

代数応力方程式モデルによる室内気流解析

—— 2 次元等温・非等温流れ場の検討 ——

Simulation of Air Flow with and without Buoyancy by Means of Algebraic Second Moment

村 上 周 三*・加 藤 信 介**・近 藤 靖 史***

Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO and Yasushi KONDO

本報では代数応力方程式モデルの数値計算手法を解説し、また 2 次元等温・非等温流れ場の計算結果を示す。これらの結果を k - ϵ モデル等の結果と比較することにより、代数応力方程式モデルの有効性について検討する。

1. は じ め に

k - ϵ 型 2 方程式モデル (以降、 k - ϵ と略す) は等方的な渦粘性の概念 (Eddy Viscosity Model, 以降 EVM と略す) に基づいたモデルで、レイノルズストレス ($-u_i u_j$) の非等方性が大きな問題となる流れ場、たとえば吹出口・吸込口近傍、あるいは温度分布のある流れ等では必ずしも有効とはいえない。一方渦粘性の概念を用いない応力方程式モデル (Differential Second Moment, DSM と略す) 等は k - ϵ で問題となる点の多くを回避することが可能である。本研究では DSM を単純化した代数応力方程式モデル (Algebraic Second Moment, ASM と略す) を用いて 2 次元等温流れ場および非等温流れ場を解析し、 k - ϵ による結果と比較することにより、このモデルの有効性について検討した^{1),2),3),4),5)}。

2. DSM と ASM

DSM は平均運動量 (U_i) やスカラーの平均値 (Θ) の輸送方程式中に現れる $u_i u_j$, $u_i \theta$ を EVM を用いて近似することなく、これらの輸送方程式を解くという意味で k - ϵ より精度の高いモデルであると考えられる。DSM の基礎式を表 1 に示す。また $u_i u_j$, $u_i \theta$ の輸送方程式中でこれらの空間微分を含む項は移流項と拡散項のみである。これらを次のように単純化し、 $u_i u_j$ および $u_i \theta$ の輸送方程式を代数化したモデルが ASM である。

$$C_{ij} - D_{ij} = \frac{u_i u_j}{k} (P_k + G_k - \epsilon) \quad (36)$$

$$C_{i\theta} - D_{i\theta} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k} (P_k + G_k - \epsilon) + \frac{1}{\theta^2} (P_\theta - 2\epsilon_\theta) \right\} u_i \theta \quad (37)$$

表 2 にモデル中に現れる数値定数を示す。

記 号

| | |
|---|--|
| U_i : i 方向平均速度 | u_i : i 方向速度の変動成分 |
| P : 圧力の平均値 | k : 乱流エネルギー |
| C_k : k の移流項 | D_k : k の拡散項 |
| P_k : k の生産項 | G_k : k の浮力による生産項 |
| ϵ : k の散逸率 | Θ : スカラーの平均値 (本報では平均温度) |
| K : 平均運動エネルギー ($\equiv 1/2 \cdot U_i U_i$) | θ : スカラーの変動成分 |
| g_i : i 方向重力加速度 | β : 体膨張係数 (1/300) |
| S : スカラー発生項 | $\overline{\theta^2}$: スカラーの変動強度 |
| C_θ : $\overline{\theta^2}$ の移流項 | D_θ : $\overline{\theta^2}$ の拡散項 |
| P_θ : $\overline{\theta^2}$ の生産項 | ϵ_θ : $\overline{\theta^2}$ の散逸項 ($\equiv \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$) |
| C_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の移流項 ($= \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_\ell}$) | D_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の拡散項 |
| P_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の生産項 | ϵ_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の散逸項 |
| G_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の浮力による生産項 | |
| Φ_{ij} : 圧力-歪相関項 (Rotta 項 $\Phi_{ij(1)}$, Rapid 項 $\Phi_{ij(2)}$, $\Phi_{ij(3)}$ および Wall Reflection 項 $\Phi_{ij(1)}^w$, $\Phi_{ij(2)}^w$ で構成される) | |
| $C_{i\theta}$: $\overline{u_i \theta}$ の移流項 | $D_{i\theta}$: $\overline{u_i \theta}$ の拡散項 |
| $P_{i\theta}$: $\overline{u_i \theta}$ の生産項 | $G_{i\theta}$: $\overline{u_i \theta}$ の浮力による生産項 |
| $\Phi_{i\theta}$: 圧力-スカラー勾配相関項 | |

オーババーは平均操作を意味する。 w_0 は領域を囲む境界の総数、上添字 (w) は w 番目の壁に対する値、 $n_i^{(w)}$ は w 番目の壁に垂直な単位ベクトルの i 成分、 $h_n^{(w)}$ は w 番目の壁からの垂直距離、 δ_{ij} はクロネッカデルタ

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター

**東京大学生産技術研究所 第 5 部

***受託研究員 (㈱日建設)

表 1 応力方程式モデルの基礎式 (非等温流れ場について示す)

$$(\text{連続式}) \quad \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$(\text{運動方程式}) \quad \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - g_i \beta \cdot \Delta \Theta \quad (2)$$

$$(k\text{-方程式}) \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial U_j k}{\partial x_j} = D_k + P_k + G_k - \varepsilon \quad (3)$$

$$(\varepsilon\text{-方程式}) \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U_j \varepsilon}{\partial x_j} = D_\varepsilon + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 3} G_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad (4)$$

$$(\Theta\text{-方程式}) \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial U_j \Theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u_j \theta}) + S \quad (5)$$

$$(\overline{\theta^2}\text{-方程式}) \quad \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial t} + \frac{\partial U_j \overline{\theta^2}}{\partial x_j} = D_\theta + P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta \quad (6)$$

$$(\varepsilon_\theta\text{-方程式}) \quad \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t} + \frac{\partial U_j \varepsilon_\theta}{\partial x_j} = D_{\varepsilon_\theta} + \left(C_{\varepsilon_\theta 1} \frac{P_\theta}{\overline{\theta^2}} + C_{\varepsilon_\theta 2} \frac{P_k}{k} - C_{\varepsilon_\theta 3} \frac{\varepsilon_\theta}{\overline{\theta^2}} - C_{\varepsilon_\theta 4} \frac{\varepsilon}{k} \right) \varepsilon_\theta \quad (7)$$

$$(\overline{u_i u_j}\text{方程式}) \quad \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{\partial U_\ell \overline{u_i u_j}}{\partial x_\ell} = D_{ij} + P_{ij} + \Phi_{ij} + G_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (8)$$

$$(\overline{u_i \theta}\text{方程式}) \quad \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial t} + \frac{\partial U_\ell \overline{u_i \theta}}{\partial x_\ell} = D_{i\theta} + P_{i\theta(1)} + P_{i\theta(2)} + \Phi_{i\theta} + G_{i\theta} \quad (9)$$

ここで

$$D_k = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_k \overline{u_k u_\ell} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_\ell} \right) \quad (10)$$

$$D_\theta = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_\theta \overline{u_k u_\ell} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_\ell} \right) \quad (12)$$

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{ij} \overline{u_k u_\ell} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_\ell} \right) \quad (14)$$

