

発泡スチロールブロック集合体の動的安定性に関する基礎的研究 (その 2)

— 数値シミュレーション —

Fundamental Study on Dynamic Stability of Expanded Polystyrol Block Structures · Part 2
— Numerical Simulation —

都 井 裕*・芝野 亘 浩*・田村 重四郎**・小長井 一 男**

Yutaka TOI, Nobuhiro SHIBANO, Choshiro TAMURA and Kazuo KONAGAI

1. 序

EPS土木工法は、大型の発泡スチロール (Expanded Polystyrol, 以下EPSと略す) ブロック積層体を盛土材料として利用する工法であり、材料の超軽量性、耐圧縮性および積層した場合の自立性などにおいて優れた工法とされている。

地震多発国であるわが国においてEPS工法を適用する際には、地震時の動的安定性の確保が重要な課題である。EPS工法は、諸外国においても、地震多発地帯における施工実績をもたないため、これを検討するためには、モデル実験あるいは数値シミュレーション手法に頼らざるをえない。

モデル実験を通じてEPSブロック構造体の動的安定性を検討した第1報¹⁾に続いて、本報告では、2次元EPSブロック構造体の地震時動的安定性評価のための数値シミュレーションプログラムを開発し、第1報で示された実験結果との比較によりその有効性を検討する。

2. EPSブロック集合体の数値シミュレーション手法

2.1 シミュレーションモデル

本研究では、数値シミュレーションのための離散化モデルとして、2次元剛体・ばねモデル²⁾ (the Rigid Bodies-Spring Models) を用いた。この離散化モデルは、互いの相対変位に抵抗する垂直ばねおよびせん断ばねで結合された剛体要素より成る物理モデルであり、これらのばね定数を適当にコントロールすることにより、材料非線形性、接触/非接触および摩擦すべりなどを伴う強非線形現象のシミュレーションに容易に応用することができる。また、要素を結合するばね定数は隣接要素の弾性剛性を反映・表現しており、動的接触問題の有限要素解析においてしばしば用いられるペナルティ法、ギャップ要素法において見られるような、要素境界にお

いて人工的に仮定された高剛性に起因する数値的問題を回避することができる。したがって、本研究で対象としているような、互いに分離した有限個のブロックから成る構造体の動的非線形挙動の解析には、極めて好都合なシミュレーションモデルといえよう。

2.2 2次元有限変形問題に対する定式化

元々の2次元剛体・ばねモデルは三角形剛体要素を仮定していたが²⁾、本研究対象であるEPSブロックは直方体であり、2次元解析の場合は長方形要素を用いるのが便利である。したがって、図1に示すような長方形剛体要素を想定し、定式化を進める。これらの隣接剛体要素はその接触面において、連続的に分布した垂直ばね (k_n) およびせん断ばね (k_t) により結合されていると仮定する。

有限変位を伴う剛体・ばねモデルの定式化手順、特に Total Lagrangian Formulation による定式化は文献³⁾ などにおいて確立されており、ここでも同様の手順により、図1の長方形要素に対する諸関係式を誘導する。

剛体要素A上の任意点 (x_A, y_A) における要素座標系を参照した変位 (u_A, v_A) は、剛体要素重心点の並進変位成分 (u_C^A, v_C^A) と回転変位成分 θ_C^A を用いて、次式のように表現される。

$$u_A = u_C^A - (y_A - y_C^A) \theta_C^A - (x_A - x_C^A) (\theta_C^A)^2 / 2 \tag{1a}$$

$$v_A = v_C^A + (x_A - x_C^A) \theta_C^A - (y_A - y_C^A) (\theta_C^A)^2 / 2 \tag{1b}$$

接触面上の任意点Pにおける変形後の法線方向および接線方向の並進相対変位成分 (δ_n, δ_t) は、次式のように計算される。

$$\delta_t = \{ l_x^B (u_B)_P + m_x^B (v_B)_P \} - \{ l_x^A (u_A)_P + m_x^A (v_A)_P \} \tag{2a}$$

$$\delta_n = \{ l_y^B (u_B)_P + m_y^B (v_B)_P \} - \{ l_y^A (u_A)_P + m_y^A (v_A)_P \} \tag{2b}$$

