研　究　速　報

UDC 629.127：623.823：627.728

グライダー型潜水艇の設計に関する研究（その5）
—— 横運動の安定性 ——

Feasibility Study on Gliding Submersibles (5th Report)
—— Lateral Stability ——

浦　　　環*・藤　井　輝　夫*
Tamaki URA and Teruo FUJII

1．は じ め に

潜降，浮上時に推力を用いることなく航路および姿勢を制御できる無索無人潜水艇としてPTEROA40という艇形状を開発し，これまでその定常航行状態，動的安定性，制御等，主に縦運動について検討を加えてきた[1,2,3,4,5]．ここでは新たに実用艇として設計した全長1.5mで垂直尾翼を2枚とした艇体（PTEROA150）について，横運動の動的安定性を議論する．

記　号

ρ：流体密度　　g：重力加速度

m：質量　　▽：排水容積　　(x_G, y_G, z_G)：重心位置

$I_{x,y,z}$　　：各軸回りの慣性能率

$J_{xy,yz,zx}$　　：慣性乗積

U，V，W：速度の各軸方向成分

P，Q，R：各軸回りの角速度

2．運 動 方 程 式

艇体の運動方程式は，Lambの方法にしたがってエネルギーを考えることにより導かれる．Fig. 1に示すような艇の浮心を原点とする艇体固定座標系をとり，外力の各軸方向成分をX，Y，Z，各軸回りに働くモーメントをL，M，Nとすると，艇体の慣性エネルギーと艇体の運動に付随する流体の運動エネルギーの総和をTとして，次のような等式が得られる[6,7]．

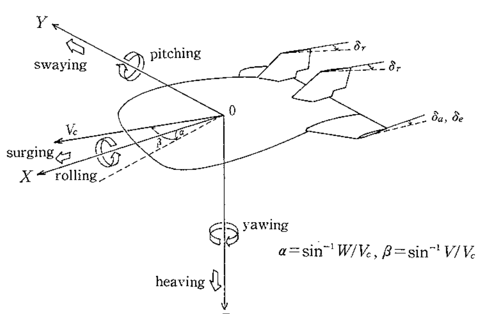


Fig. 1　Submersible Orientation

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial U}=R\frac{\partial T}{\partial V}-Q\frac{\partial T}{\partial W}+X \tag{1-a}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial V}=P\frac{\partial T}{\partial W}-R\frac{\partial T}{\partial U}+Y \tag{1-b}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial W}=Q\frac{\partial T}{\partial U}-P\frac{\partial T}{\partial V}+Z \tag{1-c}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial P}=W\frac{\partial T}{\partial V}-V\frac{\partial T}{\partial W}+R\frac{\partial T}{\partial Q}-Q\frac{\partial T}{\partial R}+L \tag{1-d}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial Q}=U\frac{\partial T}{\partial W}-W\frac{\partial T}{\partial U}+P\frac{\partial T}{\partial R}-R\frac{\partial T}{\partial P}+M \tag{1-e}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial R}=V\frac{\partial T}{\partial U}-U\frac{\partial T}{\partial V}+Q\frac{\partial T}{\partial P}-P\frac{\partial T}{\partial Q}+N \tag{1-f}$$

いま慣性エネルギーをT_bとすると次のようにかける．

$$T_b=\frac{1}{2}m(U^2+V^2+W^2)+\frac{1}{2}(I_xP^2+I_yQ^2+I_zR^2)-(J_{yz}QR+J_{zx}RP+J_{xy}PQ)+m\{x_G(VR-WQ)+y_G(WP-UR)+z_G(UQ-VP)\} \tag{2}$$

ところで，式(1)のように艇体の運動は6自由度である．そこで各運動方向に番号$i=1\sim6$をつけそれぞれの対水速度，角速度をU_{Ri}と表すと，流体の運動エネルギーは付加質量A_{ij}を用いて

$$T_a=\frac{1}{2}\sum_i\sum_j A_{ij}U_{Ri}U_{Rj} \tag{3}$$

以上から，$T=T_a+T_b$として式(1)に代入すれば運動方程式が求められる．求める過程において，式の形を簡便化する意味で次のような仮定を行い，あらかじめ無視できる項は省略しておく．

