

## バックステップ流れのLES計算

Large Eddy Simulation of Backward Facing Step Flow

森 西 洋 平\*・小 林 敏 雄\*

Youhei MORINISHI and Toshio KOBAYASHI

ステップ拡大率1.5のバックステップ流れについてLESによる数値計算を実行した。ステップ高さおよび主流速度によるレイノルズ数は $4.6 \times 10^4$ である。格子の細かい計算例では、従来の乱流モデルで再現が困難であった再付着距離についても、実験結果をほぼ再現する結果を得た。平均速度場、乱流量等について計算結果と実験結果との比較を行い、はく離を含む流れ場においてもLESの有効性が確認された。

## 1. はじめに

バックステップ流れ(図1)の流れ場形状は単純であるが、はく離、逆流、再付着や速度回復等の複雑乱流場の特徴を含むので、これまで多くの数値計算による研究が行われてきた。しかし、一般的なアンサンブル平均乱流モデルでは、この流れ場の最も特徴的なパラメータである再付着距離さえ十分に再現できない。実験結果を参照し乱流モデルの検証を行おうとしても、二次元あるいは三次元空間で詳細なデータを得ることは難しい。また、熱線流速計のデータは逆流域等の速度の遅い部分での信頼性に欠け、逆にLDVでは流速の速い部分での信頼性が欠ける(最近では、三次元画像処理流速計によりこれらの困難は克服されつつあるが)。実験では得られないような時間的・空間的に詳細なデータを、ナビエ・ストーク

ス式の直接解法(DNS)<sup>1)</sup>により得ようとする試みが、近年大型計算機の発展と共に進んで来た。しかし、必要とされる膨大な計算機の能力と費用、計算対象が比較的低いレイノルズ数( $Re$ )に限られてしまうこと、およびDNSに一般に用いられる高精度の離散化手法(スペクトル法)の適用が単純な流れ場に限定されてしまうことなどの理由により、その適用範囲は限られてしまう。一方、Large Eddy Simulation (LES)<sup>2)</sup>は高レイノルズ数乱流における三次元、非定常問題の高精度解法として知られ、その信頼性は単純な流れ場で確認されてきた。ところが、LESはその性質上DNSと同様ある程度大規模な計算量を必要とし、また複雑な乱流場におけるSGSモデルの信頼性の問題も残っており、これまでは最も単純な乱流場に適用が限られていた。これらの問題点を解決するため、先に著者らはLESに適用可能な人工的境界条件の取り扱い手法<sup>3)</sup>およびSGSモデルに関する研究<sup>4)</sup>を行い、より実

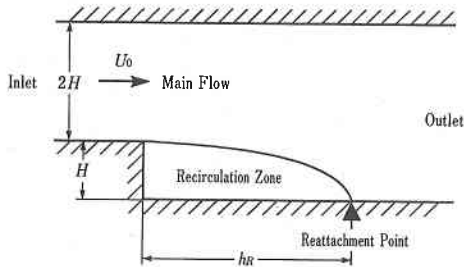


図1 バックステップ流れ

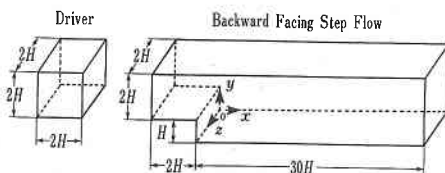
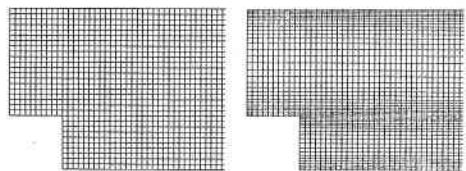


図2 計算領域

表1 計算例

Case	Smagorinsky model coefficient $C_s$	Numerical grid number
Case 1	Eq. (5)	$230 \times 30 \times 20$
Case 2	Eq. (5)	$230 \times 50 \times 20$
Case 3	0.10	$230 \times 30 \times 20$
Case 4	0.10	$230 \times 50 \times 20$



(a) Case 1, Case 3 (b) Case 2, Case 4

図3 ステップ近傍格子

\*東京大学生産技術研究所 第2部

用的な流れ場に対するLESの計算手法を構築してきた。

本報では、より複雑な流れ場でのLESの可能性を探るため、これまでに構成してきたLESの実用的計算手法をステップ拡大率1.5のバックステップ流れへ適用し、速度場や乱れに関する詳細なデータを得るとともに、実験データ<sup>5),6)</sup>との比較によりLESデータの信頼性を検討する。

