研　究　速　報
UDC 624.131.5：624.138：539.37

礫の微小ひずみレベルでの変形特性 IV
——単調載荷時の剛性率——

Deformation Characteristics of Gravels at Small Strain Levels IV
——Deformation modulus in monotonic loading tests——

孔　憲京*・龍岡文夫**・澁谷　啓**
佐藤剛司**・田村重四郎***
Xian Jing KONG, Fumio TATSUOKA, Satoru SHIBUYA, Takeshi SATO and Choshiro TAMURA

1. は じ め に

ここでは前報告で示した単調載荷試験で得られた礫の変形特性（孔ら，1989b）を双曲線理論により検討した結果と，初期変形係数E_{max}に対する応力比レベルの影響を解析した結果を示す．

2．双曲線理論による検討

双曲線関係は，図1を参照して次の式で表される（Kondner, 1963）．

$$(\sigma_1-\sigma_3)=\frac{1}{1/(\varepsilon_1\cdot E_{max})+1/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}} \quad (1)$$

あるいは，

$$\varepsilon_1/(\sigma_1-\sigma_3)=1/E_{max}+\varepsilon_1/(\sigma_1-\sigma_3)_{max} \quad (2)$$

あるいは，

$$y=\frac{1}{(1/x)+1} \quad (3)$$

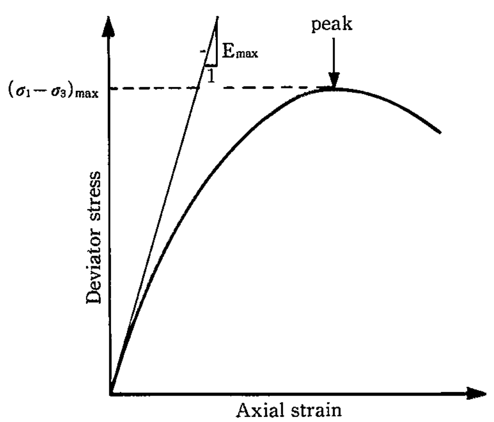

図1　双曲線関係に用いるE_{max}と$(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$の模式図

ここで，$y=(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$，$x=\varepsilon_1/(\varepsilon_1)_r$，$(\varepsilon_1)_r=(\sigma_1-\sigma_3)_{max}/E_{max}$である．

一方，Duncan and Chang（1970）は，双曲線関係を実験結果にfittingさせるために，1.0以下の0.9程度のR_fなる係数を導入した次式を提案している．

$$(\sigma_1-\sigma_3)=\frac{1}{1/(\varepsilon_1\cdot E_{max})+R_f/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}} \quad (4)$$

しかし，今回のデータに対しては以下に示すようにこの方法では十分な近似できないことがわかった．

Duncan and Chang（1970）の方法では，E_{max}と$(\sigma_1-\sigma_3)_{max}/R_f$の値は図2に模式的に示すように$\varepsilon_1/(\sigma_1-\sigma_3)$～$\varepsilon_1$関係が直線になるとして，縦軸の接片の逆数から$E_{max}$を直線の勾配の逆数から$(\sigma_1-\sigma_3)_{max}/R_f$をそれぞれ求める（4式参照）．ここでは，単調載荷試験結果に対して$\varepsilon_1=5$％までの関係から最小二乗法で逆算してE_{max}の値を求めた．図3に「双曲線関係が成り立つとして求めたE_{max}」と実測のE_{max}の関係を示す．この図から，「実測E_{max}」／「双曲線fittingによるE_{max}」の比は安定性がなく，拘束圧および間隙比の影響を受けること，この比はゆる詰めで3.5から4，密詰めで2から2.5であることがわかる．いずれにしても$\varepsilon_1=5$％までのデータに対する双曲線fittingによるE_{max}は，実測値の数分の1である．

以上のことから，Duncan and Changの方法で求まるE_{max}には客観性がないことがわかる．また，木下ら（1989）も，最大粒径38.1mm，均等係数0.722の粗粒材を

