

温度フラックスに局所平衡型のWETモデルを用いた $k-\epsilon$ モデルによる非等温室内気流の数値解析

Study on Buoyancy Effected Room Airflow by $k-\epsilon$ Model Simulation
with Local Equilibrium Type WET Heat Flux Modeling

村 上 周 三*・加 藤 信 介**・永 野 紳 一 郎***
Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO and Shin-ichiro NAGANO

1. は じ め に

筆者らはこれまでに、等温^{1,2)}ならびに非等温の室内気流^{3,4)}の解析に関して、 $k-\epsilon$ 型2方程式乱流モデルによる数値解析の有効性を確認してきている。しかしながら非等温の解析に用いられている乱れによる温度フラックス $\overline{u_i\theta}$ の勾配輸送近似モデル(EVM)は、その精度に関して異論が多い⁵⁾。これに対して勾配輸送近似モデルを用いずに $\overline{u_i\theta}$ 自身の輸送方程式を解く優れたモデルとして応力方程式(DSM)および代数応力方程式(ASM)⁶⁾がある。しかし、これらは方程式系とそれに付随する決定すべき経験定数が多いことから取り扱いの簡便さの点で $k-\epsilon$ モデルよりも劣ると考えられる。このため $k-\epsilon$ モデルを主体として、勾配輸送近似仮定よりも精度を向上させた $\overline{u_i\theta}$ のモデルが求められている⁷⁾。これに関して、本報では $\overline{u_i\theta}$ の高精度近似モデルとしてLauderの提案によるWETモデルを修正したモデルを用いた $k-\epsilon$ モデルによる数値解析手法を検討したので報告する⁸⁾。

2. 温度フラックスの高精度近似モデル (局所平衡型WETモデル)

表1に導出過程を示す。これは、温度フラックス $\overline{u_i\theta}$ の輸送方程式で局所平衡状態を仮定し、さらにDSM, ASMモデルで用いられる変動圧力相関項の近似モデルを用いて導出している。もともとLauderは温度フラックス等セカンドモーメント輸送方程式の生産項の重要性に着目し、この項のみを取り出してWETモデル⁷⁾の概念を提案している⁸⁾。したがって今回提案した局所平衡型WETモデルとLauderのオリジナルのWETモデルでは数値定数等に若干の違いがある。

3. 解 析 概 要

解析対象は2次元であり図1に示す。メッシュ分割は40×40の均等分割メッシュを用いる。基礎方程式は表2、境界条件は一般化対数則による壁法則を用いるもので文

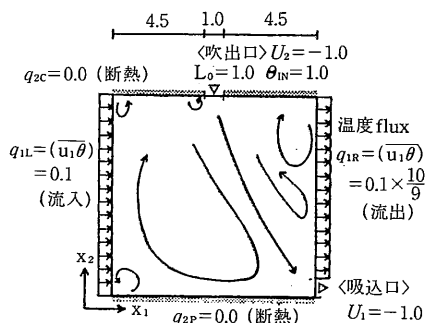


図1 計算対象流れ場(2次元)

献⁸⁾と同様である。壁面における $\overline{u_i\theta}$ の境界条件は、検討の第一段階として温度フラックスを一定値として与えている。諸量は吹出口幅 L_0 、吹出風速 U_0 および壁面流入温度フラックス $\overline{u_i\theta}$ を用いて無次元化して示している⁸⁾。検討種類は表3に示す。

4. 解 析 結 果

比較のため $\overline{u_i\theta}$ の近似に通常のエVM(渦拡散モデル; 表1(5)式)のみを用いた $k-\epsilon$ モデルの結果をあわせて示す。WETによる結果は表1(7)式の第1項のみを考慮するものをWET1、第2項までを考慮するものをWET2として示す。第3項である温度相関項までを含めたWET3は、温度相関項のモデル化に問題があり、解が発散するため十分な検討を行っていない⁸⁾。

4.1 流線(図2): EVM, WET1, WET2の順に左側の大きな循環渦の強さが強くなっている。これは以下に述べる浮力効果の評価の差に基づくものと考えられる。全体的な様相に大きな差異は見られない。

4.2 Θ (図3): 加熱壁側の特に天井付近における温度勾配がEVM, WET1, WET2の順に大きくなっている。無次元温度の3.0のラインを見るとWET1によるものが一番よく発達している。

