研 究 速 報
特 集 7
UDC 533.6.01：628.83：697.92

解強制置換法を用いた複合グリッドシステムによる2次元室内乱流の解析

2-Dimensional Turbulent Room Airflow Simulation Based on Composite Grid System by Using Fortified Fluid Equations

村 上 周 三*・加 藤 信 介**・石 田 義 洋***
Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO and Yosihiro ISHIDA

1．は じ め に

流れ場を複数のグリッド系の組み合わせにより解析する方法について考える．異なるグリッド系の接続法にはいくつかの方法がある．最も単純にはグリッドの接合部で格子点を1対1に重ねて共有する方法（仮に単純接続法と呼ぶ）があり，やや一般化すると異なるグリッド系で十分な重複領域を設け，これを補間等により接続する方法がある．後者の場合グリッドの重なり部分において，補間による離散値は連続条件等，流れの方程式を十分に満足しない等の問題が生じる．解強制置換法[1)]はこの問題を解決するグリッド接続法の一つの有力な手法となっている．

本報では解強制置換法の支配方程式の表現を示し，速度，圧力，乱流量の緩和式を導入する．

また，2次元室内気流に関し吸込口周辺を別グリッドで細かく分割し，さらに吸込口にダクトを接続した計算例を通して，単純接続法と解強制置換法の両手法によるグリッド接続の具体的な適用法を示し，その計算結果を報告する．

記号

$^{A}\square_{ij}$ ：グリッドAの節点(i, j)におけるグリッドAの離散値を表す

$^{B}\square_{ij}$ ：グリッドAの節点(i, j)の座標に対応する位置のグリッドBの離散値，もしくは補間値を表す

他の記号等は文献[3)]を参照されたい

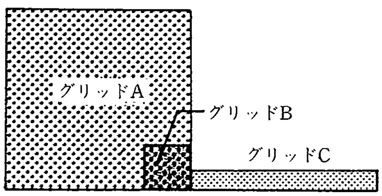


図-1　複合グリッドの構成

*東京大学生産技術研究所　付属計測技術開発センター
**東京大学生産技術研究所　第5部
***鹿島建設㈱情報システム部（元民間等共同研究員）

2．解強制置換法による緩和式の導入

解強制置換法は方程式に人工的な生産項[2)]を導入して一方のグリッド系の解を他方のグリッド系にゆるやかに強制するものである．この際生産項の重みを変えることにより，他方への解の強制の程度を調節することが可能であり，これにより解の滑らかな接続を実現することができる．

図-1に示す重複する領域を持つ二つのグリッド系A，Bの組み合わせにより解析する方法を考える．ここではグリッドBの解はより精度の高い（細かいグリッドによる）解と考える（図-2(a)，(b)参照）．

グリッドAの節点(i, j)において，時間後退差分により次のように離散化運動方程式をたてる（x-方向）．

$$({}^{A}u_{i,j}^{n+1}-{}^{A}u_{i,j}^{n})/\Delta t=\{-{}^{A}p_x-{}^{A}HX+{}^{A}FX\}_{i,j}^{n+1}+(C_{i,j}/\Delta t)({}^{B}u_{i,j}^{n+1}-{}^{A}u_{i,j}^{n+1}) \quad (1)$$

${}^{B}u_{i,j}^{n+1}$は節点(i, j)の座標位置におけるグリッドBの速度成分である．

$C_{i,j}$は${}^{A}u_{i,j}^{n+1}$等を${}^{B}u_{i,j}^{n+1}$等の値に置換するための係数であり，スイッチングパラメータ（switching parameter）と呼ばれる．

式(1)から${}^{A}u_{i,j}^{n+1}$を求めるための緩和式を導入すると式(2)になる．

$${}^{\ell+1,A}u_{i,j}^{n+1}={}^{\ell,A}u_{i,j}^{n+1}+\omega^{u}[-{}^{\ell,A}u_{i,j}^{n+1}+{}^{A}u_{i,j}^{n}+\Delta t\{-{}^{A}p_x-{}^{\ell,A}HX+{}^{\ell,A}FX\}_{i,j}^{n+1}+C_{i,j}({}^{B}u_{i,j}^{n+1} \quad (2)$$

