

土壤水分試験結果を用いた不飽和透水性の推定

Study on the Estimation of Unsaturated Hydraulic Conductivity with Soil Moisture Characteristic Data

三森利昭*・小池雅洋**・弘中貞之**・虫明功臣**

Toshiaki SAMMORI, Masahiro KOIKE, Sadayuki HIRONAKA and Katumi MUSIAKE

1. はじめに

不飽和時を含めた土層内の水分移動現象の解析には、土壤の物理性を表わすパラメータとして、体積含水率(θ)あるいは有効飽和度(Θ)と土中水分の圧力ポテンシャル(ψ)の関係、飽和時に対する不飽和時の透水性の比率すなわち比透水係数(K_r)と ψ 、 Θ の関係が必要である。これらの関係は土壤水分試験・不飽和透水試験で実測することができるが、前者の土壤水分試験の実施が比較的容易であるのに対し、後者の不飽和透水試験には特殊な装置と実験に際しての高度な技術が必要とされており、直接計測に代わりうる簡易な方法が求められている。そこで、土壤中の孔隙組成を表わす θ - ψ の関係から K_r - ψ 、 Θ 関係を推定する方法として、van Genuchtenのモデルに基づき、実測値との比較からこのモデルの適用性について検討を行った。

2. van Genuchtenモデルとその他の提唱式

van Genuchten^①は、細管の水理特性と土壤の孔隙分布特性から $K_r(=K/K_s(K$:不飽和透水係数, K_s :飽和透水係数))と Θ の関係を導いたMualem^②の(1)式に、 Θ - ψ 関係についての独自の実験式(3)を代入し、(4)式を得た。ここで Θ は(2)式で表わされる。 θ_s は飽和体積含水率、 θ_r は残留体積含水率である。

$$K_r(\Theta) = \Theta^{1/2} \left[\int_0^{\Theta} \frac{1}{\psi(x)} dx / \int_0^1 \frac{1}{\psi(X)} dx \right]^2 \quad (1)$$

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2)$$

$$\Theta = \left\{ \frac{1}{1 + (\alpha\psi)^n} \right\}^m \quad (3)$$

$$K_r(\Theta) = \Theta^{1/2} \{ 1 - (1 - \Theta^{1/m})^m \}^2, \quad m = 1 - 1/n \quad (4)$$

van Genuchtenは数種類の土壤データについて検討を行い、(4)式が有効であることを示した。(1)式の積分

が可能な θ - ψ 関係式として、このほかにBrooks & Corey^③による実験式(5)がある。これについても同様にして、(6)式を得る。ほかに、 K_r と Θ の関係についてのBurdine^④の(7)式と、(5)式を組み合わせ得られる(8)式がある。(6)、(8)式はKozenyの式と同様に有効飽和度のべき乗の型であるが、Kozeny式のべき乗項の決定方法がないのに対し、(6)、(8)式は(5)式の λ によって一義的に決まる特徴がある。

$$\Theta = (\psi_{cr}/\psi)^\lambda \quad (\psi_{cr} \leq \psi) \quad (5)$$

$$K_r(\Theta) = \Theta^{2.5 + 2/\lambda} \quad (6)$$

$$K_r(\Theta) = \Theta^2 \int_0^{\Theta} \frac{1}{(\psi(x))^2} dx / \int_0^1 \frac{1}{(\psi(X))^2} dx \quad (7)$$

$$K_r(\Theta) = \Theta^{3 + 2/\lambda} \quad (8)$$

3. 土壤水分特性

100cc採土円筒で採取した非攪乱のまま土(5試料)を供試体として用いた。 θ - ψ 関係は加圧板法によって求めた。 θ - ψ 関係は、van Genuchtenモデルでは(9)式で、Brooks & Coreyモデルでは(10)式でそれぞれ表わされる。

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left\{ \frac{1}{1 + (\alpha\psi)^n} \right\}^{1-1/m} + \theta_r \quad (9)$$

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) (\psi_{cr}/\psi)^\lambda + \theta_r \quad (10)$$

van Genuchtenは先の論文で、(9)式における α 、 n のパラメータの独自の決定方法を提案しているが、その中で θ_r は既知として扱っており θ_r の決定方法には触れていない。 θ_r の決定方法については、主に(10)式に基づく報告が多く、代表的なものとして、① θ_r を仮定し、 Θ 、 ψ の両対数での直線性を調べた後、 θ_r を修正してこれを繰り返す、試行錯誤によって求めるBrooks & Coreyの方法、②比水分容量の対数($\log C$)- $\log \psi$ の関係において、高 ψ 領域で示される直線性から、 λ 、 θ_r を求める西垣^⑤の方法等が知られている。本報告では、 θ_r を(9)式の α 、 n 、(10)式の ψ_{cr} と同様に未知パラメータとして取り扱い、(9)式が α 、 n 、 θ_r 、(10)式の場合も同様に ψ_{cr} 、

