

改定 $k-\epsilon$ モデルの解析的研究によるモデル定数の存在範囲

Estimation of Model Constants in a Revised $k-\epsilon$ Model with the Aid of Analytical Study

竹 光 信 正*

Nobumasa TAKEMITSU

1. 緒 言

工学的観点からよく使われている乱流モデルとして標準 $k-\epsilon$ モデル¹⁾をあげることができる。実際、このモデルは物理的観点からもよくできているモデルであり、またモデル定数の吟味もよくなされている。しかし、不幸なことに、標準 $k-\epsilon$ モデルはこれを2次元平行平板間の乱流場に適用した場合、2次の漸近解が発散項をもつので数学的に適正なモデルではない²⁾。

そこで、物理的根拠もあり、数学的にも適正な乱流モデルとしてYoshizawa^{3),4)}の統計理論の結果を利用した改定 $k-\epsilon$ モデルを提案した⁵⁾。ところが、この改定 $k-\epsilon$ モデルのモデル定数の存在範囲はきわめて広く、これを工学的観点から使える形にするためにはもっとモデル定数の範囲を狭める必要がある。その際、これを合理的に狭めなければならないため、改定 $k-\epsilon$ モデルを2次元平行平板間の乱流場だけでなく、乱流噴流、乱流後流、乱流混合層に適用し、解析的研究によってモデル定数間の関係式を導き、実験データによってモデル定数を評価することにする。

2. 改定 $k-\epsilon$ モデル

改定 $k-\epsilon$ モデルの一般形は、現在のところ次のように書ける⁵⁾。

$$\frac{DU_a}{Dt} = \frac{\partial U_a}{\partial t} + U_a \frac{\partial U_a}{\partial x_a} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_a} + \frac{\partial R_{aa}}{\partial x_a} \quad (1)$$

$$D = \frac{\partial U_a}{\partial x_a} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P - \epsilon \frac{\partial}{\partial x_a} \left(C_{k1} \nu_e \frac{\partial k}{\partial x_a} \right) - \frac{\partial}{\partial x_a} \left(C_{k2} \nu_e \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_a} \right) \quad (3)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = C_{\epsilon 1} \nu_e \frac{\epsilon}{k} \left(\frac{\partial U_a}{\partial x_a} \right)^2 + C_{\epsilon 2} \nu_e \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial U_a}{\partial x_b} \frac{\partial U_b}{\partial x_a}$$

$$- C_{\epsilon 3} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_a} \left(C_{\epsilon 4} \nu_e \frac{\partial \epsilon}{\partial x_a} \right)$$

$$- \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial}{\partial x_a} \left(C_{\epsilon 5} \nu_e \frac{\partial k}{\partial x_a} \right) - C_\nu C_{\epsilon 6} \frac{k^2}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_a} \right)^2$$

$$+ C_\nu C_{\epsilon 7} \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_a} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_a} - C_\nu C_{\epsilon 8} \left(\frac{\partial k}{\partial x_a} \right)^2 \quad (4)$$

$$\nu_e = C_\nu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

ここで、 U_a は平均流のベクトル ($a=1, 2, 3$)、 x_a は位置ベクトル、 t は時間、 D/Dt はLagrange微分、 ρ は流体の密度、 p は平均流の圧力、 D は膨張速度を表し、繰り返し下つき添字は1から3までの和をとるものとする。また、 k は乱流エネルギー、 ϵ はエネルギー散逸率、 ν_e はうず粘性率を表し、 k と ϵ は擾乱速度ベクトル u_a 、流体の動粘性率 ν を使うと、それぞれ

$$k = \langle u_a u_a \rangle / 2, \quad \epsilon = \nu \langle (\partial u_a / \partial x_a)^2 \rangle \quad (6), \quad (7)$$

で定義される。 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を表す。

式(1)における R_{ab} はReynolds応力で、Kroneckerのデルタ記号 δ_{ab} を使うと

$$R_{ab} = -\frac{2}{3} k \delta_{ab} + \nu_e \left(\frac{\partial U_a}{\partial x_b} + \frac{\partial U_b}{\partial x_a} \right) \quad (8)$$