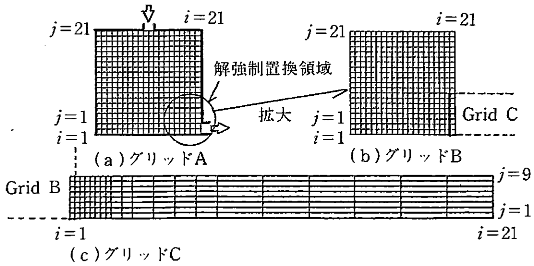


図-2　各領域のグリッド分割

$-{}^{\ell,A}u_{i,j}^{n+1})\}]/\{1+\Delta t(PVT/J)_{i,j}+C_{i,j}\}$

ω^uは加速緩和係数，$PVT_{i,j}$はHXの中の$u_{i,j}$の係数である[3),注1)].

この式をさらに変形して，式(3)を得る.

$$\begin{aligned}&{}^{\ell+1,A}u_{i,j}^{n+1}\\&=(1-M^u)[\omega^u\,{}^{B}u_{i,j}^{n+1}+(1-\omega^u)\,{}^{\ell,A}u_{i,j}^{n+1}]\\&\quad+M^u[{}^{\ell,A}u_{i,j}^{n+1}+\omega^u\{-{}^{\ell,A}u_{i,j}^{n+1}+{}^{A}u_{i,j}^{n}\\&\quad+\Delta t(-{}^{A}p_x-{}^{\ell,A}HX+{}^{\ell,A}FX)_{i,j}^{n+1}\}/\{1\\&\quad+\Delta t(PVT/J)_{i,j}\}]\end{aligned}\tag{3}$$

同様にy-方向の速度成分の緩和式は式(4)となる.

$$\begin{aligned}&{}^{\ell+1,A}v_{i,j}^{n+1}\\&=(1-M^u)[\omega^{u\,B}v_{i,j}^{n+1}+(1-\omega^u)\,{}^{\ell,A}v_{i,j}^{n+1}]\\&\quad+M^u[{}^{\ell,A}v_{i,j}^{n+1}+\omega^u\{-{}^{\ell,A}v_{i,j}^{n+1}+{}^{A}v_{i,j}^{n}\\&\quad+\Delta t(-{}^{A}p_y-{}^{\ell,A}HY+{}^{\ell,A}FY)_{i,j}^{n+1}\}/\{1\\&\quad+\Delta t(PVT/J)_{i,j}\}]\end{aligned}\tag{4}$$

$$\text{ただし，}M^u=\{1+\Delta t(PVT/J)_{i,j}\}/\{1+\Delta t(PVT/J)_{i,j}+C_{i,j}\}\tag{5}$$

HX，HYは移流項，FX，FYは拡散項を表す[3)].

式(3)，(4)から，${}^{\ell+1,A}u_{i,j}^{n+1}$，${}^{\ell+1,A}v_{i,j}^{n+1}$は，形式的には重みを$M^u$とするグリッドAの速度成分とグリッドBの速度成分の重み平均値として与えられることがわかる．すなわち，M^uは，ブレンディングの度合をあらわす係数である.

ポアソン方程式の緩和式は速度と同様に変形して式(6)となる.

$$\begin{aligned}&{}^{\ell+1,A}p_{i,j}^{n+1}={}^{\ell,A}p_{i,j}^{n+1}\\&\quad+\omega^p[-\widetilde{D}_{i,j}/\Delta t+\int_{v_{i,j}}({}^{\ell,A}p_{xx}^{n+1}+{}^{\ell,A}p_{yy}^{n+1})\,dV\\&\quad+\{C_{i,j}PVP_{i,j}\}\{{}^{B}p_{i,j}^{n+1}-{}^{\ell,A}p_{i,j}^{n+1})]\\&\quad/\{(1+C_{i,j})PVP_{i,j}\}\\&=(1-M^p)[\omega^{p\,B}p_{i,j}^{n+1}+(1-\omega^p)\,{}^{\ell,A}p_{i,j}^{n+1}]\\&\quad+M^p[{}^{\ell,A}p_{i,j}^{n+1}+\omega^p[-\widetilde{D}_{i,j}/\Delta t\\&\quad+\int_{Vij}({}^{\ell,A}p_{xx}^{n+1}+{}^{\ell,A}p_{yy}^{n+1})\,dV\}/PVP_{i,j}]\end{aligned}\tag{6}$$

