# 研 究 解 説 (公開講演)

乱流現象の多様性

Diversity of Turbulence Phenomena

# 吉澤 徴\* Akira YOSHIZAWA

不規則性を主要な性質とする乱流現象はさまざまな連続媒質中に現れる。その特徴は平均量に 対する支配方程式中に乱れ部分の相関量が生じ、この相関量の影響を無視しては現象の本質を 捕えることが全くできないことである。本小論では、小さなスケールの乱れが大きなスケール の現象にいかに重要な影響を与えるかという視点より、流体工学現象、地球・天体磁場現象、 核融合プラズマ現象における乱流の役割を概観する。

## 1. 流れるとは

「乱流」は「turbulence」の日本語訳であり、不規則性 の効果を無視できる「層流」と対比して用いられている。 乱流,層流のいずれにおいても「流れる」すなわち連続 媒質中のある塊が移動するという強いイメージがある。 一方,turbulenceには必ずしも流れるというイメージは なく,むしろ「乱れあるいは擾乱」という面が強い.流 体工学や日常生活で接する乱流は前者の意味での乱流で あり、「turbulent flow」という英語名のほうが適切のよ うに思われる。

これに対して、プラズマ現象では巨視的に連続媒質と みなされるプラズマの質量移動を伴うという意味では 「必ずしも流れない」場合が多い。というのは、プラズマ を構成している電子とイオンではその質量比は千分の一 以下であり、電子は電流として容易に移動するが、質量 移動を引き起こすイオンの移動は無視できるからである。 このため、「plasma turbulence」を「プラズマ乱流」と 訳すのは誤解をうむもとであるが、「turbulence」に適切 な日本語訳は現在のところないようである。

プラズマを含むすべての「turbulence」において、小さ なスケールでの局所的な流れまで含めると連続媒質の流 れは現象の本質的役割を担っている。そこで、われわれ が日常接する水の流れを例にして、「流れる」ことの意味 を連続媒質の運動の記述という視点から考えてみよう。 図1の上段のように少年が水族館で水槽の窓ごしに魚が 泳いでいるのを見ているものとする。水槽中の水が流れ ているとすると、少年がある時間間隔たとえばΔ*t*だけ目 を離したすきに窓には蛸が来ている。連続媒質を記述す る通常の場の形式においては、ある位置**x**での現象を時 間*t*に関する発展として考察するため、上の状況において

\*東京大学生産技術研究所 第1部

は「魚が蛸に進化した」ことになる. この進化は魚にとっ ては偽りの変化であるが,ある位置xで時間間隔Δtでの 「魚の変化」という場の記述の意味では正しいものであ る.この「偽りの変化」は流れの速度が速ければ速いほ ど顕著になることは明らかであり,乱流に限らず流体現 象一般を研究するとき大きな障害となる.

上の例で「魚が魚として泳いでいる」のを見ようとすると、 $\Delta t$ は水の流速U、窓の直径Dを用いて

 $\Delta t < D/U \tag{1}$ 

でなければならない。流体現象を数値シミュレーション で解析するときΔtは必ず有限となるため、乱流のように Uが大きい場合は(1)は厳しい制約となる。近年貿易摩 擦と関連してスーパー・コンピューターが話題となると



図1 流れる水族館

き,「流体計算等大規模科学計算で強力な武器となる」等の枕言葉が付くのはまさにこのためである.

# 2. エネルギー散逸とは

水や空気の運動を巨視的に連続体として取り扱うとき, 構成分子の衝突によるエネルギー散逸をいかに考えるか という問題が生じる.水や空気が巨視的には静止してい ると考えられるときでも微視的には構成分子は絶えず衝 突を繰り返し,その結果エネルギーを失っていく.通常 の流体力学ではこのエネルギー散逸は考慮にいれず,他 からのエネルギー補給によって補われているとし,その 補給の指標を温度として与える.

流体運動が巨視的に速度勾配を持つとき、分子間の摩 擦も巨視的に増加し、エネルギー散逸は上に述べられた 状態より増える(図2参照).このエネルギー散逸は連続 体近似方程式に的確に反映されねばならない.流体運動 に電磁力等の影響があるとき、ジュール散逸等の他のエ ネルギー散逸形態が生じるが、以下ではもっとも簡単な 場合のみを考える.