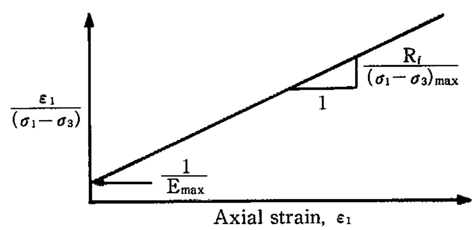

図2　Duncan & Chanの双曲線関係

*中華人民共和国大連理工大学講師（元博士研究員）
**東京大学生産技術研究所　第5部
***東京大学生産技術研究所　第1部

用いた直径40cm，高さ80cmの中実供試体の三軸圧縮試験と外径80cm，内径40cm，高さ80cmの中空供試体を用いたねじり単純せん断試験の単調載荷試験と繰返し載荷試験を行って，繰返し載荷試験でのE_{max}の実測値はDuncan and Changの方法（図2の方法）で求めた単調載荷試験のE_{max}よりもかなり大きいことを示している．

以上をまとめると，$(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$と$E_{max}$の実測値を用いた(1)式は，$\varepsilon_1=0.1\%$程度までの実測の$(\sigma_1-\sigma_3)\sim\varepsilon_1$関係をよく近似するが，それ以上のひずみに対しては良くfitしない．逆に$\varepsilon_1=5\%$程度までの$(\sigma_1-\sigma_3)\sim\varepsilon_1$関係に対して双曲線関係をfitさせようとすると，(1)式に用いるE_{max}は，実測値の数分の1にしなければならない．

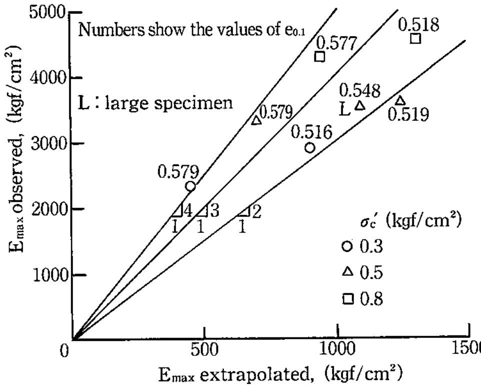

図3　姫礫のE_{max}の実測値と既往の式による値の比較

3．E_{eq}と応力比σ_1/σ_3の関係

単調載荷の途中での微小ひずみレベルの繰返し載荷（孔ら，1989a，図4，5参照）に対する変形係数E_{eq}（孔ら，1989a，図3参照）と応力比σ_1/σ_3の関係を大型供試体のデータを用いて解析する．今回の実験ではσ_3が一定であるので，測定されたE_{eq}は平均応力σ_mの変化と応力比σ_1/σ_3の変化の両方の影響を受けている．そこで，まず「一定の平均応力σ_mのもとでの応力比σ_1/σ_3の影響」を推定することにした．

図4で□印のデータポイントはE_{eq}の主応力比σ_1/σ_3に対する変化率の実測値である．縦軸において$(E_{eq})_{max}$は，$\varepsilon_1<2\times10^{-5}$に対応する初期せん断剛性率$E_{max}$の実測値である．せん断途中のダイレイタンシー（体積変化）の影響を消去するために，E_{eq}が$(2.97-e)^2/(1+e)$に比例すると仮定して，E_{eq}の実測値から間隙比が仮に一定であるとしたときの値を求めた（図中の×印のデータポイント）．$(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}$が0.5以下では□のデータと