$$\text{ただし，}M^p=1/(1+C_{i,j})\tag{7}$$

ここで式(6)の中の積分項は，具体的には文献[3)]に示した離散化ポアソン方程式を用いる．$PVP_{i,j}$は離散化ポアソン方程式中の$p_{i,j}$の係数である[注2)].

式(6)の右辺の中の$\{-\widetilde{D}_{i,j}/\Delta t+\int_{V_{i,j}}({}^{\ell,A}p_{xx}^{n+1}+{}^{\ell,A}p_{yy}^{n+1})\,dV\}$はグリッドAの節点 ($i$, j) における連続式の誤差の$1/\Delta t$である．解強制置換法では，これを0にはせずに有限な値として残すことを許容する．すなわち，解強制置換をかけた領域では速度は連続式を満足していない．解強制置換領域における正しい解はグリッドBを解くことにより得られる.

乱流エネルギk，εの輸送方程式の解強制置換法における緩和式は式(8)～(11)となる.

表-1　スイッチングパラメータC_{ij}
(グリッドAに適用)

j \ i	16	17	18	19	20	21
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.5	0.5	1.0	1.0	10^{20}
4	0.0	0.5	1.0	5.0	10.0	10^{20}
3	0.0	0.5	1.0	5.0	10.0	10^{20}
2	0.0	1.0	5.0	5.0	10.0	10^{20}
1	0.0	1.0	5.0	10.0	10^{20}	10^{20}

表-2　計算条件(Case-a)

吹出口：u=0.0, $v=-1.0$
吸込口：u=1.2, $v=0.0$
壁面境界条件 速度：指数則 (1/7) k　：free slip, $\varepsilon=C_D^{3/4}k^{3/2}/(\kappa h)$, $h=$(Grid幅)/2

表-3　計算条件 (Case-b)

<table>
<tr><th>Grid</th><th colspan="2">領　　域</th><th>設　　定</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">A</td><td colspan="2">吸込近傍 (i=16～21, j=1～6)</td><td>Grid B のu, v, p, k, εを強制置換</td><td rowspan="7">壁面境界条件はCase-aと同様
ただし，Grid幅が小さいのでhが小となり，境界上のεが大となる
${}^{A}u(21, 3)=0$
${}^{B}u(21, 9)=0$
${}^{C}u(2, 9)=0$
に固定</td></tr>
<tr><td colspan="2">吹出口 (i=10～12, j=21)</td><td>$u_{in}=0.0$, $v_{in}=-1.0$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B</td><td colspan="2">風上側境界 (i=1, j=1～21), (i=2～21, j=21)</td><td>Grid A のu, v, p, k, εを補間して与えて固定</td></tr>
<tr><td rowspan="2">吸込口</td><td>(i=21, j=1～9)</td><td>Grid C のpを与え固定</td></tr>
<tr><td>(i=21, j=1～8)</td><td>Grid C のk, εで固定
v：free slip</td></tr>
<tr><td rowspan="2">C</td><td colspan="2">入口境界 (i=1, j=1～9), (i=2, j=9)</td><td>Grid B のu, v, k, εを与えて固定</td></tr>
<tr><td colspan="2">出口境界 (i=21, j=1, 9)</td><td colspan="2">p=0.0に固定, v, k, ε：free slip</td></tr>
</table>