とモデル化される。また、式(3)における P は発生項で

$$P = R_{ab} \frac{\partial U_b}{\partial x_a} \quad (9)$$

と書ける。なお、 ϵ 方程式における第1項と第2項は、その後の研究^{6),7)}により付け加えられた項で、式(3)~(5)における $C_\nu, C_{k1}, C_{k2}, C_{\epsilon n}$ ($n=1 \sim 8$)はモデル定数である。

3. 改定 $k-\epsilon$ モデルの各種乱流場への適用

以下、 x 軸を主流方向にとり、それに垂直に y 軸をとる。おのおのの速度成分を U, V とする。

3.1 格子乱流⁸⁾

改定 $k-\epsilon$ モデル(1)~(5)は格子乱流の減衰初期において、

$$k = AU^2 x^{-m}, \quad \epsilon = mA U^3 x^{-m-1} \quad (10)$$

$$A = \text{const} \approx 1/90, \quad m = 1.0 \sim 1.3^9)$$

の形の解をもつ。解(10)を(3)に代入すると、 $O(x^{-m-2})$ で

$$C_{\epsilon 3} = 1 + 1/m \quad (11)$$

が成り立つ。

3.2 2次元平行平板間の乱流場^{5),8)}

改定 $k-\epsilon$ モデル(1)~(5)の解は、 y が小さいとき

$$U^* = \ln y^+ - (a_1 + 2)y + A^+,$$

*東京大学生産技術研究所 第1部

$$y^+ = Re u_\tau y, A^+ = const, \quad (12a)$$

$$v_e^* = y(a_0 + a_1 y), k^* = b_0 + b_1 y,$$

$$\varepsilon^* = (c_0 + c_1 y)/y \quad (12b \sim d)$$

$$a_0 = b_0 = c_0 = 1$$

の形に書け、 y が大きいときには、 $Y = y - 1/2$ において

$$U^* = U_0 + U_2 Y^2, v_e^* = A_0 + A_2 Y^2, \\ k^* = B_0 + B_2 Y^2, \varepsilon^* = C_0 + C_2 Y^2 \quad (13a \sim d)$$

の形に近似できる。ここで、無次元化

$$x_a \rightarrow Lx_a, U_a \rightarrow VU_a, P \rightarrow \rho V^2 P, \\ v_e \rightarrow \nu v_e, k \rightarrow V^2 k, \varepsilon \rightarrow (V^3/L)\varepsilon \quad (14a)$$

V, L : 流れ場の代表速度と代表長さ

および変換

$$U = (u_\tau / \kappa) U^*, k = (u_\tau^2 / \sqrt{C_v}) k^*, \\ \varepsilon = (U_\tau^3 / \kappa) \varepsilon^*, v_e = Re \kappa u_\tau v_e^*, \\ Re = VL/\nu (\text{Reynolds 数}) \quad (14b)$$

を施した。

解(13)~(14)から、モデル定数間の関係式

$$C_{e1} - C_{e3} + \lambda(C_{e4} - C_{e6}) = 0, \lambda = \kappa^2 / \sqrt{C_v} \quad (15)$$

$$\lambda b_1 c_{k1} + \lambda(a_1 + b_1 - c_1) c_{k2} = a_1 + c_1 + 4 \quad (16)$$

$$2\lambda A_0 B_2 C_{k1} - 2\lambda(A_0 B_0 C_2 / C_0) c_{k2} = C_0 \quad (17)$$

$$-(a_1 + b_1 - c_1 + 4) C_{e1} + (b_1 - 2c_1) C_{e3} \\ + \lambda\{-b_1 C_{e5} + (-a_1 + c_1) C_{e6} - b_1 C_{e7}\} = 0 \quad (18)$$

$$2\lambda A_0 C_2 C_{e4} - 2\lambda(A_0 C_0 B_2 / B_0) C_{e5} = C_{e3} C_0^2 / B_0 \quad (19)$$