2. 数値計算手法

対象とする流れ場は、図2に示すバックステップ(ステップ拡大率1.5)を持つチャンネル内の乱流である。ステップ高さ $H$ 、流入部流路幅 $2H$ 、流入部よりステップ位置まで $2H$ 、流出部はステップ位置より風下方向に $30H$ 、またスパン方向に $2H$ の計算領域を取っている。座標系はステップ下部のコーナー位置を座標原点とし、風下方向に $x$ 、鉛直上向きに $y$ およびスパン方向を $z$ に定める。またそれぞれの方向の速度成分を $u, v, w$ としている。流れは流入部より十分発達した壁乱流が入り、バックステップを通過してはく離を起こし、再付着した後に流れが発達して流出部に至る。 $z$ 方向は周期的とする。

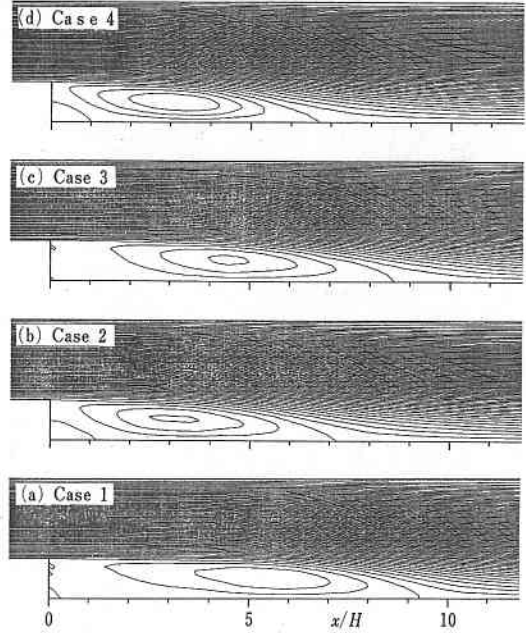


図4 流線図

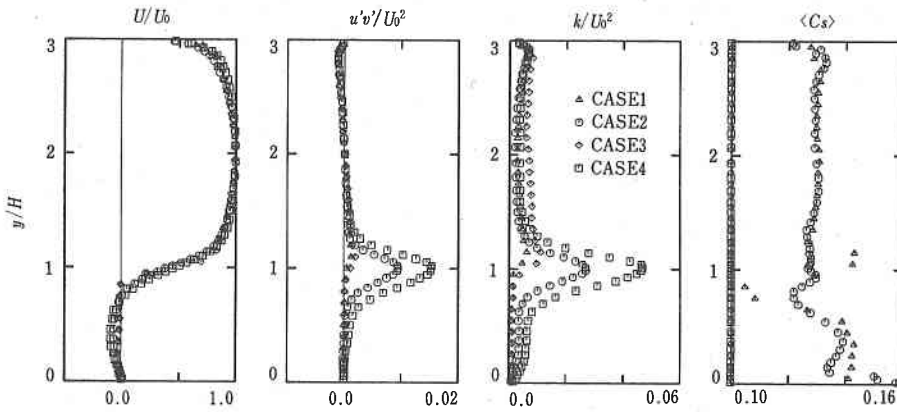


図5 各計算結果の比較 ( $x/H = 1$ )

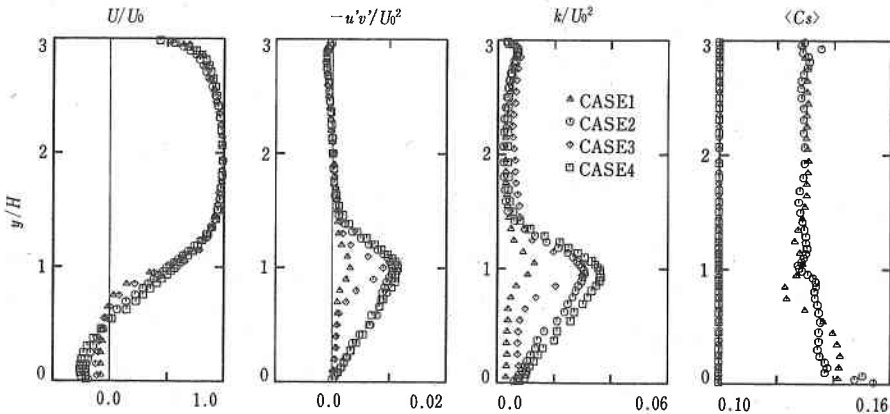


図6 各計算結果の比較 ( $x/H = 3$ )