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (16)$$

$$P_\theta = -2 \cdot \overline{u_i \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \quad (18)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \varepsilon \quad (20)$$

$$G_{i\theta} = -\overline{g_i \cdot \beta \cdot \overline{\theta^2}} \quad (22)$$

$$P_{i\theta(2)} = -\overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (24)$$

$$\Phi_{ij(1)} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot k \right) \quad (26)$$

$$\Phi_{ij(3)} = -C_3 \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot G_k \right) \quad (28)$$

$$\Phi_{ij(1)}^w = \sum_{w=1}^{w_0} C_1' \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_k u_m} \cdot n_k^{(w)} n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} \cdot n_k^{(w)} n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)} \right) \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\ell \cdot h_n^{(w)} \varepsilon} \quad (29)$$

$$\Phi_{ij(2)}^w = \sum_{w=1}^{w_0} C_2' \left(\Phi_{km(2)} n_k^{(w)} n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ki(2)} n_k^{(w)} n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \Phi_{kj(2)} n_k^{(w)} n_i^{(w)} \right) \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\ell \cdot h_n^{(w)} \varepsilon} \quad (30)$$

$$\Phi_{i\theta} = \Phi_{i\theta(1)} + \Phi_{i\theta(2)} + \Phi_{i\theta(3)} + \Phi_{i\theta(1)}^w \quad (31)$$

$$\Phi_{i\theta(1)} = -C_{i\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \cdot \overline{u_i \theta} \quad (32)$$

$$\Phi_{i\theta(3)} = -C_{i\theta 3} G_{i\theta} \quad (34)$$

$$D_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_\varepsilon \overline{u_k u_\ell} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_\ell} \right) \quad (11)$$

$$D_{\varepsilon_\theta} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{\varepsilon_\theta} \overline{u_k u_\ell} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x_\ell} \right) \quad (13)$$

$$D_{i\theta} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{i\theta} \overline{u_k u_\ell} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_\ell} \right) \quad (15)$$

$$G_k = -\overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta \quad (17)$$

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_\ell} \frac{\partial U_j}{\partial x_\ell} - \overline{u_j u_\ell} \frac{\partial U_i}{\partial x_\ell} \quad (19)$$

$$G_{ij} = \overline{u_i \theta} \cdot g_j \cdot \beta - \overline{u_j \theta} \cdot g_i \cdot \beta \quad (21)$$

$$P_{i\theta(1)} = -\overline{u_i u_\ell} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} \quad (23)$$

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij(1)} + \Phi_{ij(2)} + \Phi_{ij(3)} + \Phi_{ij(1)}^w + \Phi_{ij(2)}^w \quad (25)$$

$$\Phi_{ij(2)} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot P_k \right) \quad (27)$$

$$\Phi_{i\theta(2)} = -C_{i\theta 2} P_{i\theta(2)} \quad (33)$$

$$\Phi_{i\theta(1)}^w = \sum_{w=1}^{w_0} C_{i\theta 1}' \frac{\varepsilon}{k} \cdot \overline{u_k \theta} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)} \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\ell \cdot h_n^{(w)} \varepsilon} \quad (35)$$

表 2 応力方程式モデルにおける数値定数

$$C_1 : 1.8 \quad C_2 : 0.6 \quad C_3 : 0.6 \quad C_1' : 0.5 \quad C_2' : 0.3 \quad C_k : 0.22 \quad C_\varepsilon : 0.16 \quad C_{\varepsilon 1} : 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} : 1.92 \quad C_{\varepsilon 3} : 1.44 \quad C_\theta : 0.15 \\ C_{\varepsilon_\theta} : 0.15 \quad C_{\varepsilon_\theta 1} : 0.9 \quad C_{\varepsilon_\theta 2} : 0.72 \quad C_{\varepsilon_\theta 3} : 2.2 \quad C_{\varepsilon_\theta 4} : 0.8 \quad C_{i\theta 1} : 3.0 \quad C_{i\theta 2} : 0.5 \quad C_{i\theta 3} : 0.3 \quad C_{i\theta 1}' : 0.5 \quad C_\ell : 2.5$$

3. ASMの数値計算手法

3.1 差分定義点

- (a) $U_1, U_2, k, \varepsilon, P, \Theta$; 標準的なスタガードグリッド
 (b) $\overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$; スカラー定義点で定義する
 (c) $\overline{u_1 u_2}$; $\partial U_1 / \partial x_2, \partial U_2 / \partial x_1$ と同じ位置, すなわちグリッドの交点で定義する
 (d) $\overline{u_i \theta}$; $\partial \Theta / \partial x_i$ と同じ位置で定義する

3.2 ストレスの計算方法

文献(6)を参考にして, 以下のようにまずノルマルストレスを計算する.

(a) ノルマルストレスの計算

ASMでは次式でノルマルストレスの輸送方程式が表現される. ただし, 次式では縮約をとらない.

$$\frac{u_i^2}{k}(P_k + G_k - \varepsilon) = P_{ii} + \Phi_{ii} - \frac{2}{3}\varepsilon \quad (38)$$

上式で P_k 等は前時点の値を用いるとするとノルマルストレスについて代数式となり, 次式で表現できる.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \quad (39)$$

ただし, $\mathbf{X} = [\overline{u_1^2} \ \overline{u_2^2} \ \overline{u_3^2}]^T$, \mathbf{A} は 3×3 行列, \mathbf{B} は 3×1 列ベクトル, \mathbf{A}, \mathbf{B} は次式である (上添字 T は転置).

$$\mathbf{A} = \frac{P_k + G_k - \varepsilon}{k} \mathbf{I} - \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_a - \mathbf{A}_2 \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad (40)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_b - \mathbf{E} \cdot \frac{2}{3}\varepsilon \quad (41)$$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{C}_2 \mathbf{C} \quad (42) \quad \mathbf{A}_2 = \frac{1}{3} \mathbf{C}_1 \mathbf{C} + \mathbf{C}_1' \mathbf{C}' \mathbf{F} \quad (43)$$

表3 境界条件 (ε_0 の境界条件は本報の計算では不要)

| | | | | | | | |
|-------|-------------------------------|--|--|---|--|---|-------------------------------|
| (吹出口) | $U_i = 0.0$ | $U_n = 1.0$ | $k = 0.005$ | $\overline{u_1^2} = \overline{u_2^2} = 2/3 \cdot k$ | $-\overline{u_n u_i} = 0.0$ | $\ell = C_\mu \cdot k^{3/2} / \varepsilon = 0.05$ | $\Theta_{IN} = 1.0$ |
| | $\overline{u_n \theta} = 0.0$ | $\overline{\theta_{IN}} = 0.0001$ | | | | | |
| (吸込口) | $U_i = 0.0$ | $U_n = 1.0$ | $\partial k / \partial x_n = 0.0$ | $\partial \varepsilon / \partial x_n = 0.0$ | $-\overline{u_n u_i} = 0.0$ | $\partial \Theta / \partial x_n = 0.0$ | $\overline{u_n \theta} = 0.0$ |
| (壁面) | $U_n = 0.0$ | $\partial U_i / \partial x_n = 1/7 \cdot (U_i)_{F.C.} / h$ | $\varepsilon = C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2} / (\chi \cdot h)$ | $-\overline{u_n u_i} = C_\mu \cdot k^2 / \varepsilon \cdot 1/7 \cdot (U_i)_{F.C.} / \{(\chi_n)_{F.C.} - (\chi_n)_B\}$ | $\partial \theta^2 / \partial x_n = 0.0$ | | |

図1左壁面におけるスカラーフラックス $q_{1L}(\overline{u_1 \theta}) = 0.1$ (流入)

図1右壁面におけるスカラーフラックス $q_{1R}(\overline{u_1 \theta}) = 0.1 \times 10/9$ (流出)

図1上下壁面におけるスカラーフラックス $q_{2C} = q_{2F}$ ($\overline{u_2 \theta} = 0.0$ (断熱))

スカラー Θ の境界条件は図1参照. ここで添え字 i は接線方向を, n は法線方向を示す. h は壁面から第一セル差分定義点までの距離. $\chi = 0.4$, $C_\mu = 0.09$, $(\)_B$ は境界面での値, $(\)_{F.C.}$ は第一セル差分定義点での値. 吹出は x_2 の負の方向, 吸込は x_1 の正の方向で定義している (図1参照). 諸量は吹出風速, 吹出口幅で無次元化される. ここでは吹出風速が 1.0 m/s , 吹出口幅 1.0 m であるような室内気流を現実の計算対象と考える. また実際の重量加速度 $g_0 = -9.8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ であるが, 今回はその約 $1/10$, すなわち $g_0 = -1.0$ を与えて計算した.

