

乱流とコンピュータ

Turbulent Flow and Its Computation

小林 敏雄*
Toshio KOBAYASHI

乱流シミュレーションは、物理学、工学の重要な研究テーマである乱流現象を説明する鍵となる技術であり、乱流の統計理論およびそれに基づくコンピュータ・ソフトウェアの研究に支えられて独自の研究分野を築きつつある。これを理工学のさまざまな分野での実用的ツールに成長させるためには乱流のモデリングと数値計算手法の両面からリファインすることが必要である。この乱流の数値シミュレーションの現状と課題を概説する。

1. はじめに

21世紀へ向けての産業はコンピュータとソフトウェアの急速な成長により大きな構造変革を強いられるが、産業の随所に現れる伝熱、燃焼、反応などに関する現象の解析と制御にも数値シミュレーション的手法の導入が必然であろう。これらの熱流体分野における問題はほとんどの場合、流れ現象が重畳されることになり、Navier-Stokes方程式がその基礎式の中で重要な役割を果たすことになる。したがって、計算流体力学(Computational Fluid Dynamics : CFD)の成否が熱流体の分野に大きな影響を与えることになる。このCFDは、流れ場の初期条件、境界条件、時間スケール、空間スケールあるいは物性値などを自由に選択することによって従来の実験では観察困難であった流れの非定常性や詳細構造の定量計測を可能とすること、また、現実には実現困難な核融合、高真空、高温度、高速の流れあるいは流れ場の厳密な寸法精度や再現性の達成を可能とするという特徴をもつ。すなわち、数値実験という人工の流体実験によって従来の物理的実験の枠を広く深く拡張しつつ、未知の世界をもうかがい知ることができるようになることが期待される。

しかしながら、このCFDが新しい産業構造におけるツールになるには幾多の課題がある。簡単にいえば解析の信頼性、高速性と経済性である。

CFDの範囲は層流/乱流、粘性流体/非粘性流体、非圧縮性流体/圧縮性流体、あるいはニュートン流体/非ニュートン流体/希薄流体等非常に広く、また採用される手法も有限差分法(FDM)、有限体積法(FVM)、有限要素法(FEM)および境界要素法(BEM)など多種にわたる。ここでは、流れとしては理工学の分野で頻りに現

れる非圧縮性乱流に限定し、しかも手法としては乱流解析において最も多用されており、圧倒的にノウハウの蓄積の高い有限差分法と有限体積法に限って、数値解析的アプローチの現状と課題を論じたい。

1988年の秋にスーパーコンピュータ利用による熱流体の数値解析に関するワークショップ¹⁾が欧州において開催された。そのときの課題の1つに単純化した自動車類似形状まわりの流れの予測があった。自動車車体まわりの流れについては西ドイツを中心に多くの実験的研究が行われており、ルーフ後部の傾斜角によって自動車に作用する抗力係数が大きく変化することが知られている。図1にその幾何学形状と抗力係数の実験値²⁾を示す。図において C_w 、 C_k 、 C_s 、 C_b 、および C_R はそれぞれ全抗力係

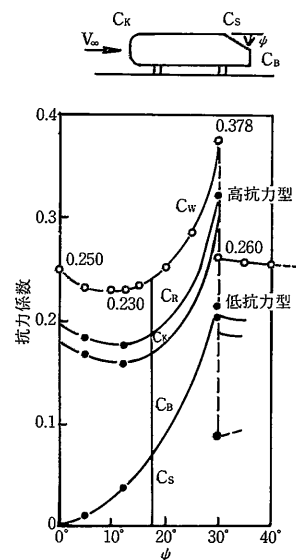


図1 自動車類似形状とその抗力係数(実測値)

*東京大学生産技術研究所 第2部

数、頭部抗力係数、傾斜部抗力係数、後部抗力係数および車輪その他の抗力係数で、上記のワークショップの課題はループ後部の傾斜角 ψ を 30° にしたときの圧力抗力係数(C_K, C_S, C_B の和)を求めることである。ソフトウェアハウスを中心にいくつかの回答が寄せられたが、それらは表1に示すように変化に富みすぎている。この原因を追究するために筆者の研究室のいくつかのコードで追試をしてみた。その結果は図2に示すように、やはりコードによって異なる結果を与える。コードによって計算条件など差異があるが、いずれも注意深く計算を実行したものである。この計算結果の不統一の原因とそれに対する対策について筆者の研究室での経験を中心に探ってみる。