1)静水中を考える．→$U_{R1}=U$，$U_{R2}=V$，$U_{R3}=W$
　$U_{R4}=P$，$U_{R5}=Q$，$U_{R6}=R$

2)重心位置はXZ平面内にある．→$y_G=0$

3)艇体の対称性から→$J_{xy}=J_{yz}=0$

4)相反の原理により→$A_{ij}=A_{ji}$

5)艇体の形状を考えて，考慮する付加質量は

A_{11}，A_{22}，A_{33}，A_{44}，A_{55}，A_{66}，
$A_{35}(=A_{53})$，$A_{26}(=A_{62})$

のみとする．

*東京大学生産技術研究所　第2部

このような仮定のもとに運動方程式の外力を除いた部分が求められる．すなわち

$$X=(m+A_{11})\dot{U}+mz_G\dot{Q}+(m+A_{33})WQ$$
$$-(m+A_{22})VR+mz_GPR+(A_{35}-mx_G)Q^2$$
$$-(A_{26}+mx_G)R^2 \tag{4-a}$$

$$Y=(m+A_{22})\dot{V}+(mx_G+A_{26})\dot{R}-mz_G\dot{P}$$
$$+(m+A_{11})UR+mz_GQR-(m+A_{33})WP$$
$$-(A_{35}-mx_G)PQ \tag{4-b}$$

$$Z=(m+A_{33})\dot{W}+(A_{35}-mx_G)\dot{Q}$$
$$-mz_G(P^2+Q^2)+(A_{26}+mx_G)PR$$
$$+(m+A_{22})VP-(m+A_{11})UQ \tag{4-c}$$

$$L=(I_x+A_{44})\dot{P}-J_{zx}\dot{R}-mx_G\dot{V}+(A_{33}-A_{22})VW$$
$$+(A_{35}+A_{26})(VQ-WR)+mz_G(WP-UR)$$
$$-J_{zx}PQ+\{(I_z+A_{66})-(I_y+A_{55})\}QR \tag{4-d}$$

$$M=(I_y+A_{55})\dot{Q}+mz_G\dot{U}+(A_{53}-mx_G)\dot{W}+(A_{11}$$
$$-A_{33})UW+\{(I_x+A_{44})-(I_z+A_{66})\}PR$$
$$+J_{zx}(P^2-R^2)-(mx_G+A_{62})VP-(A_{35}$$
$$-mx_G)UQ+mz_G(WQ-VR) \tag{4-e}$$

$$N=(I_z+A_{66})\dot{R}-J_{zx}\dot{P}+(mx_G+A_{62})\dot{V}+(A_{22}$$
$$-A_{11})UV+(mx_G+A_{26})UR+(A_{53}$$
$$-mx_G)WP+J_{zx}QR+\{(I_y+A_{55})-(I_x$$
$$+A_{44})\}PQ \tag{4-f}$$

X, Y, Z, L, M, Nを知ることができれば，完全な形で運動方程式が得られる．これらに含まれるのは次の3項である．

1)重力および浮力
2)スラスト力
3)非慣性的体力

3．横運動の線形化

艇体の運動を左右対称な釣合状態からの微小変化であるとして線形化された横運動の方程式を求める．基準となる艇の釣合状態としては横滑りなしの直線定常航行を考え，各量に0をつけて表す．定常航行速度をV_{c0}として，定常値からの微小変化を考えると，

$$V\to V_0+v \qquad P\to 0+p \qquad R\to 0+r$$
$$\dot{V}\to 0+\dot{v} \qquad \dot{P}\to 0+\dot{p} \qquad \dot{R}\to 0+\dot{r} \tag{5}$$

オイラー角ϕ，θ，ψに関しても同様に考え

$$\phi\to 0+\phi \quad \theta\to\theta_0+\theta \quad \psi\to 0+\psi \tag{6}$$

また，ϕ，θ，ψとp，q，rの間には次の関係がある．

$$\dot{\phi}=p+q\sin\phi\tan\theta+r\cos\phi\tan\theta$$
$$\dot{\theta}=q\cos\phi-r\sin\phi$$
$$\dot{\psi}=q\sin\phi\sec\theta+r\cos\phi\sec\theta \tag{7}$$

