

LES計算に適切なスペクトル法アルゴリズムの構成

On a Chebyshev Pseudospectral Algorithm Adequate to Large Eddy Simulation

小林 敏雄*・戴 毅*・水尾 勝*

Toshio KOBAYASHI, Yi DAI and Masaru MIZUO

1. 序

非圧縮性流れの満たす支配方程式は以下のN-S運動方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.2)$$

スペクトル法で(1.1), (1.2)を解く場合Galerkin法・Collocation法・Tau法がある。流れ場に周期性を仮定することが妥当と考えられる方向についてはFourier Galerkin法を用いることが適当であるが、周期境界条件を持たない場合はCollocation法・Tau法を使う。またLESのように粘性係数が物理空間で変動する場合、波数空間で計算を行うことは効率が悪い。

スペクトルCollocation法では空間の離散化は、Fourier級数(周期方向)、Chebyshev・Legendre多項式(非周期方向)などの展開で行う。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, t) \Phi(\mathbf{k}) \quad (1.3)$$

$$p(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{p}(\mathbf{k}, t) \Phi(\mathbf{k}) \quad (1.4)$$

ただし Φ は上記固有関数。

本研究ではLES(Large Eddy Simulation)計算に適切なスペクトル法の構成を試みて、そのアルゴリズムを用いて2次元正方キャピティの計算を行った。LESのような計算で望ましいアルゴリズムは以下の2つを満たすべきである。

1) LESはDS(Direct Simulation)よりも現実的な流れ場に用いられることが期待される。したがって3方向非周期な境界条件の流れ場を計算できるアルゴリズムでなければならない。

2) LESでは非線形の粘性項を扱う。このようなときでも経済的なアルゴリズムでなければならない。

2. 既存のアルゴリズムの検討

時間の離散化は通常非線形の部分(対流項)は陽的、線形の部分(粘性項)は陰的に取り扱う。非圧縮性流れでは音速が無大であるから圧力項は陰的にしか取り扱えない。

$$\nu L_N u - \lambda u - G_N p = -R \quad \text{in } \Omega \quad (2.1)$$

$$D_N \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.2)$$

$$\mathbf{u} = \text{given} \quad \text{on } \partial \Omega \quad (2.3)$$

ただし L, G, R, D は離散化スキームによるマトリクス。

(2.1)–(2.3)を同時に満たすため、Moin & Kim (1980)¹⁾はFourier-Chebyshev Tau法を用い一方非周期の平板チャンネル流れの \mathbf{u} の3成分と p とを同時に解いた。この方法は特殊な技巧を用いており、上記流れ以外に用いることは困難である。またMoin & Kimの方法だけでなくすべてのDirect Methodは非線形の粘性項を陰的に扱えない。Zang & Hussaini (1985)²⁾は同じ流れをFourier-Galerkin-Chebyshev-Collocation法でIterative Methodを用いて解いた。これらの方法はすべての境界条件を満たせるが非周期方向が複数になると必要な計算メモリと計算量の両方が相当大きくなる。

このCouplingされる大型マトリクスを避けるためにTime-Splitting(Fractional Step)法がよく使われている(Orszag 1986³⁾, Zang & Hussaini 1986⁴⁾)。Time-Splitting法は圧力ステップと粘性ステップのどちらを先に解くかによって大きく2種類に分かれる。圧力ステップを最終ステップにもってくる方法は境界上で境界に水平方向の境界条件を満たさない。よって境界が壁であるときNo-slip状態が得られない。したがって境界条件に敏感な移動境界問題(Taylor-Coutte流)に大きな誤差を引き起こす(Marcus 1984⁵⁾)。またLESのように複雑形状を計算する必要がある場合には領域分割法を用いることになるが、このとき小領域(Subdomain)の境界は計算領域の内部となることに注意することが必要である。一方、粘性ステップを最後にする場合、全ステップが終わった時点で連続の式を満たしていない。

またKleiser & Schumann (1980)⁶⁾は一方非周期のチャンネル流れをGreen関数に基づくinfluence matrix法により解き、大型マトリクスを解くことなく壁面境界条件を満たす解を求めた。しかし、複数の非周期境界条件問題に対してはGreen関数を保存するための記憶容量はかなり大きい。

以上のように半陰解法をLESの計算に用いようとすれば1時間ステップあたり非常に高価となるアルゴリズムばかりである。半陰解法の主な利点は、安定条件が緩まることで時間刻み幅を大きく取れ、ある時間間隔まで

