

立方体周辺の非等方乱流場の再現に関する k-εモデル, ASM, LESと風洞実験の比較

Comparison of k-ε Model, ASM and LES with Wind Tunnel Test for Flowfield around Cubic Model

村上 周三*・持田 灯*・林 吉彦**
Shuzo MURAKAMI, Akashi MOCHIDA and Yoshihiko HAYASHI

立方体周辺の流れ場をk-ε型2方程式モデル, 代数応力方程式モデル(ASM), Large Eddy Simulation(LES)の3つのモデルにより同種の境界条件のもとで解析し, 風洞実験結果と比較した。また, LESと比較したときのASMの問題点に関して検討した。

1. 序

立方体周辺の流れ場は一般に, 前面のstagnation, 屋上面の逆流, 後方の循環流等を伴い, きわめて複雑である。このような流れ場の特徴は, 変形速度テンソルのさまざまな成分を含み, この値が局所的に大きく変化し, 乱れの非等方性が非常に強い点にある。既報¹⁾ではこのような流れ場についてk-εモデル, LESおよび風洞実験結果を比較し, 渦粘性の概念(Eddy Viscosity Model)に基づくk-εモデルの構造上の問題点について考察した。本報では, 代数応力方程式モデル^{2,3)}(Algebraic Stress Model, 以下ASM)を加え, これら3つのモデルにより立方体周辺の流れ場を同種の境界条件のもとで解析し詳細に比較する。なお, 以下の諸量は立方体高さ H_b と高さ H_b の流入風速 $\langle u_b \rangle$ 等で無次元化されている。

2. 風洞実験の概要

模型は一辺20cmの立方体。境界層内の風速分布はべき指数 $1/4$ の指数則に従う。風速の測定にはタンデム型熱線風速計を使用した。模型高さにおける流入風速は約6

m/s, 模型高さおよび流入風速で定義されるレイノルズ数 Re は約 8.4×10^4 となる。

3. 数値計算の概要

3.1 基礎方程式(表1)

表1にASMの基礎方程式を示す。k-εモデル, LESについてはおのおの文献^{4), 5)}を参照されたい。3モデルともに Re は実験値と同じとした。ASMにおけるレイノルズストレス $\langle u_i' u_j' \rangle$ の輸送方程式の代数化はRodiによる方法(表1(5)式)⁶⁾を使用した。また, 今回の計算の場合, $\langle u_i' u_j' \rangle$ 方程式中のRapid項に対応するwall reflection項 $\Phi_{ij(2)}^w$ (表1(15)式)は0としている。これはimpinging flowを含むような流れ場では, 現在一般に用いられているGibson-Lauderのモデル化⁷⁾には問題があり, 発散の原因となることがあるためである²⁾。なお, LESは通例のSmagorinskyモデルを用い, Smagorinsky定数 C_s は0.12とした^{8,1)}。

3.2 計算領域

3モデルともに $15.7(x_1) \times 9.7(x_2) \times 5.2(x_3)$, x_2, x_3 方向の計算領域の広さは風洞実験とほぼ対応している。

記号

x_i : 空間座標の3成分 ($i=1$ 主流方向, $i=2$ 横方向, $i=3$ 鉛直方向)
 u_i : x_i 方向の風速3成分 p : 圧力
 \bar{f} : 変数 f の格子平均 (ここではfilteringによる格子平均)
 $\langle f \rangle$: 変数 f の時間平均 f' : 時間平均値からのずれ ν : 動粘性係数
 H_b : 建物高さ u_b : 高さ H_b における流入風速の u_i 成分
 $\langle u_i' u_j' \rangle$: レイノルズストレス k : 乱流エネルギー ($1/2 \langle u_i' u_i' \rangle$)
 P_k : k の生産項 P_{ij} : $\langle u_i' u_j' \rangle$ の生産項 ϵ : k の散逸
 C_{ij} : $\langle u_i' u_j' \rangle$ の移流項, $C_{ij} = \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_k}$
 D_{ij} : $\langle u_i' u_j' \rangle$ の乱流拡散項, $D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (-\langle u_i' u_j' u_k' \rangle - \langle p' u_j' \rangle \delta_{ik} - \langle p' u_i' \rangle \delta_{jk})$
ASMではRodiによるモデル(文献6)を使用し, 移流項と拡散項をまとめて近似す

る ($C_{ij} - D_{ij} = \frac{\langle u_i' u_j' \rangle}{k} (P_k - \epsilon)$)。尚, ASMの移流・拡散項のモデル化の妥当性を検討する際には方程式の右辺に移項した形 ($-C_{ij} - D_{ij}$) で考える。
 Φ_{ij} : 圧力-歪相関項: Rotta項 $\Phi_{ij(1)}$, Rapid項 $\Phi_{ij(2)}$, wall reflection項 $\Phi_{ij(1)}^w$ で構成。本研究では $\Phi_{ij(2)}^w$ は0とした(文献2) ν_t : 渦動粘性係数 ($\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon$)
 l : 乱れの長さスケール k_p : 壁面第1セルの壁面直交方向の幅
 u_p : 壁面第1セルの接線方向速度成分 k_p : 壁面第1セルの k
 ϵ_p : 壁面第1セルの ϵ τ_{wp} : 壁面のシアーストレス
 u_* : 壁面摩擦速度 D : チャンネル半幅
 Re : $\langle u_b \rangle$, H_b で定義されるレイノルズ数 ($\langle u_b \rangle H_b / \nu$)
 Re_τ : $\langle u_* \rangle$, D で定義されるレイノルズ数 ($\langle u_* \rangle D / \nu$)
本文中の諸量は $H_b, \langle u_b \rangle$ 及び密度 ρ で無次元化されている。

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター
**東京大学生産技術研究所 第5部

3.3 メッシュ分割

上記の計算領域に対して k - ϵ モデル, ASM は $50(x_1) \times 49(x_2) \times 28(x_3) = 68600$ メッシュ, LES は $63(x_1) \times 49(x_2) \times 34(x_3) = 104958$ メッシュの分割を行った。ただ