ここではQに関しても微小変化$Q\to 0+q$を考えている．これに対し，ϕ，θが微小であるとして

$$\sin(\phi_0+\phi)\fallingdotseq\phi \qquad \cos(\phi_0+\phi)\fallingdotseq 1$$
$$\sin(\theta_0+\theta)\fallingdotseq\sin\theta_0+\theta\cos\theta_0$$
$$\cos(\theta_0+\theta)\fallingdotseq\cos\theta_0-\theta\sin\theta_0 \tag{8}$$

という近似を行い，角度の変化分が積で現れる項を無視すると

$$\dot{\phi}=p+r\tan\theta_0 \qquad \dot{\theta}=q \qquad \dot{\psi}=r\sec\theta_0 \tag{9}$$

という関係が得られる．(5)～(8)式を運動方程式の横運動に関する式 (4-b，d，f) に適用して速度や角速度の変化分が積で現れる項を微小であるとして無視する．

慣性的な流体力と非慣性的な流体力を分離しないで考えるという目的で，付加質量の効果は外力項に組み入れた形にすると次式が得られる．

$$Y=m\dot{v}+mx_G\dot{r}-mz_G\dot{p}+mU_0r-mW_0p$$
$$-(m-\rho\triangledown)g\cos\phi_0\phi$$
$$L=I_x\dot{p}-J_{zx}\dot{r}-mz_G\dot{v}+mz_G(W_0p-U_0r)$$
$$+(mz_G-\rho\triangledown z_B)g\cos\theta_0\phi$$
$$N=I_z\dot{r}-J_{zx}\dot{p}+mx_G\dot{v}+mx_GU_0r-mx_GW_0p$$
$$-(mx_G-\rho\triangledown x_B)g\cos\theta_0\phi \tag{10}$$

次に上式の左辺に現れる外力項を線形化する．まず，横運動に関する操縦量について整理すると，

a)ラダー：δ_r

b)エレベーター：δ_a (エルロンモード)

左右を逆方向にきるときのきり角の差．正のロールモーメントを発生する向きを正とする．

c)スラスター：δ_{mT} (旋回モード)

二軸にした際の左右のスラスター推力の差．正のヨーイングモーメントを発生する向きを正とする．

横運動に関する外力を，考えている変量，操縦量に関してテイラー展開し，それぞれの一次の項までをとる．また，艇体形状等により，その寄与が微小であるとして無視できる項はあらかじめ除く．以上より流体力係数を用いて，線形化された外力の表示が以下のように求められる．

$$Y=Y_vv+Y_{\dot{v}}\dot{v}+Y_rr+Y_{\dot{r}}\dot{r}+Y_{\delta_r}\delta_r$$
$$L=L_pp+L_{\dot{p}}\dot{p}+L_{\delta_r}\delta_r+L_{\delta_a}\delta_a+L_{\delta_{mT}}\delta_{mT}$$
$$N=N_vv+N_{\dot{v}}\dot{v}+N_rr+N_{\dot{r}}\dot{r}+N_{\delta_r}\delta_r+N_{\delta_a}\delta_a$$
$$+N_{\delta_{mT}}\delta_{mT} \tag{11}$$

さらに，速度vのかわりに横滑り角の変化量$\beta(=v/U_0)$を考え，式(9)のオイラー角と角速度の関係式を用いればβ，ϕ，rに関する横運動の線形方程式が得られる．