*受託研究員(農林水産省森林総合研究所)

**東京大学生産技術研究所 第5部

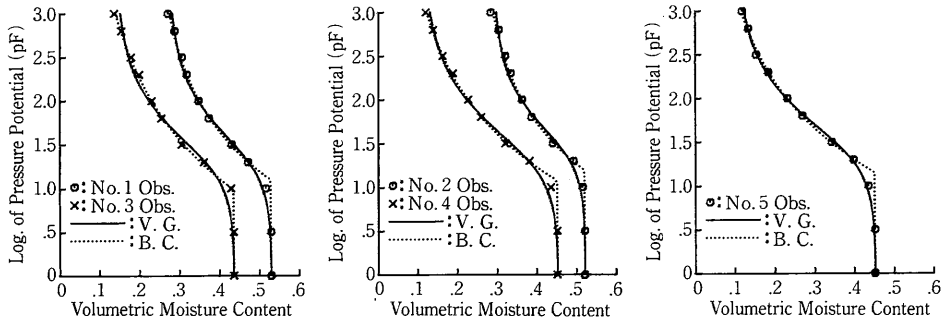


図-1 $\theta-\psi$ 関係の実測値と van Genuchtenモデルと Brooks & Coreyモデルによる計算値との比較

λ , θ_r で偏微分が可能であることから、ニュートン・ラプソン法によって求めることにした。このときの収束に関する評価基準は θ についての残差平方和とした。 $\theta-\psi$ 関係における計算値と実測値を図-1に示す。実線は(9)式(図中ではV.G.)、点線は(10)式(同様にB.C.)、マークは実測値をそれぞれ示している。どちらの式も実測値とよく符合しているが、一般に(10)式の方が(9)式よりわずかによい適合を示している。得られた θ_r は、5つの試料すべてについて(10)式の方が(9)式より小さな値となった。

4. 比透水係数

不飽和透水係数は、定常法のうちの吸引法に分類される方法によって求めた³⁾。試料は土壌水分試験で用いた試料と同じ個所で採取したまき土(直径10cm, 高さ6cm)を用い、1試料につき数種類の ψ 値に対応する透水係数を測定した。3. で求めたパラメータを用い、(4)式によって計算した $K_r-\psi$ 関係(図中では、実線(M. & V.G.))、(6)式(図中では点線(M. & B.C.))および(8)式(図中では破線(B. & B.C.))による計算値と実測値(マーク)を図-2に示す。さらに、体積含水率(θ)-比透水係数(K_r)の関係を図-3に示す。これらの図によれば、

