

# LESによる人工的壁面境界条件の構成およびその評価

Development and Estimation of LES using the Artificial Wall Boundary Condition

森 西 洋 平\*・小 林 敏 雄\*  
Youhei MORINISHI and Toshio KOBAYASHI

## 1. は じ め に

人工的壁面境界条件を適用したLES計算はこれまでもDeardorff<sup>1)</sup>, Schumann<sup>2)</sup>, Grötzbach<sup>3)</sup>, Mason & Callen<sup>4)</sup>およびPiomelli<sup>5)</sup>らにより行われている。これらは基本的に対数則速度分布を適用してチャンネル内乱流等を解いたものである。またごく最近の壁面構造のモデルを導入した境界条件<sup>6)</sup>を用いることにより計算結果が改善されることも確認されている。しかしながら、これまでの壁面境界条件では複雑な流れ場への適用は困難である。また、壁面最近傍格子が非常に小さい場合にno-slip条件に帰着しない等の問題点もある。これらの問題点を解決するため、著者らは先に二層モデルによりLESの人工的壁面境界条件を構成した<sup>6),7)</sup>。本論文ではLESの人工的壁面境界条件をより一般的な普遍的速度分布に拡張する手法を構成し、チャンネル内乱流の数値計算により手法の評価を行う。

## 2. 普遍的速度分布による人工的壁面境界条件

より実用的なLESの人工的壁面境界条件として、コントロール・ボリューム型の離散化を適用し、速度の壁面境界条件として壁面摩擦応力を与える手法を採用する。壁面摩擦応力を求める際に普遍的速度分布を仮定し、より複雑な流れ場への適用を可能とする。

一般的に、普遍的速度分布は壁座標 $y^+$ および無次元化速度 $u^+$ の関数として次のように表現される。

$$F(y^+, u^+) = 0 \tag{1}$$

$$y^+ = \frac{u_T \cdot y}{\nu}$$

$y$ : 壁からの距離  $\nu$ : 動粘性係数

$$u^+ = \frac{u}{u_T}$$

$u$ :  $y$ 点の速度  $\tau_w$ : 壁面摩擦応力  $\rho$ : 密度

$$u_T^2 = \frac{\tau_w}{\rho}$$

壁面最近傍速度定義点での $u$ ,  $y$  (図1) および動粘性

\*東京大学生産技術研究所 第2部

係数 $\nu$ が与えられれば、これに対応する $u^+$ ,  $y^+$ ,  $u_T$ あるいは $\tau_w$ いずれかの非線形式として式(1)は変形することができる。ここでは $u_T$ に関する式を構成してみる。壁座標に関する量の定義式を式(1)に代入すると、 $u_T$ に関する非線形式 $G(u_T) = 0$ が構成できる。

$$F(y^+, u^+) = F[y^+(u_T), u^+(u_T)] = G(u_T) = 0 \tag{2}$$

この式はたとえばNewton法のような繰り返し計算法(左肩の $k$ は繰り返しレベル)

$$^{k+1}u_T = ^k u_T - G(u_T) / G'(u_T) \tag{3}$$

により簡単に解くことができる。

普遍的な速度分布としていろいろなモデルが提案されているがここでは二層モデル(対数則+粘性底層)およびSpalding則<sup>8)</sup>を適用してみる。

二層モデル

$$F(y^+, u^+) = u^+ - y^+ = 0 \quad (y^+ \leq y^+c) \tag{4a}$$

$$= u^+ - \frac{1}{\kappa} \cdot \log(y^+) - B = 0 \quad (y^+ > y^+c) \tag{4b}$$

Spalding則

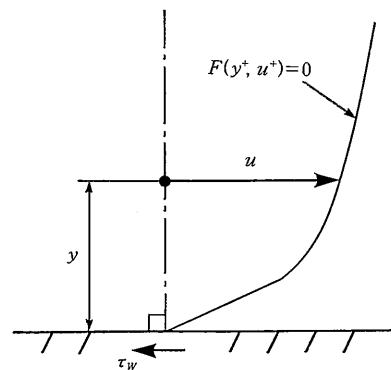


図1 壁面最近傍速度定義点

研 究 速 報

$$F(y^+, u^+) = u^+ - y^+ + e^{-\kappa B} \left[ e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] = 0 \quad (5)$$