このような流れ場を表現するLESの基礎式として、GSの質量保存則式(1)および運動量の保存則式(2)を用いる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ -\overline{u_i u_j} + \left( \frac{1}{Re} + \nu_T \right) \cdot \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial X_i} \right) \right] - \frac{\partial P}{\partial X_i} \quad (2)$$

$$P = (\bar{p} + \overline{u_i' u_i'} / 3)$$

$$\nu_T = (C_s \cdot \Delta)^2 \cdot \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial X_i} \right)^2 / 2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$\Delta = (\Delta X_1 \Delta X_2 \Delta X_3)^{1/3}$$

SGSモデルとしては式(3)のスマゴリンスキーモデルを用いている。上記基礎式系を解くためスタガード格子系を用い、空間に2次精度中心差分、時間に対して2次精度のAdams-Bashforth法を用い、時間刻み  $\Delta t = 0.01$  で時間進行を行う。式(1)と(2)のカップリングにはHSMAC法を用いる。連続式に対する拘束条件としては

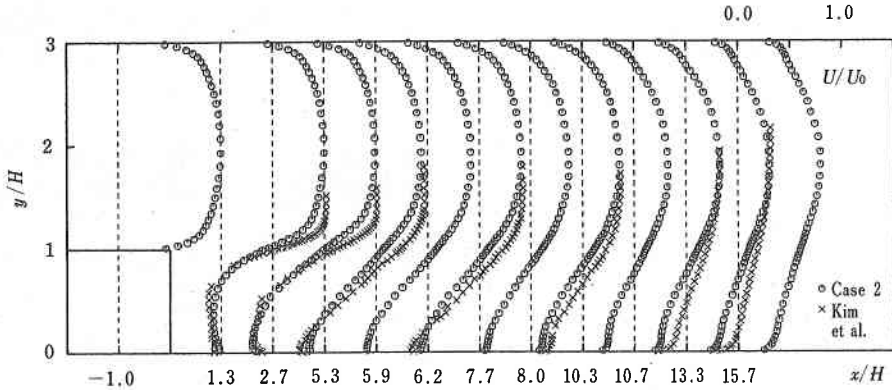


図7 x方向平均速度分布

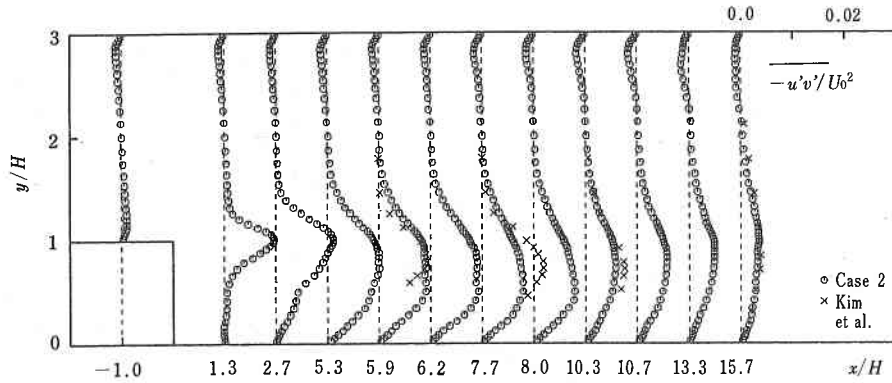