表 1 ASM 基礎方程式

(連続式)	$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0$	(1)
(運動方程式)	$\frac{D \langle u_i \rangle}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_j}$	(2)
(k 方程式)	$\frac{Dk}{Dt} = D_k + P_k - \epsilon$	(3)
(ϵ 方程式)	$\frac{D\epsilon}{Dt} = D_\epsilon + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon)$	(4)
($\langle u_i' u_j' \rangle$ 方程式)	$(P_k - \epsilon) \frac{\langle u_i' u_j' \rangle}{k} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij}$	(5)
	$D_k = \frac{\partial}{\partial x_m} (C_k \langle u_m' u_i' \rangle \cdot \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_i})$ (6)	$D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_m} (C_\epsilon \langle u_m' u_i' \rangle \cdot \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i})$ (7)
	$P_k = -\langle u_i' u_j' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}$ (8)	
	$P_{ij} = -\langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} - \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k}$ (9)	
	$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon$ (10)	
	$\Phi_{ij} = \Phi_{ij(1)} + \Phi_{ij(2)} + \Phi_{ij(1)}^w + \Phi_{ij(2)}^w$ (11)	
	$\Phi_{ij(1)} = -C_1 \frac{\epsilon}{k} \langle u_i' u_j' \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} k$ (12)	$\Phi_{ij(2)} = -C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)$ (13)
	$\Phi_{ij(1)}^w = \sum_{m=1}^w C_1 \frac{\epsilon}{k} \langle u_k' u_m' \rangle \cdot n_k^{(w)} \cdot n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \langle u_k' u_i' \rangle \cdot n_k^{(w)} \cdot n_j^{(w)}$ $-\frac{3}{2} \langle u_k' u_j' \rangle \cdot n_k^{(w)} \cdot n_i^{(w)} \cdot \frac{k^{3/2}}{C_1 \cdot h_n^{(w)} \epsilon}$ (14)	
	$\Phi_{ij(2)}^w = \sum_{m=1}^w C_2 \frac{\epsilon}{k} \langle \phi_{km(2)} \rangle \cdot n_k^{(w)} \cdot n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \langle \phi_{ki(2)} \rangle \cdot n_k^{(w)} \cdot n_j^{(w)}$ $-\frac{3}{2} \langle \phi_{kj(2)} \rangle \cdot n_k^{(w)} \cdot n_i^{(w)} \cdot \frac{k^{3/2}}{C_1 \cdot h_n^{(w)} \epsilon}$ (15)	
	$C_1: 1.8, C_2: 0.6, C_1': 0.5, C_k: 0.22, C_\epsilon: 0.16$	
	$C_{\epsilon 1}: 1.44, C_{\epsilon 2}: 1.92, C_i: 2.5, C_\mu: 0.09$	

本計算の場合、 $\Phi_{ij(2)}^w$ ((15) 式) は 0 とした (文献 2)

表 2 境界条件

	k - ϵ モデル, ASM	LES
流入面	$\langle u_i(x_2) \rangle$: 風洞実験値 (べき指数 $1/4$ の指数分布) $\langle u_2(x_2) \rangle = 0, \langle u_3(x_2) \rangle = 0$ $k(x_2)$ はチャンネルの結果 (風洞実験とほぼ対応 (図 1)) $\nu_i(x_2) = k(x_2)^{1/2} \ell(x_2), \epsilon(x_2) = C_\mu k(x_2)^{3/2} / \ell(x_2)$ $\ell(x_2) = (C_\mu k(x_2))^{1/2} (\partial \langle u_i(x_2) \rangle / \partial x_2)^{-1} (P_k(x_2) = \epsilon(x_2))$ $\langle u_1'^2(x_2) \rangle = \langle u_2'^2(x_2) \rangle = \langle u_3'^2(x_2) \rangle = \frac{2}{3} k(x_2)$	$\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$: 各時刻のチャンネルの結果 (注 2)
流出面	$\langle u_i \rangle, \langle u_2 \rangle, \langle u_3 \rangle, k, \epsilon: \partial / \partial x_1 = 0$	$u_1, u_2, u_3: \partial / \partial x_1 = 0$
上空間	$\langle u_i \rangle = 0, \langle u_1 \rangle, \langle u_2 \rangle, k, \epsilon: \partial / \partial x_3 = 0$	$u_3 = 0, u_1, u_2: \partial / \partial x_3 = 0$
側面	$\langle u_i \rangle = 0, \langle u_2 \rangle, \langle u_3 \rangle, k, \epsilon: \partial / \partial x_2 = 0$	$u_2 = 0, u_1, u_3: \partial / \partial x_2 = 0$
床面, 立方体壁面	壁面上のシアーストレス $\langle \tau_w \rangle$ は (16) 式, k 方程式中の壁面第一セルの $\epsilon(\bar{\epsilon})$ は (17) 式, ϵ 方程式中の壁面第一セルの $\epsilon(\epsilon_p)$ は (18) 式で与える。 $\frac{\langle (u_p)_p \rangle}{\langle \tau_w \rangle} (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{E \cdot \frac{1}{2} h_p (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2}}{\nu} \right) \dots (16)$ $\bar{\epsilon} = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k_p^{3/2}}{\kappa h_p} \ln \left(\frac{E \cdot h_p (C_\mu^{1/2} k_p)^{1/2}}{\nu} \right) \dots (17)$ $\epsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k_p^{3/2}}{\frac{1}{2} \kappa h_p} \dots (18) \quad k: \partial / \partial x_i = 0$	$\tau_w = \langle \tau_w \rangle \times \frac{\langle (u_p)_p \rangle}{\langle (u_p)_p \rangle}$ $\dots (19)$ ここで、 $\langle \tau_w \rangle$ はその時刻以前の LES の結果より算出した $\langle (u_p)_p \rangle, k_p$ を用いて (16) 式より与える。

$C_\mu = 0.09, \kappa = 0.4, E = 9.0$

し, 立方体コーナー部に接するメッシュ幅 h_p は 3 モデルともに $1/24$ である。

3.4 境界条件 (表 2)

LES の解析では別途チャンネル流を利用した境界層流の計算を行い, この結果をべき指数 $1/4$ の指数則 (風洞実験における平均風速分布) に正確に従うように調整し, その結果得られた各時刻の風速分布を非定常な流入条件として使用した²⁾。 k - ϵ モデル, ASM の流入の $k(x_2)$ は LES によるチャンネル流の計算結果 (図 1) を使用した, 風洞実験値ではなく, LES の値としたのは, k - ϵ モデル, ASM と LES で流入の $k(x_2)$ を全く同一とした上で比較検討するためである。チャンネル流の計算より得られた k の鉛直分布はほぼ風洞実験と対応している (図 1)。壁面境界条件は 3 モデルともに generalized log law より $\langle \tau_w \rangle$ を与えた⁹⁾。 LES の場合, さらに, 表 2 (19) 式にこの $\langle \tau_w \rangle$ を代入し, 各時刻の τ_w を算出し¹⁰⁾, これを境界条件として与えた。

3.5 差分スキーム

時間差分には Adams-Bashforth, 空間差分には 2 次精度中心差分を使用した。ただし, ASM の運動方程式および k, ϵ 輸送方程式の移流項には QUICK を使用した¹³⁾。

4. 計算結果と実験結果の比較

4.1 乱流エネルギー k と平均風速ベクトル (図 2, 3)

まず, 風上コーナー部周辺に着目する。 k - ϵ モデルの結果 (図 2 (2)) は既報¹⁾で指摘したように, 風洞実験 (図 2 (1)) に比べてこの部分の k を過大に評価し, このため屋上面で逆流が発生しない (図 3 (2))。 ASM の結果 (図 2 (3)) は風洞実験, LES に比べて立方体前面で k の値が多

