

後方ステップ流れの乱流数値解析

—— $k-\epsilon$ モデル・LESの適用例——

Numerical Calculation of Turbulent Flow Behind a Backward-Facing Step

——Calculation Results using Standard $k-\epsilon$ Model and LES——

小 林 敏 雄*・森 西 洋 平*・呉 健 濟*・佐 田 幸 一*

Toshio KOBAYASHI, Youhei MORINISHI, Keon-je OH and Koichi SADA

1. は じ め に

流れの剥離や再付着は種々の流れにおいて見られ、これらは流れを伴う機械や装置の性能を大きく支配している。このような流れ場は、一般的に幾何学的形状が単純でなく、非常に複雑な現象となっている。後方ステップ流れは、剥離・再付着を生じる流れとしては、最も基本的なものであり、剥離・再付着を検討する流れ場のひとつとして、多くの実験や数値計算¹⁾²⁾が行われてきた。しかし、この後方ステップでの最も重要な特性である再付着距離に関してさえ、実験結果をあまり再現できていないのが現状である。

本報では、後方ステップ流れを対象とし、標準 $k-\epsilon$ モデルによる数値計算を2種類のアルゴリズムを用いて行い、その計算結果を比較・検討した。さらにLESによる数値計算を実行し、 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果および実験結果と比較・検討した。

2. 数 値 計 算 手 法

本報で使用したLESの基礎方程式は、運動方程式・連続の式でそれぞれ以下ようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

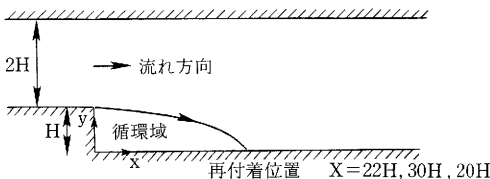


図 1 後方ステップ形状

*東京大学生産技術研究所 第2部

上式は、座標・速度等を無次元化表示するとともに、縮約を用いて表示されている。 $k-\epsilon$ モデルでは、上記(1)(2)式に加え、乱流エネルギー k とその散逸率 ϵ に関する方程式も解く。それらは、以下に示される。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G - \epsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} + C_1 \frac{\epsilon}{k} G - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4)$$

上式において、 $\pi = p + \frac{1}{3} \overline{u'_k u'_k}$

$$G = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

渦粘性係数 ν_t は、LES、 $k-\epsilon$ モデルにおいて、それぞれ以下の式より与えられる。

$$\nu_t = (C \cdot \Delta)^2 [2 \xi_{ij} \cdot \xi_{ij}]^{1/2} \quad (5)$$

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

LESでは、スマゴリンスキーモデルによって渦粘性係数を与える。また、(5)式内の各パラメータは以下のように与えられる。

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\Delta = (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)^{1/3}$$

計算条件を取りまとめて、表1に示す。また、後方ステップの形状を、図1に示す。ステップ高さおよび入口主流速度を基準としたレイノルズ数(Re)は40000とした。計算領域はステップ位置より風下方向に、KE1ではステップ高さの22倍、KE2およびLESでは30倍および20倍とし、循環域よりも十分に大きく取った。

3. 計算結果および考察

後方ステップ流れにおいて最も基本的な特性である再付着距離を計算結果より得るために、流れ関数を求め、これより流線図を作成し図2-1、2-2に示す。図2-1

表 1 計算条件

| 計算ケース | KE1 | KE2 | LES |
|----------|--|---------------------------|---------------------------|
| 乱流モデル | k - ϵ モデル | k - ϵ モデル | LES |
| 差分格子 | スタガード | | |
| スキーム(時間) | オイラー陽解法 | 定常解法 | アダムスバッシュ フォース |
| スキーム(空間) | ドナ・セル差分 (スカラー方程式の 対流項) 中心差分 (その他) | ハイブリッド法 | 中心差分 |
| 圧力の解法 | 速度・圧力 同時緩和法 (HSMAC) | 半陰解法 (SIMPLE) | 速度・圧力 同時緩和法 (HSMAC) |
| 流入条件 | 十分に発達した乱流 | | |
| 流出条件 | 自由流出 | | |
| 壁面条件 | 速度 | 壁法則 | |
| | k | 壁法則に基づく補正 ⁹⁾ | |
| 時間きざみ | 1/1000 | — | 1/100 |
| モデル定数 | $C_D=0.09,$ $\sigma_k=1.0,$ $\sigma_\epsilon=1.3,$ | $C_1=1.44,$ $C_2=1.92$ | $C=0.15$ |
| 格子数 | 60×50 | 171×32 | 242×34×25 |

