

閉鎖空間内の対流熱伝達シミュレーション ——低レイノルズ数型k-εモデルによる自然対流解析の試み——

Numerical Simulation of Natural Convection in Enclosed Space by means of Low-Reynolds-Number k-ε Model

村 上 周 三*・加 藤 信 介**・近 藤 靖 史***・田 中 晃****

Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO, Yasushi KONDO and Akira TANAKA

〈記号〉

U_i : X_i 方向の平均速度, p : 圧力, θ : 平均温度,
 k : 乱流エネルギー, ϵ : 乱流散逸, ν_t : 渦動粘性係数,
 ν : 動粘性係数, g : 重力加速度 (9.8), β : 体積膨張率,
 a : 熱拡散係数, $\Delta\theta$: 伝熱面温度差, θ_n : 加熱面温度,
 θ_c : 空間の各高さにおける中心温度, λ : 熱伝導率,
 q_w : 壁面熱流束, W : 伝熱面間距離, H : 伝熱面高さ,
 $\bar{\epsilon}$: $\bar{\epsilon} = \epsilon - 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial X_j)^2$, Re_t : 局所レイノルズ数 ($k^2/\nu\bar{\epsilon}$),
 u^* : 摩擦速度 ($\sqrt{\nu(\partial U/\partial y)_{y=0}}$), ξ : 無次元座標 (xNu_y/y),
 x : 壁からの距離, y : 角からの鉛直距離,
 y^+ : 壁座標 (u^*y/ν), k^+ : k/u^{*2} , ϵ^+ : $\epsilon\nu/u^{*4}$,
 Nu_y : 局所ヌッセルト数 ($y(\partial\theta/\partial x)_{x=0}/(\theta_n - \theta_c)$),
 Ray : 局所レイリー数 ($g\beta(\theta_n - \theta_c)y^2/\nu a$),
 Nu : 平均ヌッセルト数 ($q_w W/\lambda \Delta\theta$),
 Ra : 平均レイリー数 ($\beta g \Delta\theta H^3/\nu a$)

1. 序

周知のようにk-εモデルで壁面の対流熱伝達率を正しく求めるには、いわゆる、低レイノルズ数型k-εモデル(以降、低Re数型k-εと称す)で粘性底層まで解析することが理想的である。一方、3次元計算の場合、計算機の実力の不足からこの部分を壁関数でモデル化した高Re数型モデルが用いられていることも多い。しかし、室内気流等の3次元性の高い流れ場では、壁関数を用いる方法に限界¹⁾があることは、既往の研究²⁾に報告されている。しかし、3次元の流れ場を扱う場合には、工学的実用性の観点から将来とも壁関数型の境界条件の利用に対する要求が強い。筆者らは、壁関数による方法²⁾³⁾と併行して低Re数型k-ε⁴⁾の検討を行っている。本報では、二次元解析により室内壁面近傍における熱伝達のミクロな構造を低Re数型k-εにより解析し、同じく筆者らによる実験と比較した。

2. 基礎式と数値解法

低Re数型k-εは、これまで各種の改良モデルが提案されており、Patel, Rodiら⁵⁾によりレビューされているが、今回は長野ら⁶⁾⁷⁾のモデル⁸⁾を用いた。表1にその基礎方程式を示す。ε方程式は壁境界の取り扱いの便宜からε⁺方程式に置き換えている。数値解法は差分法による速度、圧力同時緩和法を用いた。表2に境界条件⁹⁾を、表3に計算方法を示す。計算プログラムは、事前にチャンネル内の速度分布等を解析することにより検証した。

3. 計算, 実験対象

計算対象は、孔, 村上, 加藤⁹⁾が行った水を用いた密閉空間(アスペクト比: 1)における自然対流の実験モ

表1 低Re数型k-εモデルの基礎式

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ a + \frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial X_j} \tag{1}$$

$$\nu_t = C_{\mu} f_k k^2 / \bar{\epsilon} \tag{2}$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right\} + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\nu_t \beta g}{\sigma_\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \bar{\epsilon} - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial X_j} \right)^2 \tag{3}$$

$$\frac{D\bar{\epsilon}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial X_j} \right\} + C_{\epsilon 1} f_k \frac{\bar{\epsilon}}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + C_{\epsilon 2} f_k \frac{\bar{\epsilon}}{k} \frac{\nu_t \beta g}{\sigma_\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} - C_{\epsilon 3} \frac{\bar{\epsilon}^2}{k} + \nu \nu_t (1 - f_\mu) \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_k} \right)^2 \tag{4}$$