が得られる。また、式(12)~(19)における a_1, b_1, c_1 等は実験データ^{10)~14)}とLESのデータベース¹⁵⁾から

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 0.8057 \sim 1.1977, & a_1 &= -4.2814 \sim -1.6392, \\ b_0 &= 0.7694 \sim 1.3658, & b_1 &= -4.3504 \sim -1.1832, \\ c_0 &= 0.8000 \sim 1.000, & c_1 &= -7.0615 \sim -1.1293 \\ A_0 &= 0.07896 \sim 0.08574, & A_2 &= 0.1637 \sim 0.8050, \\ B_0 &= 0.1677 \sim 0.2267, & B_2 &= 3.5924 \sim 6.4842, \\ C_0 &= 0.2005 \sim 0.6384, & C_2 &= 9.0655 \sim 35.669 \end{aligned} \right\} (20)$$

と評価される。

3.3 自由噴流⁶⁾

座標系を図1のようにとり、下流方向の各点で運動量

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \rho U^2 dy \quad (21)$$

が保存すると仮定し、相似変換

$$U = U_s F'(\eta), U_s = CU_J (d/x)^{1/2}, l = A_J x, \\ k = U_s^2 G(\eta), \varepsilon = (U_s^3/x) H(\eta), \eta = y/\sqrt{cvx} \quad (22)$$

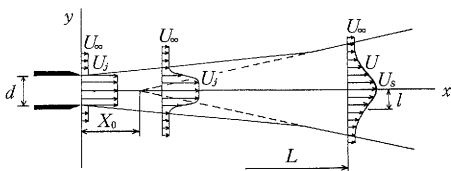


図1 自由噴流

$$A_J, c: const$$

を施すと、解 F, G, H は η の小さいとき('は η に関する微分を表す)

$$F' = 1 - a_j \eta^2, G = G_j + b_j \eta^2, H = H_j + c_j \eta^2 \quad (23)$$

$$a_j, b_j, c_j, G_j, H_j: const,$$

の形に近似でき、関係式

$$2b_j \frac{G_j^2}{H_j} C_{k1} - 2c_j \frac{G_j^3}{H_j^2} C_{k2} = H_j - G_j \quad (24)$$

$$2c_j \frac{G_j^2}{H_j} C_{e4} - 2b_j G_j C_{e5} = C_{e3} \frac{H_j^2}{G_j} - \frac{5}{2} H_j \quad (25)$$

が成立する。 η が大きいときには解は

$$F = F_e - A_j \delta^{\alpha_j}, G = B_j \delta^{\beta_j}, H = C_j \delta^{\gamma_j} \quad (26)$$

$$\delta = \eta_e - \eta, \eta_e: \text{噴流端における } \eta \text{ の値}$$

の形に近似でき、関係式

$$2\beta_j - \gamma_j = 1, (\alpha_j - 1) B_j^2 = C_j F_e / 2 \quad (27)$$

$$\beta_j C_{k1} - \gamma_j C_{k2} = \alpha_j - 1 \quad (28)$$

$$\gamma_j (C_{e4} - C_{e6}) - \beta_j^2 (C_{e5} + C_{e8}) + \beta_j \gamma_j C_{e7} \\ = \gamma_j (\alpha_j - 1) \quad (29)$$

が成立する。

式(23)~(29)における a_j, b_j, c_j 等は、実験データ¹⁶⁾から

$$\left. \begin{aligned} a_j &= 5.1956 \sim 6.4460, & b_j &= 0.2871 \sim 0.5124, \\ c_j &= 0.05954 \sim 0.2282, & G_j &= 0.06085 \sim 0.07437 \\ H_j &= 0.1133 \sim 0.1384 \\ A_j &= 2.1948 \sim 2.7683, & B_j &= 0.1513 \sim 0.2204, \\ C_j &= 0.3194 \sim 0.5284, & \alpha_j &= 1.5027 \sim 1.6699, \\ \beta_j &= 1.0027 \sim 1.1877, & \gamma_j &= 1.0008 \sim 1.3740 \end{aligned} \right\} (30)$$

