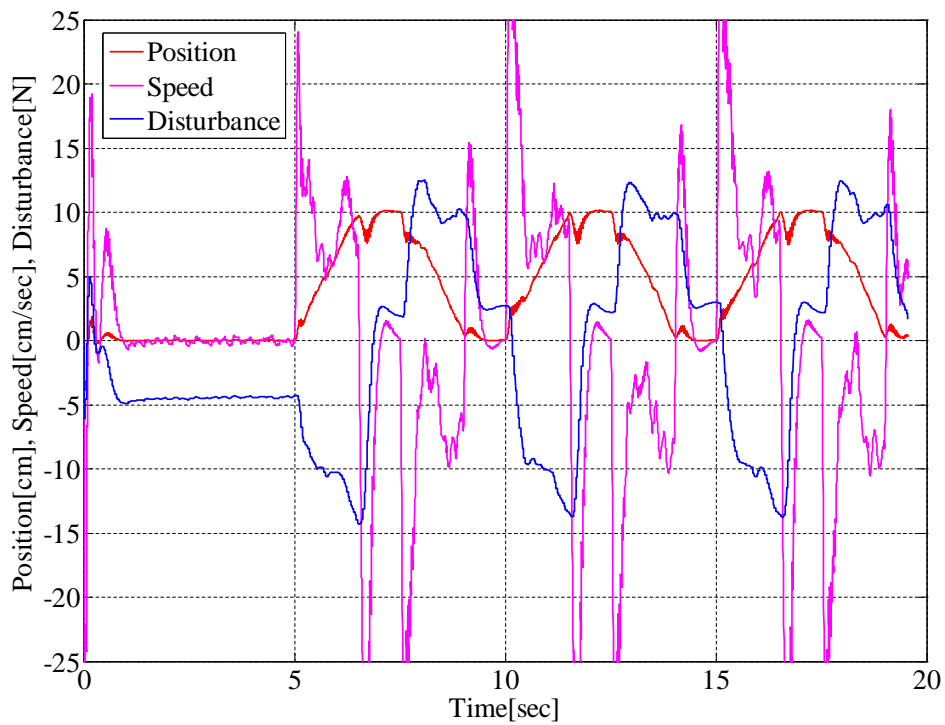


図 7.8: カメラからの位置信号に基づく推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバによる状態量推定：オブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.2[\text{sec}]$

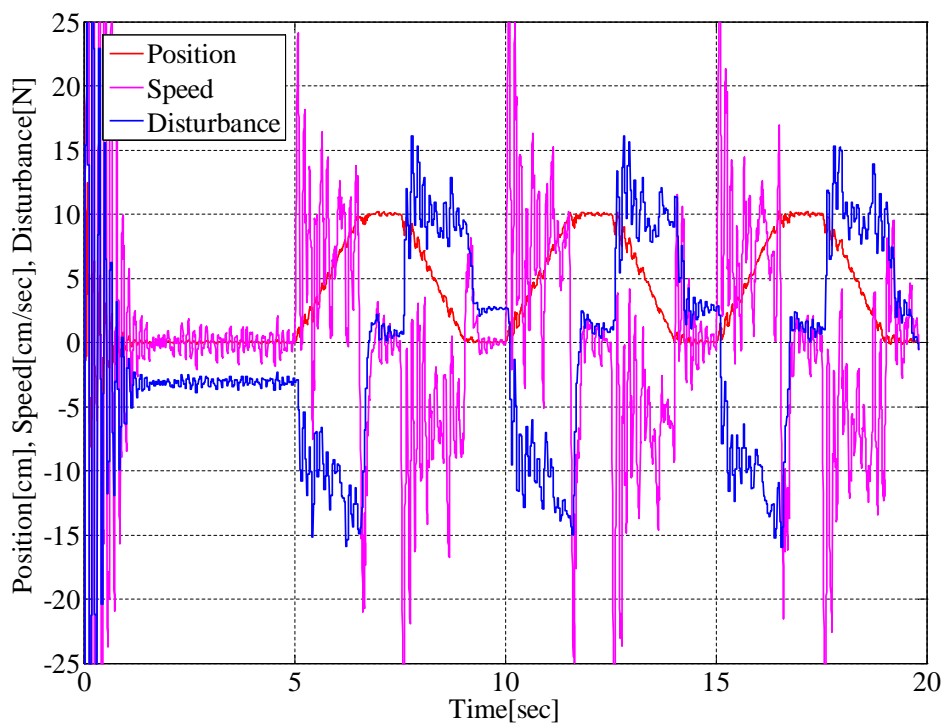


図 7.9: カメラからの位置信号に基づく推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバによる状態量推定：オブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.1[\text{sec}]$