### 3. 流体の基礎方程式

温度変化を陽に考えなくてもよい場合は,流体の密度 や流体のねばさを表す粘性係数を一定とみなすことがで きる.このとき,流体運動は次の基礎方程式によって記 述される:

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{j}} = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_{i,\bullet}$$
(3)

上式で、 $u_i$ は速度のi成分、pは圧力、 $\rho$ は密度、 $\nu(=\mu/$ 



図2 速度勾配による摩擦

ρ;μは粘性率)は動粘性率である.(2)は質量の保存則 を表し,(3)はニュートンの第2法則に当たる運動量保 存則である.

1,2節で述べたことを式で言い換えると,

流れるとは:
$$\sum_{j=1}^{3} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$
 (三A), (4)

エネルギ散逸とは: $\nu \Delta u_i (\equiv B)$  (5) となる。

## 4. レイノルズ数

「流れる効果」と「エネルギー散逸効果」の大きさを 比較してみよう.速uや座標xを無次元化するための基準 の長さL,基準の速度Uを導入しよう.たとえば図3の ボールのまわりに生じる空気の運動を考察するときは, Lはボールの直径(半径でもよい),Uはボールの進む速 さとすればよい。U、Lを用いると、(4)、(5)より

 $A/B = UL/\nu \equiv R$  (6) となり、R はレイノルズ数と呼ばれる無次元パラメーターである。<math>Rが大きいということは「流れる効果」が支 配的であることを意味している。

実際の流れでRがどの程度になるかを見るために,い くつかの具体例を上げよう.

例1:人の歩行あるいは走行

Lとして人の胴の直径, Uとして歩行あるいは走行 の速度, vとして空気の値を用いると,

 $U \doteq 10^{2} \text{ cm/s}, L \doteq 10 \text{ cm}, \nu = 0.1 \text{ cm}^{2}/\text{s}$  (7)  $\geq 3 \text{ p}, R \text{ is}$ 

$$R = 10^4. \tag{8}$$

例2:車の走行

例1に比べU, Lともに一桁ほど大きくなるため,

 $U = 10^{3} \text{ cm/s}, L = 10^{2} \text{ cm}, \nu = 0.1 \text{ cm/s}$ 

$$R = 10^6. \tag{9}$$

例3:水道水の流れ

L, Uとしてそれぞれ水道管の直径, 平均流速, vとし て水の値を用いると,



図3 基準の長さと速度

生産研究

 $U = 10^{2} \text{ cm/s}, L = 1 \text{ cm}, \nu = 0.01 \text{ cm/s}$  (10) \$ b,

 $R = 10^4. \tag{11}$ 

上の例1-3からわかるように、われわれが日常経験する流れではRは大体10<sup>4</sup>より大きい。飛行物体に関連した空気力学分野においてはUが上の例に比べてかなり大きくなり、また地球・天体物理分野ではLが極めて大きいために、共にRが10<sup>6</sup>を越えることは珍しくない。

いまRが10<sup>6</sup>の程度とすると,方程式(3)の中で「流れ る効果」が「エネルギー散逸効果」に比べて百万倍も大 きくなり,一見後者は無視してもよさそうである.そこ で実際に(3)において $\nu$ =0とおいて解いたとすると,乱 流の性質は全く失われてしまう.この矛盾は何からくる のであろうか.(6)においてレイノルズ数を定義する際, 大きなスケールの現象を記述するのに適当な基準の長さ や速度を用いた.しかし,乱流中でエネルギー散逸の行 われる長さスケールL<sub>a</sub>は

 $L_d/L=0(R^{-3/4})$  (12) となることが知られている(たとえば文献1))。それゆ えに、 $x \in L_d \in H$ いて、また $u \in COAF$ ールに対応する 速度を用いて無次元化すれば、(4)(5)OA、Bは同程度 の大きさになり、「エネルギー散逸効果」は「流れる効果」 に比べ全く無視できないことがわかる。

# 5. なぜ乱流の数値シミュレーションには スーパー・コンピューターが必要か

1節において流体運動の数値シミュレーションには スーパー・コンピューターが必要であると触れたが、こ のことを(12)を用いてもう少し詳しく見てみよう。流体 現象の数値シミュレーションでは、流れの領域を適当な 格子領域に分割し、基礎方程式(2)、(3)を差分形式に 直して計算することがよくなされる。いま格子領域の大 きさを $\Delta$ とすると、乱流現象に本質的なエネルギー散逸 の機構を正しく解析できるためには $\Delta$ は(12)の $L_d$ と