*東京大学生産技術研究所 第2部

研 究 速 報

比べると陽解法よりも優位であることである。しかし注意しなければならないのは、安定な手法は単に高周波成分の粘性拡散を人工的に減衰させるものであり、時間刻みを大きくすれば高周波成分の計算精度の保証はなくなる。時間スケールの小さい現象を計算するときには、時間刻み幅は少なくとも対流項の高周波成分が解像できる程度まで小さくしなければならない。これでも陽解法の粘性拡散安定条件の時間刻み幅より大きいけれど、LESの陰解法計算では一時間ステップごとの計算量がかなり大きく、陽解法よりも優位であるとは言えない。したがってここでは陽解法を選択する。このとき陰解法で加わる高周波成分のダンピング効果は無く、安定条件を満たすために時間刻み幅はかなり小さく取ることになる。

3. LES計算のための陽解法のスペクトル法

三方向非周期流れ場をスペクトル法で解くために、Ku, Taylor & Hirsh (1987)^{7),8)}はChorinの時間一次精度のTime Splitting法に基づいて陽解法の非定常Chebyshev Pseudospectral法を提案した。対流項と粘性項は陽的に積分され速度の予測子を求める。次にSolenoidalな速度場を得るために圧力Poisson方程式を解く。

$$\Delta p = -\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (3.1)$$

もし、NeumannあるいはDirichlet条件が境界各点で与えられると(3.1)は一意的に解を持つ。しかし、圧力には速度のようにあらかじめ境界条件を与えることができなく、圧力に対しての要求はpの解によって求めた新しい速度場が境界まで含めて連続の式を満たすことである。

本論文ではKuらの考え方に基づいて、高レイノルズ数の非定常流れとLES計算に適用できる時間の2次精度の陽解法を提案する。ここではTime-Splittingを使わない。式(1.1)は対流項と粘性項を陽的に取り扱い次式のように書き直される。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + \mathbf{F} \quad (3.2a)$$

$$\mathbf{F} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (3.2b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.2c)$$

$\mathbf{F} = (FX, FY, FZ)$ と ∇p の時間方向の離散化はAdams-Bashforth法で行う。

$$\mathbf{u}^{n+1} + \frac{3}{2} \Delta t \nabla p^n = \mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{2} \nabla p^{n-1} + \frac{\Delta t}{2} (3\mathbf{F}^n - \mathbf{F}^{n-1}) \quad (3.3a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (3.3b)$$

新しい速度場 \mathbf{u}^{n+1} がソレノイダルになるように、Chebyshev一階微分マトリクス形式を用いて(3.3)式の発散を取って圧力 p^n のPoisson方程式を得る。以下簡単化のため2次元の場合を例にとり説明する。

$$\frac{3\Delta t}{2} \left[\sum_{n=1}^{NX1} GX_{i,n} \left(\frac{\partial p^n}{\partial x_{m,j}} \right) + \sum_{k=1}^{NY1} GY_{j,k} \left(\frac{\partial p^n}{\partial y_{i,l}} \right) \right] \\ = D^n + \frac{\Delta t}{2} \left[\sum_{m=1}^{NX1} GX_{i,m} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_{m,j}} \right) + 3FX_{m,j}^n - FX_{m,j}^{n-1} \right]$$

$$+ \sum_{l=1}^{NY1} GY_{j,l} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial y_{i,l}} + 3FY_{i,l}^n - FY_{i,l}^{n-1} \right) \quad (3.4)$$

ただし $GX_{i,n}$ と $GY_{j,k}$ はそれぞれChebyshev一階微分マトリクスの要素である。また $NX1, NY1$ はそれぞれ x, y 方向の境界上を含めた格子数で、 NX, NY は $NX1-1, NY1-1$ 。式(3.4)の中で境界の p と FX, FY の一階微分は分離され、(3.4)式は次のように変形される。