7.3 推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータ位置制御結果

タイプ2の推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータの位置制御を行った。量子化誤差の影響が強いため、制御器のゲインは低めに設定した。また、パルスエンコーダからの位置信号による通常のオブザーバも同時に駆動させて状態推定を行うことにより比較をした。位置指令値は先ほどと同様に0cmから一定速度で10cmまで動かし、一旦静止した後一定速度で0cmまで戻すものを6秒毎に繰り返した。

この結果を比較する通常のオブザーバでの推定状態量を図7.10に、デュアルサンプリングレートオブザーバでの状態量を図7.11に示す。量子化誤差に伴いゲインを上げられないため即応性は得られなかったが、カメラからの位置情報に基づいて指令に従った駆動を行うことができた。比較に用いる図7.10の推定位置が少しずつずれてしまっているが、これはパルスエンコーダが $0.1\mu\text{m}/\text{pulse}$ とかなり細かいのに対してパルスカウンタの最高周波数が1MHzに制限されているため、10cm/secを超えるスピードで可動子が動く場合にはパルスをカウントしきれずに誤差が生じてしまうためである。位置指令は5cm/secの速さで変わるように余裕を持っているが、制御の結果として可動子がこの速さを越えてしまっている。実際の可動子の動きは図7.11のデュアルサンプリングレートオブザーバによるもののほうが近い。位置や速度の両者の対応関係はよく、デュアルサンプリングレートオブザーバによって十分な精度の状態量推定が行われて位置制御ができたことがわかる。しかし、可動子が10cmで静止中であってもデュアルサンプリングレートオブザーバではある負の速度が継続的に乗ってしまって収束しないため、これはゲイン調整などの余地があると考えられる。

ただし、可動子が移動中に制御が破断するほどではないものの微振動する現象が観測された。図7.11のデュアルサンプリングレートオブザーバによる推定状態量のうち10cmから0cmに可動子が動くときの部分を拡大したものが図7.12に示すが、この図から微振動はカメラのサンプリング周期に由来することがわかる。外乱力推定値はカメラからの位置信号でしか更新されないため、これが階段状になっているのはシミュレーションで見たとおりであり、この階段になるタイミングがカメラからの位置信号が入るタイミングと一致する。ここで推定位置や推定速度を見ると、この位置信号が得られるタイミングで訂正されて大きく値が変化し、全体としてノコギリ刃状になっている様子がわかる。指令位置と比較される推定位置がこのように突然変化するタイミングで可動子は揺さぶられることとなるので、カメラのサンプリング周期相当の振動が発生することになる。

さらに、位置が10cmで静止中に手で可動子を押しこむことで外乱を加えてみた。この場合のデュアルサンプリングレートオブザーバの推定状態量を図7.13を示す。この図では13sec過ぎおよび19sec過ぎから負の方向へ手で押して外乱を加えている。そして14secおよび20secで手を離れた。このとき可動子は正の方向へ大きく動いた。推定位置でも手を離れた瞬間に3cmほど正方向へ動いているのがわかる。これは外乱推定によるフィードフォワード補償がカメラのむだ時間とオブザーバの遅い推定のため強く効きすぎていることが理由であると考えられる。手で外乱を少しずつ加えるに従って推定外乱も大きくな

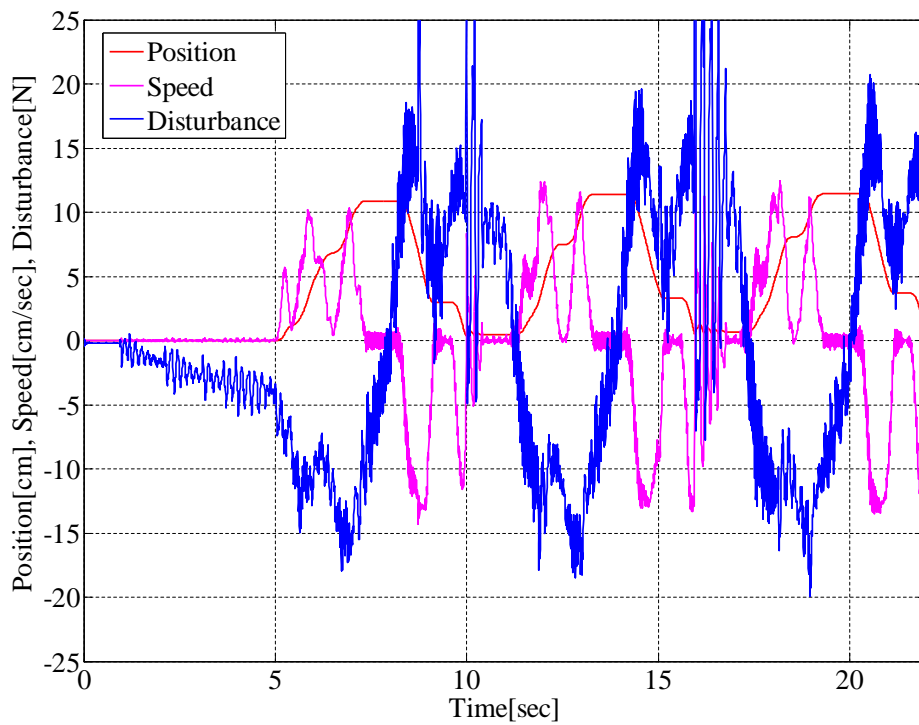


図 7.10: カメラからの位置信号に基づく推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバを用いた位置制御：パルスエンコーダからの位置信号を用いた通常のオブザーバによる推定状態量