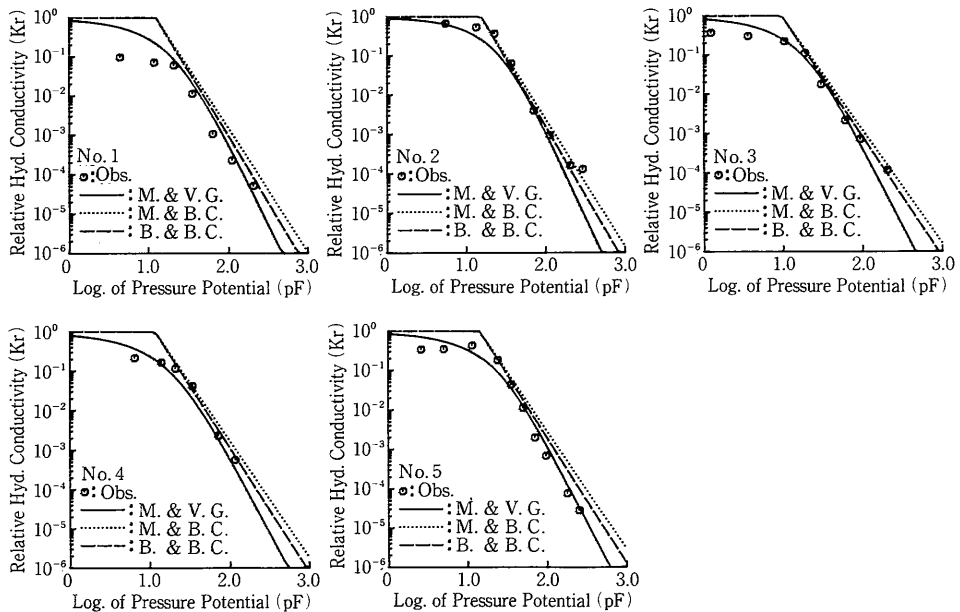


図-2 $K_r-\psi$ 関係の実測値と3種のモデルによる計算値との比較

研究速報

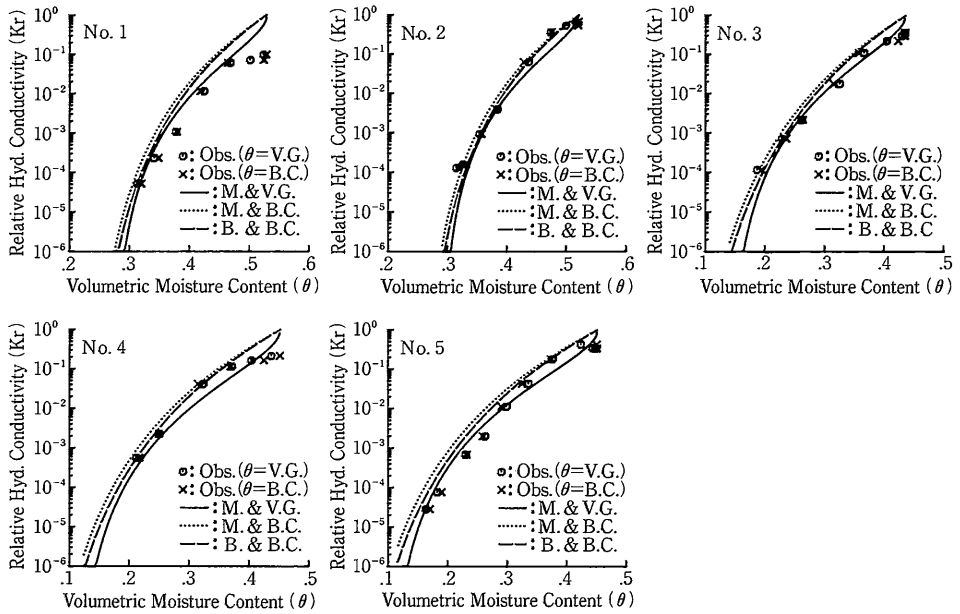


図-3 Kr- θ 関係の実測値と3種のモデルによる計算値との比較

(4)式によって求めた K_r は、実測値に近い値を示しており、(4)式が不飽和透水性の推定に対し有効であることを示している。

5. θ_r の θ , K_r に与える影響と θ_r の決定方法

θ は、(2)式の性格上、 θ が θ_r に近い領域では θ_r の設定値によりかなり異なった値を示す。この結果(4)、(7)、(9)式から得られる K_r に与える影響も非常に大きい。ところが θ_r は $\psi \rightarrow \infty$ の時の θ であるとされ、測定方法がない現状にある。したがって、本報告では θ_r の設定値が θ , K_r に与える影響を把握することを目的として、以下のような検討を行った。設定した θ_r における $\theta - \psi$ 関係の回

帰式の2つのパラメータ ((9)式の α , n , (10)式の ψ_{cr} , λ)を、3.と同様にニュートン・ラフソン法によって求めた。この作業を、 θ_r を変えて幾組か行った後、 θ_r と θ に関する残差平方和 (図中では、(Residual SS of VMC))との関係について整理した。この結果を図-4に示す。(9)式 (図中ではV.G.) はすべてのサンプルに対して、下に凸で明瞭な最小値を示すのに対し、(10)式 (図中ではB.C.) は比較的鈍な凹型を示している。 θ_r が0に近い領域でも(10)式がよく適合しているのに対し、(9)式は大きな残差を生じている。 θ_r が大きくなると、両式とも残差が大きくなったが、その割合は(10)式が著しい。 $\theta - \psi$ 関係のパラメータを用いて推定した K_r の常用対数