乱流モデルの定数及び補正関数

$$\sigma_k = 1.4, \sigma_\epsilon = 1.3, \sigma_\theta = 0.6, C_{\epsilon 1} = 1.45, C_{\epsilon 2} = 1.90, C_\mu = 0.09$$

$$f_\mu = \{ 1 - \exp(-y^+/26.5) \}^2, f_1 = 1.0, f_2 = 1 - 0.3 \exp(-Re_t^2)$$

表3 計算方法

差分スキーム	空間スキーム: スカラー量の移流項のみを一次精度風上差分, その他は中心差分, 時間スキーム: Adams-Bashforth,
メッシュ分割	$y_j = \Delta y_j (K^j - 1) / (K - 1)$ の関係式を用いて壁面が密になるように不等間隔メッシュに分割, (Δy_1 : 第一メッシュ幅, K : 1.03)
次元	2次元. 計算は実スケールの物理量を用いて行う.

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター

**東京大学生産技術研究所 第5部

***㈸日建設計(元民間等共同研究員)

****民間等共同研究員(日立プラント建設㈱)

研究速報

デルと同じものである。なお、媒体が水であるため輻射熱伝達は無視される。図1に計算、実験対象を示す。密閉容器(200W×400L×200H)の左右側壁がそれぞれ加熱(平均表面温度40°C)、冷却(平均表面温度19.5°C)され、上下の壁は断熱されている。実験時の可視化によれば、流れはおおむね2次元的であった。今回の計算は実験モデルの中心断面を対象として2次元で行う。計算メッシュは計算時間等^④も考慮して、表3の関係式を用いて50×50分割したが、充分細かくはない。そのときの最小メッシュは幅 Δy_1 は0.44mmである。この第一セル中心の壁座標は $y^+ \sim 0.84$ (u^* は実験値で評価)である。実験では加熱面での熱流束を一定としており、両伝熱面では図1に示すような温度分布が生じる。計算では伝熱表面温度の実測値を温度境界条件として与え、熱流束をシミュレートした。表4に実験条件を示す。実測方法としては、流速はLDVで、温度はT型($C_c - C_w$)熱電対で測定している。実験の詳細は文献8)を参照されたい。

表2 境界条件(図1参照)

速度 (U), 乱流エネルギー (k): 乱流散逸 (ϵ)	No-slip条件
温度 (θ)	伝熱面で温度指定条件 ($\theta = \theta_w$), 断熱面で断熱条件 ($\partial\theta/\partial y = 0$)

表4 実験条件

v (m ² /s)	a (m ² /s)	$\Delta\theta$ (°C)	q_w (kcal/m ² hr)	Ra 数(-)
8.03×10^{-7}	1.48×10^{-7}	20.5	5500	3.0×10^8

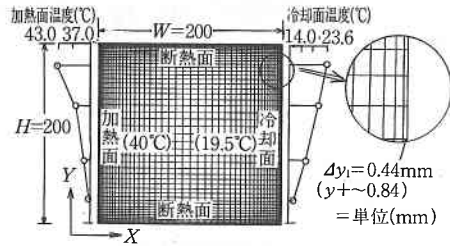


図1 計算、実験対象とメッシュ分割

4. 結果および考察

4.1 計算結果(図2(1)~(4))

静止状態よりスタートし、流れが充分安定した状態の結果を示す。(1)速度ベクトル: 伝熱面に沿って境界層流が発達しており、その外側で密閉空間特有の逆流がみられる。また、壁面付近を除いた領域では流れはほぼ静止状態にある。(2)温度分布: 温度の等値線は伝熱面で大きな温度勾配がみられ、それ以外の領域ではほぼ水平となり全体的に成層化している様子がわかる。これらの現象は可視化実験でも確認されている。(3) k の分布: ①~⑨に壁面第一セルの k の値を示す。伝熱面の k は流れと共に発達しており、中心部付近で最大となる。また、加熱面の方が冷却面に比べて高い値を示す。各壁面から5mm程度離れると k は減衰し、中心部⑨での値と同じオーダーとなる。(4) $\bar{\epsilon}$ の分布: $\bar{\epsilon}$ も k とほぼ同様な傾向を示す。