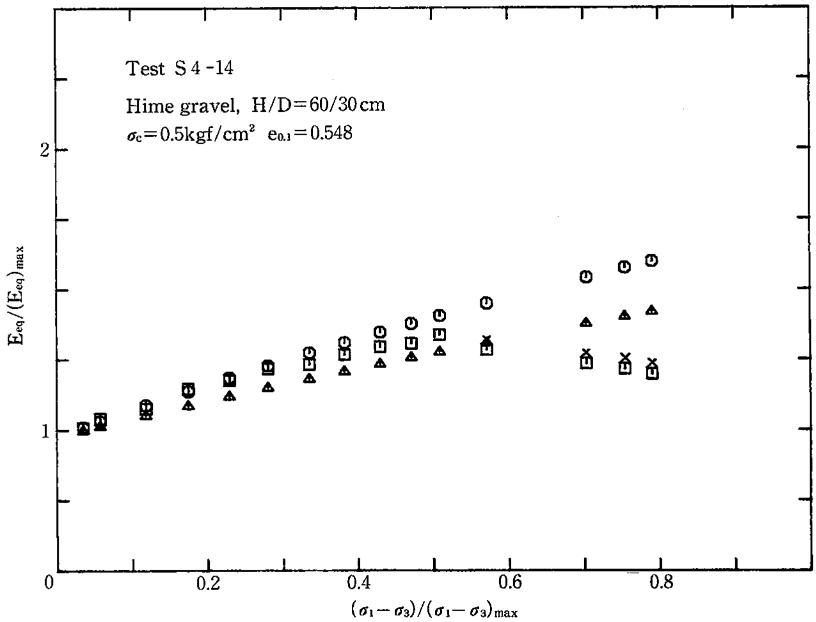

図4　姫礫の単調載荷試験におけるE_{eq}と主応力比の関係の例
□印のデータポイント：実測値（σ_3一定，e変化）
×印のデータポイント：推定値（σ_3一定，e一定）
○印のデータポイント：$\sigma_m=(\sigma_1+\sigma_3)/2$一定のときの推定値
△印のデータポイント：$\sigma_m=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$一定のときの推定値

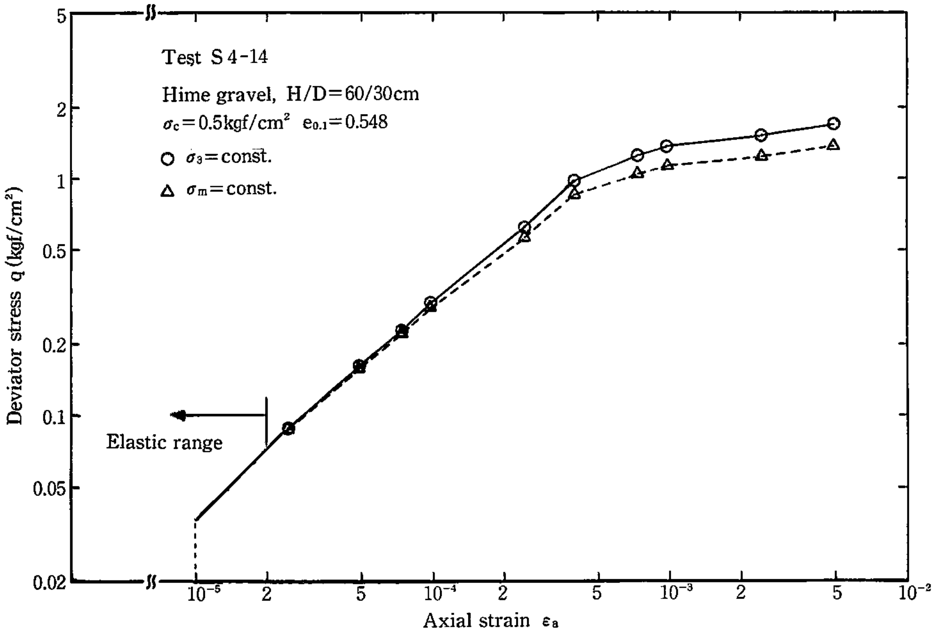

図5　姫礫の単調載荷試験における（$\sigma_1-\sigma_3$）とε_1の関係の典型的結果

ほぼ一致している．いずれの場合も応力比が大きくなるとE_{eq}は大きくなるが，これはσ_1/σ_3の増加とともに，平均主応力：$\sigma_m=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$，または，$\sigma_m=(\sigma_1+\sigma_3)/2$が増加してゆくからと考えられる．