○ k - ϵ モデル, ASM, LES
 (LES によるチャンネル流の結果)
 ■ 風洞実験

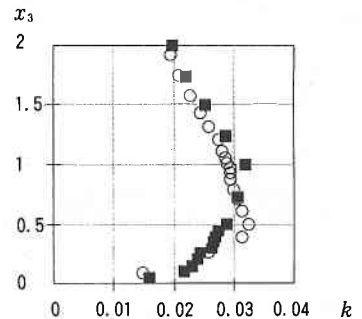


図 1 流入側境界における $k(x_2)$ の比較

少大きめであるが、 k - ϵ モデルにみられるようなきわめて過大な k は解消し、屋上面の逆流も再現される (図3 (3))。ASMの場合に前面の k の値が多少大きめとなる点に関しては4.2節で検討する。

次に、壁面近傍の k の分布を比較すると、 k - ϵ モデル、ASM (図2 (2), (3))は屋上面や後方循環流内床面近傍で実験、LES (図2 (1), (4))に比べて k の値が小さくなっており²⁴⁾、それに伴って、床面付近の風速絶対値が大きく計算されている (図3 (2), (3), 図4 (2))。特に、ASMでは屋上面近傍の k が実験よりかなり小さくなり (図2 (3))、屋上面の逆流域も広く計算され (図3 (3))、逆流域内の風速絶対値も大きくなっている (図4 (1))。

これに対して、LESの k の分布 (図2 (4))は k - ϵ モデルに比べるとはるかによく実験と対応し、後方循環流上部のfree shear layer付近の k の値が実験よりやや高くなる点を除けば、ASMよりさらに実験に近く、屋上面の剝離域の性状や立方体後方循環流内床面近くの風速絶対値も実験とよく一致している (図3 (4), 図4 (1), (2))。

4.2 乱流エネルギー生産項 P_k (図5, 6)

k - ϵ モデル (図5 (1))は風上コーナー部を中心に P_k が

大きな値を示している。ASM (図5 (2))は k - ϵ モデルに比べて風上コーナー付近の P_k が大きな値を示す領域が大幅に縮小され、それに伴って、この付近の k の分布が大きく改善される (図2 (3))。しかし、LES (図5 (3))に比べると前面の P_k の値はなお大きめとなっている。前述したように、ASMの前面の k の値は風洞実験やLESに比べると多少大きめとなっている点 (図2 (3), (1), (4))から考えて、LESの P_k の値の方が妥当であり、ASMではこの部分で P_k が多少過大となっているものと推察される。 P_k に対して同一の数式表現を用いたASMとLESでその値が異なるのは、ノルマルストレスの分布の性状が両モデル間で異なるためと考えられる。詳細は次節で示すが、風洞実験やLESでは立方体前面では $\langle u_1^2 \rangle \leq \langle u_2^2 \rangle$ であるのに対して、ASMでは逆に $\langle u_1^2 \rangle > \langle u_2^2 \rangle$ となっている (図7, 9)。また、この領域では $\frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_1} < 0$ であるから、 P_k 中のノルマルストレスに関連する成分 $P_{k,n}^{NS}$ ($= -(\langle u_1^2 \rangle - \langle u_2^2 \rangle) \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_1}$)はLES (図6 (3))では負、ASM (図6 (2))では正となる。この影響が立方体前面の P_k の分布に見られる両モデルの差に反映されたものと考えられる。

また、屋上面の再付着点付近からその後方free shear layerの P_k の値を比較すると、ASMの方がLESよりもや

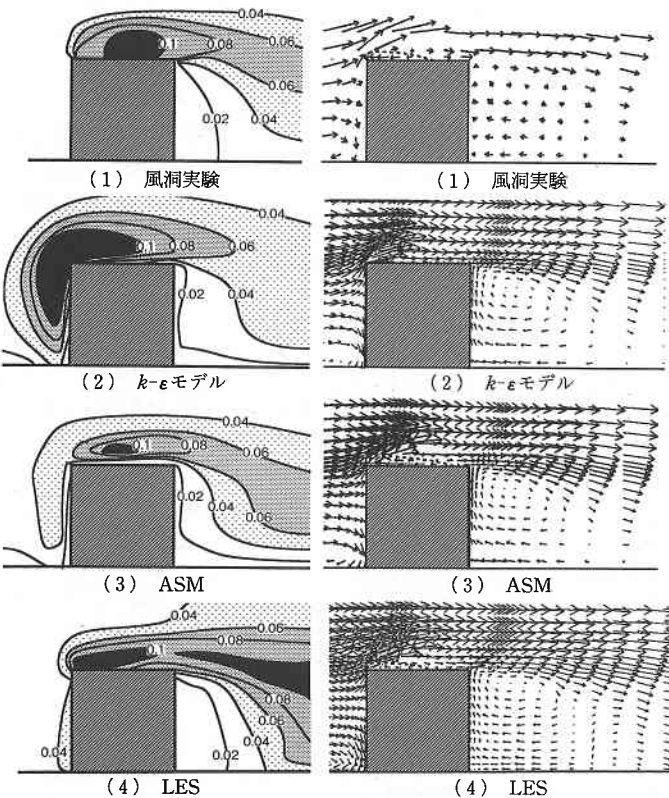
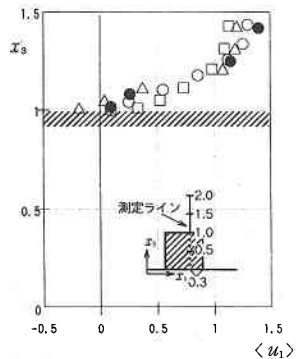
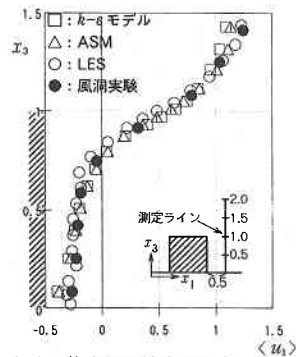


図2 k (建物中心軸上)

図3 平均風速ベクトル (建物中心軸上)