ここに、(l_x^A, m_x^A) は要素境界座標軸 x' 軸の要素座標軸 x_A および y_A に対する方向余弦、($u_A)_P$ および ($v_A)_P$ は要素

*東京大学生産技術研究所 第2部

**東京大学生産技術研究所 第1部

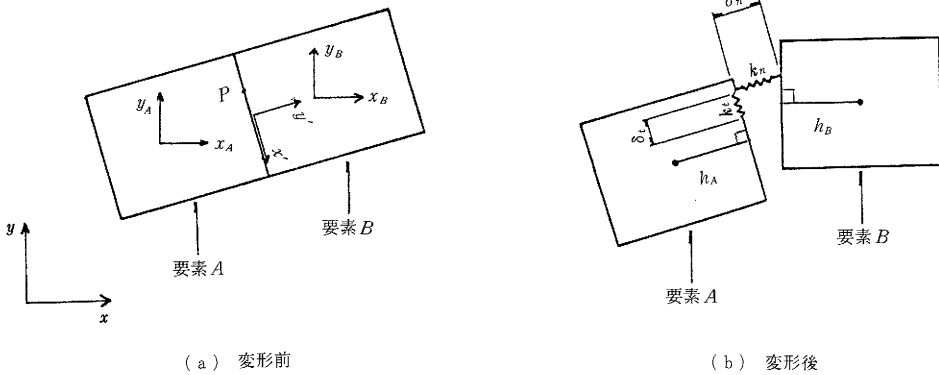


図1 剛体・ばねモデル(2次元長方形要素)

Aの点Pにおける変位であり、他の成分も同様に定義されている。

(2)式の相対変位成分を増分形に変換し、(1)式を代入すると、最終的に次式を得る。

$$\{\Delta d^*\} = \{\Delta d(\text{linear})\} + \{\overline{\Delta d}(\text{nonlinear})\} \quad (3a)$$

$$= [B]\{\Delta u_e\} + \{\overline{\Delta d}(\text{nonlinear})\} \quad (3b)$$

ここに、 $\{\Delta u_e\}$ は重心点変位増分ベクトル、 $[B]$ はひずみ・変位マトリックスである。

応力増分ベクトル $\{\Delta S\}$ と相対変位増分の線形項 $\{\Delta d\}$ は、応力・ひずみマトリックス $[D]$ を介して次式の関係にある。

$$\{\Delta S\} = [D]\{\Delta d\} \quad (4)$$

以上の関係式を増分形仮想仕事式

$$\int \{\Delta S\}^t \{\delta \Delta d\} dA + \int \{S\}^t \{\overline{\delta \Delta d}(\text{nonlinear})\} dA = \{\delta \Delta u_e\}^t \{\Delta f\} + (\{\delta \Delta u_e\}^t \{f\} - \int \{S\}^t \{\delta \Delta d\} dA) \quad (5)$$

に代入し整理すれば、次の形の増分形剛性方程式を得る。

$$([k] + [k_c])\{\Delta u_e\} = \{\Delta f\} + \{f_r\} \quad (6)$$

ここに

$$[k] = \int [B]^t [D] [B] dA \quad (7a)$$

$$[k_c] = \int ([k_c(\tau)] + [k_c(\sigma)]) dA \quad (7b)$$

$$\{f_r\} = \{f\} - \int [B]^t \{S\} dA \quad (7c)$$

である。(5)式および(7)式における積分範囲は隣接要素境界面であり、この積分は、適当な数の積分点を設け(各積分点ごとに前述の2種類のばねが挿入されていると考えることができる)、数値的に計算されることを付記しておく。

