

## 孔型圧延加工の複合数値解析技術とその応用

Advanced Computer Aided Simulation for Shape Rolling Processes

柳 本 潤\*・木 内 学\*

Jun YANAGIMOTO and Manabu KIUCHI

孔型圧延加工に対する理論解析技術の発達には、板圧延に比較して著しく遅れており、このことが本加工プロセスの設計ならびに最適化を行ううえでの大きな障害となっている。孔型圧延加工の複合数値解析技術とは、多様な孔型による圧延加工の際の、被圧延材の三次元塑性変形特性の統一的な解明を可能ならしめることを目的として構成されている。本解説では、孔型圧延加工に対する複合数値解析技術の基礎理論を述べると共に、棒材圧延・線材圧延・H形鋼ユニバーサル圧延などへの適用事例を示し、本手法の特性に検討を加える。

## 1. は じ め に

圧延加工の理論解析技術は、von Karmanの理論に始まる60数年の歴史を有しており、降伏条件・構成式に代表される連続体塑性力学の発展ならびに近年の計算機およびその利用技術の発達とあいまって、急速な進歩を遂げてきた。被加工材の圧延変形を二次元問題として近似化可能な薄板圧延の分野では、スラブ法（初等理論）を応用した圧延理論が現在ほぼ完成されつつあるが、有限要素法あるいはエネルギー法に基づく、各種圧延理論も提案されており、これらは薄板の圧延加工技術の高度化・最適化を推進するうえで欠かせぬものとなっている<sup>1)</sup>。薄板圧延の分野において現在まで残された大きな課題は、板幅方向板厚精度の向上すなわち板クラウンおよびエッジドロップの低減であり、これを目的とした各種高性能圧延機の開発が現在盛んに行われている<sup>2)</sup>。また、上記圧延機による加工の際の被圧延材の塑性変形特性の解明を目的として、ロールの弾性変形と被圧延材の塑性変形との連成解析モデルの開発も盛んに試みられている<sup>3)~5)</sup>。

これに対し、棒材・線材・管材・形材を対象とした圧延加工、すなわち孔型圧延加工の分野における理論解析技術の発達は著しく遅れているが、その原因は、幅方向各位置における圧下率ならびに接触弧長が異なることに起因して、ロールバイト内での被圧延材が複雑な三次元変形を呈するため、スラブ法等の単純化した解析手法の適用が困難であることに求めることができる<sup>6)</sup>。したがって孔型圧延プロセスの設計ならびに操業に対する圧延理論の寄与は板圧延の場合に比較して遙かに低く、現状でも多くの試行錯誤と時間を必要とする。しかしなが

ら、従来は理論的解明がほとんど不可能であったこの分野に関しても、近年スラブ法・エネルギー法・剛塑性有限要素法（FEM）に基づく三次元数値解析技術の開発と適用が試みられつつある<sup>10)~18)</sup>。ただし、これらの多くは、棒材・線材などの単純な断面形状を有する製品の圧延加工を対象としたものであり、任意の孔型圧延加工への適用については、多くの未解決の問題が残されている。

筆者らは、複数の解析法を複合化することにより、新しい解析手法または解析技術を構築する試みについて一連の検討を行ってきた。新たに構築された複合数値解析法（Complex Element Method）は、それらを構成する各解析法の特徴を生かした有機的な結合により、解析機能の高度化・解析範囲の拡大を可能とするものである。定常塑性加工工程を対象とした複合数値解析法はスラブ法と剛塑性FEMとの複合化により構成されており、さまざまな孔型圧延加工への広い適用範囲を有している。本稿では、この複合数値解析法の理論構成ならびに棒材圧延・線材圧延・アングル材圧延・H形鋼ユニバーサル圧延等への適用を試みた結果を示し、手法上の特徴を紹介する。

## 2. 定常塑性加工問題に対する複合数値解析法の構成および孔型圧延加工への適用法

## 2-1 圧延方向への解析の進め方

圧延加工を対象とする複合数値解析法では、塑性変形域入口面（解析開始面）での被圧延材の圧延（ $z$ -）方向速度（ $\dot{U}_B$ ） $_z$ を、以後の解析を進めるうえでの変数（以後基本変数と呼ぶ）として導入する。本解析手法の特徴は、ロールギャップ内で塑性変形を受けている被圧延材を圧延方向に垂直な断面で複数の要素（ブロック）に分割し、各ブロック内のスラブ要素についての三次元速度分布を、

