研　究　速　報
特 集 3
UDC 533.9：537.84

乱流ダイナモの概念と逆転磁場ピンチの整合性

Compatibility of the turbulent dynamo concept with reversed field pinches

吉 澤　　徵*
Akira YOSHIZAWA

1. は じ め に

逆転磁場ピンチ (reversed field pinch, 略してRFP) は核融合研究において興味深いプラズマ閉じ込め方法を与える[1]. RFPのプラズマ状態は初期の立ち上がり位相とそれに続く維持位相に分けられる. 維持位相がどのような機構で抵抗による減衰を免れているかを理解することは, プラズマ乱流に関連した磁気ダイナモの視点から極めて興味ある問題である. プラズマ圧力の低いすなわち低ベータRFPの維持位相の簡単かつ明瞭な現象論モデルはTaylorのベッセル関数モデル (BFM) によって与えられる[2]. BFMは全磁気ヘリシティ一定のもとで全磁気エネルギー最小の仮定から導かれる. BFMのプラズマ境界や有限圧力すなわち高ベータ効果に関する欠陥は変形BFMや他の新しい運動学的な概念を用いて矯正されてきた[3-5]. 本小論の目的は, 大きなトロイダル電圧や高ベータの効果に注目して乱流ダイナモの概念とRFPの整合性を考えることである.

2. 乱流ダイナモ

以下においては, 磁場はアルベン速度単位を用いて測られる. すなわち, 磁場は本来の磁場を$(\rho\mu)^{1/2}$で割られた量として定義されている (ρはプラズマ密度であり, μは磁気透磁率である). 磁場, 電場, プラズマ電流の平均部分を$\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{J}$ $(=\nabla\times\boldsymbol{B})$, また磁場, プラズマ電流, プラズマ速度の揺らぎ部分を$\boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{j}'$, $\boldsymbol{u}'$と書くことにする. 円筒座標 $(r,\ \theta,\ z)$ を用いて円筒形状のプラズマを考え, 平均量は軸対称と仮定する.

定常な維持位相では, $\boldsymbol{E}$は$\boldsymbol{E}_S\,(0,\ 0,\ E_0)$ で与えられ, E_0は一定のトロイダル電場である. $\boldsymbol{J}$は$\boldsymbol{E}$とオームの法則を通して関係付けられる：

$$\boldsymbol{J}=(\boldsymbol{E}+\langle\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{b}'\rangle)/\lambda. \quad (1)$$

ここで, $\lambda[=1/(\sigma\mu)]$は古典的抵抗であり, $\langle\ \rangle$ はアンサンブル平均を表す. $\boldsymbol{B}$に関して線形的な依存性を持つ簡単かつ一般的なダイナモ模型は

$$\langle\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{b}'\rangle=\alpha_H\boldsymbol{B}+\boldsymbol{\alpha}_I\times\boldsymbol{B}-\beta\nabla\times\boldsymbol{B} \quad (2)$$

で与えられる. ここで, 第一項と第三項は地球磁場ダイナモで良く知られたアルファ効果と異常抵抗効果であり, GimblettとWatkins[6]によって最初にRFP研究に取り入れられた. β効果を無視してティアリング不安定によるα_Hの評価はStrauss[7]によって行われている. 第二項は別の型のアルファ効果であり, 2スケールプラズマ乱流理論から導かれ, プラズマ乱流の非一様性と関連している[8]. プラズマ乱流エネルギー$K[=(\langle\boldsymbol{b}'^2\rangle+\langle\boldsymbol{u}'^2\rangle)/2]$, 同散逸率$\varepsilon$, プラズマ乱流ヘリシティ$h(=\langle\boldsymbol{j}'\cdot\boldsymbol{b}'\rangle-\langle\boldsymbol{u}'\cdot\boldsymbol{\omega}'\rangle$；$\boldsymbol{j}'=\nabla\times\boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{\omega}'=\nabla\times\boldsymbol{u}')$によって, α_H, α_I, βは次のように表現される：

$$\alpha_H=C_H(K/\varepsilon)h, \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_I=C_{IK}(K/\varepsilon)\nabla K-C_{I\varepsilon}(K^2/\varepsilon^2)\nabla\varepsilon, \quad (4)$$

$$\beta=C_\beta K^2/\varepsilon. \quad (5)$$

ここで, C_H等は正のモデル定数である. プラズマ乱流の非一様性は(4)の∇K, $\nabla\varepsilon$に明瞭に現れている.