に示される k - ϵ モデルによる計算結果では、再付着距離がKE1およびKE2で、それぞれ $x/H=5.3, 5.2$ となった。この k - ϵ モデルによる再付着距離が実験結果¹⁾ ($x/H=7.0 \pm 1$) より小さくなる傾向は、他の計算結果²⁾ においても示されている。本報でも約25%小さく予測されている。今回使用した k - ϵ モデルでは、計算条件による再付着距離の変化は小さかった。一方、図2-2に示されるLESの計算結果では、再付着距離は $x/H=8.0$ 程度となり、実験結果より約15%大きい予測結果を与えた。この計算結果は、LESを用いた他の計算例³⁾と同様な傾向を示している。LESの計算結果を実験値に近づけるためには、さらにモデル定数等の検討が必要であろう。また、LESを用いた計算では図2-2に示されるように、実験においても見られる再付着位置の時間的な変化が観察された。

次に、平均速度分布の計算結果を、図3に示す。 k - ϵ モデルによる計算結果では、KE1とKE2はほぼ同様な傾向を示す。循環域内でKE1の場合、速度の値が小さくなるものの、 k - ϵ モデルの双方の差異はわずかである。これらにより、今回用いた対流項および格子の差による影響は、本計算対象においてはわずかであると考えられる。また、 k - ϵ モデルでは、再付着距離が実験値より小さく予測さ

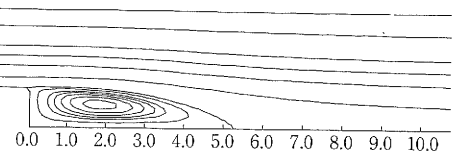
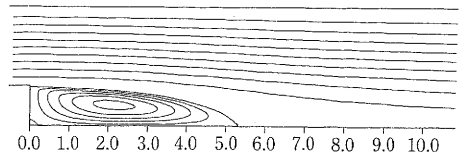
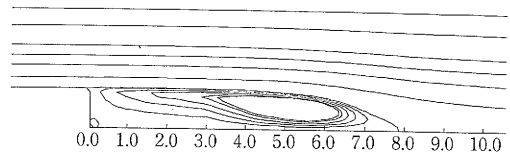
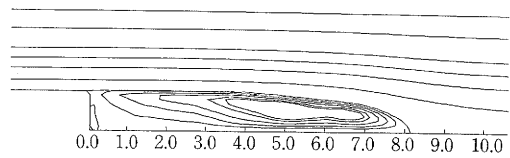


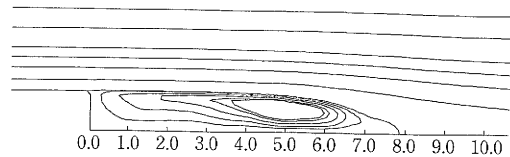
図2-1 流線(上図:KE1, 下図:KE2)



a) $T=110-140$ (nondimensionalized time)



b) $T=140-170$



c) $T=170-200$

図2-2 流線 (LES)

れたため、 $x/H=5.3$ では逆流域は見られない。一方、LESの計算結果では、再付着距離を実験値より大きく予測したため、 $x/H=7.1$ において実験では存在しない逆流域が見られる。LESによる平均速度分布の計算結果において、後方ステップの近傍 ($x/H=1.3, 2.7$) の逆流域では、実験値と同様な平坦な分布となっている。この傾向は、 k - ϵ モデルでは表現されていない。より風下の位置 ($x/H=5.3, 6.2$) における速度分布は、LESの計算結果が k - ϵ モデルのそれよりも、定性的に実験値の分布に近づいている。再付着位置よりもさらに風下の位置 ($x/H=9.8$) の速度分布では、LESおよび k - ϵ モデル双方の計算結果は、ほぼ一致しており、発達乱流におけるモ