4.2 加熱壁面近傍の速度、温度分布の計算値(図3(1), (2))

加熱壁面近傍の速度、温度分布を既往文献^⑧と比較するために、横軸には無次元座標($\xi = xNu_w/y$)をとり、速度の縦軸は速度 U を最大流速 U_{max} で無次元化した。また、温度の縦軸は $(\theta - \theta_c)$ を空間の各高さの加熱壁温 θ_h と中心温度 θ_c との差($\theta_h - \theta_c$)で無次元している。加熱中心部(図2(3)の②の位置)で、垂直加熱平板の分布と比較すると無次元の速度、温度が壁から離れて0になるのは密閉空間では $\xi = 3$ 、垂直加熱平板では $\xi = 40$ となり、速度、温度の境界層は、垂直加熱平板流に比べかなり薄くなっており、明らかに両者は異なった現象を示す。

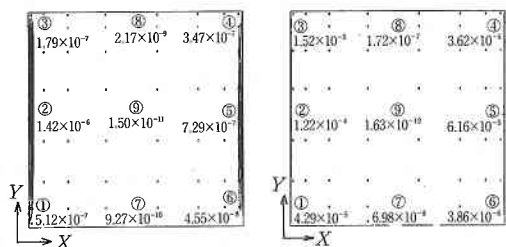
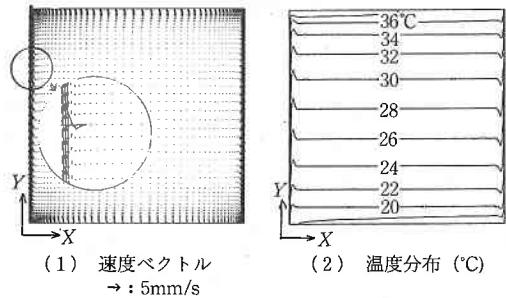


図2 速度、温度、 k 、 $\bar{\epsilon}$ の計算結果

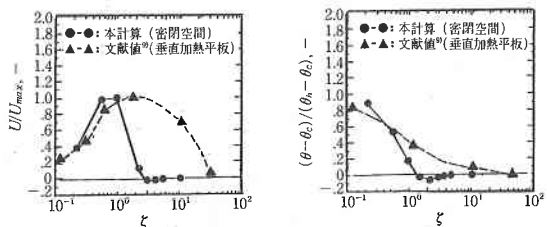


図3 加熱壁面近傍の速度、温度分布の計算値

ただし、 ξ の意味が両者で異なることには留意しておく必要がある¹⁵⁾。

4.3 加熱, 冷却, 断熱面近傍 $k, \bar{\varepsilon}$ 分布の計算値 (図4(1), (2))

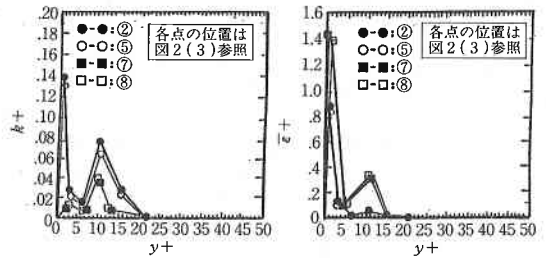
メッシュ分割が充分細かくないので, 予測精度には問題があるが参考までに k と $\bar{\varepsilon}$ の分布を示す。 k の分布は加熱, 冷却面 (②, ⑤) では, $y^+ \approx 0.84$ (第一セル) で最大ピーク値 ($k^+ \approx 0.14$) が見られ, $y^+ \approx 10$ で第二ピーク値 ($k^+ \approx 0.08$) が生じ, $y^+ \approx 20$ 以降でほぼ 0 となる。また, 断熱壁 (⑦, ⑧) では $y^+ \approx 10$ でピーク値 ($k^+ \approx 0.04$) を示した。 $\bar{\varepsilon}$ は加熱, 冷却面 (②, ⑤) では $y^+ \approx 0.84$ (第一セル) で最大ピーク値 ($\bar{\varepsilon}^+ \approx 0.9$) を, 断熱壁 (⑦, ⑧) では $y^+ \approx 0.14$ (第一セル) で最大ピーク値 ($\bar{\varepsilon}^+ \approx 1.5$) を示した。壁面近傍での $k, \bar{\varepsilon}$ の性状はメッシュ分割をさらに密にして解析中である。