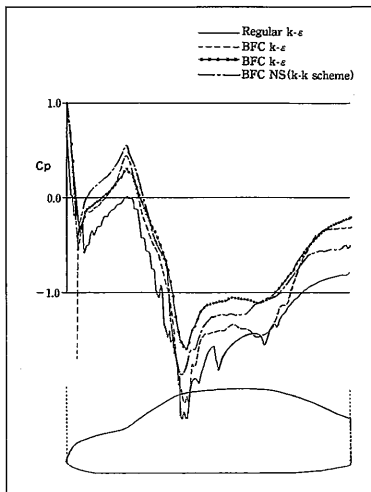


図2 2次元自動車まわりの乱流解析例

2. 流れのモデリングと乱流モデル

一般には空間的あるいは時間的な特性長さDでモデル化された流れ現象はD以下の細かいあるいは速い現象を表現しえない。流体解析におけるこの特性長さは空間刻みまたは時間刻みに相当する。したがって、現象を正しく記述するためにはその現象を見落とさない程度の細かい刻みで分割することが必要とされる。しかしながら、このことは現在のコンピュータに対して実現不能の要求となることも多い。たとえば、細かい空間分割によって乱流を直接計算するケースを想定してみよう。乱流の特性長さであるKolmogorofのマイクロスケールに匹敵する空間分割を実現するにはレイノルズ数 Re の $9/4$ 乗に比例する刻み数が必要とされる。同様に乱流エネルギーの消散に関する特性時間を考慮すれば時間分割としては Re 数の $1/2$ 乗に比例する刻み数が必要とされる³⁾。現時点の最大規模の計算での空間刻み数は約600万格子といわれているが、それでもまだ不十分である場合が多いことになる。図3に筆者の研究室で利用しているコンピュータの性能の例を示しておく。このようにCFDには現在あるいは将来にわたってハードウェアでは解決困難な限界が存在すると思われる。したがって、CFDを有効に利用するためにはこの限界を緩和する処方せんを用意しなければならない。このような場合は物理法則に基づいた付加的数学モデルで現象を記述することになる。その代表的なものが乱流モデルとよばれるものである。

3. 非等方 $k-\epsilon$ モデルの試み

乱流モデルについては $k-\epsilon$ モデルが工業上の問題について有力視され多くのノウハウの蓄積をもっている。

表1 自動車類似形状の流れの計算条件と抗力係数の計算結果

CASS	全抵抗	圧力抵抗	備考			
実験 Dr. Ahmed						
高抗力	0.378	<u>0.321</u>				
低抗力	0.260	<u>0.209</u>				
計算			$Re = 4 \times 10^6$			
ESTET	—	0.234~0.251 (振動解)	FVM	$k-\epsilon$	log則	$54 \times 24 \times 40$
NS3	—	0.671	FEM	$k-\epsilon$	Reichardt則	19819節点
FIDAP	0.377	0.362 (0.353~0.377)	FEM	$k-\epsilon$	壁法則	28661節点
Flow 3-D	Hybrid	0.670	FVM	$k-\epsilon$	log則	$49 \times 36 \times 16$
	∩	0.455	∩	$k-\epsilon$	∩	$96 \times 58 \times 30$
	HUW	0.335	∩	$k-\epsilon$	∩	∩
	CCCT	0.354	∩	$k-\epsilon$	∩	∩
NISA	—	0.77	FEM	モデルなし	non-slip	11080節点

k-εモデルにおける運動量方程式は

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\rho \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (1)$$

のように表現される。ここに、 U_i は i 方向の平均速度、 u_i は変動成分である。この式に現れるレイノルズ応力テンソル $\overline{u_i u_j}$ は高レイノルズ数領域において通常、

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

とモデル化される。ここに δ_{ij} はクロネッカのデルタ、 ν_t は渦粘性係数で乱流エネルギー k と乱流散逸率 ϵ を用いて

$$\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (3)$$

と記述される。このk-εモデルは我々が現実遭遇する乱流現象を解析する上で弱点を持っていることが知られ

ており、その限界克服のために幾つかの模索がなされている。非等方k-εモデルの試みもその一つである。このモデルではレイノルズ応力テンソル $\overline{u_i u_j}$ は