図8 レイノルズ応力分布

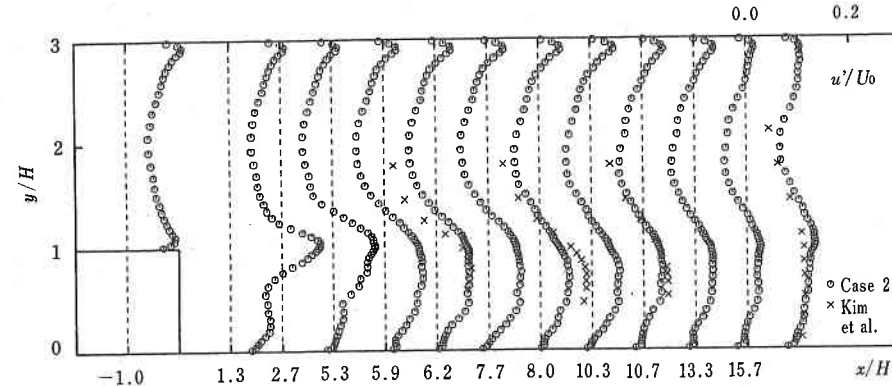


図9 x方向乱流強度分布

MAX | div v | < 0.01を課している。

速度場の壁面境界条件としては、式(4)のSpalding則を仮定したLESの人工的壁面境界条件を適用する<sup>4)</sup>。

$$F(y^+, u^+) = u^+ - y^+ + e^{(-\kappa \cdot B)} \cdot \left[ e^{(\kappa \cdot u^+)} - 1 - (\kappa \cdot u^+) - \frac{(\kappa \cdot u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa \cdot u^+)^3}{6} \right] = 0 \quad (4)$$

$\kappa = 0.4 \quad B = 5.5.$

式(4)を解き壁面境界条件を得るのに必要な壁面に接す

るセルの速度として、スパン(x)方向に関する平均速度を瞬時ごとに計算して与えている。スパン方向には周期境界条件が課されている。流出部境界条件として速度場の勾配を零と仮定している。流入部境界条件には十分に発達した壁乱流の速度場を与える。流入部の発達壁乱流を各時間ステップごとに与えるため、 $2H \times 2H \times 2H$ の領域を持つチャンネル内乱流部(Driver部)を設け、バックステップ部と並行して計算を進める。このDriver

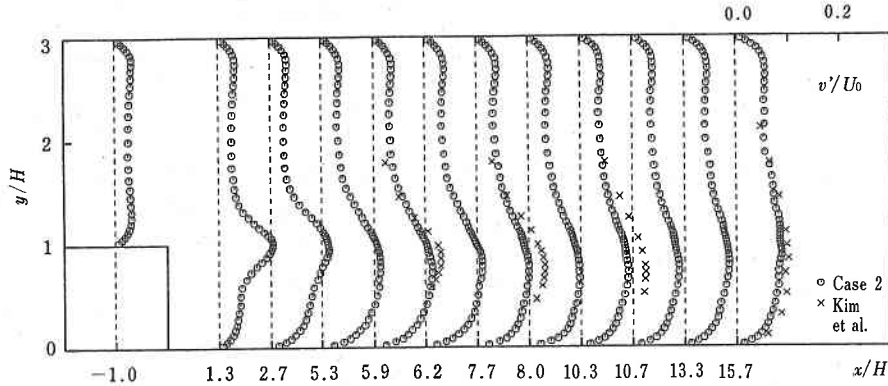
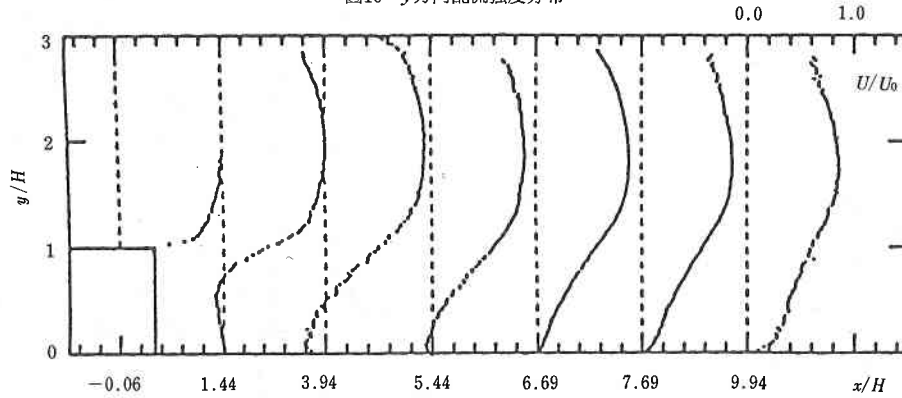
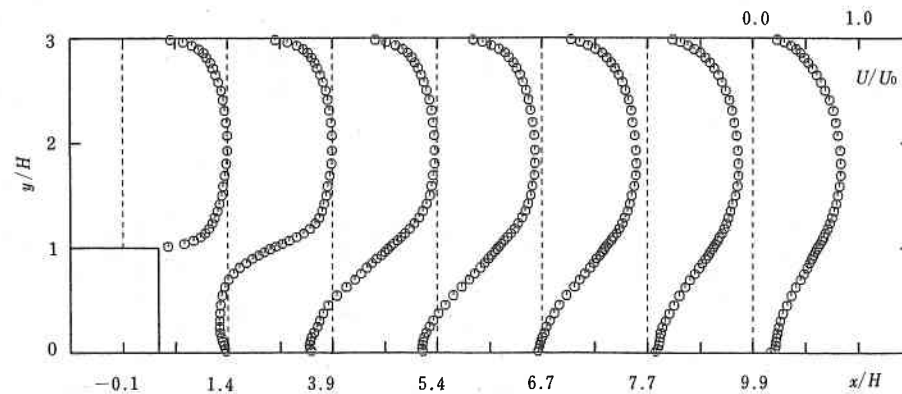