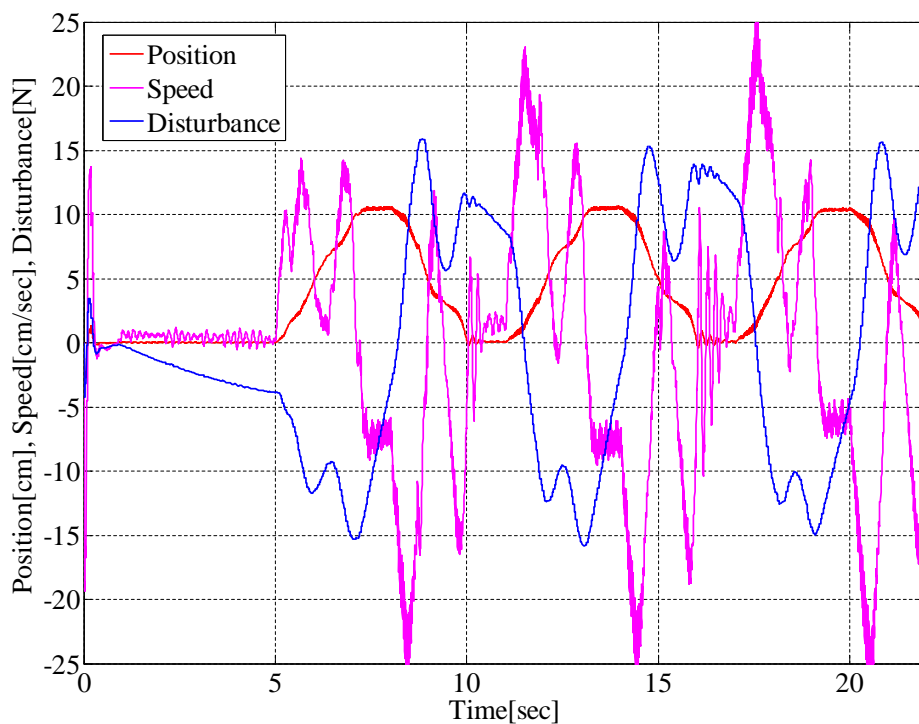


図 7.11: カメラからの位置信号に基づく推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバを用いた位置制御：デュアルサンプリングレートオブザーバ内の推定状態量

り可動子がこれを打ち消す正の方向に力を出す、即座に手を離して外乱を取り除いても少なくともカメラのむだ時間が経過するまでは外乱が取り除かれたことがわからず外乱のフィードフォワード補償による正方向の力を出し続け、むだ時間経過後もオブザーバの推定が遅いため推定外乱が元に戻るのに時間がかかり可動子を正の方向へ動かすことになる。

7.4 過去と現在の推定状態量を持つデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータ位置制御結果

推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバの場合と同様に、今度は過去と現在の推定状態量を持つデュアルサンプリングレートオブザーバでの制御を試みた。むだ時間は $T_d = 0.054[\text{sec}]$ 、オブザーバの時定数は $\tau_{ob} = 0.2[\text{sec}]$ と先ほどと同様の設定とし、指令位置も 0cm と 10cm の往復を周期 6 秒で繰り返す先ほどと同じものである。

この結果を比較対照とする通常のオブザーバでの推定状態量を図 7.14 に、デュアルサンプリングレートオブザーバでの推定状態量を図 7.15 に示す。先ほどの推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバとほぼ同様の制御ができている様子がわかる。量子化誤差に対応するために制御器のゲインを上げられないため、甘めの制御になっていることも同様である。推定位置にはやはりデュアルサンプリングレートオブザーバ特有の位置信号による訂正に伴うノコギリ刃状の波形となっており、これが生じるところでは可動子の微振動が発生した。手で外乱力を与えて急激に手を離れたときも、外乱力推定値がオブザーバに残ってしまい外乱フィードフォワード制御に伴い可動子が押されていた方向と逆に大きく動くことも同一だった。

7.5 2つのデュアルサンプリングレートオブザーバによるリニア同期モータ位置制御の比較

推定出力をむだ時間保持するタイプのデュアルサンプリングレートオブザーバによる場合も、過去と現在の2つの推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバによる場合も、制御が成功した場合に関しては共通の性質が多く見られた。それをまとめると、