4.3 $\overline{u_i\theta}$ (図4): 水平方向(X_1 方向)の温度フラックスの値の分布は加熱壁および冷却壁ともにEVM,

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター

**東京大学生産技術研究所 第5部

***フジタ工業(株)(元民間等共同研究員)

研 究 速 報

表 1 局所平衡型のWETモデルの導出

温度フラックス $\overline{u_i \theta}$ の輸送方程式は次式で与えられる (分子拡散項は省略している)⁵⁾。

$$\frac{D\overline{u_i \theta}}{Dt} = D_{i\theta} - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \theta}{\partial X_k} + \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \overline{\theta^2 g_i \beta} \right) + \frac{P'}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial X_i} \quad (1)$$

定常状態の(1)式において局所的に移流拡散が無視できると仮定すれば左辺の実質微分項および右辺第1項 ($D_{i\theta}$ は $\overline{u_i \theta}$ の拡散項) は消え, 生産項(右辺第2~4項)と圧力・温度勾配相関項(右辺第5項)が釣り合う。DSM, ASMと同様に右辺第5項の圧力・温度勾配相関項を次式で近似する⁵⁾。

$$\frac{P'}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial X_i} = -C_{i\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{i\theta 2} \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + C_{i\theta 3} \overline{\theta^2 g_i \beta} + \Phi_{i\theta} \quad (2)$$

(2)式において右辺第1項: Rotta項, 第2, 3項: Rapid項, 第4項: Wall Reflection項と呼ばれる。
(2)式第4項は無視して, (2)式を(1)式に代入し, $\overline{u_i \theta}$ に関して整理すると,

$$\overline{u_i \theta} = -\frac{k}{\varepsilon} \left[C_{\theta 1} \overline{u_i u_k} \frac{\partial \theta}{\partial X_k} + C_{\theta 2} \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + C_{\theta 3} \overline{\theta^2 g_i \beta} \right] \quad (3)$$

これが $\overline{u_i \theta}$ の高精度近似モデル(WETモデル)の原形である。
 k - ε モデルによる方程式系をcloseさせるために(3)式の各項は次のように近似する。

・第1項の $\overline{u_i u_k}$ はEVMを用いる。

$$\overline{u_i u_k} = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ik} k \quad (4)$$

・第2項の $\overline{u_k \theta}$ はEVMを用いる。

$$\overline{u_k \theta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \theta}{\partial X_k} \quad (5)$$

・第3項では $\overline{\theta^2}$ の近似が問題となる。今回は $\overline{\theta^2}$ の輸送方程式について, 移流拡散のない局所平衡状態を考える⁵⁾。

$$\overline{\theta^2} = -C_{\theta 4} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k \theta} \frac{\partial \theta}{\partial X_k} \quad (6)$$

(6)式の $\overline{u_k \theta}$ はEVMを用いる。

したがって今回の $\overline{u_i \theta}$ のWETモデルは次式で与えられる。

$$\overline{u_i \theta}(\text{WET}) = -\frac{k}{\varepsilon} \left[C_{\theta 1} \overline{u_i u_k}(\text{EVM}) \frac{\partial \theta}{\partial X_k} + C_{\theta 2} \overline{u_k \theta}(\text{EVM}) \frac{\partial U_i}{\partial X_k} - C_{\theta 4} C_{\theta 4} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k \theta}(\text{EVM}) \frac{\partial \theta}{\partial X_k} g_i \beta \right] \quad (7)$$

表 2 基礎方程式 (k, ε および θ の方程式)

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right\} + P_k + G_k - \varepsilon \quad (8) \quad P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (9)$$

$$G_k = -\overline{u_i \theta} g_i \beta \text{ (WETモデル)} \text{ or } \frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \theta}{\partial X_i} g_i \beta \text{ (EVM)} \quad (10)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right\} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P_k + C_3 G_k) - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11) \quad \frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_j} (-\overline{u_i \theta}) \quad (13) \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (14)$$

$$C_3 = 1.0 (G_k > 0) \text{ or } 0.0 (G_k \leq 0) \text{ (Viollet model)} \quad (12) \quad C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3$$

表 3 検討種類

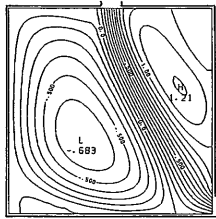
$\overline{u_i \theta}$ の近似方法	備 考
EVM	EVMのみによる近似
WET1	(7)式第1項のみによる近似*1
WET2	(7)式第2項までによる近似
WET3	(7)式第3項までを含めた近似→発散 ⁵⁾

*1 $\overline{u_i \theta}$ のGGDH (Generalized gradient diffusion hypothesis)表現とも見なせる⁹⁾。この場合にのみ $C_{\theta 1} = 0.15$ とする。