図10 y方向乱流強度分布



(b)  $Re=5400$ , 伊藤・笠木による実験 (1989)



(a) Case 2

図11 x方向平均速度分布

部は  $x$  および  $z$  方向に周期条件が課されており、流路中心部の平均速度  $U_0$  が 1.0 となるように制御されている。流れ場の初期条件としては  $k-\epsilon$  モデルの二次元計算結果に一様乱数を加えた流れ場を用いる。流れ場が十分発達するまで計算を継続し、その後の時間(約 6000 タイムステップ) およびスパン方向に関するアンサンブル平均をとり、乱流量等を計算する。

ここで行った計算例を表 1 に示す。Case 1 と Case 2 では、式 (3) 中のモデルパラメータとして  $C_s$  の変数表示(式 (5))<sup>4)</sup> が用いられている。

$$C_s(i, j, k) = \frac{\sum \sum \sum C_s^*(i+1, j+m, k+n)}{27}$$

$$(1, m, n = -1 \sim +1)$$

$$\frac{C_s^*}{C_{s0}} = 1 + C_A \cdot \frac{DS/Dt}{S^2} \quad (0 \leq C_s^* \leq C_{s^*MAX}) \quad (5)$$

$$S = \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right)^2 / 2 \right]^{1/2},$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_j \cdot \frac{\partial}{\partial X_j}$$

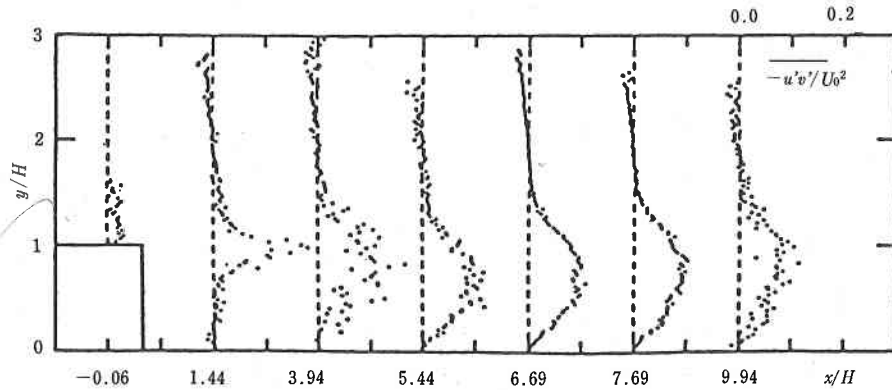
$$C_{s0} = 0.10, C_A = -32, C_{s^*MAX} = 0.27.$$

Case 3 と Case 4 ではチャンネル内乱流で通常用いられる  $C_s = 0.1$  が採用されている。流入条件のためのチャンネル内乱流部を含めた格子数は Case 1 と Case 3 で  $230 \times 30 \times 20$ , Case 2 と Case 4 では  $230 \times 50 \times 20$  となっている。 $x-y$  面上でのステップ近傍の格子が図 3 に示されている。 $z$  方向の格子幅  $\Delta z$  はすべての例で  $0.1H$  となっている。ステップ高さおよび流入部主流速度  $U_0$  を基準としたレイノルズ数  $Re = U_0 \cdot H / \nu$  は 46000 で、Kim らの実験<sup>5)</sup> と一致している。

