研究速報

UDC 534.01：534.5

モデル反応系における不連続転移：ヒステレシスを伴わない場合

Discontinuous transitions in a model chemical reaction system: the case without hysteresis

森田　真*・岩元和敏*・妹尾　学*

Makoto MORITA, Kazutoshi IWAMOTO and Manabu SENO

1．はじめに

カオス振動を示す系の振動間の転移には，いろいろなタイプがあることを示してきた[1~3]．とくに前報[3]で不連続転移の例を示したが，さらに異なるタイプの不連続転移について報告する．これはヒステレシス現象を示さないところが特徴的である．

2．不連続転移

前報で，振動状態を$F=$(一周期中の大きな振幅の振動の数)／(一周期中の振動の総数）なる値を用いて表現すると，パラメーターPとの間に階段状構造が生じることを示した（図1，Ref. 2)．その図における$\pi(\infty)$から複合振動へと転移が起こる領域を詳しく調べると，図1のような階段状構造が現れた．すなわち複合振動$\pi(n, n\geqq 7)$と$\pi(\infty)$は共存しており，二重周期性を示す．なお$\pi(\infty)$は小さな振幅のみの振動であり，$F=0$である．$n>12$の振動の存在は確認できなかった．図2に$P=1.093$の場合の二つの振動の軌道を3次元空間に示した．二つの振動の軌道は交差しないが，ごく近傍を通過している．

興味深いことは，$n\geqq 7$では二つの隣り合う複合振動$\pi(n)$と$\pi(n+1)$の間に結合複合振動もカオス振動も出現せず，$\pi(\infty)$のみが現れることである．結合複合振動およびカオス振動では，図2における$\pi(n)$の軌道が広がり$\pi(\infty)$と交差し，その結果相対的により安定な軌道へ落ち込むためであろう．$n\geqq 7$では$\pi(\infty)$がより安定な軌道であり，二つの階段の間に結合複合振動，カオス振動が存在しないと結論できよう．軌道が広がる様子を図3に示した．$\pi(8)$の振幅の変化に注目してみよう．Pが大きくなり$P=1.102$に近づくと，$\pi(8)$が不安定となり倍周期分岐が起こる．倍周期分岐により軌道が広がり，$\pi(\infty)$と接触すると直ちに$\pi(8)$から分岐した振動は消滅し，$\pi(\infty)$のみとなる．$\pi(8)$においてPを小さい方向へ変化したときも同様である．倍周期分岐による軌道が急激に広がり，直ちに$\pi(\infty)$へと転移していく．図4に転移点近傍の挙動を示した．$\pi(8)$の2周期振動の振幅が急激に広がり，$\pi(\infty)$へと転移していく．

一方，$\pi(6)$と$\pi(7)$の間には結合複合振動およびカオス振動が現れ，$\pi(\infty)$は現れない．図3(b)に示すようにPを大きい方向に変化させながら$\pi(\infty)$の挙動を調べると，P_0を越える点で$\pi(\infty)$は不安定となり，倍周期分岐が起こる．そして倍周期分岐により広がった軌道が$\pi(7)$とぶつかると$\pi(\infty)$の振動は消滅する．図3は，$\pi(\infty)$と$\pi(7)$との間の二重周期性を示すために，Pの変化の方向を変えて求めた分岐構造図である．この二つの振動の間にはヒステレシス関係がある．

図3には$\pi(8)$も示した．$\pi(8)$も$\pi(\infty)$と二重周期性を示している．しかし，この場合にはヒステレシス関係

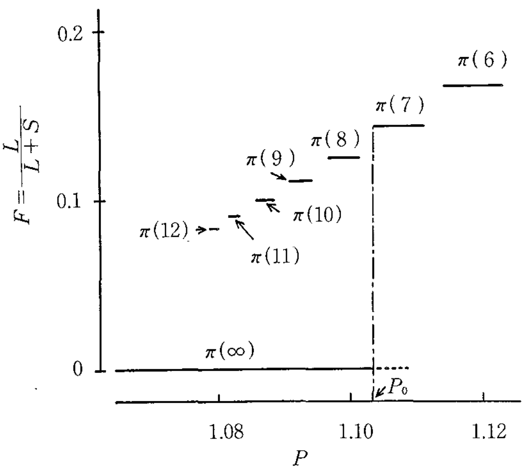

図1　複合振動$\pi(n)$の現れる臨界点近傍の階段状構造．$\pi(12)$まで見いだすことができた．$\pi(\infty)$は小さい振幅の振動を示す．$P_0=1.1036\cdots$であり，点線部分は$\pi(\infty)$の倍周期分岐が起こる領域である