 $\Delta = L_d$  (13) の関係になければならない. 乱流領域全体はLのスケー ルで計られるので,数値シミュレーションに必要な格子 分割数Nは(12), (13)より

 $N \coloneqq (L/\Delta)^3 = R^{9/4} \tag{14}$ 

となる. そこで,4節で述べた10°のレイノルズ数の乱流 では

$$N \doteq 10^{13}.\tag{15}$$

では,現在までに行われた数値シミュレーションにお いてもっとも大きなRはいくらぐらいであろうか.最近 NASA Amesにおいて2枚の無限に広い平行平板間流 れ(通常溝乱流と呼ばれている)に関する大規模な計算 が行われた(文献2)参照).この研究では,数値計算の 精度を上げるためにいわゆるスペクトル法が用いられて

おり,格子分割に基づく上のNの評価は必ずしも正確で はないが、必要な自由度の数という観点からは本質的な 差はない. NASA Amesの計算では, 107程度のNが取ら れており、これは(14)よりR≒10°に対応し、実際にこの 程度のレイノルズ数の溝乱流がシミュレートされている。 時間平均等で統計量を求めるとき、定常性が十分確保で きるためにはCRAYのスーパー・コンピューターで数百 時間の計算時間が必要となる.もしR≒10<sup>6</sup>の場合を計算 しようとすると、N ≒10<sup>13</sup>となり、計算時間は10<sup>8</sup>時間(10<sup>4</sup> 年)では済まない. ここに述べた溝乱流は幾何学的形状 の点ではかなり特殊なものであり、工学や自然科学で興 味ある遙かに複雑な乱流では比較にならないほど多くの 計算時間が必要となる. 今後いかに計算機ハードウエア が進歩しても、流体方程式を単に忠実に解こうとしてい るかぎり乱流の数値シミュレーションに望みがないこと は明白である。

#### 6. 乱流モデルとは

5節で述べられた乱流の数値シミュレーションの困難 は一にかかって「大きなスケールLの現象に主要な興味 があるにもかかわらず、エネルギー散逸スケールLaの現 象を無視できない」ことにある。この困難を救うほとん どただ一つの道は、Laのスケールの現象を直接取り扱う ことを放棄し、その代わりに「エネルギー散逸の機構」 をできる限り正しく取り入れることである。その具体的 方法は一つではないが、一括して乱流のモデル化と呼ば れている。

f = f' + f'

に分ける. ここで,

f:変動中の大きなスケールLに関連した部分

f':エネルギー散逸スケールL<sub>d</sub>を含む比較的小さ なスケールに関連した部分

と定義する.(16)の分離を行うもっとも一般的な方法は アンサンブル平均操作であり,

$$\bar{f} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} f_n(\boldsymbol{x}, t)$$
(17)

で与えられる。上式で、 $f_n$ は同一の制御可能な実験パラ メーターのもとで行われたn回目の実験におけるfの値 とする、現実の実験的研究では統計量が取れるほど実験 を繰り返すことは不可能であり、他の何らかの方法で (17)と等価な量を求めるのが普通である。たとえば、乱 流が定常すなわち $\bar{f}$ が時間によらなければ、(17)は時間 平均

$$\bar{f} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} f(\boldsymbol{x}, t') dt'$$
(18)

(16)

(17),(18)の平均化ではf中のどの程度のスケールがf' として粗視化されてしまうか先見的には明らかではない. 経験的にはこのスケールのなかには乱流中の重要なス ケールLにかなり近いものまでも含まれることがわかっ ており,その意味で(17),(18)はかなり粗い平均化と言 える.

f'に含まれるスケールを制御できる粗視化の典型的な 例として,フィルタリングの操作を上げることができ る:

$$\bar{f} = \int G(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}) f(\boldsymbol{y}, t) d\boldsymbol{y}.$$
(19)