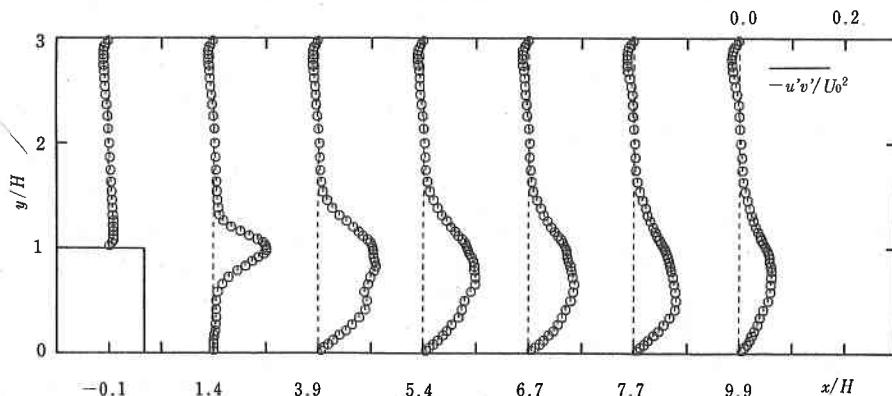
### 3. 計算結果と考察

以下では、実験結果との比較を交えながら LES の計算結果を示す。

図 4 に、各計算例の平均速度場より計算された流線図を示す。再付着距離は Case 1, Case 2, Case 3 と Case 4 それぞれ  $9.20H, 7.15H, 8.60H$  および  $6.80H$  となっている。対応する実験結果ではほぼ  $7H$  の値を示しており<sup>5), 6)</sup>、細かい格子を用いた計算例が再付着距離の良い予



(b)  $Re=5400$ , 伊藤・笠木による実験 (1989)



(a) Case 2

図12 レイノルズ応力分布

測値を与えている。

図 5 と図 6 それぞれに、 $x/H = 1$  および  $x/H = 3$  の断面における平均速度、レイノルズ応力、乱流エネルギーおよび  $C_s$  の平均値について、各計算例の比較を示す。格子が粗い計算例の場合、SGS モデルに関係なくステップ直後断面のせん断層におけるレイノルズ応力や乱流エネルギーが十分に発達しておらず、より後流断面での速度分布に影響を与えている。これより、バックステップ流れの LES 解析には、この部分での十分な格子解像度が必要であることがわかる。また  $C_s$  を変数とするモデルでは、ステップ直後の断面で差分格子の大きさによらず  $C_s$  の平均値が大体 0.12~0.14 となっている。

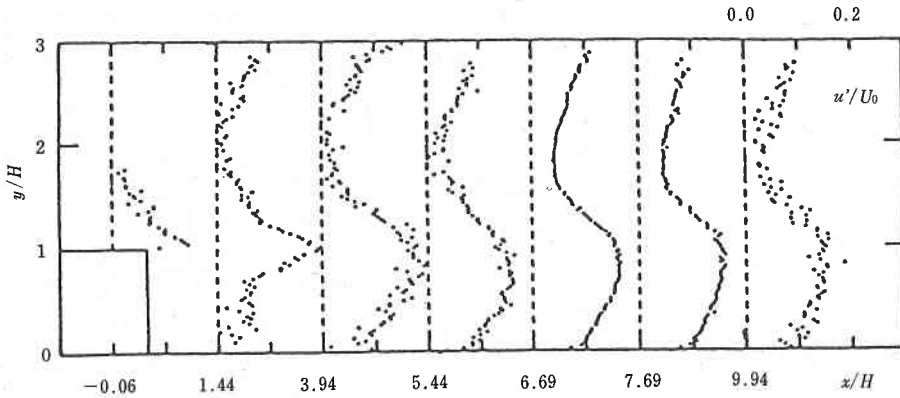
次に、計算例 Case 2 による計算結果を、Kim らの実験結果<sup>9)</sup>とあわせて示す。

図 7 に  $x$  方向平均速度分布を示す。Kim らの実験結果ではステップ直後のせん断層での速度勾配が LES の結果よりも大きく、流入部の流れが十分に発達していないことを示している。この流入条件の違いが、平均速度分布における再循環領域や速度回復領域での計算結果と実験結果との違いの原因と考えられる。