(1) 風洞実験における屋上面再付着点直後の分布



(2) 後方循環流内の分布

図4 $\langle u_1 \rangle$ の比較

や大きくなっており、この点に関しては今後検討を加えていきたい¹⁰⁾

4.3 ノルマルストレスの非等方性の再現に関する比較

図7~11にノルマルストレスの3成分の和(2*k*)に対する各成分の割合を示す。風洞実験結果は屋上面では $\langle u_1^2 \rangle$ の占める割合が非常に大きく(図7(1))、後方循環流内では $\langle u_2^2 \rangle$ が逆に非常に大きく、床面に近づくとつれてその程度はさらに顕著になる(図8(1)、図10(1))。また、前面壁面近傍では $\langle u_3^2 \rangle$ が比較的大きく(図9(1))、 $\langle u_1^2 \rangle$ の占める割合は小さい(図7(1))。LESの結果(図7(4)、図8(4)、図9(4))は前面、屋上面、後方循環流内における各成分の非等方的特徴をよく再現している。これに対して、*k-ε*モデルの結果(図7(2)、図8(2)、図9(2))は風上コーナー付近の速度勾配の大きい領域で各成分ともに実験にみられない異状な分布を示し(図11(2))、屋上面付近や後方循環流内では各成分の割合はほぼ等しく(図10(2))；ノルマルストレスの各成分の非等方的特徴を全く再現していない。一方、ASM(図7(3)、図8(3)、図9(3))では後方循環流内で $\langle u_2^2 \rangle$ が相対的に大きくなる傾向はおおむね再現されており(図8(3)、図10(3))、この点に関しては*k-ε*モデル(図8(2)、図10(2))に比べてはるかに改善されている。ただし、床面に近づくとつれて $\langle u_2^2 \rangle$ の割合がさらに大きくなる点に関しては、LESではこの傾向がとらえられているのに対して(図8(4)、図10(4))、ASMでは十分に再現されていない(図8(3)、図10(3))。また、ASMの場合、前面や屋上面近傍でのノルマルストレスの非等方性の再現に関しても問題があり、

前面の $\langle u_3^2 \rangle$ や屋上面の $\langle u_1^2 \rangle$ の値が低めとなっている(図9(3)、図7(3))。

以上のように今回のASMの結果は、立方体前面、屋上面、後方床面等の壁面近傍におけるノルマルストレスの接線方向成分を全般に過小に評価する傾向がある。これは今回のASMの計算ではwall reflection項中のRapid項に対応する項 $\Phi_{ik(2)}^w$ を0としたために、壁面近傍における壁に垂直方向のノルマルストレスへのエネルギーの再配分が不十分となったことによるものと考えられる。したがって、この項を入れることにより問題が生じるimpinging flowの領域以外では $\Phi_{ik(2)}^w$ を組み込む形で計算すれば、壁面近傍のノルマルストレスの予測精度はある程度改善することが可能と期待され¹¹⁾、現在検討中である。

また、ASMの場合、立方体風上コーナー上方の速度勾配の大きな領域におけるノルマルストレスの非等方性の再現に関して*k-ε*モデルと同様の問題点を有している。すなわち、実験やLESでは屋上面上方では全般に $\langle u_1^2 \rangle > \langle u_3^2 \rangle$ (図7(1)、(4)、図9(1)、(4)、図11(1)、(4))であるのに対し、ASMの $\langle u_1^2 \rangle$ や $\langle u_3^2 \rangle$ の分布には*k-ε*モデルの場合と同様に実験やLESにはみられない極小値、極大値が現れ(図11(2)、(3))、 $\langle u_1^2 \rangle$ は $\langle u_3^2 \rangle$ よりも小さくなっている。

5. ノルマルストレス輸送方程式中の移流・拡散項の役割とASMの代数化に伴う問題点(図12~16)

本章では、ノルマルストレス輸送方程式中の各項の大きさを比較し、移流・拡散項の役割を示すとともに、ASM

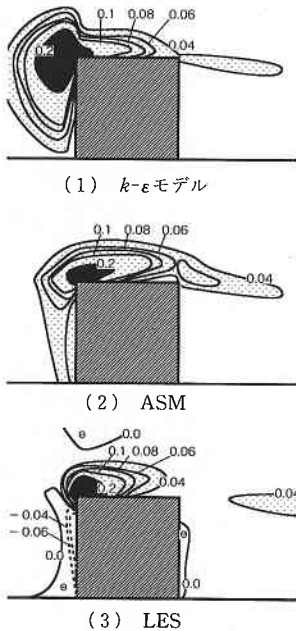


図5 P_x ((建物中心軸上, ⊖は負領域)

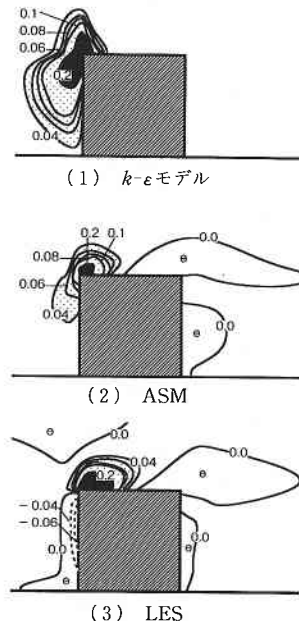
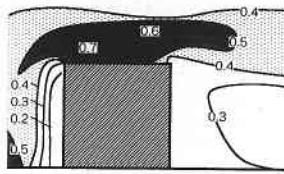
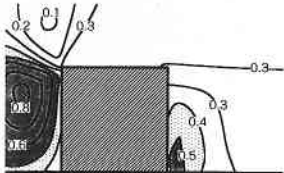


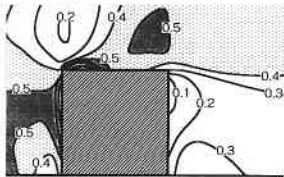
図6 P_n ((建物中心軸上, ⊖は負領域)



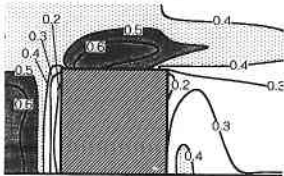
(1) 風洞実験



(2) $k-\epsilon$ モデル

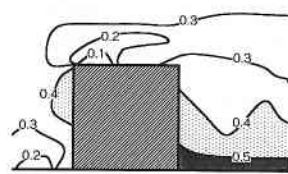


(3) ASM

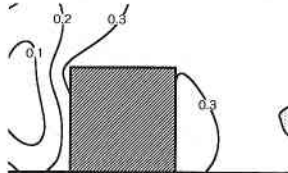


(4) LES

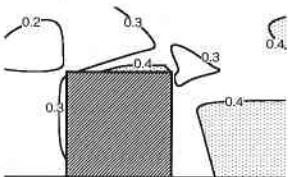
図7 $\langle u_1^2 \rangle / 2k$ (建物中心軸上)



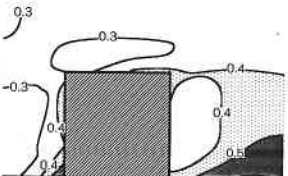
(1) 風洞実験



(2) $k-\epsilon$ モデル

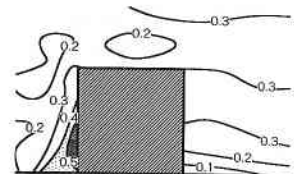


(3) ASM

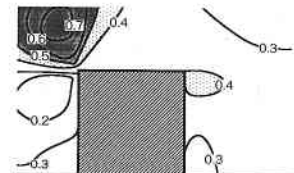


(4) LES

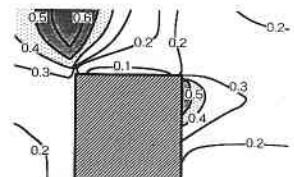
図8 $\langle u_2^2 \rangle / 2k$ (建物中心軸上)