上式中の定数として一般に  $\kappa = 0.4$ ,  $B = 5.5$  (このとき  $y^+ c = 11.635$ ) が用いられる。Spalding則は実験結果とほぼ一致するより現実的な速度分布である。二層モデルの2つの曲線はSpalding則の漸近線となっている。

壁面摩擦応力の算出を行う場合、GS速度を平均量と変動量とに分離して考える。

$$\bar{u} = \langle \bar{u} \rangle + \bar{u}'' \quad (6)$$

壁面摩擦応力の平均値は定義により、また変動量には次の仮定を用いる。

$$\frac{\langle \tau_w \rangle}{\rho} = \frac{\nu y^+}{u^+} \frac{\langle \bar{u} \rangle}{y}, \quad \frac{\tau_w''}{\rho} = \frac{\nu y^+}{u^+} \frac{\bar{u}''}{y} \quad (7a), (7b)$$

これらを加えると瞬時のGS壁面摩擦応力は次式のように表現できる。

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \frac{\nu y^+}{u^+} \frac{\bar{u}}{y} \quad (8)$$

### 3. チャンネル内乱流の数値計算による手法の検証

本節ではチャンネル内乱流の数値計算結果を基に人工的壁面境界条件についての考察を行う。ここで行った計算例を表1に示す。計算手法等については文献(6), (9)を参照して頂きたい。RSは格子数  $32 \times 64 \times 40$ 、壁面境界条件としてno-slip条件を用いているResolved simulationである。RS以外の計算例では2節で構成した普遍的速度分布を用いる壁面境界条件を用いている。まず普遍的速度分布を壁座標で仮定して式(2)を解き、主流方向速度の壁方向せん断応力  $\tau_{13,w}$ 、スパン方向速度の壁方向せん断応力  $\tau_{23,w}$  および壁面上の壁方向速度  $\bar{u}_3$  を次のように与える (図2)。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{13,w}}{\rho}(x_1, x_2) &= \frac{\nu y^+}{u^+} \frac{\bar{u}_1(x_1, x_2, y)}{y} \\ \frac{\tau_{23,w}}{\rho}(x_1, x_2) &= \frac{\nu y^+}{u^+} \frac{\bar{u}_2(x_1, x_2, y)}{y} \\ \bar{u}_3(x_1, x_2, \text{wall}) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

まず、Resolved simulationであるRSの計算結果をデータベースとして用い、二層モデルおよびSpalding則による人工的壁面境界条件の予測精度のテストを行う。図3および図4に、RSの計算結果として、主流方向平均速度分布およびGS乱流強度分布を示す。図3中の実線は式(4)の二層モデルおよび式(5)のSpalding則による普遍的速度分布 ( $\kappa = 0.4$ ,  $B = 5.5$ ) である。RSの平均速度分布は  $x_3^+ = 10 \sim 100$  の間でSpalding's lawの分布と多少のずれが見られるものの、その差はあまり大きくない。図4のGS乱流強度の分布にはMoin & Kim<sup>10)</sup> (格子  $64 \times 128 \times 63$ ) およびHoriuti<sup>11)</sup> (格子  $64 \times 64 \times 62$ ) によるLESの計算結果およびKreplin & Eckermann<sup>12)</sup> による実験結果もあわせて示してある。RSによるいずれのGS乱流強度成分の計算結果も実験結果や、より格子の細かいLES計算結果と比較して大きな差は見られない。以上の結果により、RSによるデータベースは信頼できるものであると言える。