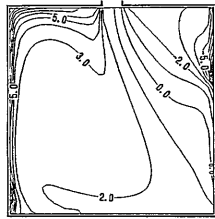
数値定数 ⁵⁾	記 号
$C_{i\theta 1} = 3.0$	U_i : i 方向の平均速度
$C_{i\theta 2} = 0.5$	u_i : i 方向速度の変動成分
$C_{i\theta 3} = 0.3$	P' : 圧力の変動成分
$C_{\theta 1} = 0.15$ (WET1)	θ : 平均温度
$C_{\theta 1} = 0.25$ (WET2,3)	θ : 温度の変動成分
$C_{\theta 2} = 0.25$	k : 乱流エネルギー
$C_{\theta 3} = 0.25$	ε : k の散逸率
$C_{\theta 4} = 1.6$	ν_t : 渦動粘性係数
$\sigma_\theta = 1.0$	g_i : i 方向の重力加速度 (ここでは g_2 に負の加速度)
	β : 体積膨張率 (1/300)
	G_k : 浮力による乱れの生産項
	δ_{ij} : クロネッカーデルタは平均操作を意味する

WET1, WET2の順に大きくなっており, 特に冷却壁側においてその差が大きくなる。天井および床の断熱面ではWETモデルのほうがEVMよりもやや高い値を示す。

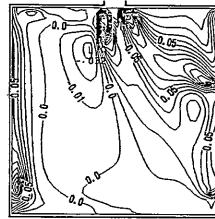
4.4 $\overline{u_2 \theta}$ (図5): 鉛直方向 (X_2 方向) の温度フラックス $\overline{u_2 \theta}$ は $\overline{u_i \theta}$ と同様にEVM, WET1, WET2の順に大きくなる。吹出し口付近のメインシャー ($\partial U_2 / \partial X_1$) の大きい領域および両壁面近傍の温度勾配の生じる領域でその



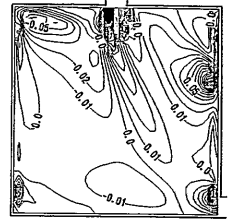
(a) EVM



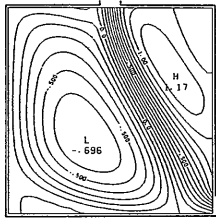
(a) EVM



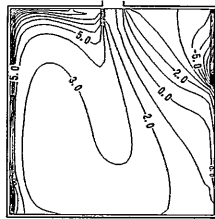
(a) EVM



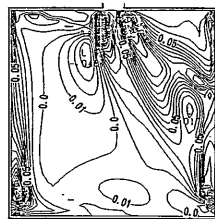
(a) EVM



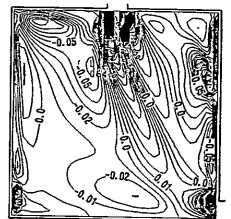
(b) WET 1



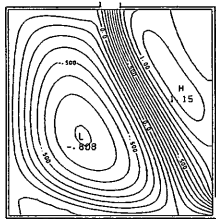
(b) WET 1



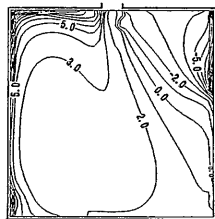
(b) WET 1



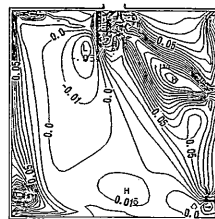
(b) WET 1



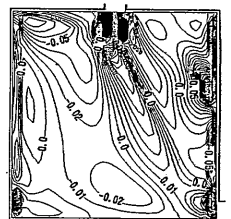
(c) WET 2



(c) WET 2 (無次元)



(c) WET 2 (無次元)



(c) WET 2 (無次元)

図2 流線の比較

図3 温度 θ の比較

図4 $u_1\theta$ の比較

図5 $u_2\theta$ の比較

差が大きく、EVMとWETモデルとの差異が顕著に現れている。これはWETモデルの適用によりEVMでは評価しえなかった速度温度相関項と速度勾配による寄与分を考慮したことによる結果である。

4.5 $-G_k/P_k$ (図6) : 加熱壁・冷却壁近傍において G_k , P_k の両者とも値は小さいが、WET2の $-G_k/P_k$ のレベルは10以上の領域が現れ、EVMに比べて顕著に大きい。これはWETにおいて浮力による乱れの生産がEVMに比べてより正確に表現された結果と考えられる。

4.6 乱流エネルギー k (図7) : EVMとWET2ではほぼ類似しており室中央などでは G_k による影響はほとんど現れていない。

5. ま と め

2次元の室内空間を対象として、 $u_i\theta$ に局所平衡WETモデルを用いた非等温 $k-\epsilon$ モデルの検討を行った。このモデルは温度フラックス $u_i\theta$ や浮力による k の生産項 G_k をより精度良く表現しており、勾配輸送近似モデルを用いたフラックスモデルに比べて $u_i\theta$ や G_k を顕著に大きく評価している。これらの結果はASM⁹⁾のそれに近く、