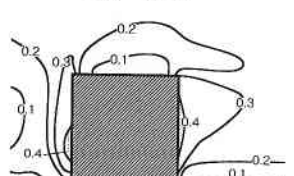
(1) 風洞実験



(2) $k-\epsilon$ モデル

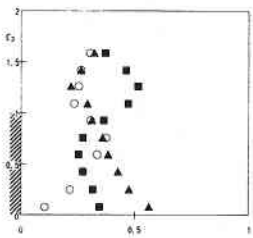


(3) ASM

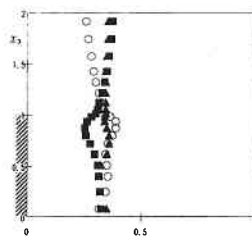


(4) LES

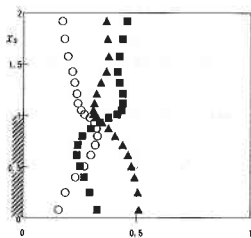
図9 $\langle u_3^2 \rangle / 2k$ (建物中心軸上)



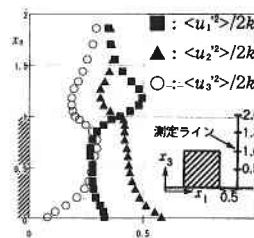
(1) 風洞実験



(2) $k-\epsilon$ モデル

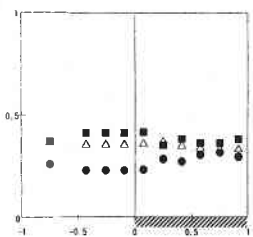


(3) ASM

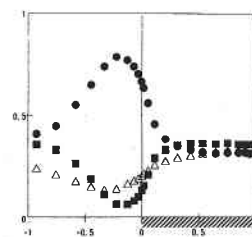


(4) LES

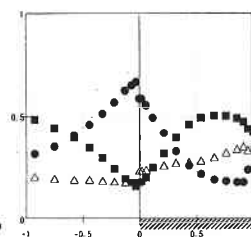
図10 $\langle u_1^2 \rangle / 2k, \langle u_2^2 \rangle / 2k, \langle u_3^2 \rangle / 2k$ (立方体後方循環流内)



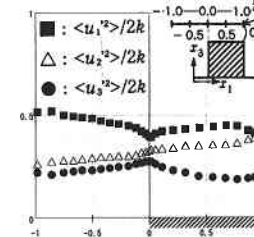
(1) 風洞実験



(2) $k-\epsilon$ モデル



(3) ASM



(4) LES

図11 $\langle u_1^2 \rangle / 2k, \langle u_2^2 \rangle / 2k, \langle u_3^2 \rangle / 2k$ (立方体上方)

の計算で得られた $\langle u_i \rangle$, $\langle u_i' u_j' \rangle$, k , ϵ 等を用いて代数化されていない移流・拡散項 $-(C_{ij} - D_{ij})$ を評価し, Rodi のモデルを用いた近似 $(-\frac{\langle u_i' u_j' \rangle}{k} (P_k - \epsilon))$ と比較し, $\langle u_i' u_j' \rangle$ 輸送方程式を代数化することの妥当性を検討する. なお, 移流・拡散項は, 右辺に移項した形 $-(C_{ij} - D_{ij}) - \frac{\langle u_i' u_j' \rangle}{k} (P_k - \epsilon)$ で評価し, 代数化されていない移流・拡散項の評価の際には, D_{ij} は GGDH⁽²⁾ ($D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (0.22 \cdot \frac{k}{\epsilon} \langle u_k' u_i' \rangle \frac{\partial \langle u_j' u_i' \rangle}{\partial x_i})$) を用いて算出する.

5.1 後方循環流域におけるノルマルストレスの移流・拡散項の役割 (図12, 13)

まず, 循環流域内を例にとり, ノルマルストレス輸送方程式中の各項の分布を比較し, 他項と比較したときの移流・拡散項の相対的な重要性を検討する. 図12は立方体後方循環流内の $\langle u_1'^2 \rangle$, $\langle u_2'^2 \rangle$ の輸送方程式中の移流・拡散項 $-(C_{ij} - D_{ij})$ と生産項 P_{ij} , 圧力-歪相対項 $\Phi_{i(1)}$, $\Phi_{i(2)}$ を比較したものである. ただし, ここでは移流・拡散項は代数化されていない形で評価している. 代数化された場合との比較は次節で行う.

循環流上部の free shear layer 付近では, 移流・拡散項 $-(C_{11} - D_{11})$, $-(C_{22} - D_{22})$ (図12(1), (2)○) はともに生産項 P_{11} , P_{22} (図12(1), (2)△) と同程度の絶対値を有し, P_{11} , P_{22} は正, $-(C_{11} - D_{11})$, $-(C_{22} - D_{22})$ は負という関係にある. また, 循環流内では P_{11} , P_{22} は相対的に小さくなり, ここでは $-(C_{11} - D_{11})$, $-(C_{22} - D_{22})$ は正の値をもつ. 特に, $-(C_{22} - D_{22})$ (図12(2)○) は循環流

域内において相対的にほかの項よりも大きく, この領域の $\langle u_2'^2 \rangle$ を増加させる要因 (輸送方程式中で正の値となる項) として大きな影響力をもつことがわかる. 一方, 循環流内の $\langle u_1'^2 \rangle$ の輸送方程式の各項の収支をみると, $-(C_{11} - D_{11})$ (図12(1)○) とともに圧力-歪相対項中の $\Phi_{11(1)}$ (図12(1)□) も比較的大きな正の寄与をしている.

また, 水平面内の各項の分布 (図13(1), (2)) においても鉛直面内の各項の分布と同様の傾向がみられ, 循環流側方の free shear layer では P_{11} , P_{22} (図13(1)(2)△) は正, $-(C_{11} - D_{11})$, $-(C_{22} - D_{22})$ (図13(1)(2)○) は負となり, 循環流内では P_{11} , P_{22} は比較的小さく, $-(C_{11} - D_{11})$, $-(C_{22} - D_{22})$ は正となる. また, 循環流内の $\langle u_2'^2 \rangle$ を増加させる要因としては, $-(C_{22} - D_{22})$ (図13(2)○) が大きく寄与し, $\langle u_1'^2 \rangle$ を増加させる要因としては圧力-歪相対項 $\Phi_{11(1)}$ (図13(1)□) も $-(C_{11} - D_{11})$ と同程度に寄与していることがわかる.