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{k}{\epsilon} \nu_t \sum_{m=1}^3 C_m (S_{mij} - \frac{1}{3} S_{m\alpha\alpha} \delta_{ij}) \quad (4)$$

とモデル化されている⁴⁾。ここに C_m はモデル定数、 S_{mij} は次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} S_{1ij} &= \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} \\ S_{2ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_m}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \right) \\ S_{3ij} &= \frac{\partial U_m}{\partial x_i} \frac{\partial U_m}{\partial x_j} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

このモデルを剥離、循環を伴う流れのベンチマークテス

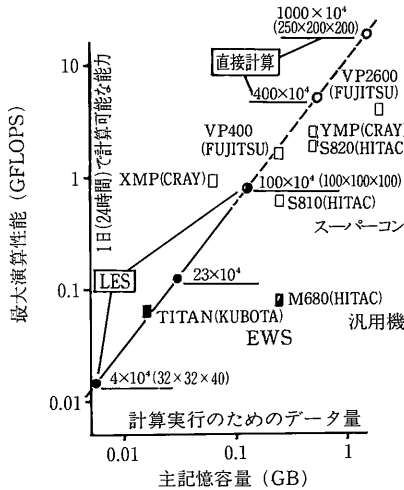


図3 計算機性能と大規模計算

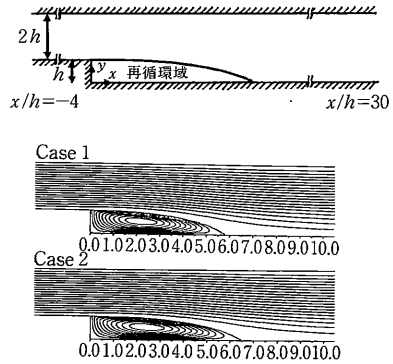


図4 後方ステップ流れの流線図と再付着位置

表2 後方ステップ計算条件

計算ケース	Case 1	Case 2	Case 3
乱流モデル	等方k-εモデル	非等方k-εモデル	Large Eddy Simulation
モデル定数	$C_\mu=0.09, C_{\epsilon_1}=1.44, C_{\epsilon_2}=1.92$ $\sigma_k=1.0, \sigma_\epsilon=1.3$	$C_\mu=0.09, C_{\epsilon_1}=1.4, C_{\epsilon_2}=1.8$ $\sigma_k=1.4, \sigma_\epsilon=1.3$ $C_1=0.8, C_2=-2.0, C_3=-0.15$	(9)式 (流れによって可変)
運動量方程式の対流項スキーム	ハイブリッド		2次精度中心差分
差分格子	スタガード		スタガード
時間スキーム	定常解法		Adams-Bashforth
圧力解法	SIMPLE		HSMAC
スカラー方程式の対流項スキーム	ハイブリッド		—
格子数	160×50		170×50×20
流入条件	速度：実験値 ⁽⁵⁾ , k, ϵ ：実験値より推定		十分発達した壁乱流
流出条件	自由流出		自由流出
壁面条件	速度：壁法則 k, ϵ ：壁法則に基づく補正		Spalding則

トとして多くの実験・数値計算が行われてきた後方ステップ流に適用してみる。計算条件を表2に、流線に関する計算結果を図4に示す。Kim et al.⁹⁾の実験によると再付着距離 x_R は7.0h (中心値)とされており、標準 $k-\epsilon$ モデルに比べて非等方モデルの若干の優位性が示されるとみることができよう。レイノルズ応力の非等方性が重要な役割を担うことが予想されるこの種の流れでは当然のことと言えよう。しかしながら、図5(a)にみられるように平均速度分布では両者の間に大きな差異はみられず、実験結果との一致はそれほどよくはない。平均速度分布に差異がないにもかかわらず、再付着距離に差が生じるのは図5(b), (c)に示すように主流方向乱流強度分布および乱流エネルギー分布の予測結果の差異に対応するものである。

この結果は2つのことを示唆している。第1は非等方 $k-\epsilon$ モデルの導入により後方ステップ流れの予測は改善される傾向にあるが定量的にはまだ不十分であること、第2は、平均速度分布の比較からでは流れの時間平均的な特性 (たとえばこの場合は再付着距離) を評価しきれないことである。

この非等方 $k-\epsilon$ モデルの考え方はたとえば矩形管内の二次流れ (第2種二次流れとよばれる) の予測に効果をもつこと等が試されている⁶⁾が、一方、旋回流に対しては有効な手段となるには至っていない。今後も zonal method とならんで研究が続行されるものと思われる。