$$\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} -2\partial U_1 / \partial x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -2\partial U_2 / \partial x_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\partial U_3 / \partial x_3 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_b = \begin{bmatrix} -2\partial U_1 / \partial x_2 \cdot \overline{u_1 u_2} - 2\partial U_1 / \partial x_3 \cdot \overline{u_3 u_1} \\ -2\partial U_2 / \partial x_3 \cdot \overline{u_2 u_3} - 2\partial U_2 / \partial x_1 \cdot \overline{u_1 u_2} \\ -2\partial U_3 / \partial x_1 \cdot \overline{u_3 u_1} - 2\partial U_3 / \partial x_2 \cdot \overline{u_2 u_3} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (46) \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \quad (47)$$

\mathbf{I} は 3×3 単位行列, $\mathbf{E} = [1 \ 1 \ 1]^T$, $f_i = \frac{k^{3/2}}{C_\mu \cdot h_i \cdot \varepsilon}$

(ただし, ここでは領域は直交した壁に囲まれているものとし, h_i は i 方向の2面の壁からの垂直距離の調和平均値である)

この(39)式を各スカラー定義点で解いて \mathbf{X} を求める. またこの解を求める際に後述する解の安定化を図る.

(b) シアストレスの計算

(39)式で求めた \mathbf{X} 等を用いて陽に求められる.

(c) 乱流スカラーフラックス ($\overline{u_i \theta}$) の計算

先に求めた $\overline{u_i u_j}$ および前時点の $P_{i\theta(1)}, P_{i\theta(2)}, \Phi_{i\theta}$ 等を用いて陽に求める.

3.3 Pseud Viscosityの導入

運動方程式に見かけ上の拡散項を導入することにより解を安定化させる. すなわち, たとえば U_1 の輸送方程式には $-\partial \overline{u_1^2} / \partial x_1$ が含まれるが, この $\overline{u_1^2}$ が $(-\nu_e \cdot \partial U_1 / \partial x_1)$ を含んでおればこれが拡散的な働きをし, 数値計算が安定する (ここで ν_e は見かけの拡散係数 Pseud Viscosity で正の値である必要がある. また EVM を用いる $k-\varepsilon$ ではこの問題は生じない). これはノルマルストレスを計算する際に $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b$ を以下のように修正することにより可能となる (次式で $\overline{u_i^2}$ 等は $\overline{u_i^2}$ 等の前時点の値).

$$\mathbf{P}_a = \mathbf{O} \quad (48)$$

$$\mathbf{P}_b = \begin{bmatrix} -2\partial U_1 / \partial x_2 \cdot \overline{u_1 u_2} - 2\partial U_1 / \partial x_3 \cdot \overline{u_3 u_1} \\ -2\partial U_2 / \partial x_3 \cdot \overline{u_2 u_3} - 2\partial U_2 / \partial x_1 \cdot \overline{u_1 u_2} \\ -2\partial U_3 / \partial x_1 \cdot \overline{u_3 u_1} - 2\partial U_3 / \partial x_2 \cdot \overline{u_2 u_3} \end{bmatrix} \quad (49)$$

このような $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b$ の修正は定常解を求める場合は問題を

表4 計算条件

計算領域を 40×40 メッシュに分割. 等間隔メッシュで $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.25$, 吹出口・吸込口とも4メッシュに分割. 計算スキームは(2), (3), (4), (6), (7)式の移流項はすべて QUICK スキーム, ただし ε のみ吸込口近傍で風上差分. 時間差分は Adams-Bashforth スキーム. Θ については移流項は風上差分.

生じないと考えてよい。

3.4 GGDHによる負拡散に対する処理

D_k , D_ϵ の評価で用いているGGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) では, シアストレスを拡散係数に持つ項 (クロス項と呼ぶ) が含まれている。この項は負の拡散を示す場合があり, 甚だしければ項全体が負の拡散を示す場合が生じる。この場合このクロス項を無視して計算を進めた。

4. ASMの計算結果

図1に示すような2次元流れ場を対象として等温場, 非等温場についてASMの結果 (ASM (phase1, 以降p1と記す。表5参照) およびASM (p3)) をそれぞれ示す。

ただし非等温の場合は重力加速度を実際の約1/10, すなわち $g_2 = -1.0$ として計算している。本計算結果では浮力の影響は k および $u_i u_j$ に対しては極めて小さかったが,

表5 検討ケース

| | 等 温 | | 非等温 | | |
|------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|
| | $k-\epsilon$ | ASM (phase1) | $k-\epsilon$ | ASM (phase2) | ASM (phase3)*3 |
| $\frac{u_i u_j}{u_i \theta}$ | EVM | ASM | EVM | ASM | ASM |
| $\frac{u_i u_j}{u_i \theta}$ | — | — | EVM | EVM | ASM |

- * 1 表中のASMはAlgebraic Second Momentの略で, 代数化したSecond Momentの方程式を解くモデルを示す。なおASMはAlgebraic Stress Modelの略として代数応力方程式モデルの意でも良く用いられる
- * 2 本文中ではASM (phase1) 等をASM (p1) と略記する
- * 3 非等温の場合のASMでは ϵ_θ は輸送方程式を解かず, スカラの変動の時間スケールと速度の変動の時間スケールの比(R)を一定として求めた。すなわち
- $$\epsilon_\theta = \frac{\overline{\theta^2} \cdot \epsilon}{2R \cdot k} \quad \text{ただし } R=0.8$$

平均流に対してはかなり大きく計算されている。表3に境界条件を表4に計算条件を示す。また検討ケースを表5に示す。等温場についても非等温場についても比較のために $k-\epsilon$ ⁽¹⁾の結果をあわせて示す。また非等温場については $u_i u_j$ はASMで, $u_i \theta$ はEVMで評価した場合の結果 (ASM (p2)) についても示す。

ただし, いずれの計算でも $\Phi_{y(2)}$ についてはモデルに問題があると考え, これを無視して計算した⁽²⁾。

4.1 等温場の結果

(a) 流線 (図2) 図の左側の渦についてはASM (p1) のほうが $k-\epsilon$ より流線が密であり, 図の右側の渦については $k-\epsilon$ のほうが密である。このような差が生じる理由については5章で解説する。

(b) k (図3) ASM (p1) の結果は $k-\epsilon$ と比較して k 値が吹出口近傍で大きく, 吸込口近傍で小さい。また $k-\epsilon$ で見られる吸込口エッジ部の特異な極値がかなり小さくなっており $k-\epsilon$ で長年問題とされていた点に大きな改良が見

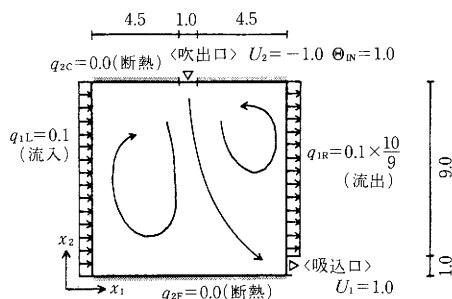
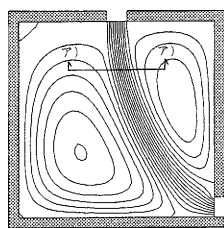
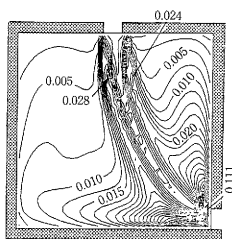