4.4 実験値との比較(図5(1), (2), 図6(1), (2))

図5は, 空間内の温度分布の実験値と計算値の比較を示したもので, 成層化の様子はよく一致しているが, 計算値は実験値に比べて多少低い値となっている。図6は, 床面から50mm, 150mm離れた位置での壁面近傍の水平速度, 温度分布の実験値と計算値の比較を示す。(1)の速度分布では実験と同様シャープなピークが再現されており, 加熱面から約5mm離れた位置で逆流している様子も再現されている。また, 計算の最大流速(7.3mm/s)も実験値(7.5mm/s)と良く一致している。(2)の温度分布では, 加熱面から約6mm, 冷却面から約4mmまでの間で大きな温度勾配が見られる。水平温度分布の計算値は実験値に比べ約1~2°C低い値となったが, そのプロフィールは良く一致している。温度分布の定量的な不一致の原因としては, 乱流プラントル数¹⁶⁾の値や物性値の温度依存性などが考えられる。

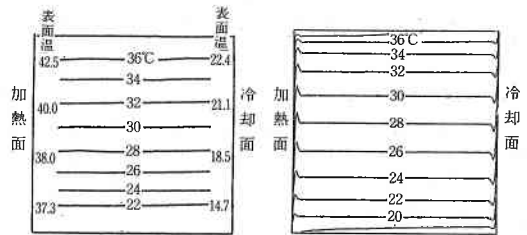
4.5 対流熱伝達に関する検討(図7)

今回の計算で求めた熱流束 q_w は, 3860 (kcal/m²hr), 平均ヌッセルト数 \overline{Nu}_y は72 (-) であった。実験による平均ヌッセルト数 ($\overline{Nu}_y = 103$ (-)) に比べて, 計算値はその約70%の値となった。すなわち, 計算により求められた熱流束は実際の熱流束(表4参照)より小さくなっており, この原因については実験との条件の相違やまた, 壁面近傍のメッシュ分割が充分細かくない点や計算の定常性も含めて検討中である。図7は加熱面での局所レイリー数 Ra_y と局所ヌッセルト Nu_y との関係を経往文献値¹⁰⁾と比較したものである。文献に示される実験においては加熱表面温度は均一になっており, 本計算結果とはそのまま比較できないが参考までに示した。この差異についても上記と同様の原因が考えられる。



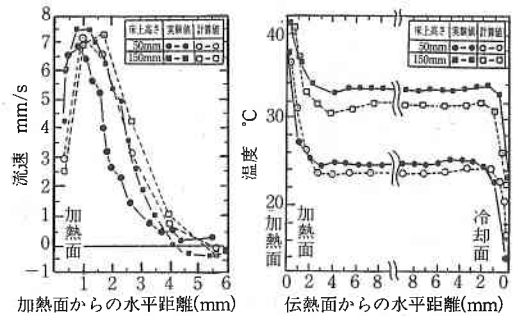
(1) k の分布 (2) $\bar{\varepsilon}$ の分布

図4 壁面近傍の $k, \bar{\varepsilon}$ 分布の計算値



(1) 実験結果 (2) 計算結果

図5 空間内の温度分布の実験値と計算値の比較



(1) 水平速度分布 (2) 水平温度分布

図6 境界層内の速度, 温度分布の実験値と計算値の比較

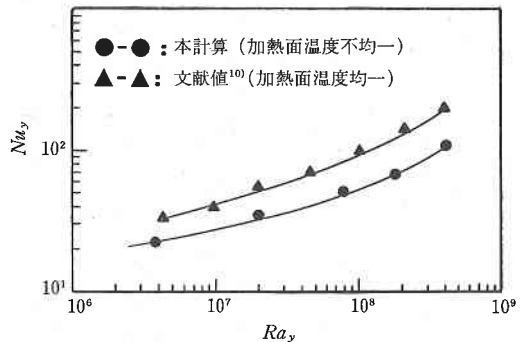


図7 局所レイリー数と局所ヌッセルト数との関係

研究速報

5. 結 論

1) 低 Re 数型 $k-\epsilon^{(7)}$ による閉鎖空間内の自然対流の解析を行った。

2) その結果、壁面近傍の速度、温度分布の計算値は定性的には実験との対応において満足する結果を得た。しかし、定量的な比較では幾つかの問題点があり、現在、解析を継続中である。