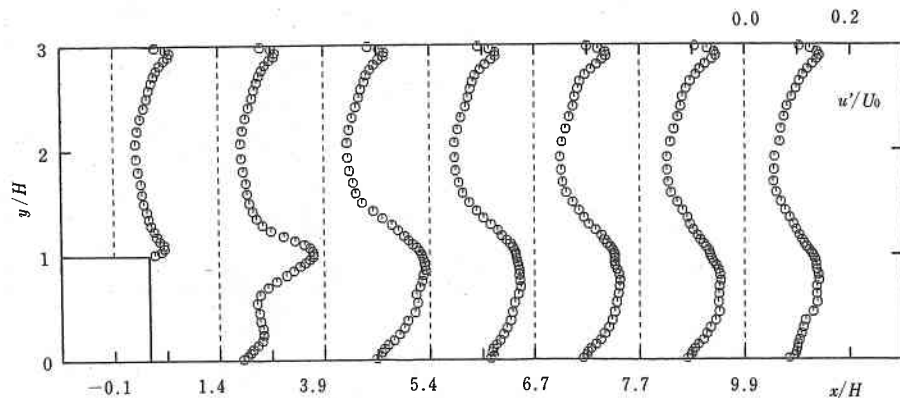
図 8 にレイノルズ応力の分布を示す。ステップ後方のせん断層でレイノルズ応力が発達した後、後流へ広がる様子が表現されている。LES の結果と実験結果との差は  $x/H = 7.7$  の断面のピーク値近傍で最大となる。この差異は、流入条件の違いによるせん断部の速度勾配の差異により、乱れの生産量が異なることを示すものと考えられる。速度が回復するに従ってその差は減少する。

図 9 と図 10 それぞれに、 $x$  方向および  $y$  方向の乱流強度分布を示す。主流部分での LES と実験結果との差は流入条件の差に起因するものと思われる。レイノルズ応力の場合と同じ理由で乱流強度のピーク値に差があるが、LES と実験結果との間に定性的な分布の差は見られない。

Kim らの実験結果<sup>9)</sup>はバックステップ乱流におけるモデル検証のターゲットとしてしばしば用いられてきたが、流入条件が十分に発達した乱流となっておらず、乱流モデルの検証用として必ずしも理想的なものとはいえないようである。一方、近年、三次元画像処理流速計<sup>7)</sup>を用いたバックステップ乱流の計測が伊藤・笠木らによって実行され、はく離における乱流量のデータもとられている<sup>8)</sup>。この実験の流入部は十分に発達したチャンネル内



(b)  $Re=5400$ , 伊藤・笠木による実験 (1989)



(a) Case 2

図13  $x$  方向乱流強度分布

乱流となっており、比較的低い $Re$ 数 ( $Re=5400$ ) で行われていること以外、本報でのLES計算と条件はほぼ一致する。以降では、Case 2の計算結果を伊藤・笠木らの実験結果と比較して検討する。

図11に平均速度分布を示す。LES、実験結果とも、流入部の速度は発達した乱流の分布を示している。LESの計算結果と実験結果は、逆流域でわずかな差異がみられる以外、全領域にわたって定性的、定量的にもよく一致している。

図12に、レイノルズ応力の分布を示す。図8の場合と異なり、流入条件が一致する場合、レイノルズ応力の分布についてLESによる計算結果が実験結果を定量的にもよく再現することが示されている。

図13と図14それぞれに、 $x$ 方向乱流強度および乱流エネルギーの分布を示す。乱流強度については、逆流域も含め、LESの計算結果が実験結果をよく再現している。流入部壁面近傍で乱流強度のピークまでは表現できていないが、これは壁面近傍の格子解像度によるものである。人工的壁面境界条件を用いたときの格子解像度の影響については、文献3)ですでに論じられている。

以上で見てきたように、LESにより計算された平均速度場、乱流量等は、バックステップ流れ場のデータベースとして十分信頼できるものであることが確認された。

最後に、Case 2の瞬時速度分布(スパン方向の中心断面)より流れ関数の等値線図を作成し、その時間変化を図15に示す。はく離渦が成長して渦が離脱すると、その反動で再付着点が短くなり、その後徐々にはく離渦が成長してまた渦が離脱する。LESによる流れ場では、このような周期的な変動が表現されている。