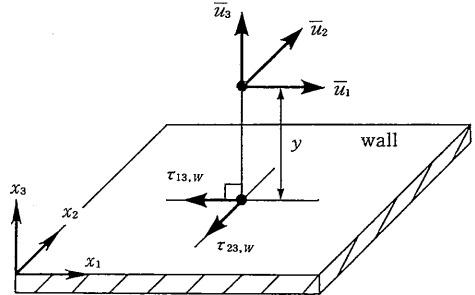


図2 座標系

表1 計算例

| CASE | MESH<br>( $N_1 \times N_2 \times N_3$ ) | $\Delta x_1$ | $\Delta x_2$ | $\Delta x_3$ | SGS model    | Wall B.C                  |
|------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------------------|
| RS   | $32 \times 64 \times 40$                | 3.2D/32      | 1.6D/64      | 0.0021D      | $C_s = 0.10$ | no-slip                   |
| SAL  | $32 \times 32 \times 40$                | 3.2D/32      | 1.6D/32      | 0.0021D      | $C_s = 0.10$ | Spalding's law<br>(Local) |
| SBL  | $32 \times 32 \times 40$                | 3.2D/32      | 1.6D/32      | D/40         | $C_s = 0.10$ | Spalding's law<br>(Local) |
| SCL  | $32 \times 32 \times 20$                | 3.2D/32      | 1.6D/32      | D/20         | $C_s = 0.10$ | Spalding's law<br>(Local) |
| SDL  | $32 \times 32 \times 10$                | 3.2D/32      | 1.6D/32      | D/10         | $C_s = 0.10$ | Spalding's law<br>(Local) |

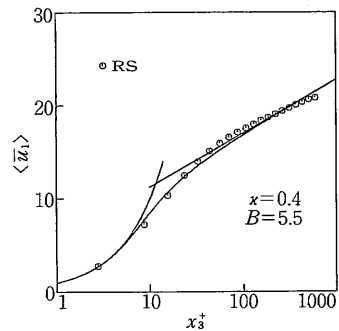


図3 主流方向平均速度分布 (RS)

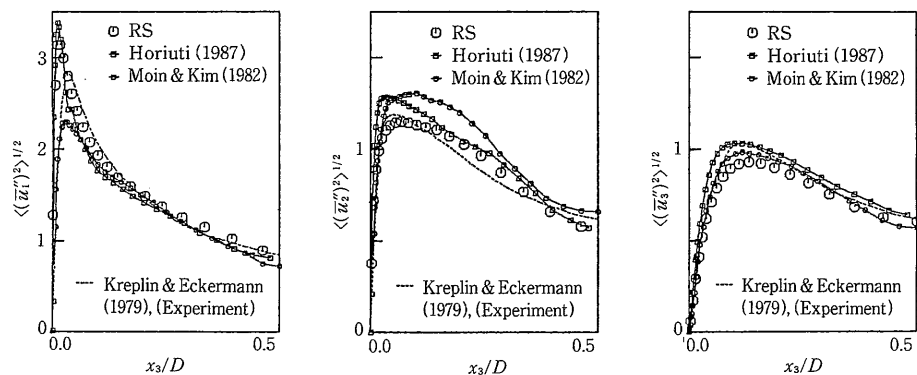


図4 GS乱流強度分布 (RS)

次にRSによるデータベースを用い、2節で構成した壁面境界条件取り扱い手法によりそれぞれの格子点上での速度を用いて壁面摩擦応力を算出し、これらと実際にRSにより算出される壁面摩擦応力とを比較して、主流方向壁面摩擦応力の平均値の比率M.R. [ $\tau_{13}$ ]および、各壁面摩擦応力成分の相関係数C.C.を計算する。図5に、no-slip条件(式(4a)のみ, □印), 対数則(式(4b)のみ, △印)およびSpalding則(式(5), ○印)による人工的壁面境界条件のR.M. [ $\tau_{13}$ ]の結果を示す。

no-slip条件は壁面のごく近傍のみでは良いが,  $x_3^+ = 8.58$ ですでにM.R. [ $\tau_{13}$ ] = 0.826まで下がっている。これより、壁面no-slip条件は粘性底層まで十分に格子を取らなければ使用不可であることがわかる。対数則では壁面のごく近傍でM.R. [ $\tau_{13}$ ]の値が小さく、先のno-slip条件とは逆に、壁座標の小さい領域で壁面摩擦応力が過小評価されてしまうことがわかる。なお,  $x_3^+ = 32.5$ でM.R. [ $\tau_{13}$ ] = 0.95となっており、壁座標が30以上の領域では対数則のみでも適用可能であることが示されている。二層モデル(式(4))はこれら2つの分布の良い部分を用いるものであるが、二層モデルの速度分布とRSの速度分布