$$\frac{3\Delta t}{2} \left\{ \sum_{n=2}^{NX} GX_{i,n} \left(\sum_{m=1}^{NX1} GX_{n,m} p_{m,j} \right) + \sum_{k=2}^{NY} GY_{j,k} \left(\sum_{l=1}^{NY1} GY_{k,l} p_{i,l} \right) \right\} = D^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \sum_{m=2}^{NX} GX_{i,m} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_{m,j}} + 3FX_{m,j}^n - FX_{m,j}^{n-1} \right) + \sum_{l=2}^{NY} GY_{j,l} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial y_{i,l}} + 3FY_{i,l}^n - FY_{i,l}^{n-1} \right) + GX_{i,NX1} \left[-\frac{\Delta t}{2} \left(3 \frac{\partial p^n}{\partial x} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial x} \right) + \frac{\Delta t}{2} (3FX^n - F^{n-1}) \right]_{1,j} + GX_{i,NX1} \left[\frac{\Delta t}{2} \left(3 \frac{\partial p^n}{\partial x} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial x} \right) + \frac{\Delta t}{2} (3FX^n - FX^{n-1}) \right]_{NX1,j} + GY_{j,1} \left[-\frac{\Delta t}{2} \left(3 \frac{\partial p^n}{\partial y} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial y} \right) + \frac{\Delta t}{2} (3FY^n - FY^{n-1}) \right]_{1,j} + GY_{j,NY1} \left[-\frac{\Delta t}{2} \left(3 \frac{\partial p^n}{\partial y} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial y} \right) + \frac{\Delta t}{2} (3FY^n - FY^{n-1}) \right]_{i,NY1} \right\} \quad (3.5)$$

[]の中に注目すると、境界に垂直な未定の圧力勾配 $\nabla p^n \cdot \mathbf{n}$ は境界上での運動方程式(3.3a)を用いて境界速度の時間差分項に書き換えられる。ただし \mathbf{n} は境界に垂直なベクトル。また、

$$BX_{i,m} = \sum_{n=2}^{NX} GX_{i,n} GX_{n,m} \quad (3.6a)$$

$$BY_{j,l} = \sum_{k=2}^{NY} GY_{j,k} GY_{k,l} \quad (3.6b)$$

とマトリクスを書き換えると、領域内部の圧力に適用される式は、

$$\sum_{m=1}^{NX1} BX_{i,m} p_{m,j} + \sum_{l=1}^{NY1} BY_{j,l} p_{i,l} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{D^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{m=2}^{NX} GX_{i,m} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_{m,j}} + 3FX_{m,j}^n - FX_{m,j}^{n-1} \right) + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^{NY} GY_{j,l} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial y_{i,l}} + 3FY_{i,l}^n - FY_{i,l}^{n-1} \right) + GX_{i,1} \left(\frac{u_{1,j}^{n+1} - u_{1,j}^n}{\Delta t} \right) + GX_{i,NX1} \left(\frac{u_{NX1,j}^n - u_{NX1,j}^n}{\Delta t} \right) + GY_{j,1} \left(\frac{v_{i,1}^{n+1} - v_{i,1}^n}{\Delta t} \right) + GY_{j,NY1} \left(\frac{v_{i,NY1}^n - v_{i,NY1}^n}{\Delta t} \right) \right\} \quad (3.7)$$

$2 \leq i \leq NX$
 $2 \leq j \leq NY$

式(3.7)の中にはまだ未知である境界上の圧力 p^n が含まれている。したがって方程式を閉じるために圧力の境界条件が必要である。ここで運動方程式の境界に垂直な成分を用いて圧力のNeumann条件を与えることができる。他方、境界に平行な方向の運動方程式によってDirichlet条件を与えPoisson方程式を解くこともできる。このNeumann条件とDirichlet条件から解かれるそれぞれの解は必ずしも一致しないので、境界上で2方向の運動方程式(3.2a, b)を満たす解は得られない⁹⁾。したがって通常は垂直方向の運動方程式が優先される。本手法では、境界上の各格子点上で連続の式(3.3b)を満たすという条

件を用いる。

$i = 1$ と $i = NX1$ の境界上で, $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}$ と 2 方向の運動方程式により,

$$\sum_{m=1}^{NX1} BX_{i,m} P_{m,j} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{D^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{m=2}^{NX} GX_{i,m} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_{m,j}} + 3F_{m,j}^{n-1} - F_{m,j}^{n-1} \right) + GX_{i,1} \left(\frac{u_{i,1}^{n+1} - u_{i,1}^n}{\Delta t} \right) + GX_{i,NX1} \left(\frac{u_{i,NX1}^{n+1} - u_{i,NX1}^n}{\Delta t} \right) + \sum_{l=1}^{NY1} GY_{j,l} \left(\frac{v_{i,l}^{n+1} - v_{i,l}^n}{\Delta t} \right) \right\} \quad (3.8a)$$