Hardin and Black (1966) は三軸圧縮応力状態で$\sigma_m=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$が一定のときは$\sigma_1/\sigma_3=2.3$（図4の場合，横軸で0.33程度）まで，$G_{max}$は$\sigma_1/\sigma_3$にはよらないことを示した．しかし，Tatsuoka, et al. (1979) は，これは三軸圧縮応力状態でも大きいσ_1/σ_3のときには成り立たないことと，三軸伸張応力状態では常に成り立たないことを示した．Yu and Richart (1984)，Tatsuoka, et al. (1979)，Tatsuoka (1985)，Ni et al. (1989) は，単純せん断変形でのせん断剛性率G_{eq}は，応力比σ_1/σ_3のある値以下で$\sigma_m=(\sigma_1+\sigma_3)/2$の関数であることを示している．

そこで，次の検討をした．E_{eq}が$\sigma_m^{0.509}$に比例する（孔ら，1989b）と仮定すると，σ_3一定の条件に対してE_{eq}が$\sigma_m=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$の関数であるときは図中の△印のデータポイントが，$\sigma_m=(\sigma_1+\sigma_3)/2$の関数であるときは○印のデータポイントが得られる．この結果は次のことを示している．応力比レベル$(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}=0.5$程度あるいは$\sigma_1/\sigma_3=3\sim3.5$までは，どちらの形の$\sigma_m$の関数も近似的に成り立つと言える．したがって，以下で便宜的に$\sigma_m=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$を用いることにする．一方，$\sigma_3$が一定のときのデータは，ピーク付近になると$\sigma_m$の増加にかかわらず$E_{eq}$は若干低下してくる．これは，変形の進行とともに砂の初期構造が破壊されていくことを意味しているのであろう．単純せん断においてもこの傾向があることは，Tatsuoka, et al. (1979)，Yu and Richart (1984) も示している．また，Nishio and Tamaoki (1989) は不かく乱と再作製の砂礫の直径30cm，高さ60cmの大型供試体の三軸圧縮試験の過程で供試体上端から下端へのせん断波速度を実測して，上記のような傾向を報告している．

以上の結果から，

$$E_{eq}=E_{max}=f(e)\cdot g(\sigma_1/\sigma_3)\cdot\sigma_m^{0.509}\qquad(5)$$

であることがわかる．ただし，$(\sigma_1-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)_{max}=0.5$までは，あるいは$\sigma_1/\sigma_3=3\sim3.5$までは，$g(\sigma_1/\sigma_3)=1.0$であり，それ以上では1.0以下である．

次にこの式がE_{tan}に対しても成り立つと仮定すると，たとえば「σ_3一定の単調載荷試験」結果から，たとえば「σ_m一定に対する$E_{sec}\sim\log\varepsilon_1$関係」，あるいは「任意の応力経路に対する$E_{sec}\sim\log\varepsilon_1$関係」を求めることができる．この変換は重要である．なぜならば，現場ではσ_3が一定であるとは限らないからである．

今回は次の方法でこの変換を行って，σ_3一定試験での$E_{sec}\sim\varepsilon_1$関係からσ_m一定に対する$E_{sec}\sim\varepsilon_1$関数を推定した．まず，σ_3一定試験での所定の応力レベルでのE_{tan}の測定値を求める．このときの$\sigma_m=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$を求める．次に，$E_{tan}$は現在の応力状態だけの関数であり，応力経路の方向によらないと仮定する（この仮定の妥当性は確かなものではなく，むしろせん断剛性率G_{tan}に対してはより

研究速報

妥当であろう）．さらに，$E_{tan}=\Delta(\sigma_1-\sigma_3)/\Delta\varepsilon_1$も$\sigma_m{}^{0.509}$の関数と仮定して「$\sigma_m$一定試験での$E_{tan}$」＝「$\sigma_3$一定試験での$E_{tan}$」×{$\sigma_3/\sigma_m$}$^{0.509}$を求める．この$E_{tan}$は（$\sigma_1-\sigma_3$）の関数であるので，（$\sigma_1-\sigma_3$）に対して積分して，（$\sigma_1-\sigma_3$）～$\varepsilon_1$関係を求め，これから$E_{sec}=(\sigma_1-\sigma_3)/\varepsilon_1$～$\varepsilon_1$関係を求める．このようにして求めた（$\sigma_1-\sigma_3$）と$\varepsilon_1$の関係の例を図5に示す．この図は両対数であり，初期の弾性状態ではE_{sec}が一定なので45°の関係になる．