\*東京大学生産技術研究所 第2部

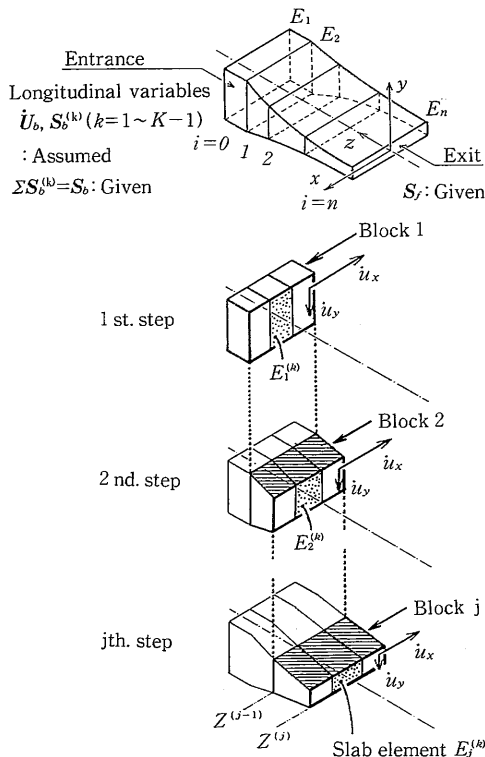


図1 圧延方向への解析の実行法-1

スラブ法的な考え方に基づく力学的条件, すなわち, 圧延方向の力の釣合い条件および各スラブ要素間での速度の連続条件を考慮しつつ剛塑性FEMを用いて解析することにある。このような解析を, 図1・図2に示すように, 上流側のブロックより下流側のブロックに向かって段階的に行うことにより, 入口速度( $\dot{U}_b$ )に対応する被圧延材全体の三次元速度分布もしくは変形を求める。

解析の具体的手順は以下のとおりである。まず, 被圧延材の初期形状・ロールバイト形状より, 圧延開始面( $j=1$ )上のFEM節点, すなわち, 剛塑性FEM解析用の要素分割のための節点座標を設定する。次に, これらの節点座標と, 想定した予変形域長さ $\delta$ ならびに変形域入口面速度( $\dot{U}_b$ )より, 同じく解析開始面( $j=0$ )上の節点の座標を求める。以上により, 解析開始面( $j=0$ )と圧延開始面( $j=1$ )とにより囲まれる領域(1)の中に, 三次元有限要素分割(分割数: 幅方向 $N_x \times$ 高さ方向 $N_y \times$ 圧延方向1)を構成し, 同時にこの領域をブロック(1)とする。

解析の第1ステップでは, ブロック(1)内の各スラブ要素 $E_1^{(k)}$ について圧延方向の力の釣合い条件を考慮しつつ剛塑性FEM解析を行うことにより, このスラブ要素 $E_1^{(k)}$ の先端面( $j=1$ )上の三次元速度分布を求める。また, 第1ステップ終了後に, この( $j=1$ )面での三次元速度分布を用いて, ( $j=2$ )面上の節点座標を計算する。

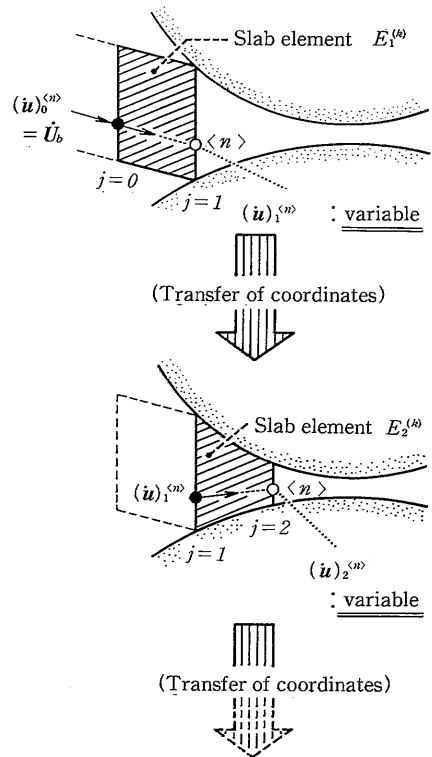


図2 圧延方向への解析の実行法-2

次の第2ステップでは, ( $j=1$ )面と( $j=2$ )面により囲まれる領域すなわちブロック(2)を解析対象とし, 同様の手順により先端面( $j=2$ )上での速度分布を求める。以後, 同様の手順を繰り返すことにより, 変形域全体の塑性変形を近似的に解析する。

従来試みられてきた剛塑性FEMによる三次元圧延の解析では, ロールギャップ内の変形域全体を同時・連立的に解析するのに対し, 本解析法では, 変形域入口面側より出口面側へ向かって, 各スラブ要素についての個別的な変形解析を逐次的に実行し連結することにより, 変形域全体の解析とする。別の見方をすれば, 本解析法では, ロールギャップ内での被圧延材の変形を, 力学的釣合い条件の下で, 一つのブロックならびにその内部のスラブ要素が圧延方向に移動しながら段階的に受ける圧縮加工として取り扱っており, これは, 定常変形を非定常変形の連続としてとらえていることに相当している。

ところで, 基本変数として仮定した変形域入口面速度( $\dot{U}_b$ )の下で, 変形域入口面より出口面に至る一連の解析が完了すると, 変形域出口面に作用する内力の圧延方向成分( $S_f$ ) $^*$ が得られる。この( $S_f$ ) $^*$ と変形域出口面での張力または圧縮力の境界値( $S_f$ ) $_z$ とが十分近い値となる場合, すなわち, 下記条件を満足するとき, 基本変数として仮定した( $\dot{U}_b$ ) $_z$ が妥当であると判断し, この場合