研究速報

デルの差は小さいことがわかる。

次に、流れ方向の乱流強度分布の計算結果を、図4に示す。 $k-\epsilon$ モデルの計算結果は、等方性の仮定により乱流強度の値を推定した。また、実験結果は循環域では与えられていないため、図中には示していない。後方ステップに近い循環域内において、LESによる乱流強度の計算結果は、 $k-\epsilon$ モデルのそれよりも小さい値を示している。これは、後方ステップ近傍(特に $x/H=1.3$)において、LESによる平均速度勾配が小さく、この領域での生成が小さいことと対応している。また、 $k-\epsilon$ モデルによる循環域内の計算結果では、KE1の乱流強度がKE2のそれよりも小さい値を示している。これは、計算スキームおよび

格子の影響が表れたためと考えられる。いずれの乱流強度の計算結果とも、実験値と定性的に一致しているもの

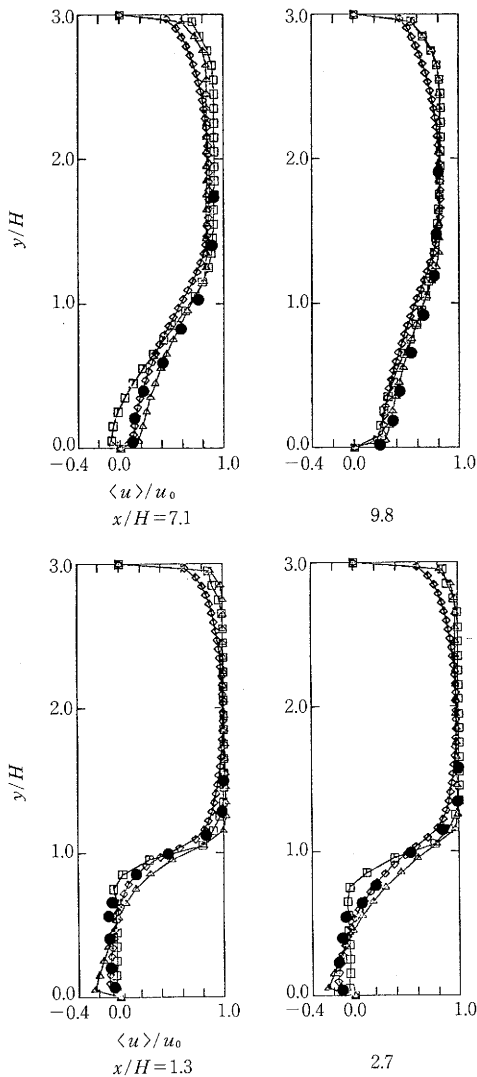


図3 平均速度分布 (◇: KE1, △: KE2, □: LES, ●: Exp.)

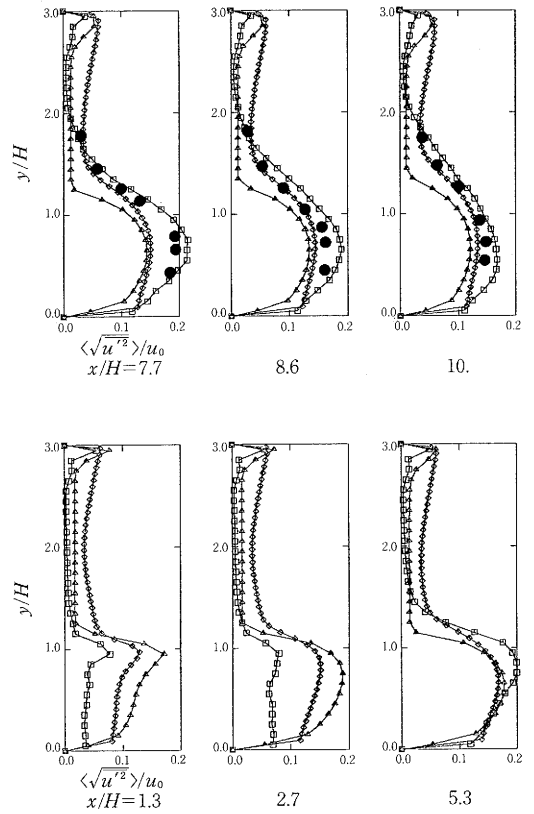


図4 乱流強度分布 (◇: KE1, △: KE2, □: LES, ●: Exp.)