4. Large Eddy Simulationによる後方ステップ流れの解析

$k-\epsilon$ モデルはアンサンブル平均型乱流モデルと呼ばれているが、これとは異なる発想による乱流モデルとして Large Eddy Simulation (LES) という手法が提案され

ている。LESでは乱流場に存在する渦を計算格子にかかるスケール (resolvable scale) の渦とそれ以下の小さなスケール (subgrid scale, SGSと略す) の渦とに分け、前者にはNavier Stokes方程式を適用して直接的に解き、後者には渦の消散的作用をモデル化して resolvable scaleの計算に組み込むという手法である⁷⁾。この手法は高いRe数、非定常性および3次元性という乱流の特徴を表現できる数値解析手法として注目されているが、SGSモデルの信頼性や流れ場の形状表現の方法に対する情報の欠如、計算時間あるいは計算機容量の制約などのため理工学上に現れる複雑な乱流場への適用はほとんど試みられていない。そこでLESに2つの機能を付加させて前記の後方ステップを越える流れに適用してみた⁸⁾。付加した第1の機能はsubgrid scaleの乱流モデルとして広く使用されているSmagorinskyモデルを基本とするものの、そのモデル定数を流れ場に応じて変化できるようにしたものである。Smagorinskyモデルはアンサンブル平均モデルでのレイノルズ応力と同様にSGSレイノルズ項に対して勾配拡散型の近似を用いた渦粘性モデルである。すなわち、

$$\overline{u_i' u_j'} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_e' u_e'} = -2 \nu_T \overline{S_{ij}} \quad (6)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$$\nu_T = (C_s \Delta)^2 (2 \overline{S_{ij} S_{ij}})^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

ここに Δ は格子の代表寸法である。上式中のモデル定数 C_s として、チャンネル内乱流での0.1前後の値から一様乱流での0.25前後の値までが用いられている。しかし、種々の性質をもつ乱流の混在する一般の流れ場において

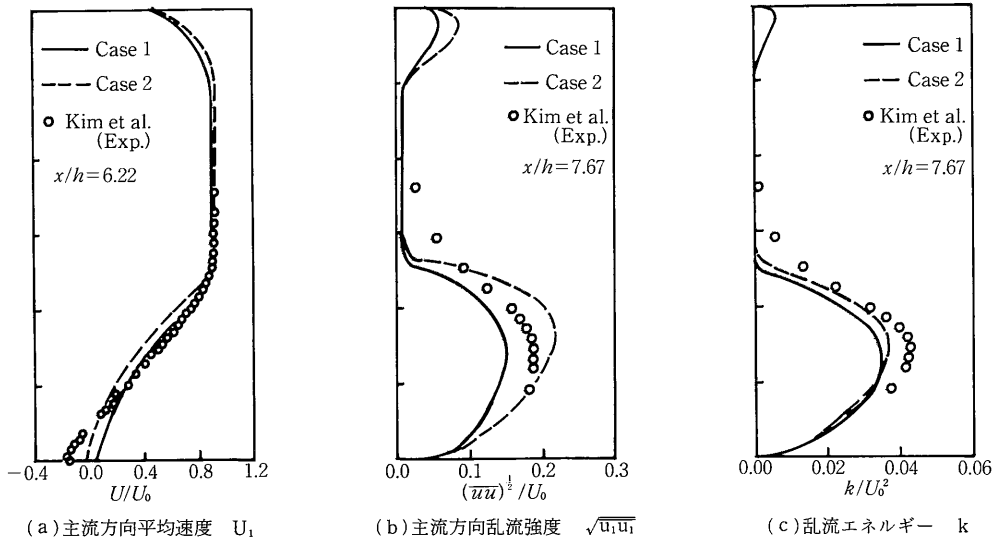


図5 後方ステップ後流の速度分布, 乱流量分布

は C_s としてどの値を選ぶべきか、 C_s を一定として扱ってよいか疑問が残る。そこで統計理論に基づく吉沢の提案⁹⁾を拡張・最適化して次の実用的SGSモデルを構成したものである。