の解析結果を最適な近似解として採用する。逆に、下記条件が満足されない場合には、仮定した $(\dot{U}_b)_z$ の値を修正して計算をやり直す。

$$|(\bar{S}_f)_z^* - (S_f)_z| \leq 0.01 \cdot \sigma \cdot A_f \quad (1)$$

ただし  $\sigma$  : 初期降伏応力もしくは0.2%耐力

## 2-2 スラブ要素についての圧延方向釣合い条件

ならびにスラブ法と剛塑性FEMとの複合化

図3に示す、断面 $(j-1)$ および $(j)$ により囲まれたブロック $(j)$ 中に想定された $K$ 個のスラブ要素 $E_j^{(k)}$  ( $k=1, \sim, K$ )についての圧延方向の力の釣合い条件は、先・後端面が圧延方向に垂直な場合を想定すると、各スラブ要素の先・後端面上の圧延方向ひずみ速度 $(\dot{\epsilon}_{zz})_j^{(k)}$ の関数として次式により表すことができる。

$$(S)_z^{+(k)} + (S)_z^{-(k)} + (F)_z^{(k)} + (P)_z^{(k)} = 0 \quad (2)$$

$$(S)_z^{+(k)} = - \int_A \{ [\sigma_{zz}]_j^{(k)} \} dA_j \quad (3-1)$$

$$= - \int_A \left\{ \left[ \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} (\dot{\epsilon}_{zz}) + \sigma_m \right]_j^{(k)} \right\} dA_j^{(k)}$$

$$(S)_z^{-(k)} = \int_A \{ [\sigma_{zz}]_{j-1}^{(k)} \} dA_{j-1} \quad (3-2)$$

$$= \int_A \left\{ \left[ \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} (\dot{\epsilon}_{zz}) + \sigma_m \right]_{j-1}^{(k)} \right\} dA_{j-1}^{(k)}$$

ただし、

$(S)_z^{+(k)}$  : スラブ要素 $E_j^{(k)}$ の先端面 $(j)$ の面力の圧延方向成分

$(S)_z^{-(k)}$  : スラブ要素 $E_j^{(k)}$ の後端面 $(j-1)$ の面力の圧延方向成分

$(F)_z^{(k)}$  : スラブ要素 $E_j^{(k)}$ のロールとの接触面での摩擦力の圧延方向成分

$(P)_z^{(k)}$  : スラブ要素 $E_j^{(k)}$ のロールとの接触面での圧下力の圧延方向成分

スラブ要素とロールとの接触面での摩擦力 $F$ および圧下力 $P$ は、先・後端面上の応力成分・圧延方向ひずみ速度・接触面上での両者の相対速度等の関数である。すなわち、このスラブ要素 $E_j^{(k)}$ についての圧延方向の釣合い条件式は、先端面 $(j)$ での速度ベクトル $\dot{u} = (\dot{u}_x, \dot{u}_y, \dot{u}_z)$ についての非線形方程式である。

スラブ要素 $E_j^{(k)}$ の先端面 $(j)$ 上の節点の三次元速度成分 $(\dot{u}_x)_{j-1}^{(n)}$ ,  $(\dot{u}_y)_{j-1}^{(n)}$ ,  $(\dot{u}_z)_{j-1}^{(n)}$ は、 $x$ -,  $y$ -方向の釣合い条件に加え、式(2)の圧延 $(z)$ -方向の釣合い条件を満足する必要がある。そこで以下の解析では、各スラブ要素 $E_j^{(k)}$ の先・後端面上で圧延方向ひずみ速度 $(\dot{\epsilon}_{zz})_j^{(k)}$ が均一分布するものと仮定し、かつ、スラブ解析により式(2)の圧延方向釣合い条件を満足させるに際しての独立変数として、図4に示すように取り扱う。

なお、スラブ要素 $E_j^{(k)}$ の後端面 $(j-1)$ での節点速度 $(\dot{u}_x)_{j-1}^{(n)}$ ,  $(\dot{u}_y)_{j-1}^{(n)}$ ,  $(\dot{u}_z)_{j-1}^{(n)}$ は、変形域入口面側のブロック(1)よりブロック $(j-1)$ に至るまでの解析の結果としてすでに定まっている。また、先端面 $(j)$ での圧延方向速度成分 $(\dot{u}_z)_j^{(n)}$ は、スラブ要素 $E_j^{(k)}$ についての圧延方向釣合い条件に関連して導入した独立変数 $(\dot{\epsilon}_{zz})_j^{(k)}$ の関数として、図4中に示す式により計算することができる。したがって、スラブ要素 $E_j^{(k)}$ についての剛塑性FEM解析の際の未知変数は、先端面 $(j)$ 上の各節点の

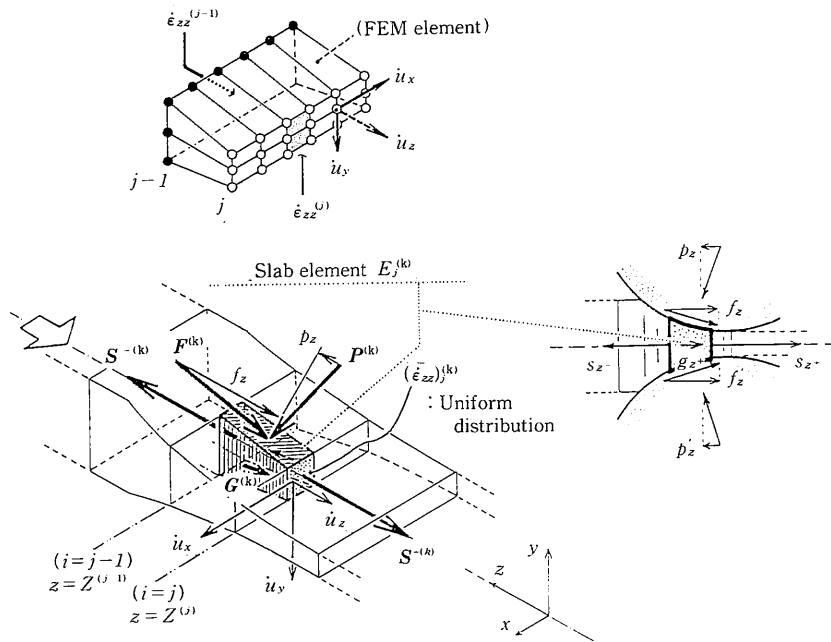


図3 スラブ要素分割 (拡張モデル)