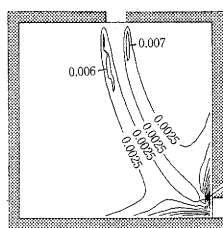
図1 計算対象流れ場



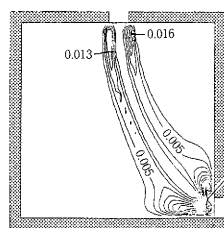
(a) $k-\epsilon$



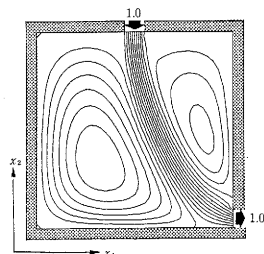
(a) $k-\epsilon$



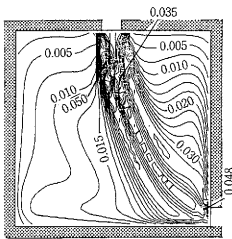
(a) $k-\epsilon$



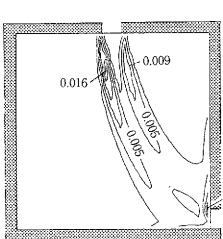
(a) $k-\epsilon$



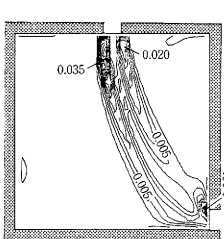
(b) ASM (p1)



(b) ASM (p1)



(b) ASM (p1)



(b) ASM (p1)

図2 流線の比較 (等温)

図3 k の比較 (等温)

図4 ϵ の比較 (等温)

図5 P_k の比較 (等温)

られる。

(c) ϵ (図 4) k と同様な差が見られる。

(d) P_k (図 5) 吹出口近傍では $\partial U_2 / \partial x_1$ が非常に大きく両者とも $P_k \left(-u_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - u_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - u_1 u_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - u_1 u_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right)$ も大きい。ASM (p1) のほうが顕著である。また一方、本来 ASM は曲率を持つ流線に基づくストレスの生産を正しく評価できるという利点を持っている。結果を見ても吸込口近傍の流線が極端に大きな曲率を持つ領域において ASM (p1) のほうが $k-\epsilon$ より相対的にみて正確に P_k を評価しているものと考えてよい。これが k の特異なピークの改善に反映されている。

4.2 非等温場の結果

(a) 流線 (図 6) $k-\epsilon$ と ASM (p2) を比較すると ASM (p2) のほうが図の左の渦、右の渦ともに流線が密である。特に $k-\epsilon$ で見られる右上の逆渦は ASM (p2) ではほとんどない。ASM (p3) は ASM (p2) と近い流れ場の様相を示すが、左右の渦ともに ASM (p2) より流速が小さい。

(b) k (図 7) 浮力の影響で場全体の流速が大きくなり、 k の値も等温場と比べて大きい。ASM (p2) と $k-\epsilon$ の間に見られる差の傾向は等温場とほぼ同じ傾向を示してい

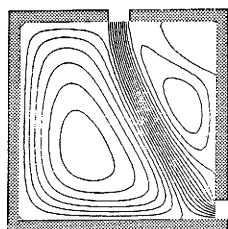
る。すなわち、ASM (p2) は $k-\epsilon$ より、吹出口近傍で値が大きく、吸込口近傍では値が小さい。ASM (p3) は ASM (p2) とほぼ同様な分布を示す。

(c) ϵ (図省略) k と同様な差が見られる。

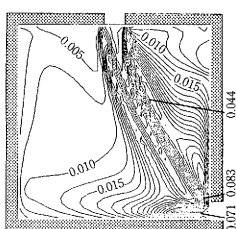
(d) P_k (図 8) 等温場と同様な傾向であるが、吹出口近傍の図の右側の極値については ASM (p2) で 0.018、 $k-\epsilon$ では 0.023 であり、 $k-\epsilon$ のほうが大きく等温場とは逆の傾向を示す。これは $k-\epsilon$ では図の右上に逆渦があり、この逆渦と主流の間の部分でシアが極めて大きいことによる。

(e) G_k (図省略) 今回、重力加速度 $g_2 = -1.0$ (実際の約 1/10) としており、 G_k は P_k より極めて小さく、 k の輸送方程式では重要な働きを行わない。

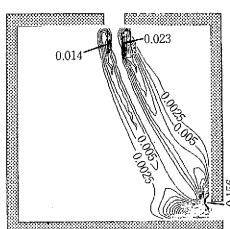
(f) Θ (図 9) $k-\epsilon$ 、ASM (p2) および ASM (p3) はそれぞれ流線が異なるため、 Θ の移流項に差が生じ、それに対応した Θ の分布の差が見られる。ただし、ASM (p3) の結果は、その流線が ASM (p2) と $k-\epsilon$ の流線の結果の中間的なものになっているのに対し、 Θ の分布は中間的な分布を示さず、より Θ の分布が滑らかになっている (5.3 (b) 参照)。



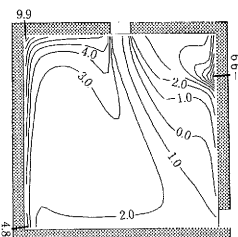
(a) $k-\epsilon$



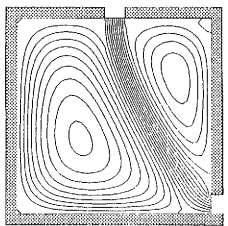
(a) $k-\epsilon$



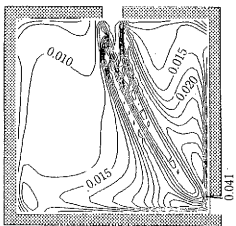
(a) $k-\epsilon$



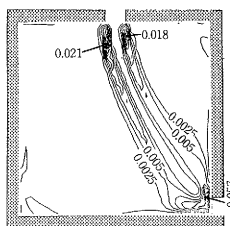
(a) $k-\epsilon$



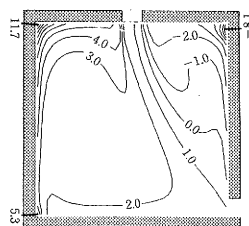
(b) ASM (p2)



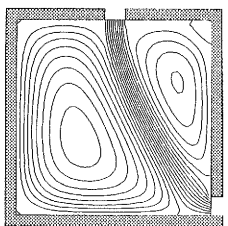
(b) ASM (p2)



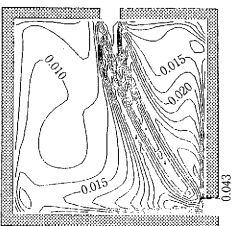
(b) ASM (p2)



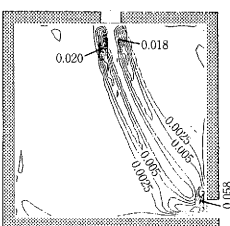
(b) ASM (p2)



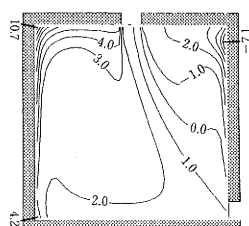
(c) ASM (p3)



(c) ASM (p3)



(c) ASM (p3)



(c) ASM (p3)

図 6 流線の比較 (非等温)

図 7 k の比較 (非等温)

図 8 P_k の比較 (非等温)

図 9 Θ の比較 (非等温)

5. 平均運動エネルギーの輸送方程式による考察

ここではASMと $k-\varepsilon$ で流線に差が生じる原因について考察する。次式に示す平均運動エネルギー ($1/2 \cdot U_i^2 = K$, 以降 K と記す) の輸送方程式の各項がASMと $k-\varepsilon$ でそれぞれどのように評価されるのかを検討する。

$$\frac{DK}{Dt} = -U_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - U_i \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_j} - U_i \cdot g_i \cdot \beta \cdot \Delta \Theta \cdot \delta_{iz} \quad (50)$$

主流のジェットから2次流への K の輸送が活発であれば当然流線が密になり、活発でなければ粗になる。

主流近傍での K の輸送が活発であるので以降この部分に着目して検討する。ここで後の議論の便宜上、図10に示すように L^+ , L^- , R^+ , R^- 領域を定義しておく。