$j = 1$ と $j = NY1$ の境界上で, $\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial u}{\partial x}$ と 2 方向の運動方程式により,

$$\sum_{l=1}^{NY1} BY_{j,l} P_{i,l} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{D^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^{NY} GY_{j,l} \left(\frac{\partial p^{n-1}}{\partial y_{i,l}} + 3FY_{i,l}^{n-1} - FY_{i,l}^{n-1} \right) + GY_{j,1} \left(\frac{v_{i,1}^{n+1} - v_{i,1}^n}{\Delta t} \right) + GY_{j,NY1} \left(\frac{v_{i,NY1}^{n+1} - v_{i,NY1}^n}{\Delta t} \right) + \sum_{m=1}^{NX1} GX_{i,m} \left(\frac{u_{m,i}^{n+1} - u_{m,i}^n}{\Delta t} \right) \right\} \quad (3.8b)$$

式(3.8)によって, 圧力の境界値 $p_{i,1}, p_{i,NY1}, p_{1,j}, p_{N, x_{i,j}}$ は p の領域内部の値によって表現され, その境界値を式(3.7)に代入し, 内部圧力に関して線形方程式系が得られる。

$$\sum_{m=2}^{NX} BX_{i,m}^* p_{m,j} + \sum_{l=2}^{NY} BY_{j,l}^* p_{i,l} = S^*_{i,j} \quad (3.9)$$

$BX_{i,m}^*, BY_{j,l}^*$ と $S^*_{i,j}$ の導きかたは文献8)と同じであるので省略する。式(3.9)は $[(NX-1) \times (NY-1)]^2$ の密度マトリクスであり, 三次元問題の場合には膨大な記憶容量が必要である。そこで本研究では Lynch (1964)⁹⁾ の Tensor積法を用いて(3.9)式を解く。そのときは格子点数と同じオーダの記憶容量 $O[(NX-1) \times (NY-1)]$ だけを要する。

4. Tensor積法による3-D Poisson方程式の直接解法

式(3.9)は三次元問題のときには,

$$\sum_{m=2}^N BX^*_{i,m} p_{m,j,k} + \sum_{l=2}^{NY} BY^*_{j,l} p_{i,l,k} + \sum_{n=2}^{NZ} BZ^*_{k,n} p_{i,j,n} = S^*_{i,j,k} \quad (4.1)$$

記号の都合上 $[p] \rightarrow w$ に置き換えて, Tensor積を用いると(4.1)は次の式によって表される。

$$\{I_x \otimes [I_y \otimes A + B \otimes I_x] + C \otimes I_y \otimes I_x\} w = s^* \quad (4.2)$$

ここで, $A = [BX^*_{i,m}]$, $B = [BY^*_{j,l}]$, $C = [BZ^*_{k,n}]$, I_x, I_y, I_z はそれぞれ $(NX-1) \times (NX-1)$, $(NY-1) \times (NY-1)$, $(NZ-1) \times (NZ-1)$ の単位マトリクスである。また w, s^* はそれぞれ圧力と Poisson方程式の自由項に対応する $[(NX-1)(NY-1)(NZ-1)]$ 長さの列ベクトルである。 A, B, C に対して, 固有値 $\Lambda(A), \Lambda(B), \Lambda(C)$ と固有関数 Q, P, O を求めると,

$$Q^{-1} A Q = \Lambda(A) \quad (4.3)$$

$$P^{-1} B P = \Lambda(B) \quad (4.4)$$

$$O^{-1} C O = \Lambda(C) \quad (4.5)$$

式(4.2)を変形すると,

$$O^{-1} \otimes I_y^{-1} \otimes I_x^{-1} \{I_x \otimes [I_y \otimes A + B \otimes I_x] + C \otimes I_y \otimes I_x\} O \otimes I_y \otimes I_x (O \otimes I_y \otimes I_x)^{-1} w = O^{-1} \otimes I_y^{-1} \otimes I_x^{-1} s^* \quad (4.6)$$

$$\{I_x \otimes [I_y \otimes A + B \otimes I_x] + \Lambda(C) \otimes I_y \otimes I_x\} O^{-1} \otimes I_y^{-1} \otimes I_x^{-1} w = O^{-1} \otimes I_y^{-1} \otimes I_x^{-1} s^* \quad (4.7)$$

$$\tilde{w} = O^{-1} \otimes I_y^{-1} \otimes I_x^{-1} w \quad (4.8a)$$

$$\tilde{s}^* = O^{-1} \otimes I_y^{-1} \otimes I_x^{-1} s^* \quad (4.8b)$$

$$\Lambda(C) = \{\lambda_r(C) \delta_{ri}\} \quad (4.8c)$$

ここで \tilde{w}, \tilde{s}^* は圧力 w と自由項 s^* の z 方向の固有関数 O^{-1} による展開成分である。

$$[I_y \otimes (A + \lambda_r(C) I_x) + B \otimes I_x] \tilde{w}_r = \tilde{s}^*_r \quad (4.9)$$

$$\tilde{w}_r = [I_y \otimes (A + \lambda_r(C) I_x) + B \otimes I_x]^{-1} \tilde{s}^*_r \quad 1 \leq r \leq NZ - 1 \quad (4.10)$$