1. 量子化誤差の影響が強いため制御器やオブザーバのゲインは低めに取らざるを得ないので、位置制御は甘めになる。
2. デュアルサンプリングレートオブザーバの位置信号による訂正に伴い推定位置がノコギリ刃状に変化するため、可動子が微振動することがある。
3. むだ時間とオブザーバの時定数の長さの影響により外乱力推定は遅れがちになるため、ステップ状の外乱力に対する瞬時補償には向いていない。

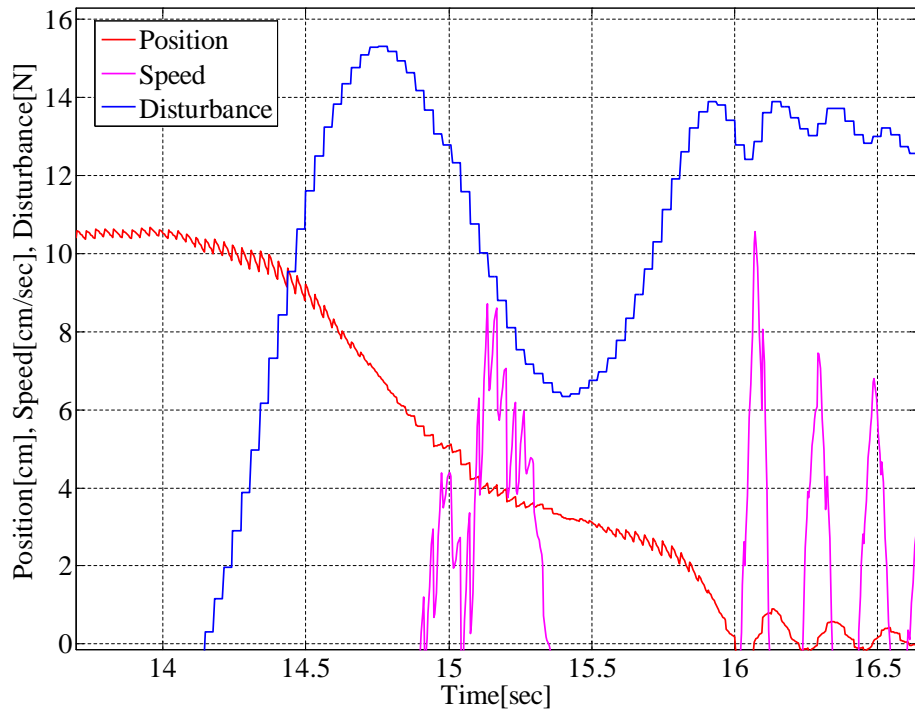


図 7.12: 図 7.11 の一部分を拡大 : カメラからの位置信号により推定値が振動する様子

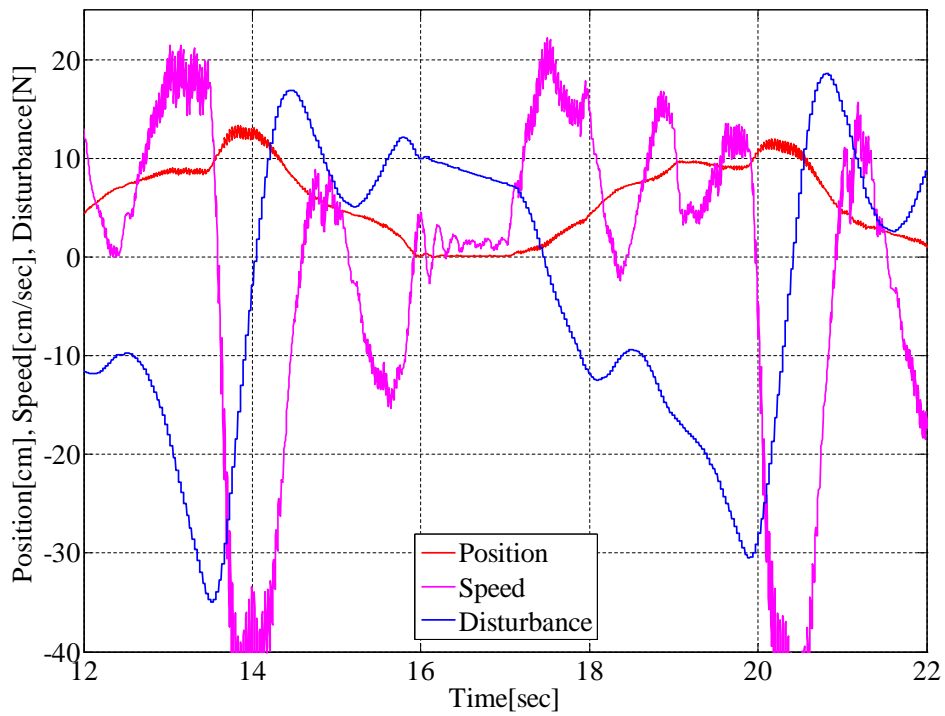


図 7.13: カメラからの位置信号に基づく推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバを用いた位置制御 : 外乱力による影響