$$\{(mU_0-Y_{\dot{\beta}})D-Y_\beta\}\beta+\{(mx_G-Y_{\dot{r}}$$
$$+mz_G\tan\theta_0)D+(mU_0-Y_r+mW_0\tan\theta_0)\}r$$
$$-\{mz_GD^2+mW_0D+(m-\rho\triangledown)g\cos\theta_0\}\phi=Y_{\delta_r}\delta_r$$
$$-mz_GU_0D\beta-\{(J_{zx}+(I_x-L_{\dot{p}})\tan\theta_0)D$$
$$+mz_G(U_0+W_0\tan\theta_0)-L_p\tan\theta_0\}r+\{(I_x-L_{\dot{p}})D^2$$
$$+(mz_GW_0-L_p)D+(mz_G-\rho\triangledown z_B)g\cos\theta_0\}\phi$$
$$=L_{\delta_r}\delta_r+L_{\delta_a}\delta_a+L_{\delta_{mT}}\delta_{mT}$$
$$\{(mx_GU_0-N_{\dot{\beta}})D-N_\beta\}\beta+\{(I_z-N_{\dot{r}}+J_{zx}\tan\theta_0)D$$
$$+mx_GU_0-N_r+mx_GW_0\tan\theta_0\}r-\{J_{zx}D^2$$

研　究　速　報

$$+mx_G W_0 D+(mx_G-\rho\nabla x_B)g\cos\theta_0\}\phi$$
$$=N_{\delta_r}\delta_r+N_{\delta_a}\delta_a+N_{\delta_{mT}}\delta_{mT} \qquad (12)$$

4．横運動の根軌跡（Root Locus）

艇体の横運動の動的安定性を調べるため(12)式を，安定軸で考える．安定軸とは，左右対称の釣合定常航行状態にあるときの艇の速度V_{c0}の方向にX軸をとった艇体固定座標系で，艇の長手方向の対称軸をX軸とする機体軸と区別しなければならない（Fig. 2参照）．各操縦量固定として考える場合

$$W_0=\theta_0=\delta_i=0$$

とすれば以下のβ，ϕ，rに関する安定軸についての式が得られる．安定軸で運動を考える際には，式に現れる諸数値も安定軸上のものを用いなくてはならない．そこで重心位置x_G，z_G，慣性能率$I_{x,y,z}$，慣性乗積J_{zx}には添え字sを付けて区別する．

$$\{(mU_0-Y_{\dot\beta})D-Y_\beta\}\beta-\{mz_{Gs}D^2+(m-\rho\nabla)g\}\phi$$
$$+\{(mx_{Gs}-Y_{\dot r})D+mU_0-Y_r\}r=0$$
$$-mz_{Gs}U_0D\beta+\{(I_{xs}-L_{\dot p})D^2-L_pD+(mz_{Gs}$$
$$-\rho\nabla z_B)g\}\phi-(J_{zxs}D+mz_{Gs}U_0)r=0$$
$$\{(mx_{Gs}U_0-N_{\dot\beta})D-N_\beta\}\beta-\{J_{zxs}D^2+(mx_{Gs}$$
$$-\rho\nabla z_B)g\}\phi+\{(I_{zs}-N_{\dot r})D+mx_{Gs}U_0-N_r\}r$$
$$=0 \qquad (13)$$

この運動方程式をラプラス変換し，特性多項式Δを求めると，

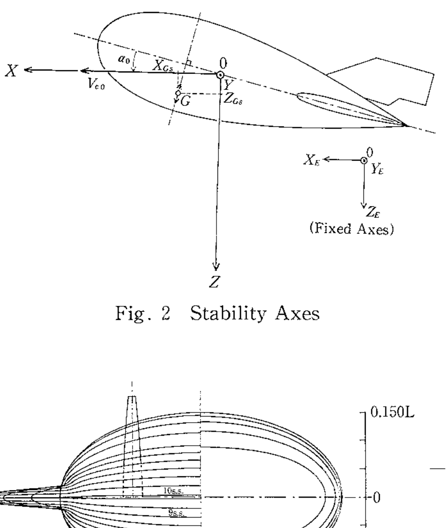


Fig. 2　Stability Axes

$$\Delta=As^4+Bs^3+Cs^2+Ds+E \qquad (14)$$

のような4次式がえられる．この横運動に関する特性方程式は通常，固有振動数ω_n，減衰率ζを用いて

$$\Delta=(s+\lambda_S)(s+\lambda_R)(s^2+2\zeta_d\omega_{nd}+\omega_{nd}^2) \qquad (15)$$