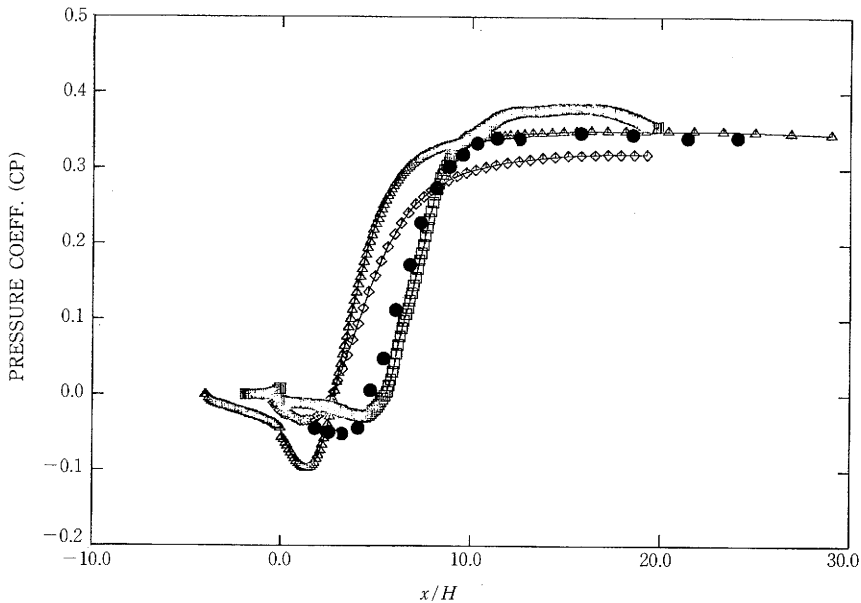


図5 圧力分布 (◇; KE1, △; KE2, □; LES, ●Exp.)

の、LESによる計算結果がより実験値に近い分布となっている。

次に、後方ステップの下部壁面に沿う圧力分布の計算結果を、図5に示す。実験結果では、圧力がステップ位置より徐々に減少した後、再付着位置付近より急激に増加する。増加後、圧力はほぼ一定の値となる。 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果では、再付着距離が実験値より小さく予測されていたことに対応し、圧力の増加する位置が後方ステップに近づく。また、 $x/H=1.0$ 付近において、KE2の圧力が顕著な最小値を持つ。これは、この付近において、KE2による下部壁面付近での速度が大きいことに対応している。一方、LESの計算結果は、再付着距離が実験値よりわずかに大きいため、それに対応して、圧力の急増する位置は、実験によって示された位置よりも風下に移動している。再付着距離を、圧力分布から判断すると、LESのほうが $k-\epsilon$ モデルよりも、実験結果を、正しく再現していると思われる。

4. 結 論

後方ステップに対し、 $k-\epsilon$ モデルおよびLESを用いた

数値計算を行い、その結果を実験結果と比較・検討した。これらにより、以下の結論を得た。

$k-\epsilon$ モデルによる再付着距離は、従来から指摘されているように、実験結果より小さい値を与える。また、本報での計算スキーム等による差は小さく、KE1およびKE2ともに計算結果はほぼ一致した。一方、LESによる計算結果は、実験値よりわずかに大きい再付着距離を与えるものの、その予測精度は $k-\epsilon$ モデルよりも高い。圧力分布についても、LESは $k-\epsilon$ モデルより、実験結果に近い分布を示した。LESについては、さらに、モデル定数等に関する検討が必要となろう。(1988年10月25日受理)

参 考 文 献

- 1) Kim, J., et al., Trans. ASME, J. Fluid Eng., 102, p. 302, 1980.
- 2) Eaton, J.K., et al., AIAA J., 19-9, p. 1093, 1981.
- 3) Friedrich, R., Comp. Methods in Flow Analysis, 2, p. 833, 1988.
- 4) 森西 ほか, 生産研究, 41-1, p. 72, 1989.
- 5) 谷口 ほか, 生産研究, 40-1, p. 47, 1988.