と評価できる ($U_\infty = 0$)。

3.4 乱流後流^{8),17)}

この場合、 $U_\infty \gg U_s$ (U_∞ : 一様流)として下流方向の各点で運動量

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \rho U (U_\infty - U) dy \quad (31)$$

が保存されるものとする。このとき相似変換

$$\left. \begin{aligned} U_\infty - U &= U_s f(\eta), U_s = A_D U_\infty (x/d)^{-1/2}, A_D \doteq 1 \\ k &= U_s^2 g(\eta), \varepsilon = (U_s^3 / A_D \sqrt{dx}) h(\eta) \end{aligned} \right\} (32)$$

$$\eta = y / A_D \sqrt{c_v dx} = y/l, d: \text{円柱の直径}$$

を施すと、解 f, g, h は η が小さいとき

$$f = 1 - a_w \eta^2, g = g_w + b_w \eta^2, h = h_w + c_w \eta^2 \quad (33)$$

の形に近似でき、関係式

$$2b_w \frac{g_w^2}{h_w} C_{k1} - 2c_w \frac{g_w^3}{h_w^2} C_{k2} = h_w - g_w \quad (34)$$

$$2c_w \frac{g_w^2}{h_w} C_{e4} - 2b_w g_w C_{e5} = \frac{h_w^2}{g_w} C_{e3} - 2h_w \quad (35)$$

が成立する。 η が大きい場合には、解は

$$f = A_w \delta^{\alpha_w}, g = B_w \delta^{\beta_w}, h = C_w \delta^{\gamma_w} \quad (36)$$

$$\delta = \eta_e - \eta, \eta_e: \text{後流端部における } \eta \text{ の値}$$

の形に近似でき、関係式

研 究 速 報

$$2\beta_w - \gamma_w = 1, \quad \eta_e = 2B_w^2 \alpha_w / c_w \quad (37)$$

$$\beta_w C_{k1} - \gamma_w C_{k2} = \alpha_w \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \gamma_w^2 (C_{\epsilon 4} - C_{\epsilon 6}) - \beta_w^2 (C_{\epsilon 5} + C_{\epsilon 8}) \\ + \beta_w \gamma_w C_{\epsilon 7} = \alpha_w \gamma_w \end{aligned} \quad (39)$$

が成立する。

式(33)~(39)における a_w, b_w, c_w 等は、実験データ¹⁸⁾から

$$\left. \begin{aligned} a_w &= 0.8615 \sim 1.7610, & b_w &= 0.01174 \sim 0.1710, \\ c_w &= 0.007924 \sim 0.09802, & g_w &= 0.08683 \sim 0.1613 \\ h_w &= 0.08198 \sim 0.1523, \\ A_w &= 0.6155 \sim 0.8591, & B_w &= 0.05789 \sim 0.08132 \\ C_w &= 0.06746 \sim 0.1002, & \alpha_w &= 1.4836 \sim 2.0909 \\ \beta_w &= 1.0584 \sim 1.2097, & \gamma_w &= 1.0957 \sim 1.4497 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

と評価できる。

3.5 乱流混合層^{8),17)}

この場合、

$$U_\infty - U_0 = U_s = \text{const.} \quad (41)$$

U_∞, U_0 : undisturbed flow velocity

として、相似変換

$$\begin{aligned} U &= U_0 + U_s F'(\eta), & k &= U_s^2 G(\eta), \\ \epsilon &= U_s^3 H(\eta) / x, & \eta &= y / \sqrt{c_w x} \end{aligned} \quad (42)$$

を施すと、解 F, G, H は $|\eta| \ll 1$ のとき

$$\begin{aligned} F' &= F_m + a_m \eta, & G &= G_m + b_m (\eta - \eta_{0G})^2, \\ H &= H_m + C_m (\eta - \eta_{0H})^2 \end{aligned} \quad (43)$$