5.1 各ケースにおける K 方程式(50式)各項の評価の差

(a) 等温場でのASM (p1) と $k-\varepsilon$ の差

等温場でASM (p1) と $k-\varepsilon$ を比較する場合、これらの結果の差異は主として $\overline{u_i u_j}$ の評価の差にあるので(50)式右辺第2項について検討すればよい((50)式右辺第3項は等温場ではゼロ)。

(50)式右辺第2項は2次元場では次の4項に分解される。

$$\begin{aligned} & -U_1 \frac{\partial \overline{u_1^2}}{\partial x_1}, & -U_1 \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_2} \\ & -U_2 \frac{\partial \overline{u_2^2}}{\partial x_2}, & -U_2 \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_1} \end{aligned}$$

(b) 非等温場でのASM (p2) と $k-\varepsilon$ の差

まず(50)式右辺第3項について考える。この項の $\Delta \Theta$ にASM (p2) と $k-\varepsilon$ で差が生じるとすれば Θ の輸送方程式((5)式)中の移流項の差、すなわち平均速度の差によると考えられる。というのはASM(p2), $k-\varepsilon$ ともに Θ の輸

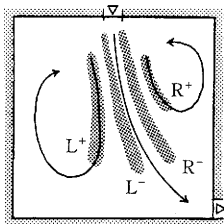


図10 L^+ , L^- , R^+ , R^- 領域の定義

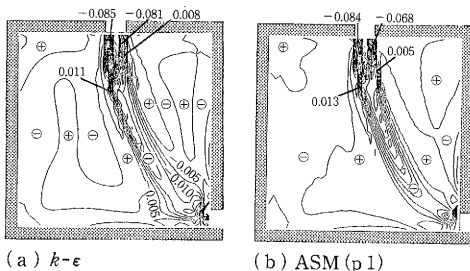


図11 ストレスによる K の輸送($-U_i \partial \overline{u_i u_j} / \partial x_j$)の比較(等温)

送方程式の拡散項については乱流熱フラックス($\overline{u_i \theta}$)をEVMで評価しており、拡散項には本質的な差が生じないと考えられるからである。平均速度の差は主として(50)式右辺第2項によって生じる。したがって(50)式右辺第3項は非等温場ではエネルギー輸送に重要な項であるが、 $k-\varepsilon$ とASM (p2)を比較する場合、この項による差は2次的な要因であると考えられる。したがって、(50)式右辺第2項に着目して比較するのが適当である。そして(50)式右辺第3項は右辺第2項の差によって生じる流線の差を補助的に広げたり、あるいは小さくしたりする項であるとする。

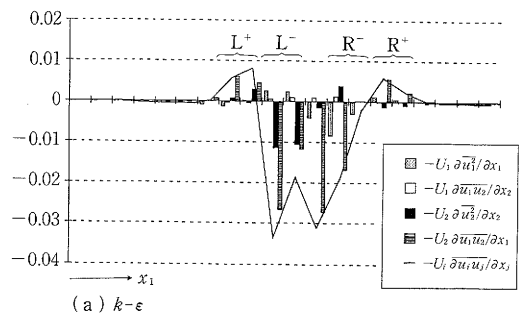
(c) 非等温場でのASM (p2) とASM (p3) の差

ASM (p2) とASM (p3) は両者とも $\overline{u_i u_j}$ をASMで評価しており、 $\overline{u_i u_j}$ には差が小さい。したがって(50)式右辺第2項による K の輸送にみられる差は小さい。もし $\overline{u_i u_j}$ に差が生じたとしてもこれは浮力による影響であり、ASM (p2) とASM (p3)を比較する場合、(50)式右辺第2項による差は2次的なものである。一方、 $\overline{u_i \theta}$ の評価をASM (p2) ではEVMで、ASM (p3) では代数化した輸送方程式を解いて評価しているため、 Θ の分布に差が見られる。したがって(50)式右辺第3項($-U_2 \cdot g_2 \cdot \beta \cdot \Delta \Theta$)の差がASM (p2) とASM (p3)の比較では重要であると考えられる。

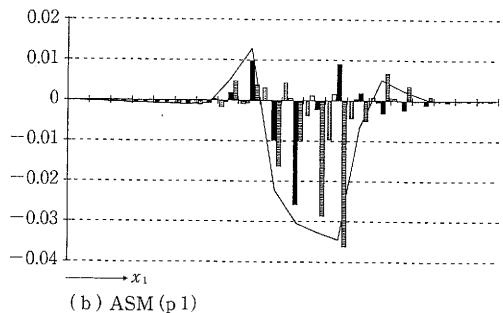
5.2 等温場でのASM (p1) と $k-\varepsilon$ の流線の差⁽²⁾

(a) ストレスによる K の輸送($-U_i \partial \overline{u_i u_j} / \partial x_j$)の比較

図11に(50)式右辺第2項の比較を示す。(50)式右辺第



(a) $k-\varepsilon$



(b) ASM (p1)

図12 アーア断面における($-U_i \partial \overline{u_i u_j} / \partial x_j$)の比較(等温)

2 項は両者とも図10L⁺, R⁺領域で正, L⁻, R⁻領域で負となり, 主流から左右の渦がエネルギーを譲り受けていることがわかる. ただし, ASM (p1) のほうがk-εよりL⁺部で値がやや大きく, R⁺部でやや小さくなっており, 図2にみられた流線の差に対応している.

図12に(50)式右辺第2項の各項を図2(a)に示したア)ーア)断面について示す. k-εとASM (p1)を比べると図10のL⁺, L⁻部では $-U_2 \partial \bar{u}_2^2 / \partial x_2$ の項に, R⁺, R⁻部では $-U_2 \partial \bar{u}_2^2 / \partial x_2$ および $-U_2 \partial \bar{u}_1 u_2 / \partial x_1$ の項に差が顕著である. したがってKの輸送でみられるk-εとASM(p1)との差は, 主にL⁺, L⁻, R⁺, R⁻部での \bar{u}_2^2 およびR⁺, R⁻部の $\bar{u}_1 u_2$ の評価の差に起因することがわかる.

(b) $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の差

図13に $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の分布を示す. 前節の考察より, 次の2点について以下検討をしぼる.

(i) 主流近傍の \bar{u}_2^2 の差

(ii) 主流近傍, 特にR⁺, R⁻部の $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ の差

(i) 主流近傍の \bar{u}_2^2 の差について

主流近傍ではASM (p1) による \bar{u}_2^2 はk-εのそれよりはおおむね大きい. ASM (p1) とk-εでこのような差が生じ

る理由はこの流れ場のメインシアである $\partial U_2 / \partial x_1$ が, ASM (p1) では \bar{u}_2^2 の生産項として直接, \bar{u}_2^2 のレベルに反映されるのに対し, k-εでは $\partial U_2 / \partial x_1$ の影響はkのレベルを介して各ノルマルストレスに同等に反映される. すなわち, k-εでは $\partial U_2 / \partial x_1$ はkの生産項に現れ, kのレベルに反映されるが, ノルマルストレスを $\bar{u}_i^2 = -2\nu_t \partial U_i / \partial x_i + 2/3k$ (縮約を取らない)として評価するため, $\partial U_2 / \partial x_1$ の影響は \bar{u}_1^2 , \bar{u}_2^2 , \bar{u}_3^2 に全く同等に現れる.

またL⁺, L⁻部の \bar{u}_2^2 のレベルはR⁺, R⁻部よりはおおむね大きく, この結果, 図12よりわかるとおり, L⁺, L⁻部のKの拡散が活発になる.

一般に $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の分布はその生産項(P_{ij})に強く依存する. したがって以下 $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の検討は P_{ij} に着目して行う.

図14に \bar{u}_2^2 の生産項の分布を示す. 主流近傍で $\partial U_2 / \partial x_1$ による生産もかなりの値を持つが, $\partial U_2 / \partial x_2$ による生産はStream Line Curvatureの影響でL⁺, L⁻部で正, R⁺, R⁻部で負となり⁴⁾, これが \bar{u}_2^2 のレベルにおけるL⁺, L⁻部とR⁺, R⁻部の差に大きく影響する.