前報（孔ら，1989b）図9に「σ_3一定試験でのE_{tan}/E_{max}」（図中の○印のデータポイント）と，この値から推定した「σ_m一定試験でのE_{tan}/E_{max}」（＋印のデータポイント）の比較を示す．明らかに「σ_m一定試験でのE_{tan}」のほうが若干小さい．同じく前報（孔ら，1989b）図4に測定された「σ_3一定の条件でのE_{sec}/E_{max}～$\log\varepsilon_1$関係」（□印のデータポイント）と「σ_m一定の条件でのE_{sec}/E_{max}～$\log\varepsilon_1$関係」（＋印のデータポイント）を示す．この図から，E_{sec}のひずみ依存性は応力経路の関数であり，σ_m一定の条件でのE_{sec}のひずみ依存性は，σ_3一定の条件でのひずみ依存性よりも大きいことがわかる．これらは新しい知見であり，今後平均主応力一定の試験を行って直接調べる必要がある．

4．おわりに

今回試験した姫礫のE_{max}に対して試験式（5式）が得られた．また，軸ひずみ5％までの応力・ひずみ関係全体に対して双曲線関係が成り立つと仮定して外挿により求めた初期剛性率は，供試体密度や拘束圧によらず実測値の数分の1であることがわかった．

（1989年11月29日受理）

参考文献

1) Duncan, M.J. and Chang, C-Y. (1970): Non-linear analysis of stress and strain in soils, Jour. of the SMF Div., ASCE, Vol. 96, No. SM5, Sept., pp. 1629-1653.
2) Hardin, B.H. and Black, W.L. (1966): Sand stiffness under various triaxial stresses, Journal of SMFE Div., ASCE, Vol. 92, No. SM2, pp. 33-65.
3) 木下靖・大久保雅彦・松本徳久（1989）：粗粒材料の静的・動的試験結果の比較，土木学会第44回年次学術講演会，第III部門，広島，592～593頁.
4) Kondner, R.L. (1963): Hyperbolic stress-strain response: Cohesive soils, Jour. of the SMF Div. ASCE, Vol. 89, No. SM1, pp. 115-143.
5) 孔憲京・龍岡文夫・澁谷啓・佐藤剛司・田村重四郎（1989a）：礫の微小ひずみレベルでの変形特性II－単調載荷試験での測定－，生産研究，Vol. 41, No. 11, pp. 69-72.
6) 孔憲京・龍岡文夫・澁谷啓・佐藤剛司・田村重四郎（1989b）：礫の微小ひずみレベルでの変形特性III－単調載荷試験結果のまとめ－，生産研究，Vol. 41, No. 12, pp. 38-41.
7) Ni, S-H., Stokoe, K.H. and Roesset, J.M. (1989): Shear modulus and materail damping of dry sand under triaxial stress states, Proc. 9th WCEE, Tokyo-Kyoto, Vol. 3, pp. III23-III28.
8) Nishio, S. and Tamaoki, K. (1989): Shear wave velocities in diluvial gravel samples during triaxial compression tests, Proc. 9th WCEE, Tokyo-Kyoto, Vol. 3, pp. III59-III64.
9) Tatsuoka, F., Iwasaki, T., Fukushima, S. and Sudo., H. (1979): Stress conditions and stress histories affecting shear modulus and damping of sand under cycic loading, Soils and Foundations, Vol. 19, No. 2, pp. 29-43.
10) Tatsuoka, F. (1985): Discussion on the paper by Yu and Richart (1984), The Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 111, No. 9, Sep., pp. 1155-1157.
11) Yu, P. and Richart, F.E. (1984): Stress ratio effects on shear modulus of dry sands, The Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 110, No. 3, March, pp. 331-345.