研　究　速　報
UDC 621.396.67：537.63

パラボラアンテナの構造変形とその電磁場への影響
——逆対称変形の場合——

Structural Deformation of Parabolic Antenna and its Influence upon the Electromagnetic Field
——In the case of asymmetric displacement——

関　　富　玲*・半　谷　裕　彦*
Fu-Ling GUAN and Yasuhiko HANGAI

1．研　究　目　的

アンテナの反射面に生じる変位は，大きく，システム変位とランダム変位に分類できる．システム変位は自重，風荷重，温度応力などの静的および動的荷重による変位で，製造誤差等，ランダムな要因に基づく変位がランダム変位である．反射面に生じるこれらの変位によって放射パターンは変化し，そのため，利得，主ビームのレベル，サイドローブの形状，等に影響を与える．

システム変位を引き起こす荷重は対称荷重と反対称荷重に分解できる（$q=q_n \cos n\theta$）．一方，パラボラアンテナは対称構造物である場合が多い．そのため，対称荷重（$n=0$）を受けると変位は対称となり，反対称荷重（$n=1\sim N$）を受けると反対称の変位となる．著者等は文献1）において，対称変位によって放射電磁場がどの程度影響されるかを数値解析を通して検討した．本論文では，逆対称変位（$n=1$）の場合についてこの影響を調べてみる．

2．構造変形による電磁場解析の基礎方程式

パラボラアンテナの座標系を図-1とする．無限遠における電界強度を$\boldsymbol{E}$とすると，

$$\boldsymbol{E} \fallingdotseq -j\frac{\omega\mu}{4\pi r}e^{-jkr}\int_s \boldsymbol{J}(r)\,e^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}}}ds \qquad (1)$$

ここに，$j=\sqrt{-1}$，ω：円振動数，μ：透磁率，r：焦点から観測点までの距離，$k=z\pi/\lambda$，λ：波長，$\boldsymbol{J}(r)$：感応面電流，$\boldsymbol{r}'$：焦点からアンテナ表面までの位置ベクトル，$\hat{\boldsymbol{r}}$：rの方向の単位ベクトル，S：アンテナの表面積，である．上式の積分項を$\boldsymbol{T}(\theta,\ \phi)$とすると

$$\boldsymbol{T}(\theta,\ \phi)=\int_{a_0}^{a}\int_0^{2\pi}\boldsymbol{J}(r)\sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\,e^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}}}\rho d\rho d\phi' \equiv \int_0^{a}\int_0^{2\pi}\tilde{\boldsymbol{J}}(r)\,e^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}}}\rho d\rho d\phi' \qquad (2)$$

ここで，fは鏡面の関数で，さらに，

$$\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}}=z'\cos\theta+ux'+vy'$$
$$u=\sin\theta\cos\phi,\quad v=\sin\theta\sin\phi \qquad (3)$$

（3）式を（2）式に代入すると

$$\boldsymbol{T}(u,v)=\iint\tilde{\boldsymbol{J}}(r)\,e^{jk(z'\cos\theta+ux'+vy')}dx'dy' \qquad (4)$$

上式の$z'\cos\theta$の項を変形すると

$$\boldsymbol{T}(u,v)=\iint\tilde{\boldsymbol{J}}(r)\,e^{jkz'}(e^{-jkz'(1-\cos\theta)})\,e^{jk(ux'+vy')}dx'dy' \qquad (5)$$

小さいθの値に対して，$-jkz'(1-\cos\theta)$の項をTaylor級数に展開すると[3)]

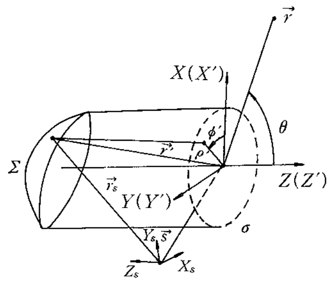


図-1　アンテナの座標

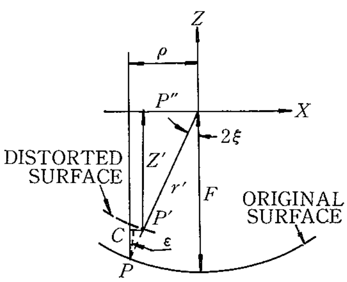


図-2　鏡面上の点の変位

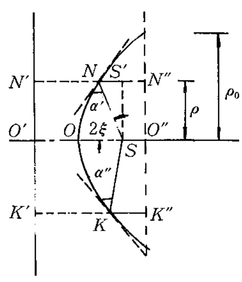


図-3　パラボラの幾何

*東京大学生産技術研究所　第5部

$$\boldsymbol{T}(u,v)=\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{p!}[-jk(1-\cos\theta)]^{p}\boldsymbol{T}_{p} \tag{6}$$