面内速度成分  $(\dot{u}_x)_{j^{(n)}}$ ,  $(\dot{u}_y)_{j^{(n)}}$  のみである。

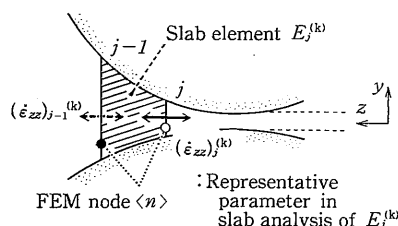
また本解析手法では、ブロック  $(j)$  中に含まれる複数のスラブ要素数のそれぞれが別々の速度場を持つことを許容しているので、これらを通して圧延方向断面内での圧延方向速度の不均一分布を表現することができるが、ブロック  $(j)$  中のスラブ要素数  $K$  が 1 の場合には、変形域中の圧延方向断面内での圧延方向速度の均一分布を想定することとなる。以後、このようにして簡略化された解析モデルを「均一モデル」と呼び、圧延方向速度の不均一分布を考慮することが可能なモデルを「拡張モデル」と呼ぶ。

スラブ要素  $E_j^{(k)}$  の先端面  $(j)$  上の各節点での三次元速度成分  $(\dot{u}_x)_{j^{(n)}}$ ,  $(\dot{u}_y)_{j^{(n)}}$ ,  $(\dot{u}_z)_{j^{(n)}}$  は、上記のスラブ解析と剛塑性 FEM 解析を、式 (2) に示す圧延方向約合い条件が降伏応力  $\bar{\sigma}$  の 1% 以下相当の精度で満足されるまで繰り返すことにより求める。以上に示した解析手順をまとめて図 5 に示す。

### 3. 解 析 例

#### 3-1 異形板材圧延ならびにアングル材圧延の解析

図 6、図 7 には、それぞれ異形板材ならびにアングル材圧延について、被圧延材の変形形状を三次元的に示す。なお、上記解析事例は、均一モデルの適用により得られたものである。本解析手法では、図に示す異形板材圧延の三次元変形解析を約 10 分程度 (HITAC M682H) の演算時間で行うことが可能である。また解析結果として得られた変形形状も、実験結果と良く一致することが判明し



Velocity vector in rear cross-section  
( $\dot{u}$ )<sub>j-1</sub>: determined in previous step

Velocity vector in front cross-section  
( $\dot{u}$ )<sub>j</sub>: variable in step  $(j)$

RPFEM analysis

Substitution of  $(\dot{u})_{j-1}^{(n)}$  and  $(\dot{u})_j^{(n)}$ , where  
 $(\dot{u}_z)_j^{(n)} = (\dot{u}_z)_{j-1}^{(n)} + \frac{1}{2} [(\dot{\epsilon}_{zz})_{j-1}^{(k)} + (\dot{\epsilon}_{zz})_j^{(k)}] \cdot [(z)_j^{(n)} - (z)_{j-1}^{(n)}]$

Slab analysis

Check of longitudinal equilibrium condition  
and modification of  $(\dot{\epsilon}_{zz})_j^{(k)}$

図 4 RPFEM およびスラブ解析の独立変数

ている<sup>19)</sup>。

#### 3-2 棒材・線材圧延の解析

棒材・線材圧延についての複合数値解析法 (均一モデル) による解析結果と、実験結果ならびに三次元剛塑性 FEM による解析結果との比較を行い、本解析手法の特性について検討した結果を以下に示す<sup>20)</sup>。なお、解析対象としては、上記圧延加工における代表的な工程である、Square-Diamond パスならびに Round-Oval パスを選択した。

図 8 に、Square-Diamond パス圧延後の被圧延材の横断面形状について、実験結果と解析結果との比較を示す。複合数値解析法による解析結果は、ロールとの接触部近傍での幅広がり量を過小評価し、端部での幅広がり量 (すなわち、材料幅  $B_0$ ) を過大評価する傾向があるものの、実験結果と解析結果との差はごくわずかである。図 9 は、横断面形状の変化ならびに三次元変形形状についての解析結果である。

図 10 は、Round-Oval パスにおける圧延荷重・圧延トルクおよび幅広がり量について、二階堂らにより行われた三次元剛塑性 FEM 解析<sup>19)</sup>の結果と、本解析法による結果を比較したものである。圧延荷重およびトルクについては良好な対応が認められ、また、幅広がり量については、圧下率が大きい場合には若干差異が認められるものの、その量は 0.3mm 程度とごくわずかである。図 11 に、ロールバイト内の圧延方向位置  $z/Z_L = 0.63$  (ただし  $Z_L$  は投影接触長さ) での被圧延材内部の応力分布を示す。高さ方向応力  $\sigma_{yy}$  はロールとの接触端部で高く、また圧延方向