*東京大学生産技術研究所　第4部

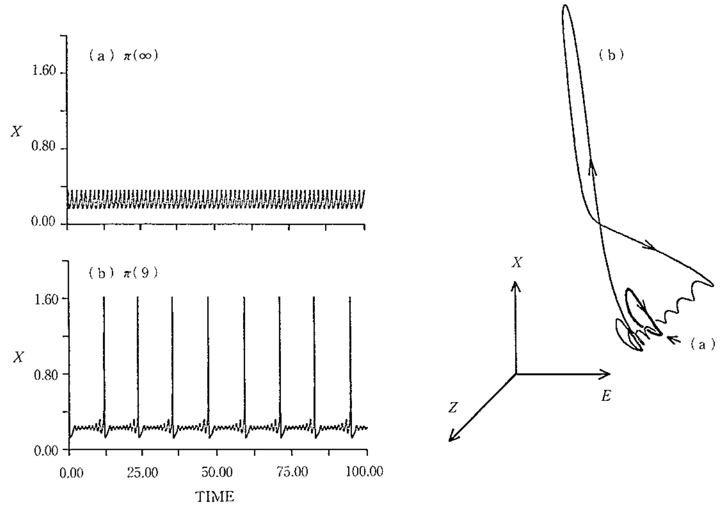

図2　$P=1.093$における$\pi(\infty)$と$\pi(9)$，およびそれらの3次元空間における挙動

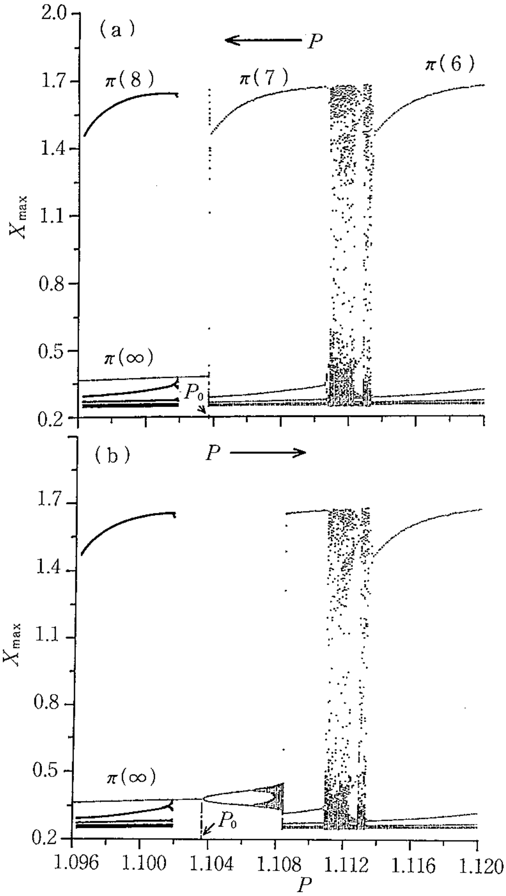

図3　$\pi(6)$，$\pi(7)$，$\pi(8)$出現領域の分岐構造．(a)，(b)ではPの変化方向が異なる．P_0は図1と同じである

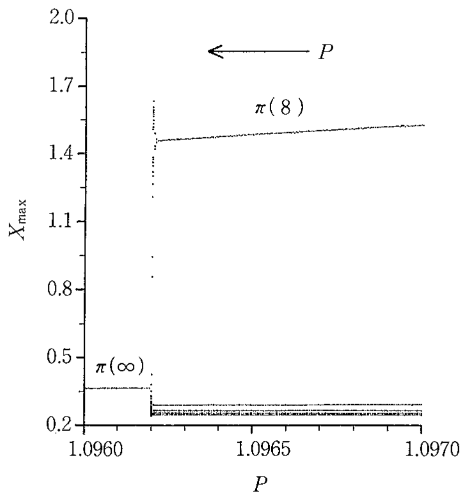

図4　Pを小さくしていくときの$\pi(8)$から$\pi(\infty)$への転移挙動．$\pi(8)$の2周期振動の振幅が急激に大きくなっている

はない．$\pi(8)$を出発点としてPを変化していくと$\pi(\infty)$へ落ち込む．しかし，$\pi(\infty)$を出発点とすると，$\pi(8)$へ行くことができない．外部からの大きな摂動が加わる必要がある．また，二つの状態間をつなぐ不安定な状態も隠れていないようである．この意味で，前報[3]で示したヒステレシスを伴う不連続転移とは本質的に異なる．