さらに、慣性項を加えて全体構造系に対する全体座標系表示の運動方程式を書き下せば、以下のようになる。

$$[M]\{\Delta \ddot{u}\} + [K]\{\Delta u\} = \{\Delta F(t)\} \quad (8)$$

この式をNewmarkの β 法(本研究では $\beta=1/4$ の無条件安定公式を用いている)などを用いて直接時間積分する

ことにより、剛体・ばねモデルにより離散化されたEPSブロック集合体の動的応答シミュレーションが可能となる。

2.3 ばね定数

剛体要素間に非接触(はく離)あるいはすべりが発生しない場合のばね定数は、単に隣接要素の弾性剛性の反映であり、以下のように決定される。すなわち、相対変位成分 (δ_n, δ_t) に対応するひずみ成分 (γ_n, ϵ_n) を次のように近似する。

$$\gamma_t = \delta_t / (h_A + h_B) \quad (9a)$$

$$\epsilon_n = \delta_n / (h_A + h_B) \quad (9b)$$

ここに h_A, h_B は接触面と要素重心との距離である(図1を参照)。

平面ひずみ状態の等方弾性体においては、垂直応力の1成分を零と置けば、応力とひずみの間に次の関係がある。

$$\tau = E\gamma_t / 2(1+\nu) \quad (10a)$$

$$\sigma = (1-\nu)E\epsilon_n / (1-2\nu)(1+\nu) \quad (10b)$$

(9)式を(10)式に代入すれば、垂直ばね定数 (k_n) およびせん断ばね定数 (k_t) として次式を得る。

$$k_t = E/2(1+\nu)(h_A + h_B) \quad (11a)$$

$$k_n = (1-\nu)E/(1-2\nu)(1+\nu)(h_A + h_B) \quad (11b)$$

非接触および摩擦すべりを含めて考えると隣接ブロック間を結合するばねには次の3種類の力学的状態が想定される。①接触しておりすべりを伴わない固着状態、②接触しているがすべっている摩擦すべり状態③互いに分離している非接触状態。これらの3種類の状態の判別式およびその時のばね定数値について以下にまとめて示す。

①固着状態： $\delta_n < 0$ かつ $\tau < \mu\sigma \rightarrow$

k_t は(11a)式の値、 k_n は(11b)式の値

②摩擦すべり状態： $\delta_n < 0$ かつ $\tau \geq \mu\sigma \rightarrow$

$k_t = 0$ 、 k_n は(11b)式の値

③非接触状態： $\delta_n > 0 \rightarrow k_t = 0, k_n = 0$

以上の方法により、要素境界面の各ばね定数を増分段階ごとにコントロールすることにより、非接触および摩擦すべりを考慮したシミュレーションが行える。

3. EPSブロック集合体の数値シミュレーション結果

3.1 解析モデル

第1報で述べられた実験結果の一部に対するシミュレーション計算を実施した。すなわち、図2に示すような、180×90×40(cm)の寸法を有するEPSブロックを3層に水平積みした構造体を、鉛袋による上載荷重下で、振幅0.1cmの正弦波により水平方向に加振した場合の動的応答をシミュレートした。最上段および最下段のEPSブロックはそれぞれ、載荷板(厚さ140(mm))および支持台と接着剤により完全に固着しているが、EPSブロック相互の接触面では非接触(口開き)あるいはすべりが生じうる。

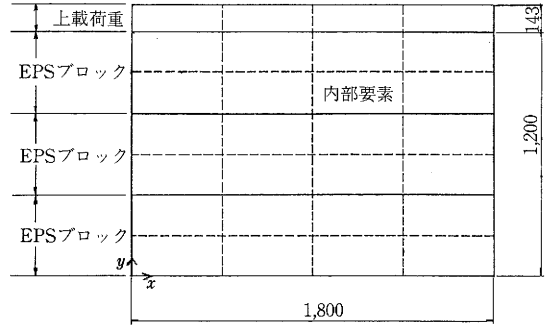
各EPSブロックの弾性変形がほとんど無視できる場合は各ブロックを1剛体要素としてモデル化し解析することも可能であるが、本例題では上載荷重の程度および最上段、最下段のブロックが固着されていることから、各ブロックを剛体と仮定することは困難と判断し、各ブロックの弾性変形を考慮するために、それぞれのブロックを図3に示すように8内部要素に分割し、これに対応して載荷板についても4内部要素に分割した。当然のことながら、内部要素間においては非接触、すべりなどは考慮されず、各ブロック自体は連続体として扱われる。