これらのことから, 循環流内での $\langle u_2'^2 \rangle$ の値は, 循環流上部や側方の free shear layer で生産された $\langle u_2'^2 \rangle$ が循環流内に移流, 拡散されてくる量に大きく影響されているといえる. また, 循環流内の $\langle u_1'^2 \rangle$ の場合, 移流, 拡散による free shear layer からの輸送とともに圧力-歪相対項中の $\Phi_{11(1)}$ を通じての $\langle u_2'^2 \rangle$ からの再配分の影響も比較的大きいが, いずれにせよ, 循環流内のノルマルストレスの分布に対して移流, 拡散項は強く影響している

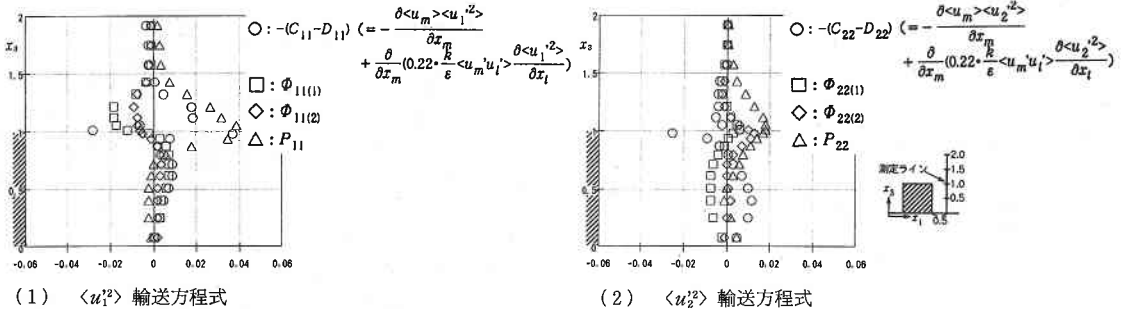


図12 ノルマルストレス輸送方程式の各項の鉛直分布 (ASM, 立方体後方循環流内)

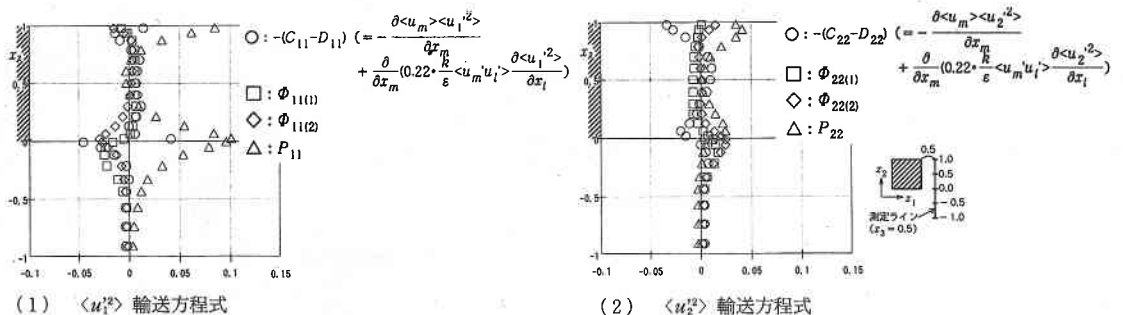


図13 ノルマルストレス輸送方程式の各項の水平分布 (ASM, 立方体後方循環流内)

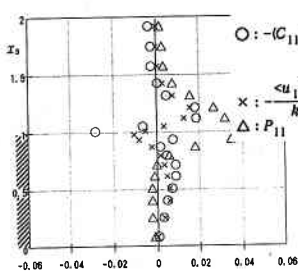
といえる^{註7)}。

5.2 ASMにおける移流、拡散項のモデル化に伴う問題点 (図14~16)

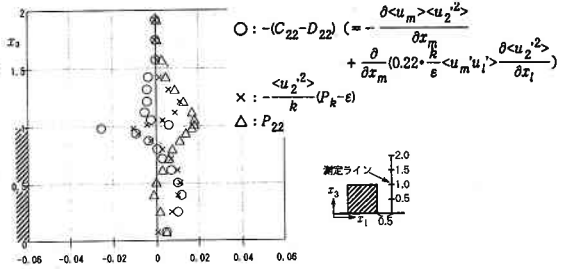
上記のように立方体周辺の流れにおいて大きな役割を果たしている移流・拡散項がASMにおいてどの程度正しく評価されているかを検討するために、代数化されていない移流・拡散項 $-(C_{ij}-D_{ij})$ とRodiによる近似 $-\frac{\langle u_i u_j \rangle}{k}$ $(P_k-\epsilon)$ とを比較する。Rodiのモデルと代数化されていない移流・拡散項との差はASMの結果を初期値として応力方程式モデル(Differential Stress Model, 以下DSM)の計算を始めた場合、計算初期に移流・拡散項の評価がどの程度変わるかを示している。したがって、両者の差が大きい領域ほど、ASMの代数化に伴う誤差の影響が大きく、ASMからDSMに方程式系を変更することにより、

結果が大きく変化するものと予想される。

まず循環流域内において、Rodiのモデル化による項(図14(1), (2)×, 図15(1), (2)×)と $-(C_{ij}-D_{ij})$ (図14(1), (2)○, 図15(1), (2)○)とを比較すると、循環流域内では両者はほぼ対応しており、ASMの結果(図8(3))をみると、この領域内で $\langle u_2^2 \rangle$ が相対的に大きくなる傾向をおおむね再現している。ただし、床面付近では $\langle u_2^2 \rangle$ 方程式中の $-\frac{\langle u_2^2 \rangle}{k}(P_k-\epsilon)$ (図14(2)×)の値が $-(C_{22}-D_{22})$ (図14(2)○)に比べて小さくなっており、これがASMの場合、床面付近の $\langle u_2^2 \rangle$ の相対的寄与を実験やLESに比べて過小評価することの原因の一つであると推察される(図8(1), (3), (4), 図10(1), (3), (4))。ただし、この点に関しては、 $\Phi_{(x_2)}$ の取り扱いの影響も大きな要因として考えられることは4.3節で

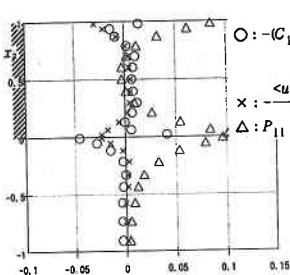


(1) $\langle u_1^2 \rangle$ 輸送方程式

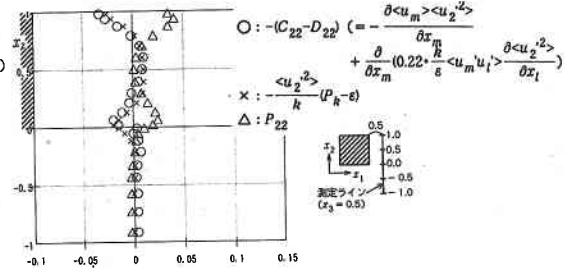


(2) $\langle u_2^2 \rangle$ 輸送方程式

図14 ノルマルストレス輸送方程式の移流・拡散項の比較 (ASM, 立方体後方循環流内)