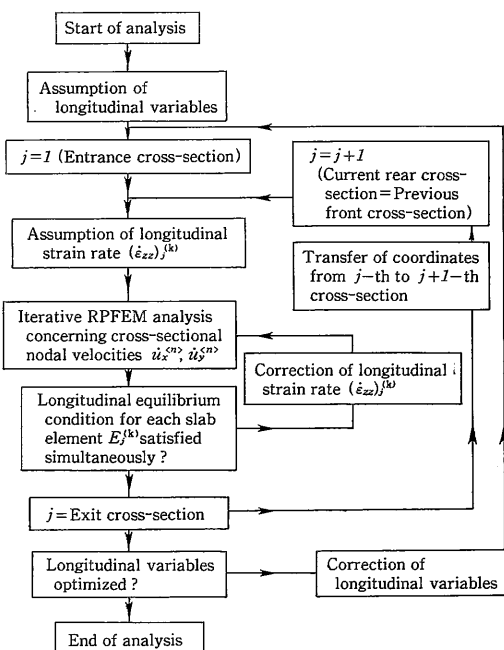


図 5 フローチャート

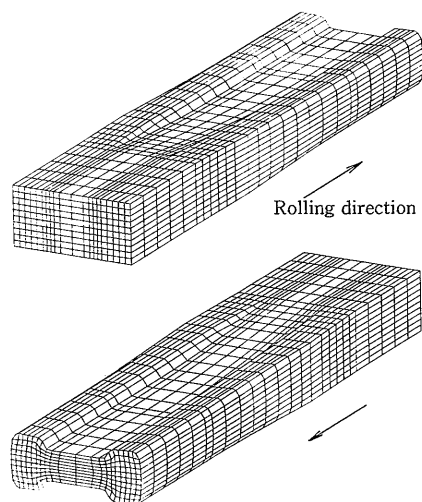


図 6 異形板材圧延時の変形過程の三次元表示

応力 $\sigma_{xx}$ は被圧延材端部で引張りとなるなど、この圧延工程における被圧延材の基本的特性が的確にとらえられていることがわかる。図12は被圧延材の横断面形状の変化、三次元変形形状ならびにロールとの接触境界を、圧下率25%の場合について示したものである。

なお、以上に示した従前の圧延プロセスに加え、線材圧延の新方式であるベベルロール（孔型円錐ロール）圧延についても、複合数値解析法（均一モデル）による解析結果が示されている<sup>21)</sup>。

### 3-3 H形鋼ユニバーサル圧延の解析

拡張モデルを適用して行ったH形鋼ユニバーサル圧延についての解析結果を以下に述べる<sup>22)</sup>。図13にロールおよび被圧延材の初期横断面形状を、表1に解析条件を示す。これは中島ら<sup>23)</sup>による実製品（ウェブ幅400mm×フランジ高さ200mm）の粗圧延工程の1/4モデル実験（石膏ロール+プラスチック試片）を参照しつつ、被圧延材としては硬鉛を想定したものである。

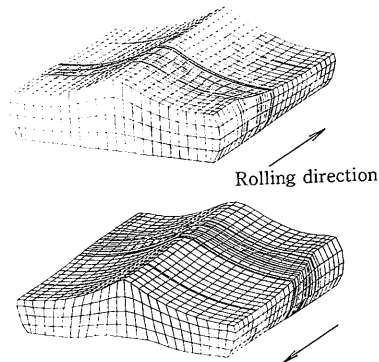


図 7 アングル材圧延時の三次元変形形状

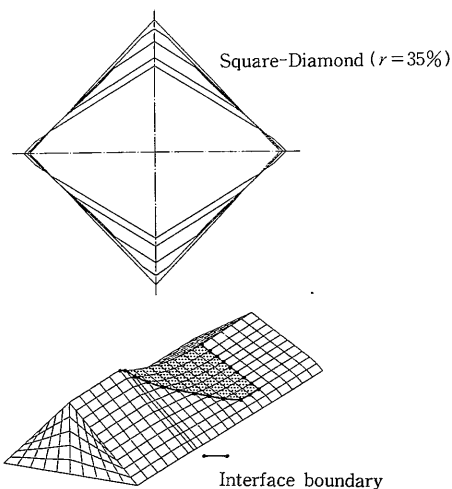


図 9 外形形状ならびに三次元変形形状の変化

剛塑性FEM要素分割およびスラブ要素分割は図13中に示すとおりである。スラブ要素 $E^{(1)}$ 、 $E^{(2)}$ はそれぞれウェブ部およびフランジ部に対応しており、以下の解析では、それぞれの部分に水平および垂直ロールにより加えられる圧下率の差が、加工時の塑性変形特性に及ぼす