上載荷重である鉛袋の重量は、載荷板の重量として考慮しており、その重量値に関し、表1に示す4ケースの数値計算を実施した。

計算に用いた諸定数値は以下のとおりである。すなわち、EPSブロックについては、密度 $\rho=0.02(\text{g}/\text{cm}^3)$ 、ヤング率 $E=100(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ 、ポアソン比 $\nu=0.1$ 、摩擦係数 $\mu=0.6$ 、載荷板についてはヤング率 $E=90 \times 10^3(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ と仮定した。また、時間増分値については、クーランの条件から定まる値に対し、3程度の安全率を見込んだ値を用いた(表1参照)。

3.2 固有振動解析結果

時刻歴応答解析に先立ち、共振周波数の大体の値を知るために固有値解析を実施し、計算された1次の固有周波数値を実験で計測された共振周波数値と比較した。表2からわかるように、本計算結果は総体的に実験値と極めて良好に対応している。上載荷重が軽くなるに従い、計算値と実験値の差が若干拡大し、計算値が実験値より高めの値を与えていることは、次のように説明されると思われる。すなわち、上載荷重が軽くなると、ブロック



(単位:mm)

図2 解析モデル

表1 計算ケース

ケース名称	上載荷重(kgf)	時間増分(sec)
CASE-0	80	1×10^{-5}
CASE-1	430	2×10^{-5}
CASE-2	780	3×10^{-5}
CASE-4	1480	4×10^{-5}

表2 固有振動解析結果(単位:Hz)

ケース名称	実験値	数値解
CASE-0	21.0	23.9
CASE-1	10.4	10.9
CASE-2	8.4	8.4
CASE-4	6.2	5.9

間の初期接触圧が小さくなり、非接触あるいはすべりなどが発生しやすくなる。このため、固有値解析のように、これらの非線形性を無視し、連続体を仮定した解析は、剛性を硬めに評価し、その結果として高めの固有周波数値を与えると考えられる。しかしながら、その差は比較的小さく、本解析モデルにおいては、非接触、すべりなど不連続体としての非線形要因の影響は比較的小さいといえよう。

3.3 時刻歴応答解析結果

続いて、各ケースについて時刻歴応答解析を行い、周波数・変位応答図を作成した。すなわち、ある周波数の正弦波を入力して加振し、ほぼ定常振動状態に達した時点(入力正弦波の3周期分程度)における、最上段左側要素の重心点x方向変位により、変位応答倍率を評価し、入力波の周波数を少しずつ変えながら同様の計算を行い、図3に示す周波数応答図を求めた。図3より、上載荷重が大きいくほど、変位応答倍率が大きくなる傾向が