との差の大きい部分、つまり粘性底層の分布と対数則分布との交点付近ではせん断応力の平均値の比率M.R. [ $\tau_{13}$ ]が急激に下がる ( $x_3^+ = 15.4$ でM.R. [ $\tau_{13}$ ] = 0.729)。より現実的な速度分布であるSpalding則(式(5))を用いると、この部分における改善が見られる(M.R. [ $\tau_{13}$ ]の最低値は0.911( $x_3^+ = 8.58$ ))。図6に、瞬時局所速度場にSpalding則を適用した場合の、主流方向、スパン方向、および主流方向の変動成分に関する、壁面摩擦応力の相関係数を示す。C.C. [ $\tau_{13}$ ]については壁座標がかなり大きいところでも相関係数が0.9程度と高く、人工的壁面境界条件の予測精度の良いことが示されている。しかしC.C. [ $\tau_{13}$ ]およびC.C. [ $\tau_{13}''$ ]については、壁座標の大きいところで値が低く、あまり粗い格子を用いると変動成分に対する精度の落ちることがわかる。

実際に人工的壁面境界条件を適用した計算例として、図7および図8に、瞬時局所速度場にSpalding則を適用した計算例(SAL, SBL, SCL, SDL)による主流方向平均速度分布およびGS乱流強度の分布を示す。Spalding則によって平均速度分布が壁方向の格子幅にあまり影響されない人工的壁面境界条件が構成できることが示

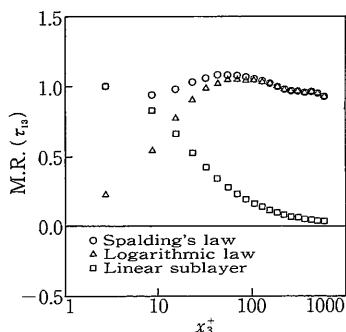


図5 R.M. [ $\tau_{13}$ ]分布

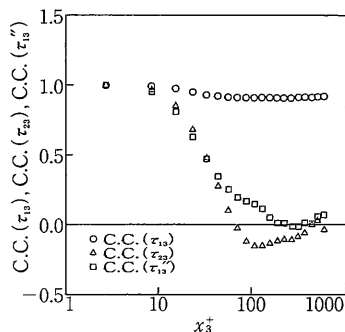


図6 C.C.分布 (Spalding則)

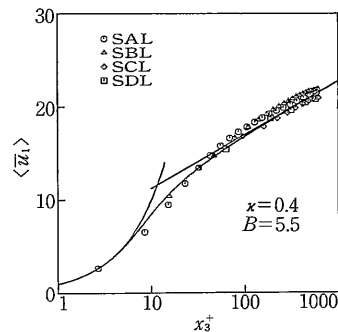


図7 主流方向平均速度分布(Spalding則適用)