$$\frac{C_s}{C_{s0}} = 1 + C_A \cdot S \cdot \frac{DS}{Dt} \quad (9)$$

$$S = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (11)$$

C_{s0} および C_A は一樣乱流の減衰問題およびチャンネル内乱流を対象として最適化されている。

付加した第2の機能はLESに人工的壁面境界条件を導入したことである。この種の計算においては壁面境界条件としてno-slip条件を課すことが望ましいが、そのためには壁面近傍で十分細かい格子を要求することになり、高Re数の乱流においては現実的でない。そこで壁面境界近傍で壁法則を仮定して、壁面に最も近い格子の流れ情報(resolvable scaleの速度、格子幅および動粘性係数)から壁面摩擦応力を推測してこれを速度場の壁面境界条件として与える方法を採用したものである¹⁰⁾。これら2つの機能の有効性を確かめて後方ステップ流れに適用した結果を図6に示す。参考のため後述のParticle Imaging Velocimetryによる計測値を併記する。再付着距離の計算値は7.0hで実測値と完全に一致するし、乱流量の分布も定性的にはもちろんのこと定量的に一致する。この種の剥離・循環を伴う乱流場に対してLESは計算時間としては圧倒的に長時間を必要とするものの計算結果の信頼性はきわめて高いものと思われる。

5. 解析格子

流体解析に際して流れ場の幾何形状を合理的に生成することが重要な課題であり、したがって解析格子に関して構造格子を採用するか、非構造格子を採用するかの得

失が議論されるべきである。しかしながら現在のところ、有限要素法(FEM)と有限体積法(FVM)との比較検討やスペクトルエレメント法(SEM)実用化の可能性などについては研究の端緒についたばかりであると思われる。ここでは有限体積法あるいは有限差分法(FDM)における構造格子と非構造格子について実用的計算例を紹介する。図7に3次元自動車車室内の乱流解析例を示す¹¹⁾。流れ場を1つの境界適合座標系(BFC)で表現した構造格子の例である。さらに流れ場の形状が複雑になると流れ場をいくつか分割して、それぞれにBFCを適用してつなぎ合わせるという領域分割法を併用することになる。図8は5分割の例であり、計算時間の増大は避けられないものの、この手法の適用が可能であることを示している¹²⁾。

これに対して非構造格子を用いての手法として最近、ヴォロノイ図(Voronoi Diagrams)を用いてのFVMが提案されている。これは3次元流れ場に点を散在させ、その点を中心とするヴォロノイ図を形成して、この領域内でFVMで基礎式を表現するものであり、FEMの考え方を取り入れたものといえよう。この手法を2次元自動車まわりの乱流解析に適用し、車体表面の圧力分布を求めた例を一般座標系有限体積法による計算結果と対比して図9に示しておく¹³⁾。なお、参考のため実験結果も併記する。圧力分布に関する両解析結果と実験結果との差異はルーフ後部で大きい。これは剥離点位置の予測の不向き、あるいは乱流モデルの不十分さによるところが大きいのかかもしれないが、ここではそのことは議論しないことにして、解析結果同士の比較を試みる。全域にわたり解析結果の一致は良好であり、ボンネット部分のヴォロノイ図による解析結果は一般座標系のそれがもつ格子特異点でのピークを避けることができていることがわかる。