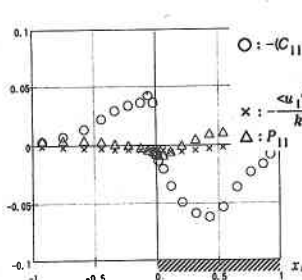


(1) $\langle u_1^2 \rangle$ 輸送方程式

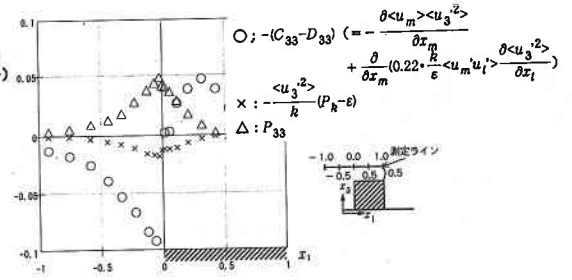


(2) $\langle u_2^2 \rangle$ 輸送方程式

図15 ノルマルストレス輸送方程式の移流・拡散項の比較 (ASM, 立方体後方循環流内)



(1) $\langle u_1^2 \rangle$ 輸送方程式



(2) $\langle u_3^2 \rangle$ 輸送方程式

図16 ノルマルストレス輸送方程式の移流・拡散項の比較 (ASM, 立方体上方)

指摘したとおりである。

次に、コーナー上方の速度勾配の大きい領域をみると、 $-\frac{\langle u_i' u_j' \rangle}{k} (P_k - \epsilon)$ (図16(1), (2)×) は $-(C_{ij} - D_{ij})$ (図16(1), (2)○) より絶対値がかなり小さくなっていることがわかる。 $\langle u_3'^2 \rangle$ 方程式中のバランスをみると (図16(2)), コーナー部上方で生産項 P_{33} が正のピーク値を示しているが (図16(2)△), $-\frac{\langle u_3'^2 \rangle}{k} (P_k - \epsilon)$ (図16(2)×) の値がきわめて過小となっているために、ここで生産された大きな $\langle u_3'^2 \rangle$ を上方や風下側に輸送し、この領域の $\langle u_3'^2 \rangle$ を減少させるという移流、拡散項の本来の役割が十分評価されず、ASMでは P_{33} の大きな値がそのまま $\langle u_3'^2 \rangle$ の分布に反映し、実験やLESに比べて過大となっているものと推察される (図9(3), 図11(3))。一方、 $\langle u_1'^2 \rangle$ の場合は $\langle u_3'^2 \rangle$ とは逆であり、風上コーナー上方では P_{11} はわずかに負のピークを持つ (図16(1)△)。この部分では $-(C_{11} - D_{11})$ (図16(1)○) は正であり、負の P_{11} の影響を減少させる働きをするはずであるが、 $-\frac{\langle u_1'^2 \rangle}{k} (P_k - \epsilon)$ (図16(1)×) はこの部分の移流、拡散の効果をきわめて過小に評価し、結果として、ASM (図7(3), 図11(3)) の場合、風上コーナー上方の $\langle u_1'^2 \rangle$ の分布に実験 (図7(1), 図11(1)) やLES (図7(4), 図11(4)) には現れない極小値が発生している。

6. 結 論

- (1) LESによる k の分布は $k-\epsilon$ モデルに比べて実験との対応が格段によく、ノルマルストレス各成分の非等方的特徴もよく捉えている。この結果、屋上面の剝離部や立方体後方循環流内の平均風速ベクトルも非常によく実験と一致する。
- (2) ASMの場合、 $k-\epsilon$ モデルにみられたコーナー部における k の過大評価はかなり解消され、屋上面の逆流も実験同様に再現され、結果は $k-\epsilon$ モデルに比べてかなり改善された。
- (3) ただし、屋上面や立方体後方床面近傍の k が過小となる傾向にあり、この影響で屋上面の逆流域や後方循環流内の床面付近の風速性状が実験やLESと異なる。これは局所平衡を仮定して与えた壁面の $\bar{\epsilon}$ が不適切であることによる可能性が強い。
- (4) ASMの場合、後方循環流内で $\langle u_3'^2 \rangle$ が相対的に大きくなる傾向をおおむね再現しているが、立方体風上コーナー上方の $\langle u_1'^2 \rangle$, $\langle u_2'^2 \rangle$ の分布等、移流、拡散の影響の大きい領域におけるノルマルストレスの分布に関しては風洞実験、LESと大きく異なる傾向を示した。
- (5) また、Rapid項に対応する wall reflection項 $\Phi_{ik(2)}$ を0とした今回のASMの計算では、壁面近傍におけるノルマルストレスの非等方性が十分再現されておらず、この点にも問題を残しているため、 $\Phi_{ik(2)}$ を組み込む方法を現在検討している。

謝 辞

本研究の一部は文部省科学研究費重点領域研究(1)「LESによる乱流解析技術の確立」(01613007)による。記して謝意を表す。 (1990年11月13日受理)

注

- 注1) 筆者等の従来のLESの解析では $C_s=0.1$ を使用してきたが、その結果得られた k の分布は立方体後方循環流上部の free shear layer 付近の値が実験に比べてやや大きくなる傾向にあった (文献1)。今回は free shear layer と性状が似ていると思われる mixing layer を対象とした半場等の解析 (文献8) で用いられた $C_s=0.12$ を使用した。 $C_s=0.12$ の結果 (図2(4)) は $C_s=0.1$ (文献1) に比べて屋上面から free shear layer にかけての k の値が減少し実験との対応はかなり改善されるが、その値は実験に比べるとなお大きい。この点に関してはさらに今後の検討が必要と考えている。
- 注2) LESによるチャンネル流を利用した境界層流作成の概要を以下に記す。本文と表記を統一するため、本注も H_b , $\langle u_b \rangle$ で無次元化した量で説明する。
 - (1) 解析領域: $6D(x_1) \times 3D(x_2) \times 2D(x_3)$ (ただし、 D はチャンネル半幅)。
 - (2) メッシュ分割: $32(x_1) \times 32(x_2) \times 42(x_3) = 43008$ 。
 - (3) 境界条件:
 - ① 流入・流出 (x_1 方向), 横方向 (x_2 方向): 周期境界条件 (ただし、 x_1 方向には $\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_1} = -\frac{\langle \tau_w \rangle}{D}$ を課す。)
 - ② 壁面境界条件: $\tau_w = \langle \tau_w \rangle \times \frac{\langle u \rangle}{\langle u_b \rangle} r$ (表2(19)式)。ただし、 $\langle \tau_w \rangle$ は風洞内風速分布を対数速度分布にあてはめ推定。
 - (4) 壁面摩擦速度とチャンネル半幅から定義されるレイノルズ数 Re , τ は 5.6×10^4 。 D は立方体高さ H_b の5倍 ($D=5$) と仮定し、風洞実験における模型高さの流入風速と壁面摩擦速度の関係 ($\langle u^* \rangle$ は $\langle u_b \rangle$ の約13% ($\langle u^* \rangle = 0.13$)) を用いて、この Re , τ の値を Re に換算すると、風洞実験における Re の値 (8.4×10^4) と対応する。
 - (5) 以上より得られた流れ場の平均風速プロファイルは $0.5 < x_3$ の範囲でほぼ実験 (べき指数 $1/4$ の指数分布) と一致し、0.5以下では、多少低めの値を示す (補図参照)。