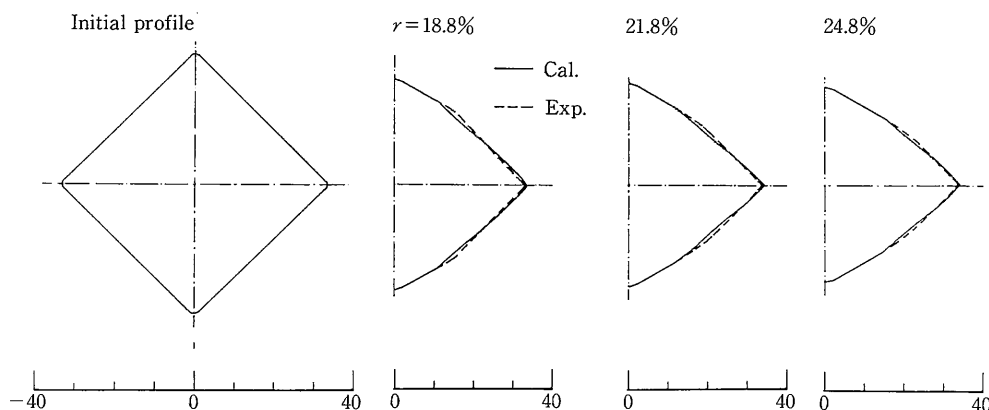


図 8 圧延後の外形プロフィール (Square-Diamond圧延)

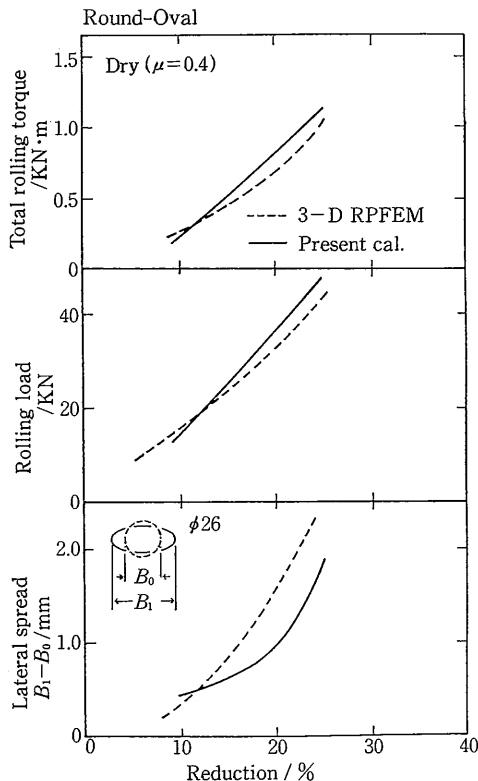


図10 三次元剛塑性FEMによる解析結果との比較

影響の調査を目的としている。ただし、フランジおよびウェブ圧下率は、それぞれの初期厚さ（フランジ厚22mm、ウェブ厚12mm）を基準とした値であり、それぞれ $r_f$ （フランジ）、 $r_w$ （ウェブ）と表示してある。また、解析に際しては垂直ロール回転数を未知数とし、垂直ロール無駆動条件が満足されるようにこれを最適化する方法がとられている。そのほか解析条件の詳細な説明については、別報<sup>22)</sup>を参照されたい。

H形鋼のユニバーサル圧延では、ウェブおよびフランジの圧下率配分に対応して、ウェブ～フランジ間に被圧

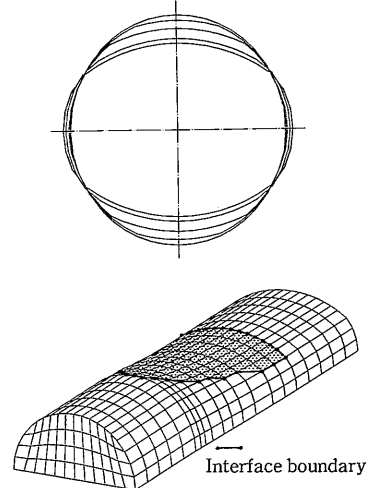
Round-Oval ( $r=25\%$ )

図12 外形形状ならびに三次元変形状の変化

延材の移動（メタルフロー）が生じ、横断面の変形形状が変化する。図14に、圧延後の被圧延材の横断面形状をフランジ圧下率一定の場合について示す。図15は、ウェブ～フランジ間のメタルフローを、ウェブ厚さ中心線上の点 $\gamma$ （図13参照）の変位量として示したものである。ウェブよりフランジへのメタルフローは、ウェブ／フランジ圧下率比 $r_w/r_f$ が大きくなるほど顕著になるが、これはH形鋼ユニバーサル圧延において最も特徴的な変形特性の一つであり、被圧延材の変形域入口面に発生する張力（または圧縮力）分布と密接に関連している<sup>22)</sup>。

図16、図17には、それぞれ圧延荷重およびトルクの変化を示す。圧延荷重については、 $r_w/r_f$ が小さくなりウェブの入口面張力が大きくなるほど、水平ロール荷重は減少し垂直ロール荷重は増加する傾向にあるが、これは中島ら<sup>23)</sup>による実験結果と一致している。また、垂直ロールの圧延トルクはほぼ零であり、無駆動状態が解析において良好な精度で再現されている。