$n\geqq 7$において$\pi(n)$と$\pi(n+1)$の間には結合複合振動もカオス振動も現れず，$\pi(\infty)$のみが安定な状態であることを示したが，このときの$\pi(\infty)$への緩和過程を調べた．図5は，初期値として$(X_0, E_0, Z_0)=(X_0,$

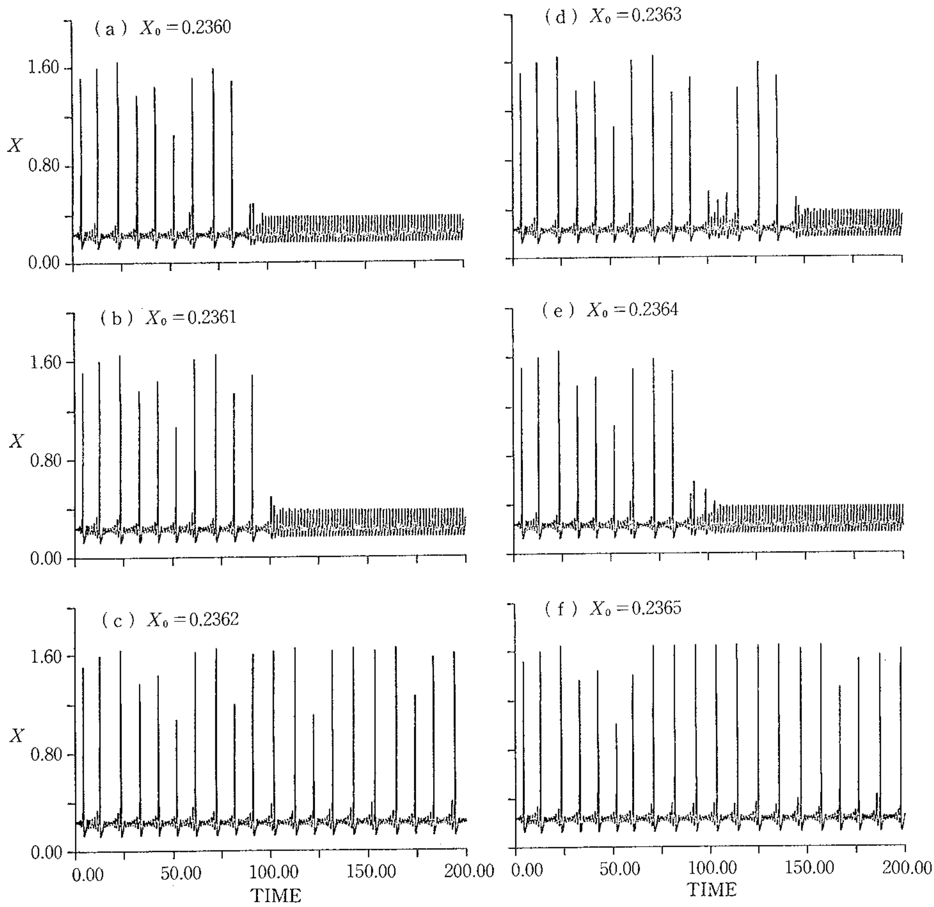

図5　P＝1.103における緩和過程
初期値としてX_0値のみを変化させた.（c），（f）では$\pi(\infty)$になるまでの時間は200を越える

0.9900，1.0600)を選び，$\pi(\infty)$へ緩和過程を調べた結果である．P＝1.103にとった．X_0のわずかな変化により，緩和時間が不規則に変化するが，これは緩和過程においてカオス振動の軌道を通過するためである．カオス振動は典型的にはパイこね変換に従う力学系[4]の挙動として説明されるが，パイこね変換では初期値のわずかなズレが拡大され，初期における記憶が消滅する．この特徴が緩和時間の不確定さとして観察されていると考えられる．

(1988年8月15日受理)

参　考　文　献

1)　森田真，岩元和敏，妹尾学，生産研究，40，334(1988).
2)　森田真，岩元和敏，妹尾学，生産研究，40，392(1988).
3)　森田真，岩元和敏，妹尾学，生産研究，40，555(1988).
4)　山口昌也，“カオスとフラクタル—非線形の不思議”講談社，(1986).