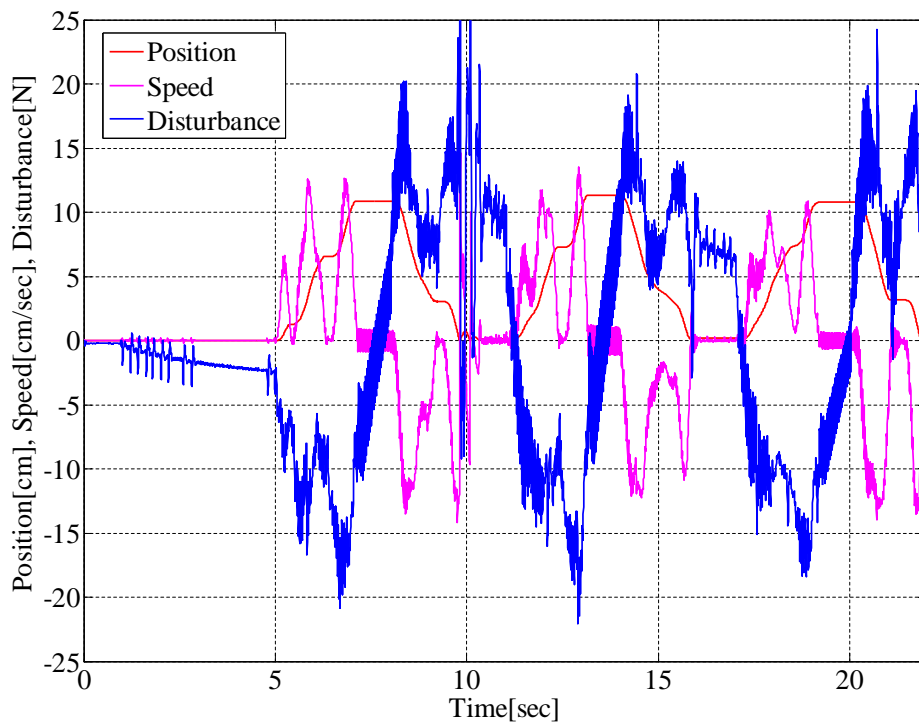


図 7.14: カメラからの位置信号に基づく過去と現在の推定状態量を持つデュアルサンプリングレートオブザーバを用いた位置制御：パルスエンコーダからの位置信号を用いた通常のオブザーバによる推定状態量

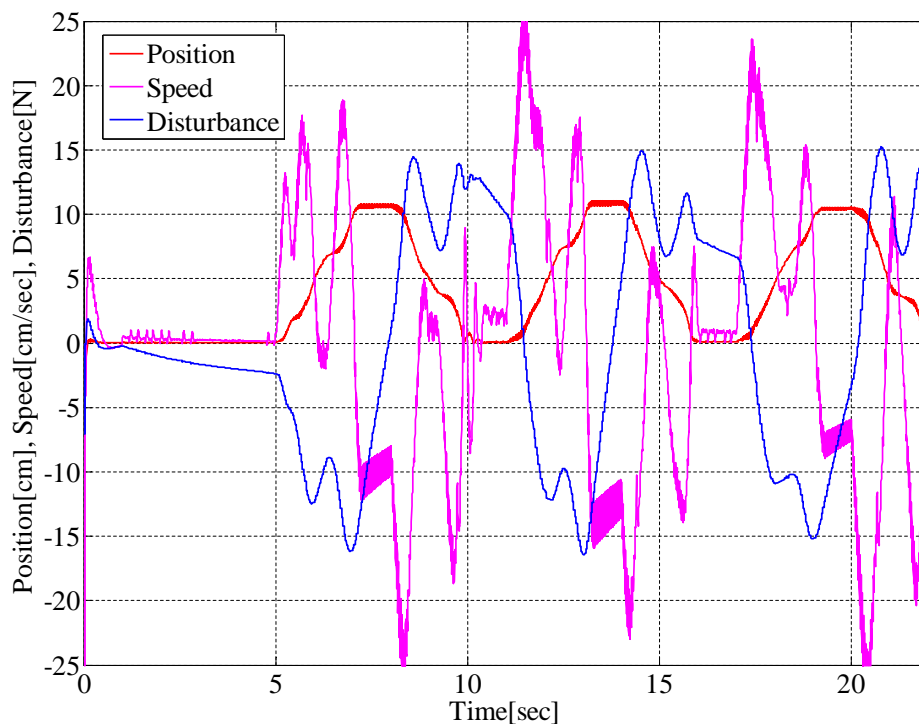


図 7.15: カメラからの位置信号に基づく過去と現在の推定状態量を持つデュアルサンプリングレートオブザーバを用いた位置制御：デュアルサンプリングレートオブザーバ内の推定状態量