のような形に表せる．Δ＝0を解いて特性根を求めることにより動的安定性を調べることができる．航空機の例に従って，実数根で絶対値が小さいほうをスパイラルモード，大きいほうをロールモード，複素根をダッチロールモードの根と呼び，それぞれ添え字S, R, dを付ける．

得られた根を方程式の第2，第3式に代入して，

$$-mz_{Gs}U_0s(\beta/\phi)-(J_{zxs}s+mz_{Gs}U_0)(r/\phi)$$
$$=-\{(I_{xs}-L_{\dot p})s^2-L_ps+(mz_{Gs}-\rho\nabla z_B)g\}$$
$$\{(mx_{Gs}U_0-N_{\dot\beta})s-N_\beta\}(\beta/\phi)+\{(I_{xs}-N_{\dot r})s$$
$$+mx_{Gs}U_0-N_r\}(r/\phi)=\{J_{zxs}s^2+(mx_{Gs}$$
$$-\rho\nabla z_B)g\} \qquad (16)$$

前式より（β/ϕ），（r/ϕ）が求められ$D\psi=r\sec\theta_0$の関係から，（ψ/ϕ）が求められる．これより各モードの運動の構成を見るためのモード比（$\beta:\phi:\psi$）が得られる．

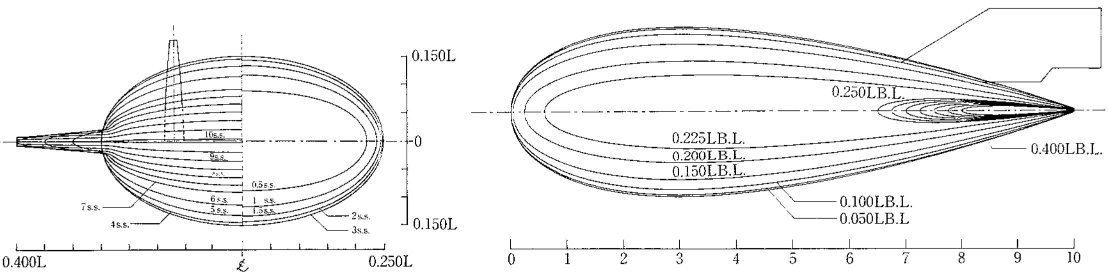
5．重心位置によるPTEROAの根軌跡

5.1　艇体形状

実用艇として計画している全長1.5mのPTEROA150は，艇体上面に2枚の垂直尾翼を持ち偏平な胴体は上下左右対称となっている（Fig. 3参照）．艇体の主要目をTable 1に示す．座標原点となる浮心位置は全長Lとして艇の前端から0.406Lの対称軸上にあり，重心は浮心の前方0.026Lの位置にある．重心が浮心と同じ対称軸上にあるときには(z_G＝0)，安定軸においてロールに関して不安定な状態となる．これに対し重心の上下位置を下方へ下げてやればロールに関する復原性が得られ，横運動の安定性は向上するはずである．次に解析例を示す．

5.2　解析例

重心の機体軸における上下位置z_Gを0から下方0.15Lのところまで移動させたときの，安定軸上での横運動に関する特性根の根軌跡をFig. 4に示す．安定軸における流体力係数は1mの艇体について求められている無次元



(a) Body Plan　　(b) Profile

Fig. 3　Body Plan and Profile of PTEROA150

量を1.5mにスケールアップしたものを使用した[7]．基準となる定常水平航行状態は，機体軸において速度V_{c0}＝2.9m/s, 迎角，ピッチ角はともに$\alpha_0=\theta_0=3.14$度である．

これによると$z_G=0$のとき，$\lambda_S=0.0135>0$となっておりz_Gを大きくするに従って，λ_Sは実軸上をマイナス（安定）方向へ動く．ロールモードの根λ_Rはz_Gの値が小さいときはあまり動かず，かなり大きくすると（$z_G=0.12$ L程度）マイナス方向へ動き始める．またダッチロールモードの根はほとんど動かない．

次にz_G=0.01L，0.075Lにおけるそれぞれの運動モードについてのモード比，時定数（$1/\lambda$），半減周期（$T_{1/2}$），振動周期（T）等をTable 2に示す．