(ii) R⁺, R⁻部の $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ の差について

R⁺, R⁻部では極値を除けばASM (p1) による $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ の値

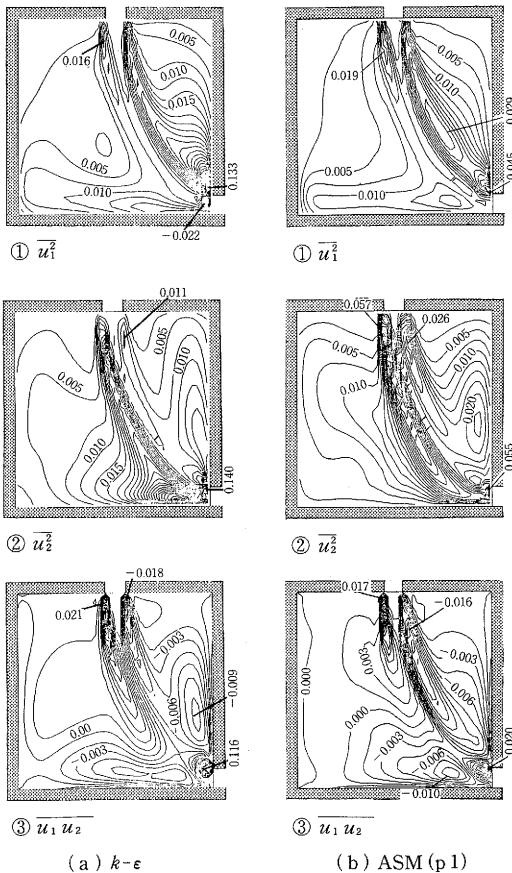


図13 $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の比較 (等温)

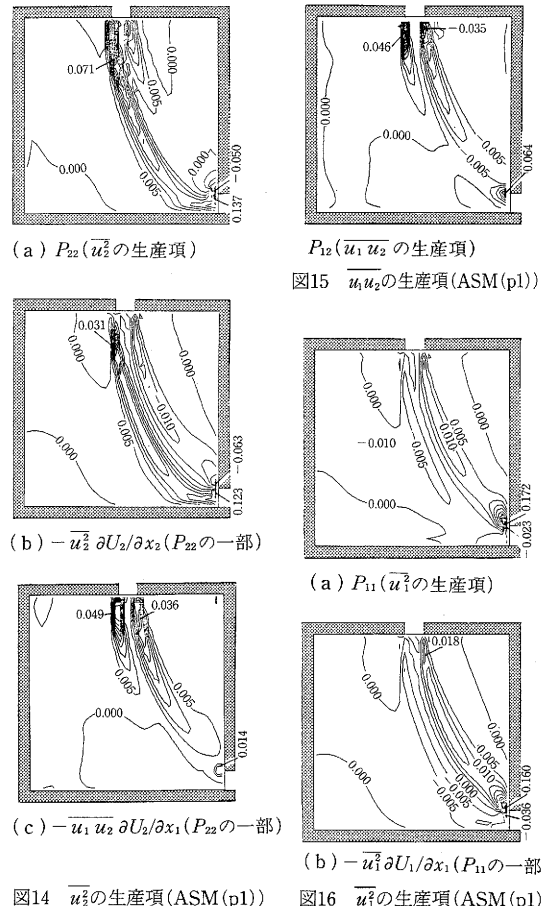


図14 \bar{u}_2^2 の生産項 (ASM(p1))

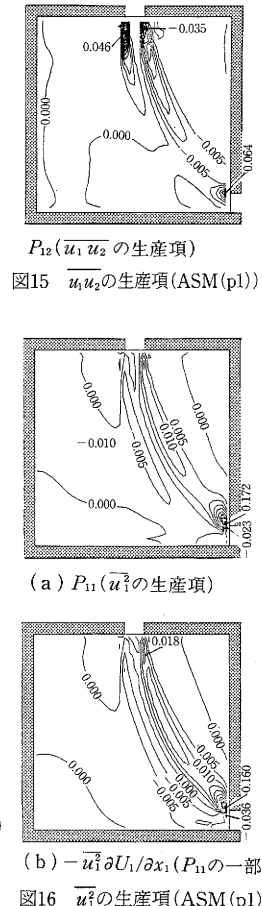


図15 $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ の生産項 (ASM(p1))

の絶対値は $k-\epsilon$ による $\overline{u_1 u_2}$ より大きい。これについても P_{12} (図15) より以下のように説明できる。

$P_{12} = -\overline{u_1^2} \partial U_2 / \partial x_1 - \overline{u_2^2} \partial U_1 / \partial x_2$ であり、この流れ場では $\partial U_2 / \partial x_1$ が大きく、 P_{12} の主要項は $-\overline{u_1^2} \partial U_2 / \partial x_1$ である。 R^+ , R^- 部では図13よりわかるとおり、 $\overline{u_1^2}$ の値が大きく、したがって R^+ , R^- 部の P_{12} が大きくなり、その結果 $\overline{u_1 u_2}$ の値が大きくなる。 R^+ , R^- 部の $\overline{u_1^2}$ の値が大きい理由はStream Line Curvatureの影響で $\partial U_1 / \partial x_1$ による $\overline{u_1^2}$ の生産が R^+ , R^- 部で大きくなることによる (図16参照)。

5.3 非等温場での $k-\epsilon$, ASM (p2), ASM (p3)の流線の比較

図6に流線の比較を示しているが、流線について注意すべき点は以下の点である。すなわち等温場では主流の流線の曲率がほぼ一様であったのに対し、非等温場では主流の流線の曲率が一様でなく変曲点を持ち、吹出口近傍では下に凸で、吸込口近傍ではその一部が上に凸になっている。

図17に $\overline{u_1 u_2}$ による K の輸送項 (50)式右辺第2項) を、図18に浮力による K の輸送 (生成・消散) 項 (50)式右辺第3項) の分布を示す。

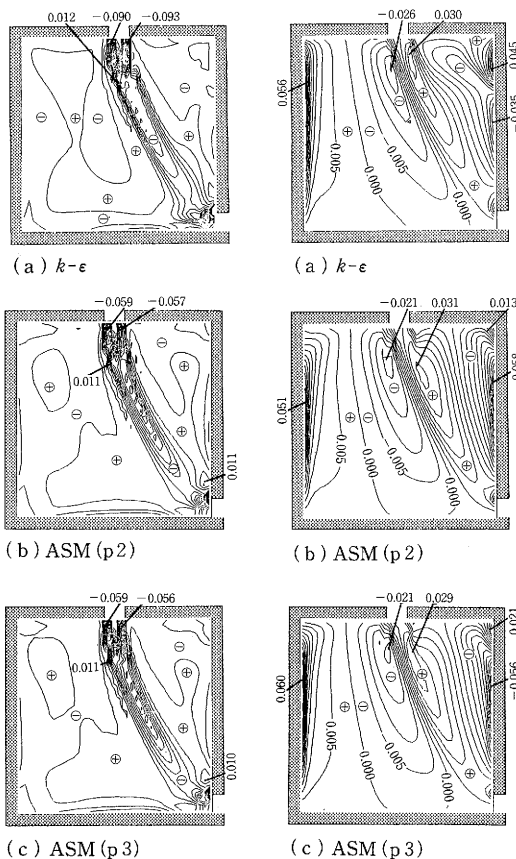


図17 ストレスによる K の輸送
($-U_2 \partial \overline{u_1 u_2} / \partial x_1$)の比較 (非等温)

図18 浮力による K の輸送
($-U_2 \cdot g_2 \cdot \beta \cdot \Delta \Theta$)の比較 (非等温)

前述のとおり、 $k-\epsilon$ とASM (p2) の K の輸送の差は図17にみられる $\overline{u_1 u_2}$ による K の輸送の差に起因し、また、ASM (p2) とASM (p3) の差は主に図18にみられる浮力による K の輸送の差に起因している。