式(4.10)で z 方向の固有展開成分のおおのにおのに 2 次元の線形方程式系を与えることができた。式(4.10)の逆行列を求めるために, 式(4.9)の [] 中の部分に対して変換を行う。

$$P^{-1} \otimes Q^{-1} [I_y \otimes (A + \lambda_r(C) I_x) + B \otimes I_x] P \otimes Q = I_y \otimes (\Lambda(A) + \lambda_r(C) I_x) + \Lambda(B) \otimes I_x \quad (4.11)$$

式(4.11)により \tilde{w}_r は次のように表せる。

$$\tilde{w}_r = P \otimes Q \{I_y \otimes (\Lambda(A) + \lambda_r(C) I_x) + \Lambda(B) \otimes I_x\}^{-1} P^{-1} \otimes Q^{-1} \tilde{s}^*_r \quad (4.12)$$

これにより 3 次元問題は $(NZ-1)$ 個の 2 次元問題に転換された。各 r に対して, 式(4.12)の解は 4 つのマトリクス積で容易に解くことができる。

$$P = \{p_{ij}\}, P^{-1} = \{p'^{-1}_{ij}\}, Q = \{q_{ij}\}, Q^{-1} = \{q'^{-1}_{ij}\} \quad (4.13a)$$

$$\Lambda(A) + \lambda_r(C) I_x = \{(\lambda_{ar}(A) + \lambda_r(C) I_x) \delta_{ai}\}, \Lambda(B) = \{\lambda_{\beta}(B) \delta_{\beta i}\}$$

$$R = \{r_{m\beta} = \sum_{n=1}^{NX-1} q'_{\beta n} \tilde{s}^*_{nm}\} \quad (4.13b)$$

$$S = \{s_{\alpha\beta} = \frac{1}{\lambda_{\beta}(A) + \lambda_r(C) I_x + \lambda_{\alpha}(B)}\} \quad (4.13c)$$

$$T = \{t_{\alpha j} = \sum_{\beta=1}^{NX-1} q_{j\beta} s_{\alpha\beta}\} \quad (4.13d)$$

$$\tilde{w}_k = \{w_{ij} = \sum_{\alpha=1}^{NY-1} p_{j\alpha} t_{\alpha i}\} \quad 1 \leq r \leq NZ - 1 \quad (4.13e)$$

最後に固有関数展開成分 \tilde{w}_r を逆変換して w を求める。

$$w = O \otimes I_y \otimes I_x \tilde{w}_r \quad (4.14)$$

Tensor積の手法は $O(N^d)$ の記憶容量と $O(N^{d+1})$ の計算量を要する。ただし d は次元数で, N は一方向格子数。したがって格子点数と同じオーダの記憶容量で計算を行うことができる。

5. 計 算 例

計算例として, 2 次元正方形キャピティの流れを解いた。Case 1, Case 2 のレイノルズ数はそれぞれ 400 と 5000 である。Table 1 には計算条件を示している。計算結果を Ghia ら (1982)¹⁰⁾ の連続の式を厳密に満たす流れ関数一渦度法による格子数 129×129 の結果と比較した。Re=400 の場合に 3 桁まで Ghia のデータと一致した。Re=5000 のときも十分に一致する結果が得られた。

研究速報

6. 結 言

本手法は境界上を含めた全領域で連続の式を満たす。マトリクスの数値解法は安定的なTensor積法を用いている。Tensor積法で3次元Poisson方程式を $(NZ-1)$ 個の2次元問題に変換する展開式が厳密に導かれている。計算例として $Re=5000$ の2次元正方キャビティを扱った。Ghiaの約1/10の格子数で計算したが両者はよく一致した。しかし本計算に用いた格子数は解像度が十分な範囲で最小に調整されたものではないので、そのまま上記比率が有限差分法に対してChebyshev Pseudospectral法の高精度の比率を表すものではない。