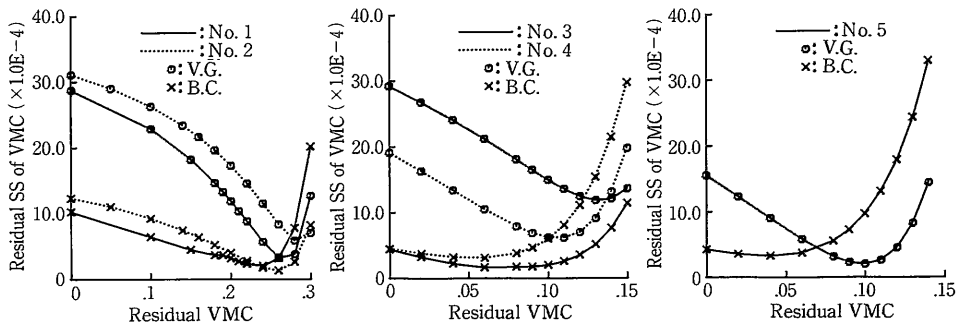


図-4 残留体積含水率 (θ_r : Residual VMC) を変えたときの体積含水率 (θ : VMC) の残差平方和 (Residual SS) の変化

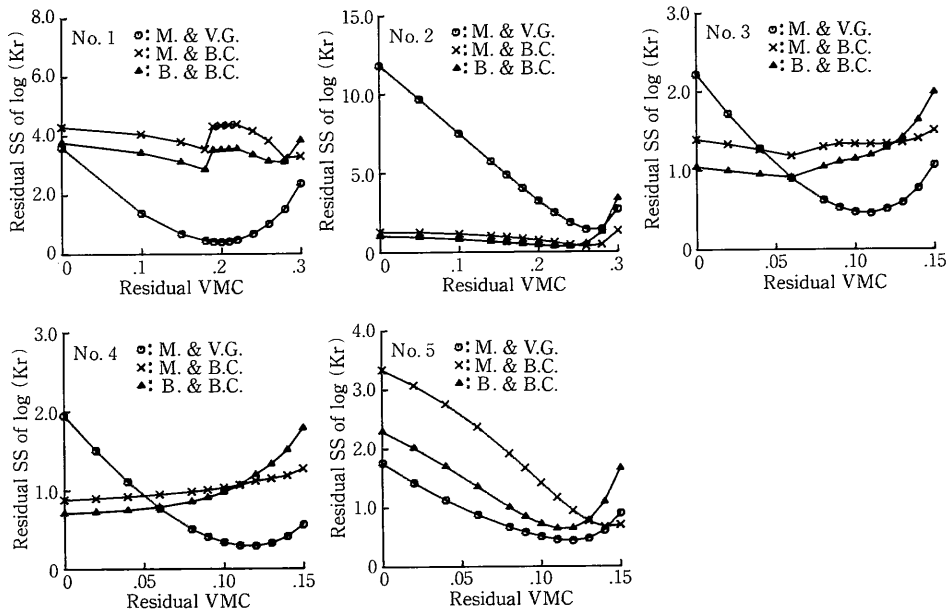


図-5 残留体積含水率(θ_r : Residual VMC)を変えたときの、比透水係数の常用対数($\log(Kr)$)の残差平方和 (Residual SS) の変化

における残差平方和と θ_r の関係を図-5に示す。図-3と同様に、(4)式(図中ではM. & V.G.)は明瞭な凹型を示し、(6)式(図中ではM. & B.C.)や(8)式(図中ではB. & B.C.)に比し、その程度は著しい。No. 2の試料を除き(4)式は、最小残差平方和の値がほかの式より小さい結果となった。さらに、(4)式の特徴として、 $\log(Kr)$ の残差平方和を最小とする θ_r の値が、 θ に関して最適(残差平方和が最小)となる θ_r の値(図-3参照)とほぼ一致していることである。これらの結果は、(10)式における θ_r を未知のパラメータとして扱い、ニュートン・ラプソン法によって α 、 n と同時を求める方法が有効であり、さらに、それによって得られたパラメータを用いて推定される比透水係数が、実測値に近いものであることを示している。

6. おわりに

$\theta-\psi$ 関係から不飽和時の透水性を推定する方法について、実測値との適合性を検討した。この結果、van Genuchtenの提唱する方法((4)式)は、まさ土について(6)式や(8)式の2つのモデルに比し、良好な適合を得た。また、決定することの難しい残留体積含水率を未知のパラメータとして、ニュートン・ラプソン法によって求める方法が有効であることを本報において示した。今

後はほかの地質母材からなる土壌について、(4)式が有効であるか検討を行うとともに、土壌水分特性から比透水係数を推定するほかの方法について、比較検討を行って参りたい。

(1990年10月8日受理)

参考文献

- 1) Brooks, R.H. & Corey, A.T. (1966): Properties of porous media affecting fluid flow, ASCE, IR (92), pp. 61-88.
- 2) Burdine, N.T. (1953): Relative permeability calculation from size distribution data, Trans. AIME, vol. 198, pp. 71-78.
- 3) 小池雅洋・虫明功臣・S.K. Herath・弘中貞之 (1987): 不飽和透水係数測定装置の試作について, 第42回土木学会年講, vol. 2, pp. 198-199.
- 4) Mualem, Y. (1976): A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resource Research, vol. 12, no. 3, pp. 513-522.
- 5) 西垣誠 (1983): 飽和・不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する2, 3の考察, 土質工学会論文報告集, vol. 23, No. 3, pp. 165-177.
- 6) van Genuchten, M. Th (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Sci. Soc. Am. J., vol. 44, pp. 892-898.