以下、これらの差について検討する。

(a) $k-\epsilon$ とASM (p2) の $\overline{u_1 u_2}$ による K の輸送の比較⁽⁵⁾

前述のとおり、この両者の K の輸送の差は主に (50)式右辺第2項にある。一方、流線の特徴として吹出口近傍で主流の流線が下に凸であるのでここで等温場と同様な理由により、ASM (p2) のほうが左側の渦に活発にエネルギーを拡散し、右の渦へのエネルギー輸送は $k-\epsilon$ に比べて活発でない。またもう一つの流線の特徴として吸込口近傍で主流の流線が右上に凸になっている点が挙げられる。すなわちこの領域についてもStream Line Curvatureの影響⁽⁵⁾でASM (p2) のほうが右側の渦に活発にエネルギーを拡散し、左の渦へのエネルギー輸送は $k-\epsilon$ より活発でない。

また以上のことよりASM (p2) は温度の移流輸送を左側の渦に対しては吹出口近傍で $k-\epsilon$ より大きく評価し、右側の渦に対しては吸込口近傍で大きく評価することになる。この結果、ASM (p2) は浮力の効果により、左右の渦の速度が更に大きくなる。この理由は以下のとおりである。左側の渦の平均温度は吹出空気温度 ($=1.0^\circ\text{C}$) より、高いため、吹出口近傍 (x_2 方向の高い位置) で渦平均温度より、低い空気の輸送を大きく評価することとなり、浮力の効果が大きくなり、渦の流速が大きくなる。一方右側の渦の平均温度は吹出空気温度より低いため、ASM (p2) は吸込口近傍 (x_2 方向の低い位置) で高温空気の輸送を大きく評価することとなり、したがって右側の渦についても浮力の効果が大きくなり、ASM (p2) のほうが渦の流速が大きい (図18(a), (b)参照)。

(b) ASM (p2) とASM (p3) の浮力による K の輸送の比較

前述のとおり、両者の K の輸送の差は (50)式右辺第3項にある。すなわち、図18をみればわかるとおり、ASM (p3) はASM (p2) より、 $-U_2 \cdot g_2 \cdot \beta \cdot \Delta \Theta$ の値が小さく、その差が流線の差に現れていると考えられる。

Θ の分布 (図9 (b), (c)) を比較するとASM (p3) はASM (p2) より、分布が緩やかであり、この結果 $\Delta \Theta$ が小さくなり、前述のエネルギー輸送の差が現れるものと考えられる。この Θ の分布の差は主として乱流熱フラックス ($\overline{u_i \theta}$) の評価の差にあり、この差を図19に示す。図19より、差は明らかである。すなわち、ASM (p3) のほうがASM (p2) より $\overline{u_i \theta}$ の値が大きく、特に $\overline{u_2 \theta}$ において差が著しい。この差が生じる理由はASM (p2) では $\overline{u_i \theta} = -\nu_i \partial \Theta / \partial x_i$ としているのに対し、ASM (p3) では $\overline{u_i \theta}$ の生産項の内容がすべてモデルで考慮されていることによる。すなわちASM (p3) で $\overline{u_i \theta}$ を評価した場合生

産項の主要な項は $\partial\theta/\partial x_i$ とは限らずほかにも $\partial U_i/\partial x_k$ 等の寄与があるため、 $k-\epsilon$ の結果と大きな差が生じる。図20にASM (p3) における $\overline{u_2\theta}$ の各生産項を示す。

6. お わ り に

セカンドモーメントクロージャーモデルはEVMで扱えないストレスの非等方性が問題となる流れ場の解析に有効なモデルと考えられる。本報ではStream Line Curvature Effectが比較的顕著に現れる2次元流れ場についてASMで計算し、 $k-\epsilon$ の結果と比較検討した。ASMの結果では主流の流線が曲率を持つ位置でカーブの外側と内側に運動エネルギー輸送の差が $k-\epsilon$ の結果より大きく現れ、その影響が結果に認められる。またASMは k の生産項(P_k)を $k-\epsilon$ より適正に評価しえており、したがって k および ϵ の分布は $k-\epsilon$ より、物理的に見て合理的な結果を与えている。

また本報では非等温場の計算結果についても報告した。今回の計算ではテストケースとして重力加速度を1.0と小さく与え、浮力によるストレスの非等方性を小さく評価した場合を示した。この計算例ではASMと $k-\epsilon$ の差は等温場の結果より大きいものであった。これは運動方程式中の浮力項がStream Line Curvatureによって生じた運動エネルギー輸送の差をさらに広げる効果を持つためであると考えられる。

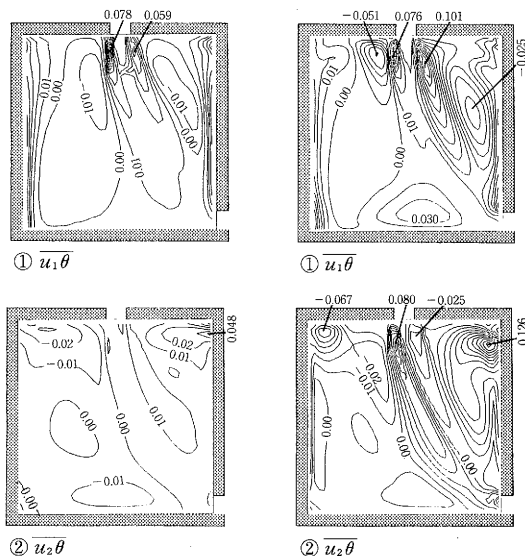
セカンドモーメントクロージャーモデルは現時点においてもそのモデル化について、特に圧力-歪相関項等のモデル化について種々の議論がなされており、また $\overline{u_i u_j}$ や $\overline{u_i \theta}$ の輸送方程式の代数化についても各種の方法が提案

されている。本報ではそれらのうち最も現時点で一般的であると考えられるモデルを用いて計算した場合の結果を示したが、異なるモデルを用いた場合、結果に差が出ることが予想される。これについては今後検討を進める。

(1988年11月7日受理)

参 考 文 献

- 1) 村上・加藤・近藤：レイノルズストレス輸送方程式に基づく数値解析のためのモデル化の方法，生産研究 40.6 (S.63.6)
- 2) 村上・加藤・近藤：応力方程式モデルによる室内気流解析（その1）代数応力方程式モデルと $k-\epsilon$ 型2方程式モデルの比較，日本建築学会大会 (S.63.10)
- 3) 近藤・村上・加藤：応力方程式モデルによる室内気流解析（その2）代数応力方程式モデルの数値計算手法と各項の検討，日本建築学会大会 (S.63.10)
- 4) 村上・加藤・近藤：応力方程式モデルによる室内気流解析（その3）代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルの流れ場・拡散場の比較，空気調和・衛生工学会 (S.63.9)
- 5) 近藤・村上・加藤：応力方程式モデルによる室内気流解析（その4）スカラーの乱流フラックス，変動強度及びその散逸率の検討，空気調和・衛生工学会 (S.63.9)
- 6) Huang P. G. and Leschziner M. A.: Stabilization of recirculating flow computations performed with second-moment closures and third-order discretization. Proc. 5th Symp. on Turbulent Shear Flows, Cornell Univ. (1985)
- 7) Launder, B.E. (1983): Second-moment closure, methodology and practice. Univ. Manchester Institute of Sci. and Tech. Rep. No. TFD/82/4
- 8) Gibson, M.M. and Launder, B.E. (1978): Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech. 86, 491



(a) ASM (p2) [$\overline{u_i \theta}$: EVM] (b) ASM (p3) [$\overline{u_i \theta}$: AFM]