ここで、 $G(\mathbf{x})$ は $\Delta$ 程度の幅で $\mathbf{x} = 0$ の近傍だけ0でない 関数で、通常フィルター関数と呼ばれる。 $G(\mathbf{x})$ として は、 $\mathbf{x} = 0$ を中心とするガウス・フィルターやフィルター 幅中で一定値を持つトップ・ハット・フィルターがよく 用いられる。

(17), (18), (19)のいずれかを基礎方程式(2), (3) に適用すると

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \vec{u}_{j}}{\partial x_{j}} = 0, \qquad (20)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \nu \Delta \bar{u}_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u'_i u'_j}) + RP.$$
(21)

上式で、*RP* (Residual Part) はフィルター関数を用い た際に生じる項であるが,話を簡単にするためにここで は省略する.この近似のもとでは,本来の基礎方程式 (2),(3)と(20),(21)を区別するただ一つの量は乱れ の相関量— $u_iu_i$ であり、レイノルズ応力と呼ばれている. フィルター関数を用いたときは,特に格子レイノルズ応 力と呼ばれる.

上の粗視化操作を熱あるいは物質濃度等のスカラー量 の拡散を表す.

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3} u_j \frac{\partial\theta}{\partial x_j} = \kappa \Delta\theta \tag{22}$$

に適用すると,

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3} \bar{u}_{j} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_{j}} = \kappa \Delta \bar{\theta} + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_{j}} (-\overline{u'_{j}\theta'}) + RP$$
(23)

となる.ここで,乱れの相関量 $\overline{u_i \theta'}$ はスカラー量の乱流フ ラックスと呼ばれる.

レイノルズ応力や乱流フラックスの重要性は円管乱流 における流量と圧力降下との関係,乱流中のスカラー拡 散の増加等を考えれば明らかである。たとえば,円管流 中の流量は層流ではいわゆるポアゼイユの法則に従い, 流量と圧力降下は線形的関係にある。一方,乱流では流 量は圧力降下の平方根に比例するが,この差異はレイノ ルズ応力から生じている.方程式(20),(21)あるいは(23) はレイノルズ応力,乱流フラックスを含むためそれ自身 では方程式が閉じず,これらの乱流量をaあるいは $\bar{\theta}$ と関 係付けねばならない.この作業がいわゆる乱流のモデル 化と言われるものである.

### 7.モデルの特徴

フィルタリングに基づくモデル化においては粗視化の スケールを任意に選ぶことができる.そこで,そのスケー ルをできる限り小さくし,モデル化される部分を最小限 にすることによってモデル化の普遍性を高めかつ多量の 情報を得ることが可能となる.その反面,アンサンブル 平均の場合と異なり扱うべき流れは常に3次元,非定常 流になるため,スーパー・コンピューターによる大規模 シミュレーションが不可欠となる.また,アンサンブル 平均モデルではモデル構成の時点で多くの実験的,統計 理論的努力が払われているのに対して,フィルタリング に基づくシミュレーション(通常large eddy simulation,略してLES)では得られた結果から有意な情報を抜 き出すというもっとも重要な仕事が残されている.その 意味で,LESを含む大規模数値シミュレーションは正に 数値実験といえる.

アンサンブル平均およびフィルタリングによるモデル 化の特徴は表1にまとめられている.アンサンブル平均 モデルの解説は文献3)に、その理論的基礎付けは文献 4)に、LESに関する解説は文献5)、6)に、その最近の 研究例は文献7)に与えられている.

#### 8. 地球磁気ダイナモ

地球の磁場はハイキング,登山等における方向指標と して大変馴染み深いものであり,「地球にはなぜ磁場があ るのだろうか」という疑問を持たれた人も少なくないで あろう(図4).また、地球に限らず他の天体、たとえば 太陽にも磁場は存在し、その天体物理学的研究において 重要な役割を演じている。もっとも身近な地球磁場に関 しては、「地球は巨大な(静磁場的)磁石である」と考え ても磁場の存在自身は説明できる(そのときは発生起源

表1 乱流モデルの特徴

	アンサンブル平均	フィルタリング
モデルの名称	<i>k-ε</i> モデル 応力モデル	サブグリッド・ モデル(LES)
モデル化される ス ケ ー ル	大きい	任意
モデルの構造	複雑	簡単
流れの次元	1—3次元	3次元,非定常
格子数	少量で済むことも ある	常に多量



図4 方向指標としての地球磁場

という問題が生じるであろうが).