WETモデルは従来の勾配輸送近似モデルに比べて格段に精度が向上したものと考えられる。さらにこの局所平衡WETモデルを用いた温度フラックス高精度近似 $k-\epsilon$ モデルは簡便さの点でASMより優れているため、今後の改良・検討により、より適用性の広いモデルとなることが期待できる。
(1989年11月16日受理)

注1) 浮力が働く流れ場では、浮力が乱れ(特に乱れによる拡散輸送)に及ぼす結果は二通りある。一つは平均運動方程式中に現れる時間平均された温度による $g_i\beta\Delta\theta$ の項である。これは平均速度場(変型速度)に影響を与えてシアーによる k 等の生産項を通じて間接的に u_iu_j や $u_i\theta$ 等の乱れ成分に寄与する。いま一つは k や ϵ の乱れの統計量の方程式中に現れる温度変動成分による浮力の効果であり、 k の生産項 $G_k(-u_i\theta g_i\beta)$ として直接乱れの生産に寄与するものである。後者は直接乱れによる運動量や熱流の拡散に影響を与え、浮力の働く流れ場の乱れ性状に対し重要な役割を持つ。特にシアーによる乱れの生産 P_k に比べて G_k による乱れの生産が重要となる自然対流場のシミュレーションでこれが重要となる¹⁰⁾。

参考図に示すような垂直加熱壁の対流熱伝達を考える。 X_1 方向の熱伝達 $u_1\theta$ を正確にシミュレートするためには、ここで

研 究 速 報

の ν_r , k , $\overline{u_1^2}$ 等の乱れ成分, そしてさかのぼればその生産過程まで正確にシミュレートする必要がある。ここで浮力による乱れの生産は重力と同じ方向の $\overline{u_2\theta}$ のみが寄与する。 $\overline{u_2\theta}$ に関する輸送方程式 (表 1 (1) 式) を考えれば明らかなように $\overline{u_2\theta}$ には X_2 方向の平均温度勾配 $\partial\theta/\partial X_2$ のほか, 多くの要素, 特に $\partial U_2/\partial X_1$ 等が影響を与える。しかしこれを勾配輸送のみで近似した場合, 浮力による乱れの生産は X_2 方向平均温度の勾配 $\partial\theta/\partial X_2$ のみしか反映されない。 X_2 方向の平均温度勾配が小さい場合, たとえば壁面付近の温度が一定の場合など $\partial\theta/\partial X_2 \approx 0$ すなわち $\overline{u_2\theta} \approx 0$ とされ, 浮力による乱れの生産が過小評価されてしまう。これは結局, k および ν_r を小さく評価し壁から室内へ伝達される X_1 方向の熱伝達 $\overline{u_1\theta}$ を正しくシミュレートすることを不可能にしてしまうだろう。

注2) 浮力が働く流れ場の異方性に着目して同様の考え方を導入した相良¹¹⁾や倉淵¹²⁾によるモデルも提案されている。

注3) Launder は $\overline{u_1\theta}$ 等乱れの統計量のレベル (Wealth) がその生産項 (Earning) に乱れの時間スケールを乗じたものでほぼ近似できるとした説明用のモデルに対し, この命名を行った。これは財産 (Wealth) はほぼ収入 (Earning) に時間 (Time) をかけたものに比例するという比喻によっている。

注4) 今回の解析では, これらの代表量で無次元して得られる数値を, (壁面からの温度フラックスによる浮力)/(吹出しの慣性力) $= g\beta(\overline{u_1\theta}/U_0)/(U_0^2/L_0) = 1/3000$ とした。この数値はほぼ吹出風速を 1 m/s, 吹出口幅 0.1 m, 温度フラックス 0.1 °C m/s (108 kcal/hm²), $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\beta = 1/300$ とする場合に対応する。

注5) 表 1 (7) 式第 3 項を付加すると発散し, 解が得られない。その理由として以下のように $\overline{\theta^2}$ のモデル化に問題があると考えられる。 $\overline{\theta^2}$ のモデル化には EVM が用いられている。表 1 (6) 式の $\overline{u_k\theta}$ を EVM で近似すると $\overline{\theta^2}$ は次式で与えられる。

$$\overline{\theta^2} = -C_{\theta 4} \frac{k}{\epsilon} \frac{\overline{u_k\theta}}{\sigma_\theta} \frac{\partial\theta}{\partial X_k} = \frac{C_{\theta 4} C_{\mu}}{\sigma_\theta} \frac{k^3}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial\theta}{\partial X_k}\right)^2 \quad (15)$$