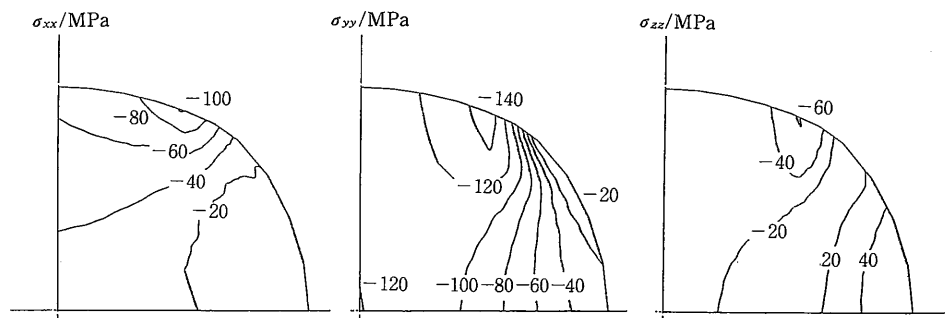
Stress ( $r=25\%$ ,  $z/Z_L=0.63$ )

図11 応力分布の計算例 (Round-Oval圧延)

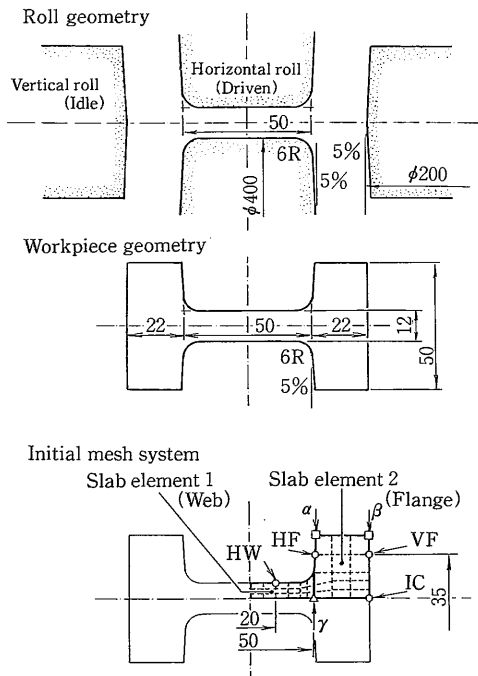


図13 ロールおよび被圧延材形状

表1 H形鋼ユニバーサル圧延の計算条件

Flow stress	$\bar{\sigma} = 41.7 \varepsilon^{0.25} \text{MPa}$
Friction condition	$\tau_f = m \bar{\sigma} / \sqrt{3} \quad m = 1.0$
Reduction ratio (Web/Flange)	(14.3/25.0), (21.4/25.0) (28.6/25.0), (21.4/15.8) (21.4/30.0)
Revolution of horizontal roll	1rpm
Total back tension	$(S_b)_z = 0$
Total front tension	$(S_f)_z = 0$
Initial FEM mesh system	Web : $6 \times 3$ (18 Elements) Flange : $3 \times 5$ (15 Elements)

図18には、被圧延材の変形形状ならびにロールとの接触域を、 $r_w/r_f = 14.3\%/25.0\%$ ならびに $r_w/r_f = 28.6\%/25.0\%$ の場合について三次元的に示す。フランジ圧下率が一定の場合でも、ウェーブ圧下率の増加にともない水平ロールウェブおよびフランジとの接触域は顕著に変化する、ことなどがわかる。

#### 4. ま と め

孔型圧延加工を対象とする複合数値解析法の理論構成ならびに棒材圧延・線材圧延・アングル材圧延・H形鋼ユニバーサル圧延等についての適用事例を紹介した。複合数値解析法による解析結果は、実験ならびに他の数値

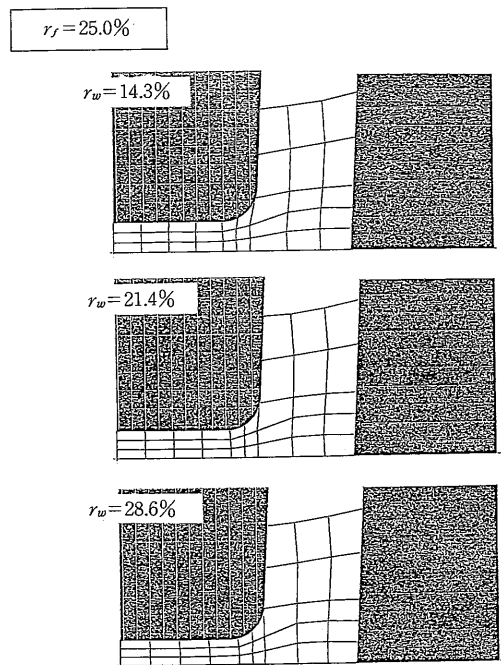


図14 圧延方向断面内での変形形状

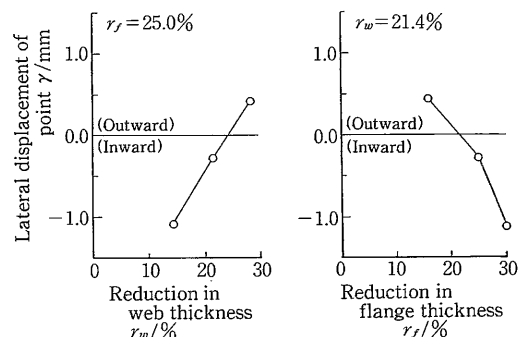


図15 ウェーブ～フランジ間のメタルフロー

解析手法により得られた結果との比較から判断しても妥当なものであり、本手法の有効性は明らかである。なお、以上に示した解析事例は、やや単純な孔型ロールによる基本的な圧延加工に重点が置かれていたが、本解析手法は一般の複雑な幾何学的形状を有する孔型ロールによる圧延加工への適用も十分可能であることをその最大の特徴としており、今後、広く適用が図られその特性が一層明らかになるとともにその高度化が達成され、この分野の技術的發展に大きく貢献するものと考えられる。