構造格子と非構造格子の評価は今後の手法の開発、コンピュータ工学の進展に伴い変化し得るものであり、現

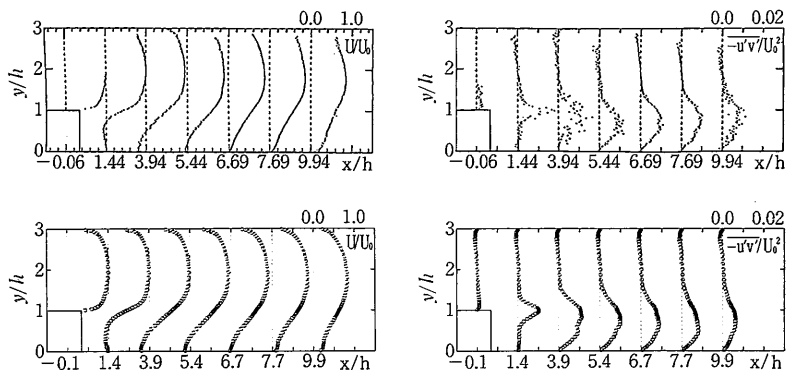


図6 後方ステップ流れの平均速度とせん断応力分布

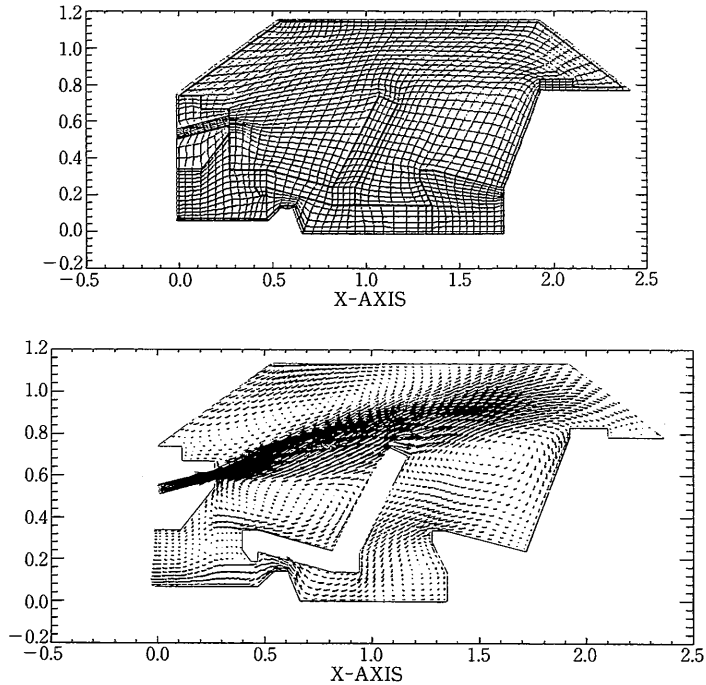


図7 自動車車室内の乱流解析
(グリッド構成と速度ベクトル)

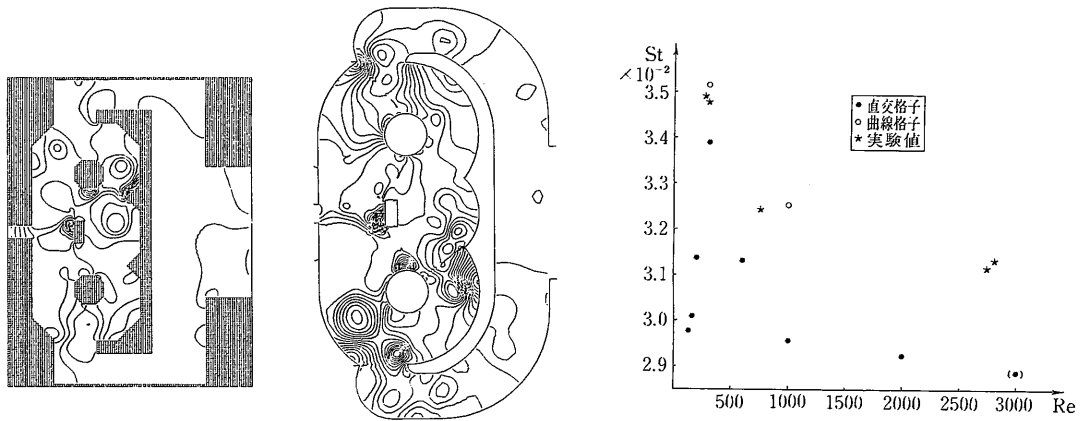


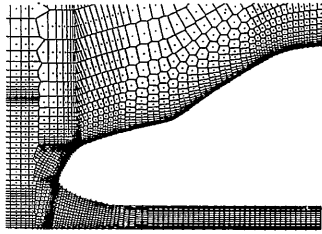
図8 カルマン渦流量計における周波数特性の数値解析

時点て結論を下すことは難しい。概観すれば、前者はBFC格子生成手法と領域分割法の発達に、後者は計算速度にボトルネックがあるように思われる。大規模流体解析におけるBFC格子に課される条件としては一般に、連続性、集中化、直交性（とくに固体境界との）があげられているが、これらの計算結果に及ぼす影響についての系統的评价は現時点での課題である。

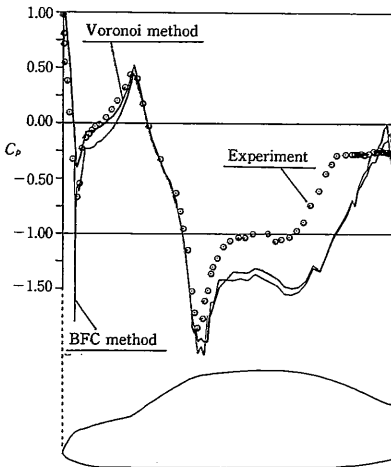
6. Particle Imaging Velocimetryによる測定データとの比較