η_{0G}, η_{0H} : 近似のための仮想原点

の形に近似でき、関係式

$$2b_m \frac{G_m^2}{H_m} C_{k1} - 2c_m \frac{G_m^3}{H_m} C_{k2} = -a_m \frac{G_m^2}{H_m} + H_m \quad (44)$$

$$2c_m \frac{G_m^2}{H_m} C_{\epsilon 4} - 2b_m G_m C_{\epsilon 5} = -a_m^2 G_m C_{\epsilon 1} + C_{\epsilon 3} \frac{H_m^2}{G_m} \quad (45)$$

が成り立つ。 $\eta \gg 1$ のときには、解は

$$F' = 1 - A_2 \delta_2^{\alpha_2}, \quad G = B_2 \delta_2^{\beta_2}, \quad H = C_2 \delta_2^{\gamma_2} \quad (46)$$

$\delta_2 = \eta_\infty - \eta, \eta_\infty$: $\eta = \infty$ としたときの η の値

の形に近似でき、関係式

$$2\beta_2 - \gamma_2 = 1, \quad \alpha_2 \beta_2^2 / C_2 = F_{e2} + (1 + U_0 / U_s) \eta_\infty \quad (47)$$

$$\beta_2 C_{k2} - \gamma_2^2 C_{k2} = \alpha_2 \quad (48)$$

$$\gamma_2^2 (C_{\epsilon 4} - C_{\epsilon 6}) - \beta_2^2 (C_{\epsilon 5} + C_{\epsilon 8}) + \beta_2 \gamma_2 C_{\epsilon 7} = \alpha_2 \gamma_2 \quad (49)$$

が成立する。

式(44)~(49)における a_m, b_m, c_m 等は、実験データ¹⁹⁾から

$$\left. \begin{aligned} a_m &= 1.1829 \sim 1.3465, & b_m &= -0.8714 \sim -0.1724, \\ c_m &= -0.9367 \sim -0.006991, & F_m &= 0.5, \\ G_m &= 0.02714 \sim 0.04071, & H_m &= 0.01989 \sim 0.02983 \\ A_2 &= 1.5788 \sim 4.1947, & B_2 &= 0.01207 \sim 0.01688, \\ C_2 &= 0.09392 \sim 2.6526, & \alpha_2 &= 1.8831 \sim 2.6526, \\ \beta_2 &= 1.2984 \sim 1.3709, & \gamma_2 &= 1.5583 \sim 1.7064 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

と評価できる ($U_0 = 0$)。

4. モデル定数の評価

以上に得られた結果を使うと、モデル定数は以下のように評価できる。ただし、以下の解析においては、モデル定数 x と c_w は

$$x = 0.4088, \quad c_w = 0.08654 \quad (51)$$

と固定した。

4.1 k 方程式のモデル定数

まず、2次元平行平板間の乱流場の解析結果(16), (17), (20)から k 方程式の2つのモデル定数 C_{k1}, C_{k2} は

$$C_{k1} = 0.0079 \sim 48.456, \quad C_{k2} = -1.9681 \sim 45.767 \quad (52)$$

と評価できる。ただし、 $C_{k1} > 0$ となるものを選んだ。

同様にして、自由噴流の解析結果(24), (28), (30), および乱流混合層の解析結果(44), (48), (50)から、

$$C_{k1} = 0.7204 \sim 9.9702, \quad C_{k2} = 0.0382 \sim 11.330 \quad (53)$$

$$C_{k1} = 0.1223 \sim 29.334, \quad C_{k2} = -1.6004 \sim 45.767 \quad (54)$$

となる。

結局、各種乱流場に共通なモデル定数を求めるという立場から、式(52)~(54)の狭間の狭いほうをとって

$$C_{k1} = 0.7204 \sim 9.9702, \quad C_{k2} = 0.0382 \sim 11.330 \quad (55)$$

を k 方程式のモデル定数の範囲とする。

4.2 ϵ 方程式のモデル定数

次に、 ϵ 方程式のモデル定数 $C_{\epsilon 3}$ は、式(11)から

$$C_{\epsilon 3} = 1.8846 \pm 0.1154 \quad (56)$$

となるが、これは以下の計算では平均値1.8846で固定しておく。そうすると、壁乱流(19), (20)と自由噴流(25), (30)の結果、および自由噴流(25), (30)と乱流後流(35), (40)の結果から、それぞれ

$$C_{\epsilon 4} = 0.0006 \sim 9.9967, \quad C_{\epsilon 5} = -6.4606 \sim 7.2282 \quad (57a)$$

$$C_{\epsilon 4} = 0.0076 \sim 9.9633, \quad C_{\epsilon 5} = -3.6790 \sim 7.0996 \quad (57b)$$