#### 4. 結 論

先に構成してきたLESの実用的計算手法をバックステップ乱流へ適用した。また、実験データとの比較によりLESデータの信頼性を検討した。その結果、以下の結論を得た。

LESによりバックステップ乱流を再現するためには、ステップ直後のせん断層部分での十分な格子解像度が必要である。

上記条件を満たしたLESによるバックステップ流れの計算結果は、再付着距離、平均速度分布や乱れの分布に

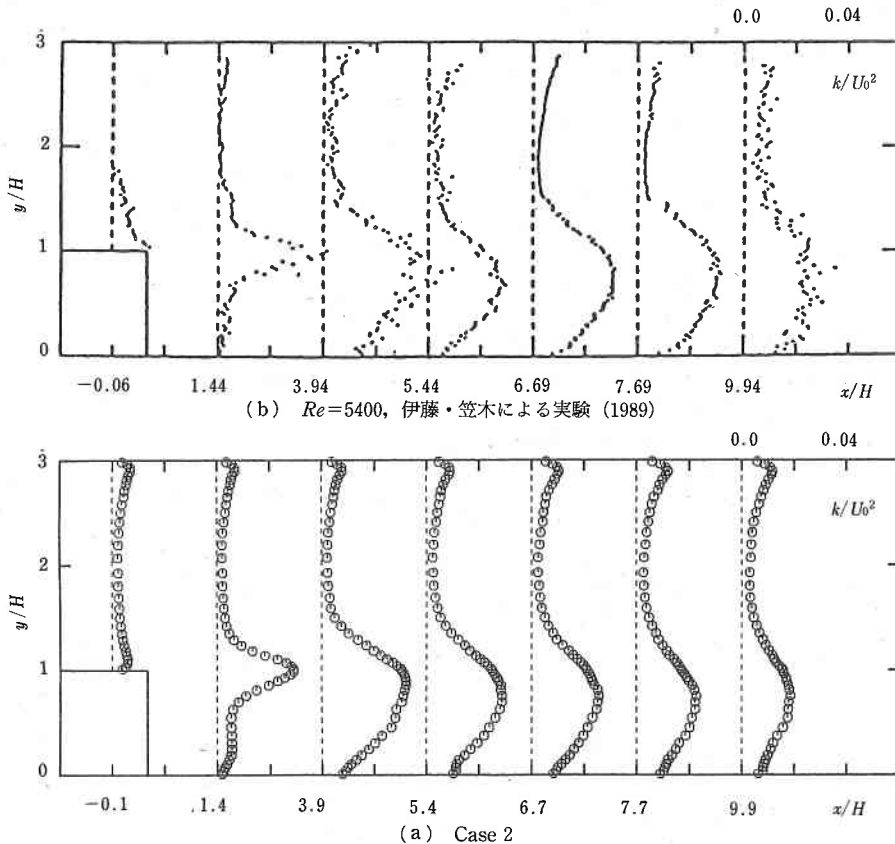


図14 乱流エネルギー分布

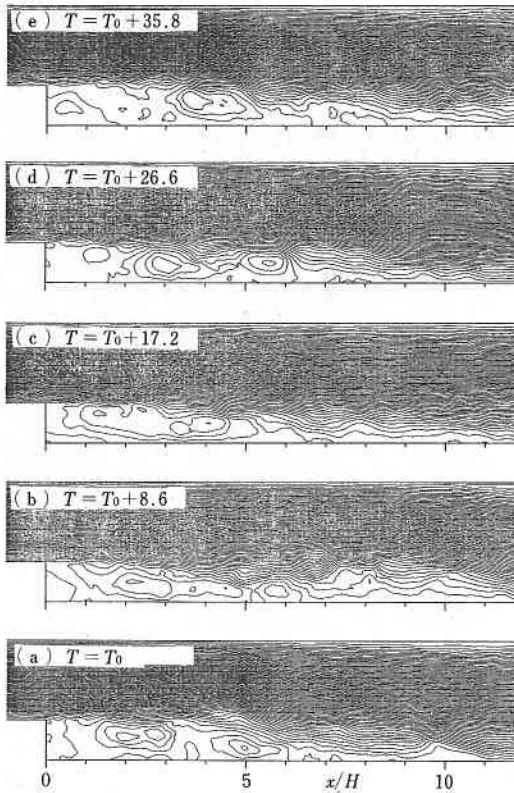


図15 流れ場の時間変化

ついて実験結果をよく再現する。

以上によりはく離を含むような複雑な乱流場においても、LESによって流れ場のデータベースを構成しうることが確認された。  
(1990年10月24日受理)

#### 参考文献

- 1) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., J. Fluid Mech., Vol. 177, pp133-166 (1987).
- 2) Voke, P. and Collins, M., PhysicoChemical Hydrodynamics, Vol. 4, No. 2, pp119-161 (1983).
- 3) 森西, 小林, 機論, 論文No900791A, 掲載予定.
- 4) 森西, 小林, 機論, 論文No900792B, 掲載予定.
- 5) Kim, J., Kline, S. J. and Johnston, J. P., Thech. Report MD-37, Thermosciences Div., Dept. of Mech. Engin., Stanford University (1978).
- 6) 伊藤, 笠木, 流れの可視化, Vol. 9, No34, pp245-248 (1989).
- 7) 西野, 笠木, 平田, 佐田, 機論, Vol. 55B, No510, pp404-411 (1989).