高品質の計算結果を得るためには現状では乱流モデル

の選択、幾何形状の解析格子の生成、境界条件の設定、差分スキームの選定等に対するノウハウを基に格子数、格子の集中性、異なる差分スキームでの評価あるいは異なる乱流モデルの使用などによってチェックを行う必要があるが、良質の実験結果との比較も計算コードの評価のためのノウハウ蓄積には欠かせないことである。最近のコンピュータ周辺技術の向上は流体の数値解析手法のみならず、流体実験手法にも新しい風を引き起こしている。流れの可視化結果の画像解析がそれである。特に、流れ場にトレーサを注入し、そのトレーサの運動を自動



(a) ヴォロノイ分割例 (部分)



(b) 圧力分布の計算例 (BFCとの比較)

図 9 ヴォロノイ分割法による自動車まわり流れの解析

追跡することによって速度分布を計測しようとする方法 (Particle Imaging Velocimetry: PIV法)¹⁴⁾が注目されている。この方法による計測結果と計算結果との比較を試みる。

トレーサ粒子を追跡し、その画像をオンライン的に処理して画像から速度ベクトルあるいは速度分布を得るといふPIVの開発においては処理の過程において人手を要するオフライン的なバッチ処理を排除し、迅速にしかも簡便に処理結果を入手できるシステムの構成が望ましい。

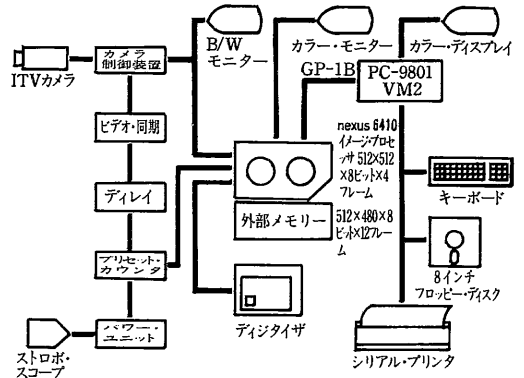


図10 トレーサ追跡法による流速ベクトル自動計測システム構成図

そこでハードウェアとしてTVカメラ、画像処理装置、マイクロコンピュータを用いて、実時間的に画像を処理するための高速性を有するアルゴリズムに支えられたオンラインシステムが要請される。一例として筆者らのシステムの画像処理方法の概略を図10に示す¹⁵⁾。何らかの方法で可視化された画像はカメラとディジタイザの組み合わせによって二次元配列された画素 (PixelあるいはPelと呼ぶ。256×256~1024×1024程度が普通) に分割され、それぞれの画素における濃度値 (8 bit=256階調程度が普通) として数値化される。つまり、流れ場の情報は画素の位置座標とその濃度値として与えられることになる。この入力画像に対して必要に応じて雑音の除去、照明の強弱の影響補正などの画質改善が行われる。画質改善に利用される手法としては階調変換、尖鋭化、平滑化、2値化などがあるが、すでに開発されたソフトウェアを利用することになる。これらの手法によって画質改善された後の画像から流速分布あるいは流速ベクトルをどのように求めるかがPIVの基本である。PIVにはいくつかの手法が提案されているが、それらの中から可視化技術として利用頻度の高い、懸濁・浮遊法およびトレーサ注入