すなわち表 1 (3) 式から $\overline{u_i\theta}$ (WET₁) の第 3 項は

$$-C_{\theta 3} \frac{k}{\epsilon} \overline{\theta^2} g_i \beta = -\frac{C_{\theta 3} C_{\theta 4} C_{\mu}}{\sigma_\theta} \frac{k^4}{\epsilon^3} \beta \left(\frac{\partial\theta}{\partial X_k}\right)^2 g_i \beta \quad (16)$$

と評価される。(16) 式は重力方向に温度勾配が生じれば, 温度勾配の正負にかかわらず $\overline{u_i\theta}$ が重力と逆方向に温度勾配の 2 乗に比例して生じることを意味する。

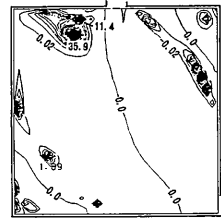
次に平均温度 θ の輸送方程式 (表 2 (13) 式) において $\overline{\theta^2}$ に係る項の重力方向 (添字を 2 方向とする $g_2 \neq 0$) の拡散を考える。

$$\frac{\partial}{\partial X_2} (-\overline{u_2\theta}) = \frac{\partial}{\partial X_2} \left(\frac{C_{\theta 3} C_{\theta 4} C_{\mu}}{\sigma_\theta} \frac{k^4}{\epsilon^3} \beta \frac{\partial\theta}{\partial X_2} g_2 \right) \frac{\partial\theta}{\partial X_2} \quad (17)$$

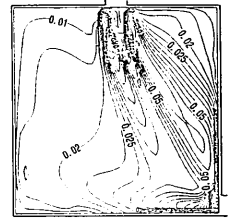
(17) 式のカッコ内は拡散係数に相当する。ここで g_2 (ここでは負としている) と $\partial\theta/\partial X_2$ が逆符号 (流れ場が安定) であれば負の拡散を意味する。実際にはこのような負の拡散効果は $\overline{u_k\theta}$ が温度成層により小さくなるので, それに伴って $\overline{\theta^2}$ も小さくなり減少する。しかし, EVM により (15)~(17) 式のモデル化を行うとこの効果を正しく表現させることができなくなる。すなわち, 流れ場が安定であればこの温度勾配をどんどん助長する方向のヒートフラックスが働き θ の輸送方程式を安定して解くことを困難とする。

参 考 文 献

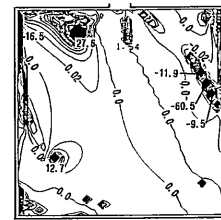
1) 村上, 加藤, 須山: 空気調和・衛生工学会論文集, No.



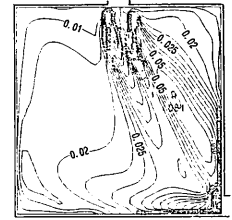
(a) EVM



(a) EVM

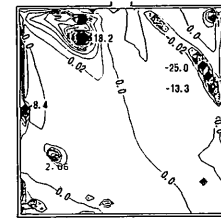


(b) WET 1



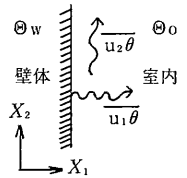
(b) WET 2 (無次元)

図 7 k の比較



(c) WET 2 (無次元)

図 6 $-G_r/P_k$ の比較



参考図

37, p37-48, 1988. 6
 2) 永野, 村上, 加藤: 建築学会大会 (環境工学), p395-396, 1985
 3) 中川, 村上, 加藤: 建築学会大会 (環境工学), p763-764, 1988
 4) 村上, 加藤, 永野: 生産研究, vol. 40, No. 12, p28-31, 1988.12
 5) 村上, 加藤, 近藤: 生産研究, vol. 41, No. 1, p11-20, 1989. 1
 6) 永野, 村上, 加藤: 建築学会大会 (環境工学), p475-476, 1989
 7) Launder: J. of Heat Transfer, Trans. of the ASME, vol. 110, p1112-1128, 1989. 11
 8) 近藤, 村上, 加藤: 建築学会大会 (環境工学), p473-474, 1989
 9) 村上, 加藤, 近藤: 生産研究, vol. 40, No. 6, p15-24, 1988. 6
 10) Launder: 生産研究, vol. 41, No. 6, 1989. 6
 11) 相良: 建築学会大会 (計画系), p245-246, 1980
 12) 倉淵: 建築学会大会 (環境工学), p1039-1040, 1987