(1), (2)と

$$\nabla P=\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} \quad (6)$$

(Pは圧力を密度ρで割った量である) より,

$$\nabla P=(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}-\boldsymbol{\alpha}_I B^2)/(\beta+\lambda). \quad (7)$$

ただし, $\boldsymbol{\alpha}_I=[\alpha_{Ir}(r),\ 0,\ 0]$. (1), (2)とプラズマ境界での電流零の条件より,

$$\alpha_{He}=(\boldsymbol{E}_S\cdot\boldsymbol{B})_e/B_e^2=-E_0B_{ze}/B_e^2>0, \quad (8)$$

$$\alpha_{Ire}=(\boldsymbol{E}_S\times\boldsymbol{B})_{re}/B_e^2=-E_0B_{\theta e}/B_e^2<0 \quad (9)$$

(eはプラズマ境界を意味する). GimblettとWatkinsにおけるように$\boldsymbol{\alpha}_I\times\boldsymbol{B}$がないときは, 定常状態は$\boldsymbol{J}=(\alpha_H\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{E}_S)/(\beta+\lambda)$で与えられる. それゆえに, プラズマ境界での電流零の条件は$\alpha_{He}=0$でかつE_0小の場合に限られる. この状況は(7)の$\alpha_{Ir}=0$における∇Pを考えるともっとはっきりし, $\nabla P=0$となる変形BFMを得る. $\alpha_H-\beta$ダイナモと大きなE_0を両立させる唯一つの道は$\lambda_e=\infty$を仮定することである. しかし, この仮定は異常

*東京大学生産技術研究所　第1部

研究速報

抵抗βは常に有限でλより大きいことを前提にする乱流ダイナモの前提にはそぐわない．

$\alpha_H-\beta$ダイナモの欠点はトロイダル電圧$V_z(=2\times\pi RE_0$；Rは主半径である）が大きくなると共に顕著になる．TsuiとCunnane[10]の最近の実験結果は

a) V_zを増すとB_zの反転はより深くなりかつRFPの持続時間も長くなる，

b)プラズマの揺らぎが大きくなり，BFM状態すなわち$\alpha_H-\beta$ダイナモから一層遠ざかる

ことを示している．大きなトロイダル電圧V_zあるいは高ベータの効果を的確に取り入れるためには他の新しいダイナモ項が必要である．(2)の$\boldsymbol{\alpha}_I\times\boldsymbol{B}$はその有力な候補である．以下においては，$\alpha_H-\boldsymbol{\alpha}_I-\beta$ダイナモを高ベータ・ダイナモ（HBD），$\alpha_H-\beta$ダイナモを低ベータ・ダイナモ（LBD）と呼ぶことにする．

3．深い反転と大きな揺らぎ

HBDを用いてプラズマ境界の挙動に注目してみよう．なぜならばその特性はRFPの全体的な構造に大きな影響を与えるからである．このことはRFPの状態が境界での物理量$F(=B_{ze}/\langle B_z\rangle_V)$と$\Theta(=B_{\theta e}/\langle B_z\rangle_V)$によって特徴付けられることからも明らかである（ここで，$\langle f\rangle_V$はfのプラズマ体積にわたっての平均である）．プラズマ境界の近くでは$B_{\theta e}\gg|B_{ze}|$，$|\alpha_{Ire}|\gg\alpha_{He}$であることから，HBDでは電流は$(0,\ \alpha_H B_\theta-\alpha_{Ir}B_z,\ E_0+\alpha_{Ir}B_\theta)/(\beta+\lambda)$で近似される．他方LBDでは$(0,\ \alpha_H B_\theta,\ \alpha_H B_z)/(\beta+\lambda)$で与えられる．ここで重要なことはHBDでは境界でのB_zに大きな効果を持つ電流のθ成分が二つの項，特に同符合でかつ大きさがほぼ同じ二項の差から成っていることである．この結果，HBDの電流のθ成分はB_z，B_θばかりではなくプラズマ乱流状態（K，ε，h）にも敏感になる．HBDのこの性質はLBDとは大変対照的であり，大きなV_zにおけるRFP状態はBFMから予想される$F-\Theta$関係から大幅にずれ，$F-\Theta$関係はB_z，B_θだけで記述されるほど簡単ではないと言う実験結果[10]と一致している．