(1990年3月20日受理)

#### 参 考 文 献

- 1) 日本鉄鋼協会共同研究会圧延理論部会編：板圧延の理論と実際，(1984)，日本鉄鋼協会

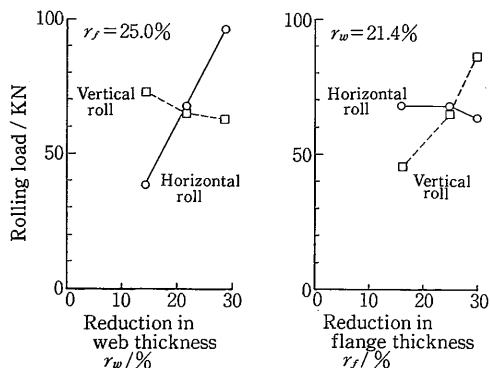


図16 圧延荷重

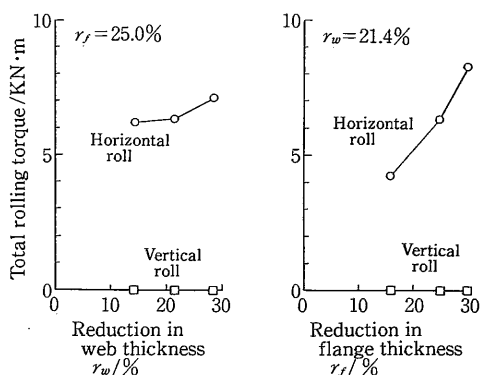


図17 圧延トルク

- 2) 板圧延および圧延機の最近の進歩, 第92・93回西山記念技術講座, (1983), 日本鉄鋼協会
- 3) 戸沢康壽, 石川孝司, 岩田徳利: 塑性と加工, 23-263, (1982), 1181.
- 4) 松本紘美, 中島浩衛, 菊間敏夫, 上堀雄司: 同上, 23-263, (1982), 1201.
- 5) 渋谷聰, 直井孝之, 二階堂英幸, 柴田克己: 33回塑加連講論, (1982), 147.
- 6) 梶原哲雄, 大森舜二, 新谷博史, 小川幸保: 日本鉄鋼協会共同研究部会91回圧延理論部会資料, (1990), 91-12.
- 7) 入部久志, 三田井裕二, 本郷雄一: 昭和63春塑加講論, (1988), 269.
- 8) 柳本潤, 木内学, 中村充, 倉橋隆郎: 平2春塑加講論, (1990), 53. および57.
- 9) 柳本左門: 塑性と加工, 15-159, (1974), 259. および15-162, (1974), 512.
- 10) Lahoti, G.D., Akgerman, N. & Altan, T.: NASA Final Report, CR-159445, (1978)
- 11) Saito, Y., Kusumoto, Y., Hattori, T. and Kato, K.: Proc. 1st. ICTP, vol. 2, (1984), 1190.
- 12) 小森和武・加藤和典・室田忠雄・遠藤順一・土井裕: 機論A, 52-479 (1986), 1724.
- 13) 森謙一郎・Kopp, R.: 38回塑加講論, (1987), 1.
- 14) 小坂田宏造・古元秀昭・岡田達夫: 昭63春塑加講論, (1988), 451.
- 15) 辛平・木原惇二・相澤龍彦: 同上, (1988), 443.
- 16) 二階堂英幸・林宏之・待留誠・瀬戸恒雄・直井孝之: 38回塑加連講論, (1987), 17.
- 17) Bertland, C., Montmitonnet, P., Chenot, J.L., Fau, F. and Buessler, P.: NUMIFORM 89, (1989), 303. Balkema.
- 18) Kennedy, K.F.: Trans. ASME J. Engng. Ind., 110-3, (1988), 223.

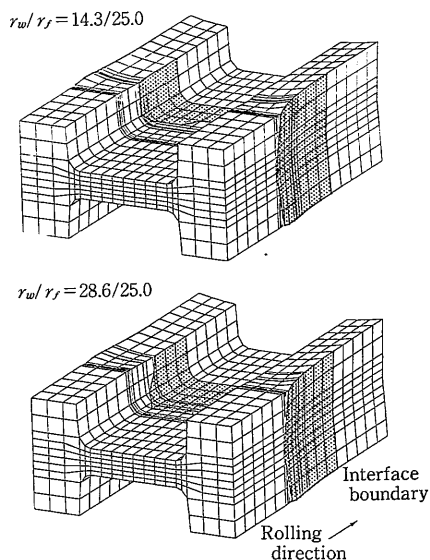


図18 変形状ならびにロールとの接触領域

- 19) 木内学・柳本潤: 塑性と加工, 30-336, (1989), 19.
- 20) 木内学・柳本潤・田中誠一・園田徹: 塑性と加工, 31-349, (1990), 182.
- 21) 福岡新五郎・小杉隆・柳本潤・木内学: 40回塑加連講論, (1990), 373.
- 22) 柳本潤・木内学: 塑性と加工, 31-350, (1990), 384.
- 23) 中島浩衛・渡辺和夫・山本洋春: 昭47春塑加講論, (1972), 137.