$$\begin{aligned}&{}^{\ell+1,A}k_{i,j}^{n+1}\\&=(1-M^k)[\omega^{k\,B}k_{i,j}^{n+1}+(1-\omega^k)\,{}^{\ell,A}k_{i,j}^{n+1}]\\&\quad+M^k[{}^{\ell,A}k_{i,j}^{n+1}+\omega^k\{-{}^{\ell,A}k_{i,j}^{n+1}+{}^{A}k_{i,j}^{n}\\&\quad+\Delta t(-{}^{\ell,A}HK+{}^{\ell,A}FK+{}^{\ell}\nu_tS-{}^{\ell}\varepsilon)_{i,j}^{n+1}\}]\\&\quad/\{1+\Delta t(PVT/\sigma_1/J)_{i,j}\}\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}M^k&=\{1+\Delta t(PVT/\sigma_1/J)_{i,j}\}\\&\quad/\{1+\Delta t(PVT/\sigma_1/J)_{i,j}+C_{i,j}\}\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}&{}^{\ell+1,A}\varepsilon_{i,j}^{n+1}\\&=(1-M^\varepsilon)[\omega^\varepsilon\,{}^{B}\varepsilon_{i,j}^{n+1}+(1-\omega^\varepsilon)\,{}^{\ell,A}\varepsilon_{i,j}^{n+1}]\\&\quad+M^\varepsilon[{}^{\ell,A}\varepsilon_{i,j}^{n+1}+\omega^\varepsilon\{-{}^{\ell,A}\varepsilon_{i,j}^{n+1}+{}^{A}\varepsilon_{i,j}^{n}\\&\quad+\Delta t(-{}^{\ell,A}HE+{}^{\ell,A}FE+c_1\,{}^{\ell}\varepsilon\,{}^{\ell}\nu_tS/{}^{\ell}k\\&\quad-c_2({}^{\ell}\varepsilon)^2/{}^{\ell}k)_{i,j}^{n+1}\}]\\&\quad/\{1-\Delta t(c_1\,{}^{\ell}\nu_t^{n+1}S^{n+1}/{}^{\ell}k^{n+1}\\&\quad-c_2\,{}^{\ell}\varepsilon^{n+1}/{}^{\ell}k^{n+1})+\Delta t(PVT/\sigma_2/J)_{i,j}\}\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}M^\varepsilon&=\{1-\Delta t(c_1\,{}^{\ell}\nu_t^{n+1}S^{n+1}/{}^{\ell}k^{n+1}\\&\quad-c_2\,{}^{\ell}\varepsilon^{n+1}/{}^{\ell}k^{n+1})+\Delta t(PVT/\sigma_2/J)_{i,j}\}\\&\quad/\{1-\Delta t(c_1\,{}^{\ell}\nu_t^{n+1}S^{n+1}/{}^{\ell}k^{n+1}\\&\quad-c_2\,{}^{\ell}\varepsilon^{n+1}/{}^{\ell}k^{n+1})\\&\quad+\Delta t(PVT/\sigma_2/J)_{i,j}+C_{i,j}\}\end{aligned}\tag{11}$$

3．2次元室内乱流への適用

図-1に示す2次元の室内空間に排気ダクトが接続さ

れた流れ場を解析する．図-2に解析に用いた3種類のグリッドを示す．グリッドAは室内空間全体をカバーする．グリッドBはグリッドAの吸込口近傍の5×5メッシュ分に対応し，これを20×20に分割する．グリッドBにおいて，その風上側境界値としてグリッドAの値を補間して与える．そのグリッドBの解をグリッドAに強制置換してグリッドAを再計算する．今回使用したスイッチングパラメータ$C_{i,j}$を表-1に示す．グリッドCは吸込口に接続するダクトを20×8分割したものであり，グリッドBの吸込口部分に1グリッド幅だけ重ねた単純接続である．グリッドBとCの接続では速度と圧力の連結位置を1グリッドずらし，それぞれ他のグリッドの計算値を境界条件として接続している．グリッドA，B，Cを交互に計算して境界値をやりとりすることにより，3つのグリッドを連結した収束解が得られる．Case-aは従来の方法でグリッドAのみを用い吹出口，吸込口速度を一定とした計算である．Case-bは3つのグリッドを用い解強制置換法を適用した計算である．表-2，3に計算条件を示す．

4．シミュレーション結果

図-3，図-4にCase-a，bの領域Aの計算結果を示す．図-4はグリッドAの結果の解強制置換をかけた領域を，グリッドBの結果で置き換えたものである．解強制置換をかけた領域とかけない領域が，滑らかに連結されている．本グリッドで比較する限りでは両Caseの流れ場にはほとんど差違が見られない．