図19 ASM(p2) と ASM(p3) の $\overline{u_i \theta}$ の比較

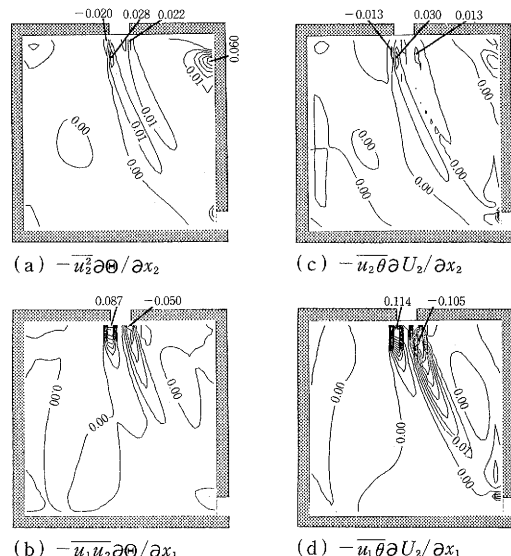


図20 $\overline{u_2 \theta}$ の生産項 (ASM(p3))

注1) $k-\varepsilon$ では $\overline{u_i \theta}$ を EVM で近似する. すなわち $\overline{u_i \theta} = \frac{u_i}{\sigma} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial x_i}$ として計算した. ただし, 本報では $\sigma = 1.0$ としている.

注2) 今回は $\Phi_{1(2)}^w$ を無視して計算を行った. これは次のような検討により, 室内気流を取り扱う場合, 現在最も一般的に用いられる Gibson-Lauder⁸⁾ のモデルに難点があると判断したからである. いま壁が x_2-x_3 平面にあり, 平均流 (U_1) がこの壁に垂直に当たっている場合を考える. このとき $\Phi_{1(2)}^w$ 等は次のようになる.

$$\Phi_{1(2)}^w = 2C_2 C_2' (P_{11} - 2/3 P_k) \cdot f_1$$

$$\Phi_{22(2)}^w = \Phi_{33(2)}^w = -C_2 C_2' (P_{11} - 2/3 P_k) \cdot f_1$$

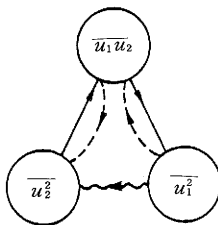
ここで $f_1 = k^{3/2} / (2.5 \cdot \varepsilon \cdot h_1)$. $\Phi_{1(2)}^w$ は本来 $\overline{u_1^2}$ を減衰させる働きを示す項であるから, この場合 ($P_{11} - 2/3 P_k$) は負である必要がある. しかし衝突噴流の中心線上では P_{11} が大きいので明らかに負にはならない. したがってこのモデルでは $\Phi_{1(2)}^w$ は $\overline{u_1^2}$ を増加させる傾向の働きを示し矛盾が生じる. 実際, $\Phi_{2(2)}^w$ を計算に加えると吸込口近傍で壁に垂直なノルマルストレスが過大になり計算が発散した.

注3) Stream Line Curvature Effect は乱流の "Eternal Triangle" と呼ばれるモデル¹¹⁾ によって以下のように説明できる.

まず純粋剪断乱流 ($\partial U_1 / \partial x_2 = \lambda > 0$) を考える. 補表 1 上段に $\overline{u_i u_j}$ の λ による生産項を示す. 補表 1 より $\overline{u_1 u_2}$ の生産項 (P_{12}) は負である ($\because \overline{u_2^2} > 0$). したがって $\overline{u_1 u_2}$ は負となる傾向が非常に強い. また $\overline{u_1 u_2}$ が負となれば, $\overline{u_1^2}$ の生産項は正となり, $\overline{u_1^2}$ は増加する. 一方 $\overline{u_2^2}$, $\overline{u_3^2}$ の生産項はゼロであるが, 圧力-歪相関 (Φ_{ij}) により, $\overline{u_1^2}$ からノルマルストレス間のエネルギーの再配分を受ける. 以上のような剪断流におけるストレス間の関係を補図 1 中に実線矢印の連鎖で表している.

補表 1

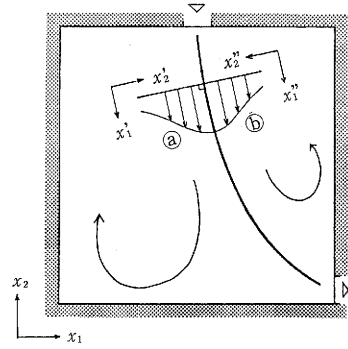
| P_{ij} | P_{11} | P_{22} | P_{33} | P_{12} |
|---|--------------------------------|-------------------------------|----------|-----------------------------|
| $\partial U_1 / \partial x_2 = \lambda$ による生産項 | $-2\overline{u_1 u_2} \lambda$ | 0 | 0 | $-\overline{u_2^2} \lambda$ |
| $\partial U_2 / \partial x_1 = \delta$ による生産項 | 0 | $-2\overline{u_1 u_2} \delta$ | 0 | $-\overline{u_1^2} \delta$ |



補図 1 乱流の Eternal Triangle

- $\partial U_1 / \partial x_2 = \lambda$ によるストレスの生産
 - - - - - $\partial U_2 / \partial x_1 = \delta$ によるストレスの生産
 ~~~~~ 圧力-歪相関によるノルマルストレスの再配分

次に前述の純粋剪断乱流でさらに ( $\partial U_2 / \partial x_1 = \delta$ ) があり, 流線が曲率を持つ場合を考える. この  $\delta$  による  $\overline{u_i u_j}$  の生産項を補表 1 下段に示す. もし,  $\delta > 0$  であれば  $\overline{u_1 u_2}$  の生産項の絶対値はさらに大きくなり, その結果,  $\overline{u_1 u_2}$  の絶対値も大きくなる. すなわち, 主流の流線と直交する方向への運動量拡散が大きくなる. また  $\delta < 0$  の場合は,  $\overline{u_1 u_2}$  の生産項, そして  $\overline{u_1 u_2}$  の絶対値が小さくなり, その結果, 主流の流線と直交する方向への運動量拡散が小さくなる.



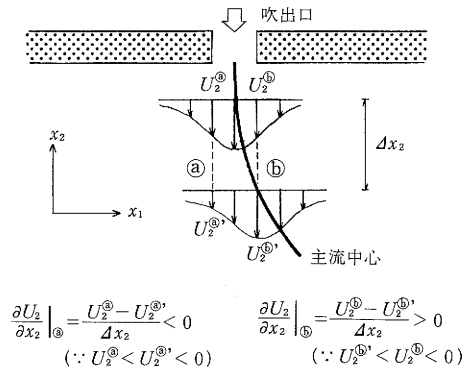
補図 2

いま補図 2 に示す (a) 領域, (b) 領域を考える.

(a) 領域: 補図 2 に示すように流線に沿った座標を  $x_1'$  とし, 流速が大きくなる方向を正とした  $x_2'$  をとれば前述の  $\delta > 0$  の場合に相当し, 運動量拡散は活発となる.

(b) 領域: 補図 2 に示すように流線に沿った座標を  $x_1'$  とし, 流速が大きくなる方向を正とした  $x_2'$  をとれば前述の  $\delta < 0$  の場合に相当し, 運動量拡散は活発でない.

注4) 補図 3 より,  $\partial U_2 / \partial x_2$  が吹出口近傍の左右で逆符号を持つことが理解できる.

補図 3 ( $x_2$  座標の方向に注意)

注5) ここでは主に Stream Line Curvature Effect により説明したが, 本来, Buoyancy Effect による  $\overline{u_i u_j}$  の非等方性についても検討を要す. しかし, 本計算では重力加速度を  $g_2 = -1.0$  としており, 浮力による  $\overline{u_i u_j}$  の生産項 ( $G_{ij}$ ) を極めて小さく与えており, たとえば  $P_k$  と  $G_k$  を比較すると  $G_k$  は  $P_k$  より 2 桁以上小さい. したがって浮力による効果は無視できるほど小さいのでこれについての検討はここでは行わない.