が得られる。ここで、

$$(i) C_{\epsilon 4} > 0, \quad (ii) |C_{\epsilon 4}|, |C_{\epsilon 5}| < 10 \quad (58)$$

となるような数値を選んだ。結局(57a), (57b)から

$$C_{\epsilon 4} = 0.0076 \sim 9.9633, \quad C_{\epsilon 5} = -3.6790 \sim 7.0996 \quad (59)$$

をモデル定数 $C_{\epsilon 4}, C_{\epsilon 5}$ の範囲とする。

次に、(59)と乱流混合層の結果(45), (40)を使うと、 $C_{\epsilon 1}$ は

$$C_{\epsilon 1} = 0.7762 \sim 8.3594 \quad (60)$$

と評価できる。また、モデル定数 $C_{\epsilon 6}$ は、(50), (60)と壁乱流の結果(15)を使うと

$$C_{\epsilon 6} = -1.9426 \sim 21.335 \quad (61)$$

となる。したがって、モデル定数 $C_{\epsilon 7}$ は(59)~(61)と壁乱流の結果(18), (20)から

$$C_{\epsilon 7} = -62.163 \sim 102.37 \quad (62)$$

と評価できる。そうすると、 $C_{\epsilon 8}$ は(59), (61), (62)と自由噴流の結果(29), (30), 乱流後流の結果(39), (40),

表 1 各研究者により評価されたモデル定数

	C_ν	C_{k1}	C_{k2}	C_{ϵ_1}	C_{ϵ_3}	C_{ϵ_4}	C_{ϵ_5}	C_{ϵ_6}	C_{ϵ_7}	C_{ϵ_8}
Standard	0.09	1.0	—	1.45	1.9	0.77	—	—	—	—
Yoshizawa	0.0785	16.18	9.17	1.70	1.70	-14.59	-27.50	-15.59	-15.59	—
Hamba	0.069	4.93	1.74	1.16	1.9	0.033	-0.52	-55.1	-158.9	-125.6
Horiuti	0.064	0.91	0.27	1.45	1.9	0.80	-0.42	0.59	1.67	1.48
Nisizima	0.09	0.89	0.33	0.80	1.9	1.11	1.11	—	-1.11	1.11

および乱流混合層の結果(49), (50)からそれぞれ

$$C_{\epsilon_8} = -523.96 \sim 477.40, \\ -195.81 \sim 192.31, -128.36 \sim 156.87 \quad (63a \sim c)$$

が得られる。したがって、(63)の共通範囲として

$$C_{\epsilon_8} = -128.36 \sim 156.87 \quad (64)$$

が得られる。

結局、 ϵ 方程式のモデル定数として

$$\left. \begin{aligned} C_{\epsilon_1} &= 0.7762 \sim 8.3594, & C_{\epsilon_2} &= 2.2969 \pm 0.1809^{\text{D)}, \\ C_{\epsilon_3} &= 1.8846 \pm 0.1154, & C_{\epsilon_4} &= 0.0076 \sim 9.9633, \\ C_{\epsilon_5} &= -3.6790 \sim 7.0996, & C_{\epsilon_6} &= -1.9426 \sim 21.355 \\ C_{\epsilon_7} &= -62.163 \sim 102.37, & C_{\epsilon_8} &= -128.36 \sim 156.87 \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

が得られる。

4.3 統計理論およびLESによる評価との比較

最近、LESのデータベースを使って $k-\epsilon$ モデルのモデル定数の評価がHamba²⁰⁾とHoriuti²¹⁾によってなされた。これらの数値と標準 $k-\epsilon$ モデル¹⁾、Yoshizawa⁷⁾による統計理論の評価、および西島²²⁾の結果を比較して表1に示す。