「地球磁石説」にとって最大の障害となるのは「地球 磁場の磁極は100万年程度の周期で反転している」という 証拠があることである。すなわち,現在はたまたま地理 学的な北極と磁極のN極が一致しているが,南極にN極 が向いていた時期もあったのである。この事実は地球を 巨大な磁石と見るかぎり説明することが極めて難しい。

電流が流れると磁場が生じるあるいはその逆が成り立 つことは電磁気学においてよく知られているところであ る. この事実に基づいて地球磁場の維持(ダイナモと通 称される)を説明できないであろうか.電流と磁場の関 係は図5の右手の法則によって与えられる.いま,地球 内部に電導性媒質があるとして図6のように電流一磁場 系を仮定してみよう.ここで、 $(B_i, B_p)$ および $(j_i, j_p)$ はそれぞれトロイダル,ポロイダル磁束密度および電流 密度を表す.われわれが方向指標として馴染み深いのは  $B_p$ である.

ここで,

 $B_t \cdots j_t \longrightarrow B_p \cdots j_p \longrightarrow B_t$  (24) のサイクルを考えてみよう。もし最初の過程が存在した とすると、第2の過程はよく知られた右手の法則にほか ならない。第3の過程は第1の過程と等価であり、第4 の右手の法則を通じて(24)のサイクルは完結し、地球磁 場のダイナモが可能となる。

では,(24)の第1,3の過程は一体可能であろうか。 電流,磁場間には右手の法則に対応するアンペールの公 式

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{j} (\mu \textbf{i} 透磁率)$$
 (25)  
に加えて、オームの法則がある:



生産研究

417

図5 右手の法則





 $j = \sigma (E + u \times B)$  (26) ここで、 $\sigma$ は電気電導率、Eは電場、uは電導性流動媒質 の速度である。(26)はu = 0とすると、通常の電流、電圧 の関係になり、磁場中で媒質が動くと電流が流れること を意味している。このことは媒質を閉じた電線で置き換 えればよく理解できるであろう。

(26)は(24)の第1,3過程と明らかに矛盾する。すな わち,オームの法則は**B**から生じる**j**は**B**に垂直であるこ とを示している。磁場ダイナモにおいては**j**のなかに**B**と 平行な部分が含まれることが本質的であるため、(26)そ のものでは地球磁場を説明することはできない。

## 9. 乱流ダイナモ

jがuから生じるとBに垂直になってしまうので, j, B, uとも揺らいでいるとしてそれらの(アンサンブル) 平均部分だけを取り出してみよう.オームの法則(26)の アンサンブル平均をとると,

 $\bar{j} = \sigma (\bar{E} + \bar{u} \times \bar{B} + \bar{u} \times \bar{B}')$ となる、上式で、括弧内の第1、2項は(26)と同様に $\bar{u}$ 、  $\bar{B}$ から生じた電流部分が相変わらず $\bar{B}$ に垂直であること を示している、第3項は乱流起電力と呼ばれ、もしこの 項が $\bar{B}$ に平行な成分を持つことができれば、 $\bar{B}$ に関して (24)のサイクルが成立する可能性が生まれる、

実際、電磁流体乱流の統計理論より

 $\vec{u} \times \vec{B} = \alpha_H \vec{B} + \alpha_I \times \vec{B} - \beta \nabla \times \vec{B} + \cdots$  (28) となりうることが示される.上式で,最初の2項はアル ファ項,第3項はベータ項と呼ばれている.特に,第1 項が(24)のサイクルで必須の磁場に平行な電流成分を作 り出してくれる.ただし,*u*,*B*の揺らぎ部分*u'*,*B'*が第 1項を生むためにはそれらの統計的空間構造に強い制約 が課せられる.というのは,座標の反転(*x*→-*x*)に対 して*u*は符号を変えるが,*B*は変えない.その結果,(27) の第1項の係数*α<sub>H</sub>*はスカラーではあるが,座標反転に対 して符号を変えなければならない.このようなスカラー は擬スカラーと呼ばれ,エネルギー等とは著しく性質を 異にしており,揺らぎに関する空間的対称性の破れが不 可欠である.