本研究で示すLESによる立方体周辺気流の計算では、各タイムステップが必要とされる非定常な流入境界条件として、各タイムステップのチャンネル流の結果を用いているが、高さ0.5以下でもべき指数 $1/4$ の指数分布と正確に一致するように流入風速を多少調整している。この操作は連続式および運動方程式を厳密に満足させた流入境界条件を与えるという観点からは多少の問題が残ると思われる。しかし、本研究では、風洞実験結果と詳細に比較するために、流入境界条件に関するLESと風洞実験との厳密な一致という点を優先的な条件とした。この取り扱いによる流入風速の

補正量はかなり小さく、解の収束性への影響はほとんど認められない。LESの解析が必要となる非定常な流入風の作成に関しては今後さらに検討していく予定である。なお、チャンネルと立方体まわりの計算におけるメッシュ分割の相違に伴う流入風速の定義点の変更は、通常の直線補間を用いた。

注 3) 計算の初期ではASMの運動方程式も中心差分としていたが、無視し得ぬ空間振動が発生したために、QUICKに変更した。

注 4) この大きな原因の一つは壁面境界における $\bar{\epsilon}$ が大きすぎる事が挙げられる。 k - ϵ モデル、ASMでは壁面第一セルの k の値を輸送方程式を使って算出する際に境界条件として表 2 (17) 式の形で壁面第一セルの $\bar{\epsilon}$ を与えている。この条件は壁面近傍で局所平衡を仮定しているが、屋上面付近の剝離域や後方循環流域では移流、拡散の影響が相対的に大きく (図12~16)、必ずしも、局所平衡は成立していない。このような領域に局所平衡から導出した $\bar{\epsilon}$ を与えることにより多くの誤差が発生することは避けられないものと考えられる。

注 5) 建物中心軸上では流れの対称性から

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_3} = 0 \quad (i \neq 2), \quad \langle u_3 \rangle = 0$$

である。また、建物中心軸上で $\frac{\partial \langle u_2 \rangle}{\partial x_3}$ は全般に小さくほぼ0とみなせるので、 P_k は次式のようになる。

$$P_k = - \frac{\langle u_1'^2 \rangle - \langle u_3'^2 \rangle}{P_{k,n}} \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_1} \quad (20)$$

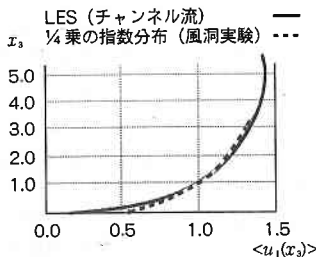
$$- \frac{\langle u_1' u_3' \rangle}{P_{k,s}} \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_3} - \frac{\langle u_3' u_1' \rangle}{P_{k,s}} \frac{\partial \langle u_3 \rangle}{\partial x_3} \quad (21)$$

注 6) 今回のASMの結果では図 3 (3)、図 4 (1) で示したように、屋上面の逆流域内の風速絶対値や速度勾配 $\partial \langle u_1 \rangle / \partial x_3$ がやや大きく計算されている。この影響で、ASMの場合、屋上面再付着点付近やその後方においても $\partial \langle u_1 \rangle / \partial x_3$ が大きめとなり、 P_k 中のシアストレスに関連する成分 $P_{k,s}$ (注 5 (21) 式) も多少過大となっているものと予想される。一方、LESの場合も C_s を0.1から0.12に変更したことにより、この領域の k の値が減少し、 P_k の分布もかなり変化している。したがって、 C_s の最適化を行い、 C_s の値が変われば、この部分の P_k の値はさらに変化する可能性を持っていると考えられる。

注 7) 循環流内では、 $\langle u_2'^2 \rangle > \frac{2}{3} k > \langle u_1'^2 \rangle$ (図10(3)) であるから、ここでは、表 1 (12) 式からわかるように、 $\Phi_{11(1)} \sim -(\langle u_1'^2 \rangle - \frac{2}{3} k) > 0$ 、 $\Phi_{22(1)} \sim -(\langle u_2'^2 \rangle - \frac{2}{3} k) < 0$ となる。したがって、 $\langle u_1'^2 \rangle$ は $\Phi_{11(1)}$ をとおして $\langle u_2'^2 \rangle$ からエネルギー再分配を受けているといえる。そしてこの $\langle u_2'^2 \rangle$ は主に移流、拡散により循環流内に輸送されることを考えると、 $\Phi_{11(1)}$ による $\langle u_1'^2 \rangle$ の増加も間接的には $\langle u_2'^2 \rangle$ の移流、拡散の影響を受けているといえる。

参 考 文 献

- 1) 村上周三, 持田灯, 林吉彦: LESによる建物周辺気流の数値予測 (第9報), 生産研究, 1990. 1
- 2) 村上周三, 加藤信介, 近藤靖史: 代数応力方程式モデルによる室内気流解析, 生産研究, 1989. 1
- 3) 村上周三, 近藤靖史, 持田灯, 田中忠範: 代数応力モデルによる2次元角柱周辺気流の数値解析, 生産研究, 1990. 1
- 4) 村上周三, 持田灯, 林吉彦: 建物周辺気流の数値シミュレーションの診断システムに関する研究 (第4報), 生産研究, 1988. 1
- 5) 村上周三, 持田灯, 日比一喜: Large Eddy Simulationによる街区周辺の流れ場の解析, 生産研究, 1988. 1
- 6) W. Rodi: A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, ZAMM, 56, 1976
- 7) M.M. Gibson and B.E. Launder: Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech. 86, 491, 1978
- 8) 半場藤弘, 吉沢徹: Large Eddy Simulationによる乱流混合層の数値計算, 生産研究, 1986. 12
- 9) B.E. Launder, D.B. Spalding: The numerical computation of turbulent flows, Computer methods in applied mechanics and engineering 3, 1974
- 10) U. Schumann: Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli, J. Compt. Phys. 18, 1975
- 11) S. Obi, M. Peric, G. Scheuerer: A finite-volume calculation procedure for turbulent flows with second-order closure and collocated variable arrangement, pp. 17. 4. 1~17. 5. 1, 7th symposium on turbulent shear flows, 1989
- 12) B.J. Daly and F.H. Harlow: Transport equations of turbulence, Phys. Fluid, 13, 2634, 1970



補図 $\langle u_1(x_3) \rangle$ のプロファイルの比較