ということになる。このように制御上は大きな違いが見られなかったものの、オブザーバの設計の上では違いがあった。別の制御器を用いてリニア同期モータを制御しておきタイプ2の推定出力をむだ時間分保持するデュアルサンプリングレートオブザーバで推定だけを行いながらチューニングをした図7.7~7.9と同様のことをタイプ3の過去と現在の推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバでも行い、特に $\tau_{ob} = 0.1[\text{sec}]$ であったときの推定結果の図7.17を通常オブザーバによる推定結果の図7.16と比較すると、推定位置が大きく乖離してしまっている様子がよくわかる。これは図7.9に示す推定出力をむだ時間分保持するタイプ2のデュアルサンプリングレートオブザーバで $\tau_{ob} = 0.1[\text{sec}]$ だった場合では量子化誤差の影響が極めて強いものの推定ができないわけではないこととは対照的である。つまり、制御を行う設計レベルではタイプ3の過去と現在の推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバの方が厳しいということを示している。

リニア同期モータに限らず位置制御を行うシステムの場合、本質的に速度から位置への積分である $\frac{1}{s}$ の伝達関数を含むため、安定限界の極 $s = 0$ が存在するようなシステムになっている。これはタイプ3の過去と現在の推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバで安定した推定を行う条件であった、対象とするシステムの安定性という条件の限界であることを示している。このことがタイプ3の過去と現在の推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバの設計をシビアにしていると考えられる。この安定性の条件の厳しさがタイプ3の過去と現在の推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバの実用上の制約であると言える。