磁気ダイナモを理論的に説明するためには、(27)中の 諸係数を揺らぎの諸量と明確に関係付け、さらにこれら の諸量に対する支配方程式を構成せねばならない.磁気 ダイナモという難問にある程度の解答を与えるためには いまだ多くの過程が残されている.磁気ダイナモの解説 は文献8)に、セルフコンシステントなダイナモモデルの



試みは文献9)に与えられている。

## 10. 逆転磁場ピンチにおけるプラズマ乱流

核融合発電を行うためには数億度の高温プラズマを適 当な時間閉じ込めなければならない.このために磁気面 によるプラズマの閉じ込めが活発に研究されてきた.そ の代表的なものとして,図7のようにトーラス容器に巻 き付けられた外部コイルによるトロイダル磁場B<sub>t</sub>とプラ ズマ電流の作るポロイダル磁場B<sub>p</sub>による方式がある.

この方式中で現在もっとも活発に研究がなされている ものはトカマク方式である。トカマクでは強いトロイダ ル磁場を弱いポロイダル磁場のピンチ効果によって補強 し、プラズマ閉じ込めを図る。磁束密度のトーラス断面 での概略は図8に与えられている。トカマクでは $B_p/B_t$ が小さいため、プラズマの安定性の観点より

(a) トーラス炉のアスペクト比(小半径と大半径の 比)をあまり小さくとれず、炉が巨大化する,

(b) プラズマ電流を大きくできないため,補助点火 装置を必要とする

等の欠点がある。

それではプラズマ電流を増加させB<sub>b</sub>を大きくしたら どうであろうか。トカマクにおける安定性の議論からは プラズマは乱れて閉じ込めは急速に壊れることになる。 しかし、実際にはプラズマは乱れた状態にありながらあ る時間閉じ込められることが確認されている。この状態 の磁束密度分布の概略は図9で与えられる。すなわち、 B<sub>b</sub>はB<sub>t</sub>と同程度であり、B<sub>t</sub>はトーラス管壁で符号を逆転 する。この閉じ込め方式はB<sub>t</sub>の上述の特徴にちなんで逆 転磁場ピンチ(reversed field pinch、略してRFP)と呼 ばれている。RFPはプラズマの強い非線形現象のためプ ラズマ物理学の観点からも大きな関心を持たれ、近年活 発に研究されている。

トカマクとRFPの決定的差異はB<sub>t</sub>にあるが、その原因





はプラズマ電流の大小による.実験的にはプラズマ電流 が流れ続けているかぎりB<sub>4</sub>の逆転配位は維持され,また その逆も成り立つ.電流がそれと平行な磁場を維持する という状況は9節の地球磁場ダイナモの関係と瓜二つで ある.RFPの機構が乱流ダイナモより説明できるとした ら,基礎科学研究の幅広さと奥深さを如実に示すことに なるであろう.

RFPの解説は文献10), 11)に,その乱流ダイナモの観 点からの研究は文献9), 12)に与えられている。 なお,本小論で使用したさし絵は田中順子氏による。 (1988年6月28日受理)

### 参考文献

- 1) G.K. Batchelor, *The Theory of Homogeneous Turbulence* (Cambridge University, 1953).
- J.Kim, P. Moin, and R. Moser, J. Fluid Mech. 177, 133(1987).
- P. Bradshaw, T. Cebeci, and J.H. Whitelaw, *Engineering Calculation Methods for Turbulent* Flow (Academic, 1981).
- 4) A. Yoshizawa, Phys. Fluids 28,59(1985);
   30,628(1987).
- 5) R.S. Rogallo and P. Moin, Ann. Rev. Fluid Mech. 16,59(1984).
- A. Yoshizawa, in *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, edited by N.P. Cheremisinoff(Gulf, 1986), Vol. 6, p. 1277.
- 7) K. Horiuti, J. Comp. Phys. 71,343(1987).
- F. Krause and K.-H. Rädler, Mean Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory (Pergamon, 1980).
- 9) A. Yoshizawa and F. Hamba, Phys. Fluids **32**, No. 8(1988).
- H.A.B. Bodin and A.A.Newton, Nucl. Fusion 20, 1255(1980).
- H.A.B. Bodin, Plasma Phys. and Controlled Fusion 29, 1277 (1987).
- A. Yoshizawa, submitted to Phys. Fluids (Reversed field pinch turbulent dynamo and turbulence pumping).