図-5，図-6は，吸込口近傍の計算結果の拡大図を示す．図-6（Case-b）はグリッドBとCの計算結果を連結したものである．両者は滑らかに接続されており，ダクト接続部の出隅で剝離が発生している（図-6(a)，(b)）．

両Caseの分布はほとんど変わらないが，解強制置換法を適用したCase-bのほうが滑らかな等値線を示している．

圧力分布を比較すると図-6(b)（Case-b）のほうが図-5(b)（Case-a）よりやや高い圧力勾配を示している．これはCase-aの吸込口の開口幅（1.25）が粗いグリッド分割のためCase-bのダクト幅(1.0)より大となり，Case-aの吸込口近傍の速度が小さくなり，Case-bの吸込口近傍の圧力勾配が高くなったためである。

乱流エネルギk，エネルギ散逸εともにCase-bのほうがグリッドBとCの接続部出隅の近傍で高い値を示す．Case-bは細かいグリッド幅でu_yを計算するため，ダクト接続部出隅付近の大きな速度勾配をより正確に計算することになり，kの生産が高く評価されるためである．

5．む　す　び

解強制置換法のメカニズムを明らかにする緩和式を示し，第1段階として，3種類のグリッドを接続して，吹出口から室内を通り，吸込口に接続するダクトの内部までの2次元流れを計算し，妥当な結果を得た．

3次元流れへの適用は今後の課題とする．

（1989年10月7日受理）

参　考　文　献

1) 藤井孝蔵：剝離渦の高精度シミュレーションを目指して，第1回数値流体シンポジウム講演論文集（特別講演），1987年12月

2) たとえば，S.V. パタンカー著，水谷幸雄，香月正司共訳：コンピュータによる熱移動と流れの解析，p 118～129，森北出版㈱

3) 村上周三，加藤信介，石田義洋：一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション　その3，日本建築学会論文報告集第400号，平成1年6月

4) 村上周三，加藤信介，石田義洋：解強制置換法を用いた複合グリッドシステムによる2次元室内乱流の解析，日本建築学会大会学術講演梗概集1989年10月

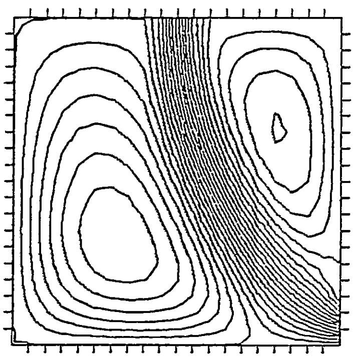


図-3　Case-a（領域A）（従来の方法による）

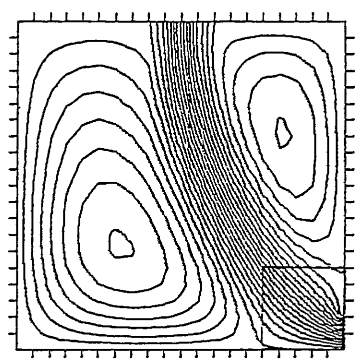
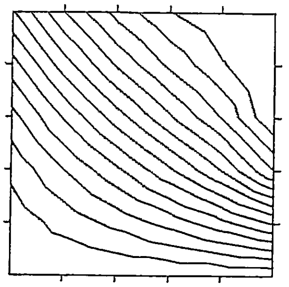
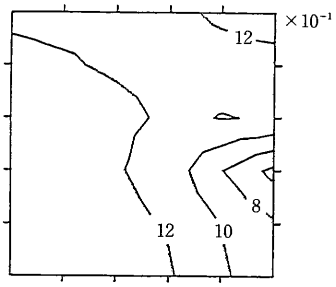