E_0を増加させることはRFP構造に更に別の影響を与える．(8)，(9)はα_Hと$\boldsymbol{\alpha}_I$に対する強い境界拘束条件となり，プラズマ内部領域でのα_HはE_0に極めて敏感になる．この点をもう少し詳細に考えてみよう．内部領域，特に中心軸付近では$\nabla K\fallingdotseq\nabla\varepsilon\fallingdotseq0$であることから$\boldsymbol{\alpha}_I$はかなり小さく，通常の$\alpha_H\boldsymbol{B}$がHBDにおいても主要な項となる．$\alpha_H$を決定するMHD乱流ヘリシティ$h$の方程式は

$$(\partial/\partial t)h=C_{h1}(\varepsilon/K)\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{J}-[C_{h2}+C'_{h2}(B^2/K)]\times(\varepsilon/K)h+\nabla\cdot[C_{h3}(K^2/\varepsilon)\nabla h] \qquad (10)$$

となる（C_{h1}等は正のモデル定数である）．閉じたダイナモ・モデルを導いた文献9ではB^2に関連した項を落としたが（文献9の付録Bを参照），同項は残されるべきである．なぜならば，$\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{J}$と$B^2$に関連した項の釣り合いによって中心軸付近の良く知られた関係式$\alpha_H\propto\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{J}/B^2$が保証されるからである．この点はLBDの一次元シミュレーションによって確認され，B_zの反転が実際に維持される[12]．関係式$\alpha_H\propto\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{J}/B^2$によって典型的に示されるように，空間反転対称性の破れの測度を与えるhは電流から生じる［(10)の右辺第一項のh生産項を見よ］．その結果，hおよびα_Hは$\boldsymbol{J}$の大きい内部領域で大きくなり，$\boldsymbol{J}$の小さいプラズマ境界付近で減少する．この性質は実際，変形BFM　$\boldsymbol{J}=\kappa\boldsymbol{B}$中の$\kappa[=\alpha_H/(\beta+\lambda)]$の$r$依存性に組み込まれて利用されてきた．HBDの顕著な性質はα_{He}すなわちα_Hの最低値が(8)を通してE_0と直接に結び付いていることである．それゆえに，E_0を増すことはα_{He}を増加させ，内部領域でのα_Hの増大に導くのである．この機構はまた内部領域でのB_zを増加させ，トロイダル・フラックスの保存からB_zの反転を深くする．上の過程はTsuiとCunnane[10]の実験結果と完全に一致する．

4．$F-\Theta$ポンピング

BevirとGray[15]によって提案された$F-\Theta$ポンピングとの関連を考えてみる．そこでは，$\int\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}dV$による全ヘリシティ$\int\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}dV$の損失を時間的に振動するトロイダルおよびポロイダル電圧V_z，V_θによって正味の電圧×秒を消費することなく補うことを考える（$\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$）．現時点では，$F-\Theta$ポンピングの十分な効率は確認されていないが[16]，いくつかの数値計算結果はその有望性を示唆している．境界条件(8)，(9)は$F-\Theta$ポンピングに対しても興味深い示唆を与える．まず，(8)はα_Hが全ヘリシティ損失密度によって表現されていることを示している．それゆえに，振動電圧によって$\int\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}dV$を維持する理論的工夫は境界での全ヘリシティ損失密度$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$を維持することにもなり，アルファ効果$\alpha_H\boldsymbol{B}$に対しても良好な影響を持つ．

一方，境界近くではもう一つのアルファ効果$\boldsymbol{\alpha}_I\times\boldsymbol{B}$も$\alpha_H\boldsymbol{B}$に劣らず重要である．(9)より，$\alpha_{Ire}$はポインティング・ベクトル$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$と関係付けられており，(9)の負の$\alpha_{Ire}$はプラズマへの磁気エネルギーの補給を意味している．この観点では，ヘリシティ損失$\int\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}dV$のみに注目する$F-\Theta$ポンピングは十分ではなく，同様な注意がポインティング・ベクトル$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$にも払われるべきである．すなわち，振動電圧は$\int\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}dV$と$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$共に維持するように課せられるべきである．この点はSchoenberg達の最近の実験結果と矛盾しない[16]．実際，$F-\Theta$ポンピングの