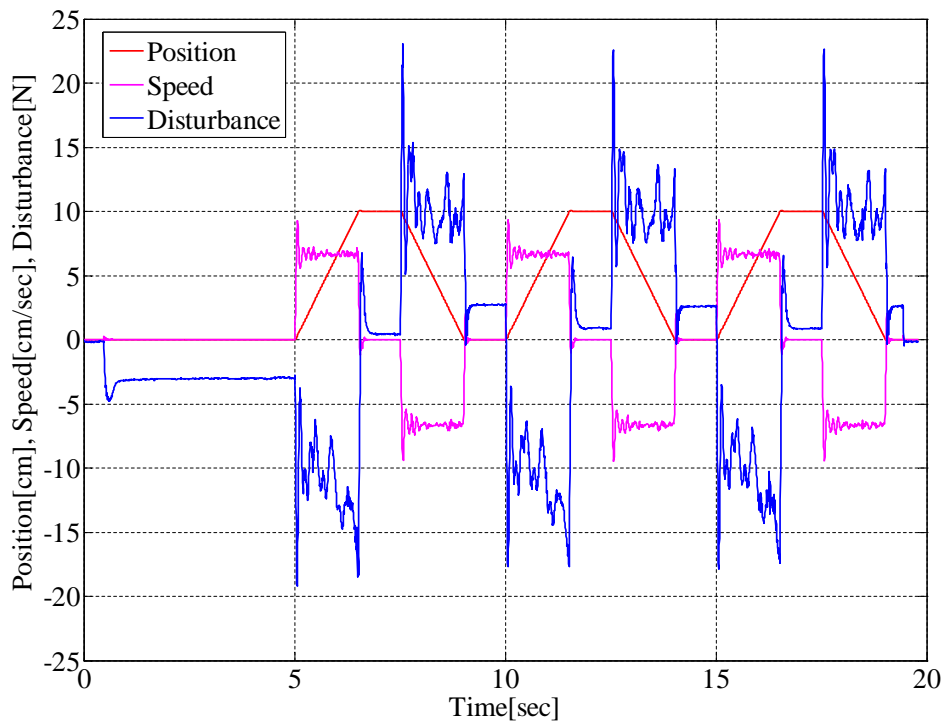


図 7.16: パルスエンコーダからの位置信号に基づく通常のオブザーバによる状態量推定

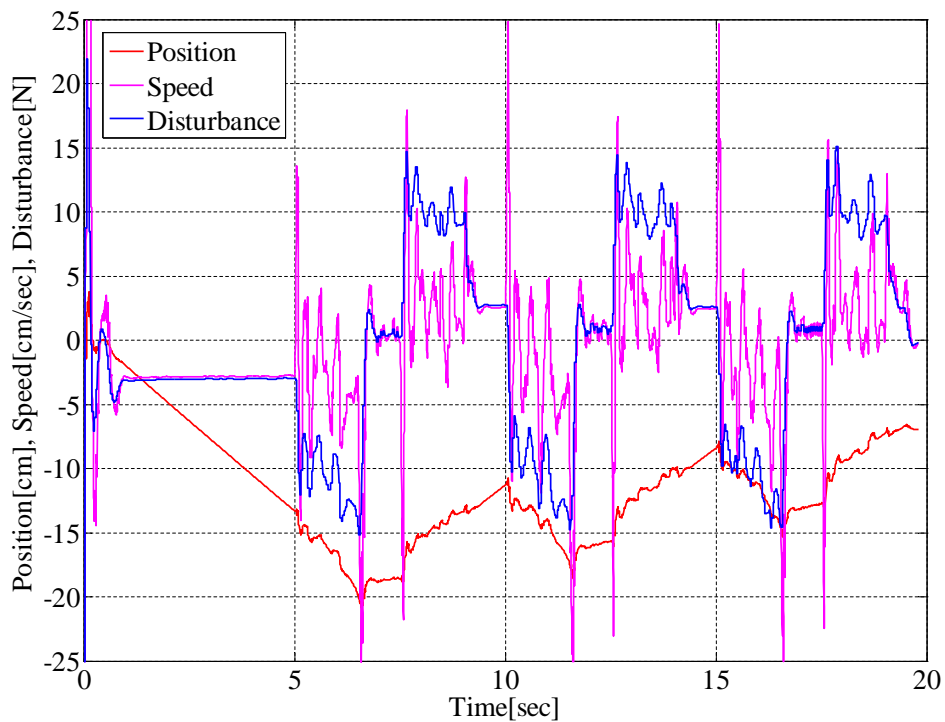


図 7.17: カメラからの位置信号に基づくタイプ3の過去と現在の推定値を持つデュアルサンプリングレートオブザーバによる状態量推定：オブザーバの時定数 $\tau_{ob} = 0.1$ [sec]

第8章 結論と今後の課題

8.1 結論

本論文は、汎用カメラの画像を処理することで得られる位置信号をフィードバックしてリニア同期モータの位置制御を目標とし、汎用カメラのサンプリングレートの低さを克服するのに有効なデュアルサンプリングレートオブザーバをむだ時間を考慮するように拡張する方法を提案した。むだ時間がカメラの画像周期より小さい場合には既存のデュアルサンプリングレートオブザーバのゲイン変更で比較的簡単に対応することができた。また、むだ時間がカメラの制御周期より長い場合には、推定出力をむだ時間分保持するタイプと過去と現在の2つの推定値の系列を持つタイプの2つのデュアルサンプリングレートオブザーバを提案した。推定出力をむだ時間分保持するタイプはオブザーバの極が増えるため設計が複雑になるがあらゆる線形時不変システムに適用可能であり、過去と現在の2つの推定値の系列を持つタイプは極配置がむだ時間がない場合と同様に行えるが対象システムが安定系に限られるという特性もしめした。そして、各種デュアルサンプリングレートオブザーバについてシミュレーションと実験を行い、むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバを用いることで汎用カメラからの画像情報によりリニア同期モータのフィードバック制御が可能であることを示した。

8.2 今後の課題

シミュレーションと実験を通じて以下のような課題があることがわかった。

変動むだ時間への対応 今回のシステムでは比較的簡単な画像処理方法に拠ったためむだ時間はほぼ一定とみなして差し支えなかったが、より高度な画像処理を行った場合には処理時間=むだ時間が変動することになる。今回のデュアルサンプリングレートオブザーバでは一定むだ時間を前提としていたため、むだ時間が大きく変動する系に対する適用は議論の余地がある。また、むだ時間の変動量がわかる場合には刻一刻のむだ時間に最適なオブザーバの構成を取ることができるだろうし、変動量が確率的にしかわからない場合にはゲイン設定に確率的な考え方を持ち込む必要がある。

画素粗さによる量子化誤差 汎用カメラの画素には限りがあるため、パルスエンコーダによる位置信号に比べて量子化誤差の影響を免れることはできない。そもそもデュアルサンプリングレートオブザーバは低分解能パルスエンコーダしか存在しない系の状態観測理論であったが、疎なパルスであってもパルスが入ってきた時の本当の

位置を出力しているのでこの問題は顕在化しなかったが、カメラを使用する場合は隣り合った画素の中間の位置である場合はどちらかの画素に切り捨て／切り上げられた位置としてオブザーバに伝達されるため量子化の幅の中で真の位置情報が得られないという本質的な問題を引き起こしている。このため、実験では量子化誤差の影響でゲインを高く設定することができず制御の性能を期待していたように高くすることができなかった。これは量子化誤差はセンサ外乱と見なせ、現在の構成のオブザーバでは可動子の外乱力とセンサ外乱の切り分けは周波数特性に拠らざるを得なかったからである。

これに対する改良方法としては、そもそも画像処理の方法を高度化することや、可動子の位置が画素の境界にかかる場合と推定される場合にオブザーバゲインを変えるなどといった方法があると思われる。