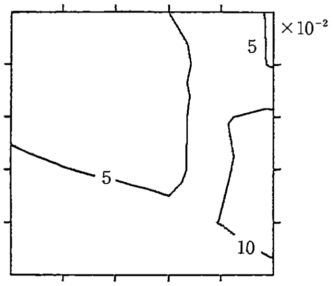
図-4　Case-b（領域A）（解強制置換法による）



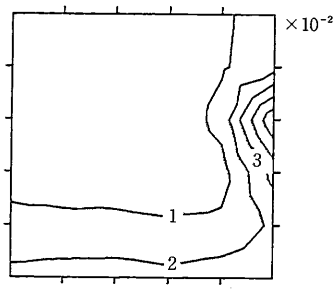
（a）流線



（b）圧力p

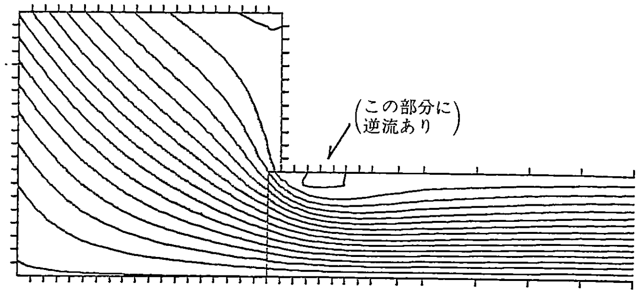


（c）乱流エネルギk

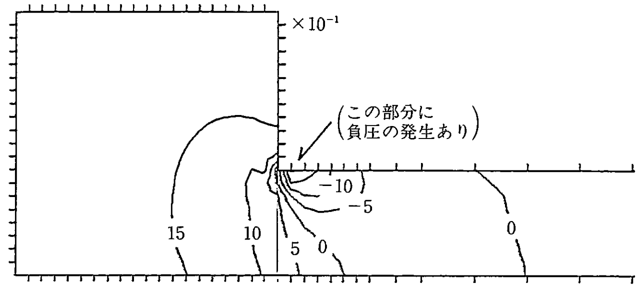


（d）エネルギ散逸ε

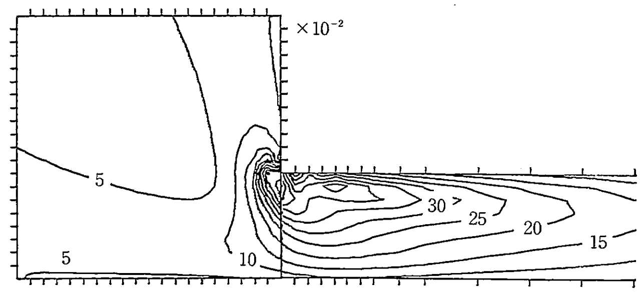
図-5　Case-a（吸込口近傍）



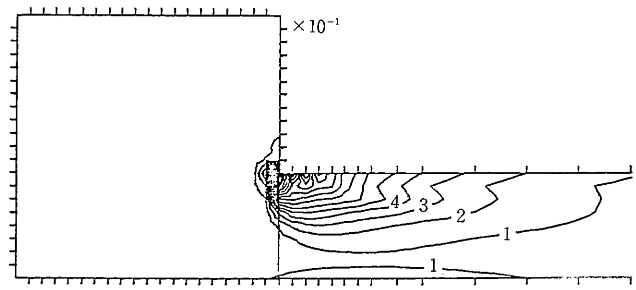
（a）流線



（b）圧力p



（c）乱流エネルギk



（d）エネルギ散逸ε

図-6　Case-b（吸込口近傍）

注1）

$$PVT_{i,j}=[\{J\nu_t(GG)\}_{i,j}+\{J\nu_t(GG)\}_{i+1,j}]/2+[\{J\nu_t(GG)\}_{i,j}+\{J\nu_t(GG)\}_{i-1,j}]/2+[\{J\nu_t(EE)\}_{i,j}+\{J\nu_t(EE)\}_{i,j+1}]/2+[\{J\nu_t(EE)\}_{i,j}+\{J\nu_t(EE)\}_{i,j-1}]/2 \quad (補1)$$

ただし，$GG=\xi_x^2+\xi_y^2$，$EE=\eta_x^2+\eta_y^2$，$CC=\zeta_x^2+\zeta_y^2$

注2）$PVP_{i,j}$は式(補1)に$\nu_t=1$を代入して得られる．