3) 加熱面における平均ヌセルト数の計算値は72(-)で、実験値の約70%であった。この原因については、実験との条件の相違やまた、壁面近傍のメッシュ分割や計算の定常性も含めて検討中である。

(1990年11月15日受理)

参 考 文 献

- 1) Launder, B.E, J. Heat Transfer Vol. 110, pp. 1112~1128, 1988
- 2), 3), 4) 村上, 加藤, 近藤, 近本, 田中: 乱流数値解析による室内対流熱伝達に関する研究, (その1), (その2), (その3): 日本建築学会大会, pp. 479-484, 1990
- 5) V.C. Patel, W. Rodi, G. Scheurer: AIAA Journal Vol. 23, No. 9, pp. 1308-1319, 1985
- 6) Y. Nagano, Y. Yin and T. Tsuji, 7th Symp. on Turbulent Shear Flows., pp. 12.1.1-6, 1989
- 7) 長野他2名: 壁面乱流の特性を考慮した改良 $k-\epsilon$ モデル: 日本機械学会論文集, Vol. 50, No. 457, pp. 2022-2031, (昭59-9)
- 8) 孔, 村上, 加藤: 強い温度成層のある室内の流れ場の解析(その2): 空気調和, 衛生工学会講演論文集, pp. 593-596, 1988
- 9) W.M. To and J.A.C. Humphrey, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, No. 4, pp. 573-592, 1986
- 10) R. Cheesewright, K.J. King and S. Zial: ASME (Winter Annual Meeting), Vol. HTD-60, pp. 75-81,

1986

- 11) Chieng, C.C, Launder, B.E., Numerical Heat Transfer, Vol. 3, pp. 189-207, 1980

注1) 壁関数を用いた流れ場、温度場の解析は、壁近傍の流れ性状を普遍関数で代表させるため、はく離、衝突を含む流れ性状は考慮されにくい。したがって、この方法の有効性は、普遍関数の適用範囲に限定されることになる。Launderは壁関数型の最も精巧なモデルの1つとしてChieng, Launder¹¹⁾の方法を挙げている。これは、粘性境界層における U , k , レイノルズストレス, ϵ , k のプロダクションの分布まで仮定してこの性状を精度良く予測するものであるが、このモデルも本来、単純な境界層内の乱流場用として開発されたものであり、次のような欠点を持つとしている。i) 無次元化された粘性底層厚さを普遍定数としている。ii) パイプ流のデータから得られた関数型であり、循環流等まで適用範囲を拡大するのは困難。iii) 壁面近傍の長さスケールが外部流の影響を受けず、単に壁面からの距離によって決まっている。iv) 普遍粘性底層高さで生ずる粘性状態から乱流状態への急激な変化が、壁面せん断応力が壁面からの距離で急激に変化することに対応すると見なしている。Launder自身、温度場を含む複雑乱流の解析において新しいモデルを開発するまで現状での壁関数モデルの使用を見合わせたいと述べている。

注2) 文献6)では θ^2 および ϵ_θ の方程式を解く温度場2方程式モデルを採用しているが、今回は温度フラックスに関しては勾配輸送モデル(EVM)を用いた。

注3) 伝熱面温度条件は文献8)によって測定された伝熱表面温度を与える。

注4) 自然対流解析では、流れが十分に安定するまでかなりの計算時間を必要とする。本計算ではFACOM: VP-100で約6時間を要した。

注5) 密閉空間では、 y/Nu_y が必ずしも境界層厚さを代表するわけではないので、この定義に基づく無次元座標 ζ による比較が適当か否かに関しては問題を残す。

注6) 通常、 $\sigma_\theta=0.9$ が用いられているが、今回は $\sigma_\theta=0.6$ として計算した。