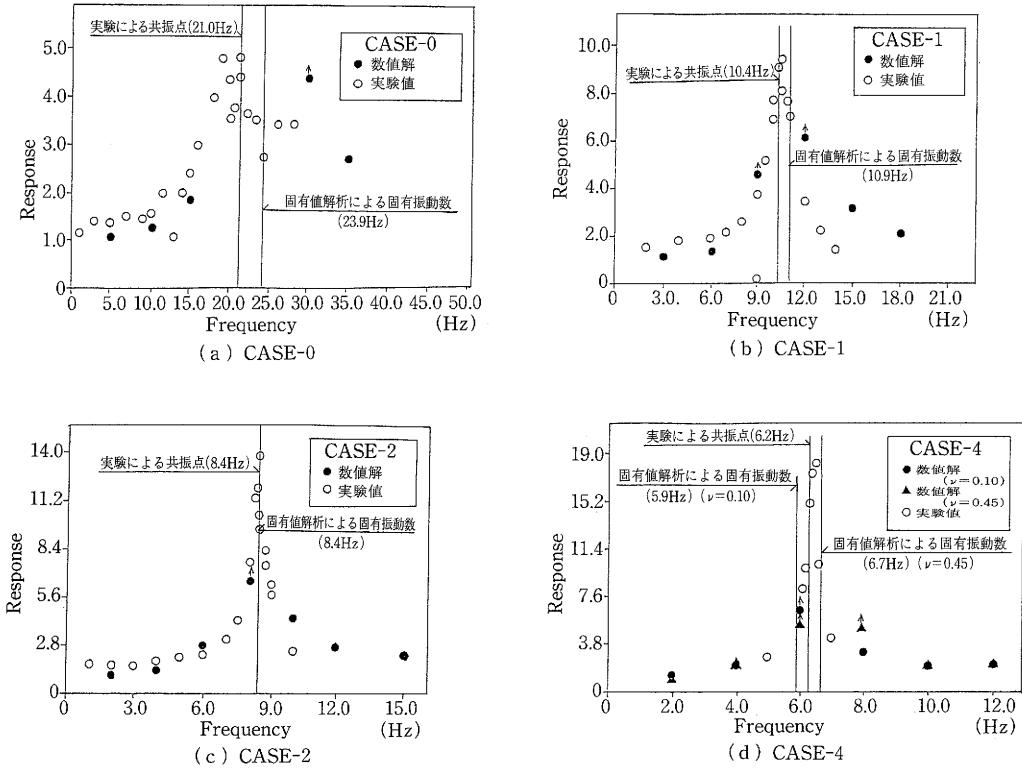


図 3 周波数変位応答図

確認される。図中で↑を付した数値解は、共振点に近い
ため変位振幅が時々刻々増幅しており、上述の計算時間
内で必ずしも定常状態が実現していないことを意味して
いる。

前述したように本解析モデルにおいては連続体として
の挙動がかなり支配的であること、および共振点近傍で
解が発散傾向を示すこともあって、図 3 から固有値解析
の結果をさらに改善するような (実験値より近い) 共
振点を見いだすことは困難であるが、総体的に計算と実
験は良好に対応していると判断される。共振点近傍にお
いて計算による応答倍率が実験値を若干上回る傾向がみ
られるが (すなわち実験曲線のほうが共振点近傍のピー
クが鋭い)、これは本解析においてブロック接触面におけ
る摩擦以外の減衰を無視していることに起因すると考え
られる。

なお、ケース 4 については、他の条件を変えずにポア
ソン比のみ $\nu=0.45$ とした場合の変位応答スペクトルを
合わせて示しているが、共振点が若干高周波側にずれる
ことを除けば定性的に大きな相違は見られない。

4. 結 言

本研究では、2次元EPSブロック集合体の非線形動的
応答に対する数値シミュレーションプログラムを開発し、
水平加振を受ける3層モデルの解析を行い、実験結果と
の比較により計算結果を検証した。本プログラムは、ブ
ロックの弾性、ブロック境界面における局所的な非接触
および摩擦すべり、さらには有限変形を考慮しており、
EPSブロック集合体の地震時の動的安定性を議論する際
に有用なプログラムと考えることができる。また、3次
元構造体への拡張も容易である。(1989年6月6日受理)

参 考 文 献

- 1) 田村・小長井・都井・芝野：発泡スチロールブロック集
合体の動的安定性に関する基礎的研究(その1)－実験
的研究－, 生産研究, 第41巻, 第9号, (1989).
- 2) 川井・都井：A New Element in Discrete Analysis of
Plane Strain Problems, 生産研究, 第29巻, 第4号,
(1977), 10.
- 3) 都井・川井：シェル構造の離散化極限解析(その4)－厚
肉シェルの有限変形解析－, 生産研究, 第34巻, 第8
号, (1982), 19.