## 研究 速 報

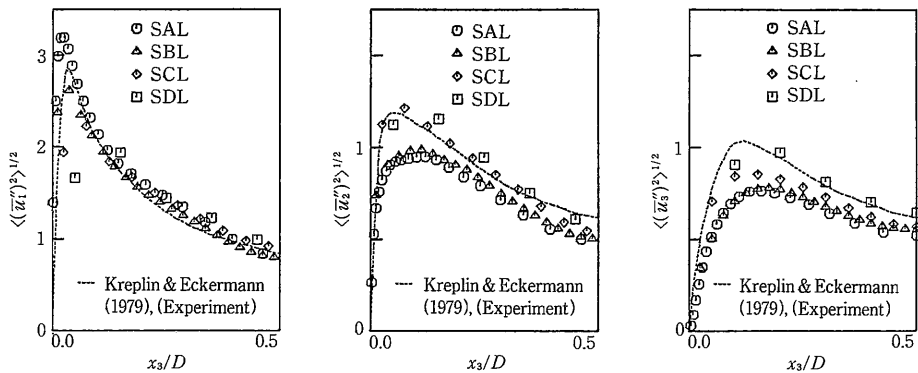


図 8 GS乱流強度分布 (Spalding則適用)

されている。GS乱流強度には壁面近傍において格子解像度の影響が現れている。特に、 $x_1$ 方向成分の乱流強度について壁面最近傍点で格子解像度の影響が大きく現れる。これは乱流強度のピークの値や位置が壁面の乱流構造に関係したものであり、十分な解像度がないと表現できないことによると思われる。しかし、壁面最近傍点以外では格子解像度の影響をあまり受けず、いずれの計算例とも実験結果と同等の値となっている。

## 4. ま と め

複雑形状の流れ場に対して壁面すべり無し条件を課すことを避け計算量を軽減しLESの適用範囲を広げることを目的に、普遍的速度分布による人工的壁面境界条件の構成を行った。この手法は普遍的速度分布(二層モデルあるいはSpalding則等)を仮定し壁面最近傍格子の流れ場の情報(GS速度、格子幅および動粘性係数)を基に壁面摩擦応力を推測し、これを境界条件として与えるものである。この人工的壁面境界条件の妥当性および壁面情報の予測精度を確認するため、チャンネル内乱流の数値計算を行った。

Resolved Simulation (RS) の計算結果をデータベースとした壁面境界条件の予測精度テストでは、no-slip条件は壁座標が非常に小さい領域のみで使用可能、対数則は壁座標が30以上の領域で使用可能であることが示された。no-slip条件および対数則双方の速度分布を合わせた二層モデルでは、二つの速度分布の交点付近で壁面摩擦応力の予測精度が落ち、またより現実的な速度分布であるSpalding則を用いた境界条件では、二層モデルの欠点

も改善されることが示された。また、壁面摩擦応力の変動成分については、あまり粗い格子を用いると予測精度の落ちることが示された。

実際に人工的壁面境界条件を適用したチャンネル内乱流の数値計算では、より現実的な普遍的速度分布であるSpalding則により、平均速度分布が壁面方向の格子解像度にあまり影響されない壁面境界条件を構成できることが示された。GS乱流強度については、壁面のごく近傍のみの領域で壁面方向の格子解像度の影響を受ける。

なお、本研究は科学研究費重点領域研究「数値流体力学」の援助を受けたことを付記する。

(1989年10月25日受理)

## 参 考 文 献

- 1) J.W. Deardorff, J. Fluid Mech. 41, 453 (1970)
- 2) U. Schumann, J. Comp. Phys. 18, 376 (1975)
- 3) G. Grötzbach, Encyclopedia of Fluid Mechanics, vol 6, 1337 (1987)
- 4) P.J. Mason and N.S. Callen, J. Fluid Mech. 162, 439 (1986)
- 5) U. Piomelli, J. Fertiger and P. Moin, Phys. Fluids A1 (6), 1061 (1989)
- 6) 森西, 小林, 機論 (B編) 55-511, 615 (1989)
- 7) 森西, 小林, 生産研究 41-1, 72 (1989)
- 8) F.M. White, Viscous Fluid Flow (McGraw-Hill, Inc New York, NY) 468-505 (1974)
- 9) 森西, 小林, 生産研究 41-1, 76 (1989)
- 10) P. Moin and J. Kim, J. Fluid Mech. 188, 341 (1982)
- 11) K. Horiyuti, J. Comp. Phys. 71, 343 (1987)
- 12) H-P. Kreplin and H. Eckermann, Phys. Fluids 22 (7), 1233 (1979)