効率は二つの振動電圧の位相差に強く依存することが指摘されている．また，$\boldsymbol{\alpha}_I$効果の重要性を増加させる大きなトロイダル電圧下での$F-\Theta$ポンピングの能率の悪さは$\int \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\mathrm{d}V$と$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$を共に最適に維持することの困難から生じていると考えられる．

5．プラズマ乱流エネルギーの補給

プラズマ乱流エネルギーKの補給に関連して，Kの方程式は

$$\partial K/\partial t=\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{J}-(\varepsilon+\lambda J^2)+D_K \tag{11}$$

を満足する．(11)で，右辺の各項はKの生成，散逸，拡散のそれぞれ時間的役割を表している．D_Kのモデル化を除くと(11)は$\boldsymbol{b}'$に対する電磁誘導の方程式と$\boldsymbol{u}'$に対する流体方程式から近似無しに導くことができる．生成率$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{J}(=E_0J_z)$は軸の近くで大きく，内部領域で強い揺らぎを引き起こす．この事実は実験的にも[18,19]数値計算的にも[20]確認されている．

他方，生成率は境界近くでは小さいため，揺らぎも小さくなる．ダイナモ効果が揺らぎによって維持されていることを考えるとき，上の事実はB_zの反転の消滅がRFPの消滅の前兆となると言う実験結果と一致している[11,13]．更に，減衰時の減少するトロイダル電流と正のE_{θ_0}を伴うため，負のE_{θ_0}を持つramped放電とちょうど逆の関係になる．正のE_{θ_0}はα_Hを減少させ，RFPの消滅を加速することになる．弱い揺らぎ生成を補うためにはプラズマ境界を通してかあるいは内部領域からのエネルギー補給が必要である．振動電圧によるα_Hと$\boldsymbol{\alpha}_I$の維持は境界を通してのエネルギー補給に対応している．一方，トロイダル磁気フラックスの再生を引き起こす鋸刃振動は内部領域からのエネルギー補給であり，(11)のD_Kの中に含まれる．

本研究を行うに当たって，半場藤弘氏との議論が大変有益であったことを付記する．(1988年10月8日受理)

参考文献

1) H.A.B. Bodin and A.A. Newton, Nucl. Fusion **20**, 1255 (1980).
2) J.B. Taylor, Phys. Rev. Lett. **33**, 1139 (1974).
3) K.F. Schoenberg et al., Nucl. Fusion **22**, 1433 (1982).
4) L. Turner and J.P. Christiansen, Phys, Fluids **24**, 893 (1981).
5) A. Bhattacharjee et al., Phys. Fluids **26**, 526 (1983).
6) C.G. Gimblett and M.L. Watkins, *Proceedings of the 7th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics*, Vol. I, p. 103 (1975).
7) H.R. Strauss, Phys. Fluids **29**, 3008 (1986).
8) A. Yoshizawa. Phys. Fluids **28**, 3313 (1985).
9) A. Yoshizawa and F. Hamba, Phys. Fluids **31**, 2276 (1988).
10) H.Y.W. Tsui and J. Cinnane, Plasma Phys. and Controlled Fusion **30**, 865 (1988).
11) B. Alper et al., Plasma Phys. and Controlled Fusion **30**, 843 (1988).
12) F. Hamba, private communication.
13) J.A. Phillips et al., Nucl. Fusion **25**, 1321 (1985).
14) E.J. Caramana and D.D. Schnack, Phys. Fluids **29**, 3023 (1986).
15) M.K. Bevir and J.W. Gray, *Proceedings of the Reversed Field Pinch Theory Workshop*, p. 176 (1981).
16) K.F. Schoenberg et al., Phys. Fluids **31**, 2288 (1988).
17) D.S. Harned et al., Phys. Fluids **31**, 1979 (1988).
18) R.J. La Haye et al., Phys. Fluids **27**, 2576 (1984).
19) S. Masamune et al., J. Phys Soc. Jpn. **57**, 2229 (1988).
20) A.Y. Aydemir et al., Phys. Fluids **28**, 898 (1985).
21) R.G. Watt and R.A. Nebel, Phys. Fluids **26**, 1168 (1983).
22) K.A. Warley et al., Phys. Fluids **28**, 1450 (1985).