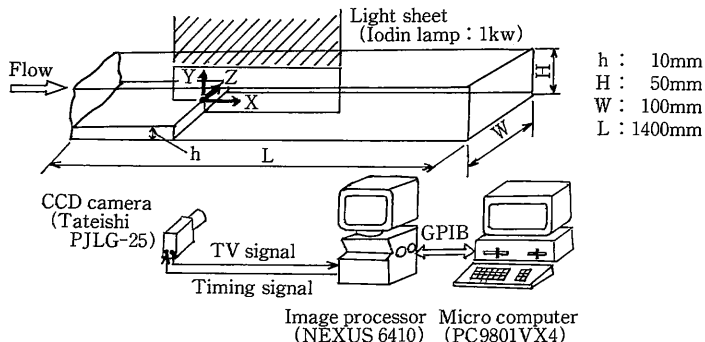


図11 後方ステップ流れへのPIV適用

法に注目し、多数の粒子の瞬間位置を自動的に処理して流れ場の速度を得る粒子追跡法が構成されている¹⁰⁾。この方法における速度ベクトルの決定は基本的には同一粒子の異なる時刻での位置を測定することである。このとき多数のトレーサ粒子の中から異なる時刻での同一粒子をどのように見いだす(同定する)かが問題となる。そのためには、①2時刻の瞬間画像上のトレーサ粒子をその両時刻を含む露光時間での流跡像を利用して決める方法と、②トレーサ粒子の連続する4時刻の瞬間位置からその移動軌跡を予測する方法とが提案されている。ここでは後者の方法を採用して構成された実時間画像処理システムを2次元後方ステップ流れに適用してみる。図11はこの流れ場のオンライン的計測方法のスケッチ図である。PIVによる平均流速およびせん断応力分布の測定値¹¹⁾がLarge Eddy simulation計算結果と比較して前述の図6に示されている。計算結果と実験結果は定性的にも定量的にもよく一致しており、この種の剥離・循環を伴う乱流場の解析にLarge Eddy Simulationがきわめて有効であることと同時に、PIVによる測定自体の信頼性も高いことが予想される。

7. おわりに

流体力学の歴史は非常に長く、時代時代に依りて注目される分野が当然変化する。現在は数値流体力学が脚光を浴びている。この数値流体力学が今後も発展し続けることは疑う余地はないであろう。しかしながら、流れの大規模数値解析を効果的に実現するためにはここで紹介したソルバーとしての課題の他に、流れ場を短時間にかつ適正に表現する解析格子の作成方法、膨大な計算結果を処理して画像化あるいはアニメーション化する技術、スーパーコンピュータを駆使して高速計算を実現する技術、システム間のデータ輸送やインターフェイスにかかわる技術などが必要とされる。これらの技術を結合して汎用コードが提案されているし、新たなコード開発の動きもある。これらのコードはそれぞれ特徴をもっている

が、現状ではこれらのコードを利用して良い結果を得るためにはそれぞれの流れ場に対して数値解析上の独自の工夫が必要とされるし、実験データとの正確な対比によるシミュレーションモデルの検証と改善が不可欠である。

産業の発達は予測すべき対象、制御すべき現象をますます複雑にしつつある。現在では多くの分野で流れだけでなく熱や物質輸送を一緒に解決するよう求められている。良質の物理実験と良質の数値実験とが互いに刺激し合い、流体解析における信頼性、高速性と経済性についての課題が克服され、大規模流体解析に関する多くのノウハウが蓄積されたときには流体の数値解析は広い科学技術の分野で大きなインパクトを与えることができるであろう。(1990年5月14日受理)

参考文献

- 1) 2nd Intern. Conf. on Supercomputing Applications in the Automotive Industry, (1988).
- 2) Ahmed, S.R. et al., SAE paper No. 840300 (1984).
- 3) 谷, 流体力学の進歩: 乱流, (1988), 丸善.
- 4) 小林ほか, 生産研究 42-1 (1990), 67.
- 5) Kim, J. et al., Tech. Rep. MD-37, Thermoscience Div. Stanford Univ. (1978)
- 6) 明・小林, 生産研究 42-1 (1990), 63.
- 7) Reynolds, R.C., Ann. Review Fluid Mech. 8 (1976), 183.
- 8) Morinishi, Y., Kobayashi, T., Proc. Intern. Symp. on Computational Fluid Dynamics (1989), 227.
- 9) Yoshizawa, A., Phys. Fluids A1 (7) (1989), 1293.
- 10) 森西・小林, 機械学会論文集B55-511 (1989), 615.
- 11) 小森谷ほか, 自動車技術会秋季講演論文集 (1990.10), 投稿予定.
- 12) 小林ほか, 第6回流体計測シンポジウム講演論文集 (1989.1), 1.
- 13) Taniguchi, N., Kobayashi, T., Proc. Intern. Symp. on Computational Fluid Dynamics (1989), 64.
- 14) 小林, 風工学会誌, 42 (1990), 128.
- 15) Nexus News 11 (1988).
- 16) 小林ほか, 機械学会論文集B55-509 (1989), 107.
- 17) 西野・笠木, 流れの可視化, 9-34 (1989), 245.