この表をみると、モデル定数 C_ν 、 C_{ϵ_1} 、 C_{ϵ_3} 以外は各研究者により評価された数値に共通性は見られない。しかし、改定 $k-\epsilon$ モデルですべての乱流場に共通なモデル定数を見いだすことは、細かい精度を問わなければならずしも不可能ではないと思われる。

4.4 モデル定数の再評価

そこで、強い条件³⁾、および表1の数値を参考にしてモデル定数を以下のように再評価しておく。

$$\left. \begin{aligned} C_{k1} &= 0.7 \sim 5.0, & C_{k1} &= (1.7 \sim 0.3) C_{k2} \quad (66) \\ C_{\epsilon_1} &= 0.7 \sim 2.0, & C_{\epsilon_2} &= 2.1 \sim 2.5, \\ C_{\epsilon_3} &= 1.7 \sim 2.0, & C_{\epsilon_4} &= 0.03 \sim 5.0, \\ C_{\epsilon_5} &= -4.0 \sim 0.0, & C_{\epsilon_6} &= -2.1 \sim 5.2 \\ C_{\epsilon_7} &= -46.0 \sim 29.2, & C_{\epsilon_8} &= -72.1 \sim 52.7 \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

5. 結 言

改定 $k-\epsilon$ モデルのモデル定数の範囲を合理的に定める一つの方法を示し、実際にそれらをすべて評価した。

謝 辞

本研究をすすめるにあたり、本所NSTグループの御支持と御討論を戴きました。とくに、本所吉澤教授には

貴重な御討論を戴きました。ここに記して厚く感謝致します。
(1988年10月11日受理)

参 考 文 献

- 1) Jones, W.P. and Launder, B.E., Int. J. Heat Mass Transt., 15 (1972), 301
- 2) 竹光, 機論, 53-494, B(昭62), 2921., Takemitsu, N., J. Fluids Eng., submitted
- 3) Yoshizawa, A., J. Phys. Soc. Jpn., 51-7 (1982), 2326
- 4) Yoshizawa, A., Phys. Fluids, 30-3 (1987), 628
- 5) 竹光, 機論, 53-494, B(昭62), 2928, 53-496, B(昭62), 3629., Takemitsu, N., J. Fluids, Eng., Submitted
- 6) Hamba, F., J. Phy. Soc. Jpn., 56-11 (1987), 3771
- 7) Yoshizawa, A., Center for Turbulence Research, Proc. Summer Programm, 1987, NASA and Stanford University
- 8) 竹光, 機論, 投稿中., Takemitsu, N., J. Fluids Eng., submitted
- 9) Hinze, J.O., Turbulence, (1975), Mc Graw-Hill Book Company, pp. 269~272
- 10) Lauter, J., NACA TN2123 (1950)
- 11) Klebanoff, P.S., NACA TN3178 (1954)
- 12) Clark, J.A., Trans. ASME, J. Basic Eng., 90 (1968), 455
- 13) Hussain, A.K.M.F. and Reynolds, W.C., J. Fluid Eng., 97 (1975), 568
- 14) Kreplin, H-P, and Eckelmann, H., Phys. Fluids, 22-7 (1979), 1233
- 15) Horiuti, K., 2nd Int. Symp. on Transport Phenomena in Turbulent Flows, Tokyo, Oct., 1987, 735
- 16) Bradbury, L.J.S., J. Fluid Mech., 23-1 (1965), 31
- 17) 竹光, 機論, 投稿中
- 18) Townsend, A.A., 文献(9)のpp. 506~519
- 19) Wygnanski, I. and Fiedler, H., J. Fluid Mech., 38-3 (1969), 577
- 20) Hamba, F., J. Phys. Soc. Jpn., 56-10 (1987), 3405
- 21) 堀内, 生産研究
- 22) 西島, 機論, 53-495, B(昭62), 3166
- 23) 竹光, 機論, 投稿中, Takemitsu, N., J. Fluids Eng., Submitted