適用系の拡大 デュアルサンプリングレートオブザーバの枠組みは状態空間法による記述であるため可観測性のある線形時不変システムならどんなものでも適用可能であることが利点であるが、今回はシミュレーション・実験とも最も単純なリニア同期モータのモデルに終始した。提案した3つのむだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバの得失も限定された範囲でしか検討できなかったが、適用系を広げることによってさらに多くの知見が得られると考えられる。今後はさらに複雑なシステムへ適用することでデュアルサンプリングレートオブザーバの利点を最大限生かし、そこで起こるだろう問題について深い議論をする必要がある。

参考文献

- [1] 熊本 水頼, “ヒューマノイドロボット工学,” 東京電機大学出版局, 2006
- [2] 吉田 憲吾, 内田 利之, 堀 洋一, “二関節同時駆動機構を備えたロボットアームの実現と筋の粘弾性を生かした制御に関する研究,” 電気学会産業計測制御研究会, IIC-07-65, 2007.3
- [3] 福正 博之, “生体の拮抗二関節筋を模擬する電磁駆動系の開発と制御,” 東京大学大学院修士論文, 2007
- [4] 鏡慎吾, 小室孝, 石井抱, 石川正俊, “実時間視覚処理のためのビジョンチップシステムの開発,” 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol.J84-D-II, No.6, pp.976-984, 2001
- [5] Lilit Kovudhikulrungsri, and Takafumi Koseki, “Precise Speed Estimation From a Low-Resolution Encoder by Dual-Sampling-Rate Observer,” IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.11, No.6, December 2006
- [6] D.W. Novonty, and T.A. Lipo, “Vector Control and Dynamics of AC Drivers,” 電気書院, 2001
- [7] Lilit Kovudhikulrungsri, “Discrete-Time Observer with Dual Sampling Rates and its Applications to Drive Control with Wide Speed Range (デュアルサンプリング・レートをもつ離散時間オブザーバと広い速度領域をもつ駆動制御への応用),” 東京大学大学院博士論文, 2003
- [8] 今野 雄介, 堀 洋一, “高次外乱補償機能を有する瞬時速度オブザーバ,” 電気学会論文誌 D 産業応用部門誌, Vol.112, No.6, pp.539-544, 1992
- [9] Shin-ichiro Sakai, and Yoichi Hori, “Ultra-low Speed Control of Servomotor using Low Resolution Rotary Encoder,” Proceedings of the 1995 IEEE IECON 21st International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1995, pp.615-620
- [10] 美多 勉, “デジタル制御理論,” 昭晃堂, 1984
- [11] 古関 隆章, 劉 江桁, “モータドライブ・磁気浮上実験の「とりあえずの制御系設計」: 実験室からの報告,” 電気学会 リニアドライブ研究会, 2001
- [12] H. Weh, H. Hoffmann, J. Landrath, “New Permanent Magnet Excited Synchronous Machine with High Efficiency at Low Speeds,” International Conference on Electrical Machines, 1988

発表文献

- [1] 鈴木 武海, 堀 洋一, “電気二重層キャパシタの電圧変動対策と電気自動車への応用,” 平成 18 年度電気学会産業応用部門大会, Y-34 (1 ページ)
- [2] 鈴木 武海, 古関 隆章, “むだ時間を考慮したデュアルサンプリングレートオブザーバを用いたカメラの長周期位置信号によるリニア同期モータの力学的状態量推定,” 平成 19 年度電気学会産業応用部門大会, P2-1, 2-50 (2 ページ)
- [3] 鈴木 武海, 古関 隆章, “むだ時間を考慮したデジタル状態推定を基礎とした汎用カメラによる電動機駆動制御,” 平成 19 年度電気学会全国大会 (2 ページ, 発表予定)

謝辞

本研究の遂行にあたり、多くの方々から御指導・御協力をいただきました。

まず、指導教員の古関隆章准教授には修士2年間を通じて絶え間なく御指導を賜りました。私は我儘の強い学生でしたので、文句ばかり言うてうるさく、様々なご迷惑を掛けたに違いありません。どうか御身体だけは大事になさってください。

日立製作所日立研究所の金弘中博士には、ご自身の研究の優れた成果であるトンネル型のリニア同期モータを快く貸し出していただきました。御礼申し上げます。

技術職員の高田康宏様には、実験装置に関して多くの相談に乗っていただきました。他のお仕事もある中、急なお願いばかりして申し訳ございませんでした。来年度こそは貴殿の飛躍の年であると切に願っております。

秘書の南佳子様には主に事務手続でお世話になりました。無理難題を言って困らせることが多かったと記憶しております。馬鹿な学生ですみませんでした。お心遣い感謝します。

研究室の先輩・同輩・後輩にもさまざまな面で助けられました。快活な研究室であるからこそ、つらい研究も今まで続けることができたと思っております。

その他、私の目に見えないところでも多くの方々のお力添えがあった結果、本論文の執筆まで漕ぎつけることができたと思います。たどたどしい筆で上手く伝わっているか不安ですが、もう一度感謝の意を申し上げて、ここで筆を置きたいと思っております。