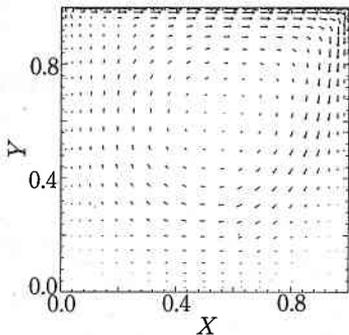
このアルゴリズムに領域分割法とマッピングを組み合わせたものが、一般形状の流れ場のLES計算に適当なスペクトル法であると思われる¹¹⁾。(1990年10月30日受理)

Table 1 計算条件

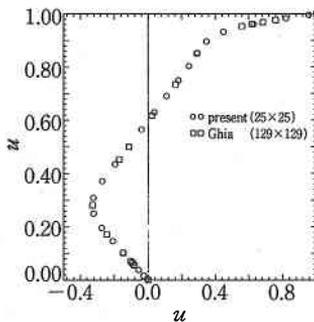
	CASE 1	CASE 2
Re	400	5000
格子数	25×25	41×41
Δt	7×10^{-4}	1×10^{-3}
1step CPU時間(s) (VP-100)	0.021	0.062

参考文献

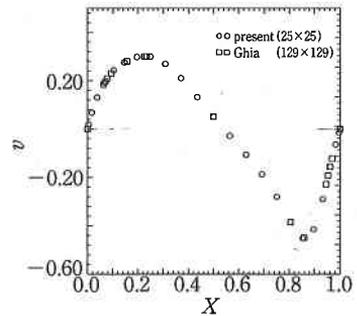
- 1) Moin, P., Kim, J. (1980), J. Comp. Phys., 35, 381-392
- 2) Zang, T.A., Hussaini, M.Y. (1985), AIAA Paper NO. 85-0296
- 3) Orszag, S.T., Israeli, M., Deville, M.O. (1986), J. Sci. Comp., vol 1, No. 1, 75-111
- 4) Zang, T.A., Hussaini, M.Y. (1986), Appl. Math. Comp., 19, 359-372
- 5) Marcus, P.S. (1984a), J.F.M., 146, 45-64; (1984b), J. F.M., 146, 65-113
- 6) Kleiser, L., Schumann, U. (1980), in Proc. 3rd GAMM Conf. Numerical methods in Fluids mechanics, 185
- 7) Ku. H.C., Taylor, T.D., Hirsh, R.S. (1987), Computrs & Fluids, Vol 15, No. 2
- 8) Ku. H.C., Taylor, T.D., Hirsh, R.S. (1987), J. Comp. Phys., 70, 439-462
- 9) Ghia, U., Ghia, K.N., Shin, C.T. (1982), J. Comp. Phys., 48, 387-411
- 10) Lynch, R.E., Rice, J.R., Thomas, D.H. (1964), Numerische Mathematik, 6, 185-199
- 11) 戴, 小林, 水尾, 生産研究, 1991-1



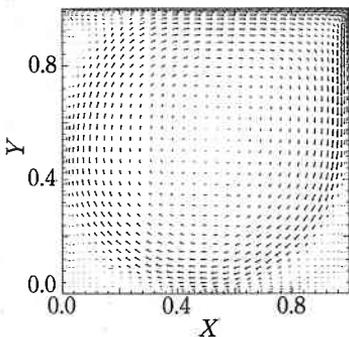
(a) Re=400



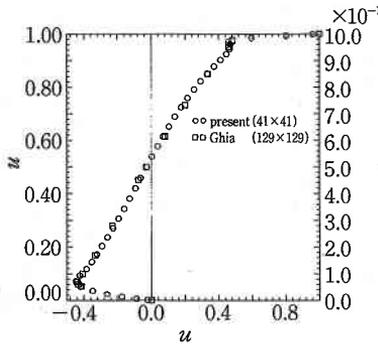
(a) Re=400



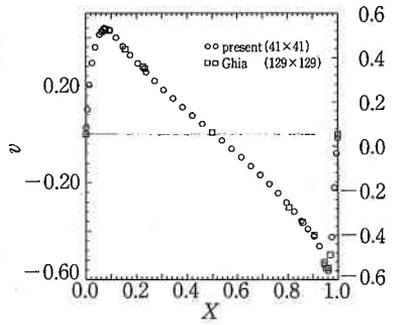
(a) Re=400



(b) Re=5000



(b) Re=5000



(b) Re=5000

図1 速度ベクトル

図2 速度分布uの比較

図3 速度分布vの比較