艇体の特性値であるz_Gを変化させて根軌跡を考えているため各モード比は変化する．スパイラルモードについてはz_Gが大きくなるにつれて，ψの占める比が小さくなっており，またロールモードについてはz_Gが変化してもロールが卓越している．z_Gの上下位置を下げることにより，スパイラルモードの根λ_Sの減衰が大きくなり，ヨーイングに関するモード比が小さくなってこのモードが安定化されることがわかる．ダッチロールモードに関しては，z_Gを下げることによりロールの占める比が大きくなるが，全体的傾向として大きな変化は見られない．

6．お わ り に

本論では，PTEROA150の横運動について考察を加えるため，まず横運動の線形運動方程式を導いた．その後，重心の上下位置が横運動の動的安定性にどのような影響をおよぼすかを知るために根軌跡を描いた．その結果，

1) 重心の上下位置z_Gは横運動の特性根のうち2つの実根に影響する．
2) この2つの運動モードは重心位置を下げることによりロールの占める比が大きくなり，減衰が速くなる．すなわち，重心の移動による復原性の増加によって艇体は動的にも安定化される．
3) 残る2つの振動根については垂直尾翼面積等，他のパラメーターに関して検討する必要がある．

という結論が得られた．　　　　（1988年10月6日受理）

参 考 文 献

1) 浦，大坪：生産研究，Vol. 37-12,（1985）
2) 浦，大坪：生産研究，Vol. 39-4,（1987）
3) 浦，大坪：生産研究，Vol. 39-5,（1987）
4) 浦：生産研究，Vol. 40-2,（1988）
5) 浦，大坪：日本造船学会論文集，Vol. 162,（1987）
6) 大坪：東京大学大学院修士論文，（1987）
7) 立田：東京大学大学院修士論文，（1988）

Table 1　Dimensions of PTEROA150

L　：全　長	1.5m
B_{oa}：艇の全幅	0.8L
B　：胴体幅	0.5L
D　：胴体厚さ	0.3L
∇　：排水容積	0.0808L^3
W　：重　量	1.05$\nabla\rho g$
x_B　：浮心位置	0.406L（艇前端より）
x_G　：重心位置	0.380L（艇前端より）
I_x　：慣性能率	0.102$\nabla^{5/3}$
I_y　：慣性能率	0.323$\nabla^{5/3}$
I_z　：慣性能率	0.392$\nabla^{5/3}$

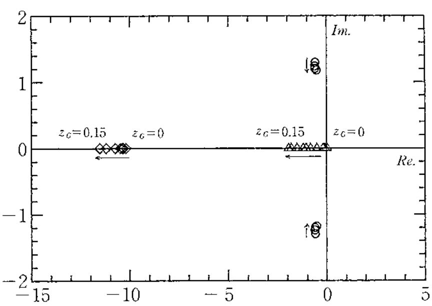


Fig. 4　Root Locus of Lateral Motion

Table 2　The Shapes of The Modes

<z_G=0.01L>

Mode	λ	$\beta:\phi:\psi$	$1/\lambda$ (sec)	$T_{1/2}$ (sec)	ω_n (sec^{-1})	ξ	T (sec)
Spiral	− 0.08290	−0.367 ：1.0：−3.19	12.1	8.36	—	—	—
Roll	−10.40	−0.0263 ：1.0：−0.0154	0.0962	0.0667	—	—	—
Dutch Roll	− 0.6054±1.285i	10.8−0.143i：1.0：19.9＋6.31i	—	1.15	1.42	0.426	4.89

<z_G=0.075L>

Mode	λ	$\beta:\phi:\psi$	$1/\lambda$ (sec)	$T_{1/2}$ (sec)	ω_n (sec^{-1})	ξ	T (sec)
Spiral	− 0.8435	−0.497 ：1.0：0.495	1.19	0.822	—	—	—
Roll	−10.25	−0.199 ：1.0：−0.0331	0.0976	0.0676	—	—	—
Dutch Roll	− 0.6098±1.201i	−3.80＋0.328i：1.0：−6.83−1.85i	—	1.14	1.35	0.453	5.23