ここに,

$$\boldsymbol{T}_{p}=\iint(z')^{p}\tilde{\boldsymbol{J}}(r)\,e^{jkz'}e^{jk(ux'+vy')}dx'dy' \tag{7}$$

$p=0$ の時

$$\boldsymbol{T}(u,v)=\iint\tilde{\boldsymbol{J}}(r)\,e^{jkz'}e^{jk(ux'+vy')}dx'dy' \tag{8}$$

大きなθの値に対しては$p=1$以上の高次項が必要となる．ただし，遠方場に対しては$\boldsymbol{T}_0$のみ重要な項となる．以下,簡単のために$\boldsymbol{T}_0$を$\boldsymbol{T}$で表示することにする．$\boldsymbol{T}$の成分T_θ，T_ϕをT_x，T_y，T_zに変換する公式は,

$$\begin{Bmatrix} T_\theta \\ T_\phi \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \tag{9}$$

主極化方向をy方向に仮定すれば(T_yをTと置くと)，T_yのみが残り，結局，(1)式は次式となる。

$$\boldsymbol{E}=-j\frac{\omega\mu}{4\pi r}e^{-jkr}\begin{Bmatrix} 0 \\ T \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{10}$$

次に，アンテナの構造変形の効果を考える．給電位置を焦点とし，反射面の法線方向変位を$\Delta\rho(x,\ y)$で表す．図-2より

$$-r'+z'=-r'-p'p'' \tag{11}$$

パラボラ反射体に対しては

$$-r'+z'=-2F+2\Delta\rho\cos\xi \tag{12}$$

変位に伴う位相の差をδとすると

$$\begin{aligned}\delta&=(4\pi/\lambda)\,\Delta\rho\cos\xi\\&=(4\pi/\lambda)\,\Delta\rho\,(1+(r^2/4F^2))^{-1/2}\end{aligned} \tag{13}$$

ここに，Fは焦点距離である．このδを(8)式に代入すると，

$$\boldsymbol{T}(u,v)=e^{-2jkF}\iint\tilde{\boldsymbol{J}}(r)\,e^{j\delta}e^{jk(ux'+vy')}dx'dy' \tag{14}$$

反射面の構造変位をフーリエ級数に展開すると,

$$\Delta\rho=(\Delta\rho)_0+\sum_{n=1}^{\infty}(\Delta\rho)_n\cos n\phi' \tag{15}$$

(15)式を(13)式に代入すると,

$$\delta=(4\pi/\lambda)\Big\{(\Delta\rho)_0+\sum_{n=1}^{\infty}(\Delta\rho)_n\cos\phi'\Big\}\cdot(1+(r^2/4F^2))^{-1/2} \tag{16}$$

上式を(14)式に代入すると（座標変換で$r\rightarrow\rho$),

$$\boldsymbol{T}(u,v)=e^{-2jkF}\int_{a_0}^{a}\boldsymbol{J}(\rho)\,(1+\frac{\rho^2}{4F^2})^{1/2}\int_0^{2\pi}e^{j(4\pi/\lambda)(1+(\rho^2/4F^2))^{-1/2}\left\{(\Delta\rho)_0+\sum_{n=1}^{\infty}(\Delta\rho)_n\cos\phi'\right\}(jk\rho\sin\theta\cos(\phi-\phi'))}\rho d\rho d\phi' \tag{17}$$

$n=0$(軸対称変形)と$n=1$(逆対称変形)を採用すると,

$$\boldsymbol{T}(u,v)=e^{-2jkF}\int_{a_0}^{a}\boldsymbol{J}(\rho)\,M^{-1}\int_0^{2\pi}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_0}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_1\cos\phi'}\,e^{jk\rho\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\rho d\rho d\phi' \tag{18}$$

ここに,

$$M=\sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}=(1+\frac{\rho^2}{4F^2})^{-1/2} \tag{19}$$

ここで,

$$\begin{aligned}&\int_0^{2\pi}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_0}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_1\cos\phi'}\cdot e^{jk\rho\sin\theta\cos(\phi-\phi')}d\phi'=e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho_0)}\\&\cdot\int_0^{2\pi}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_1\cos\phi'+k\rho\sin\theta\cos(\phi-\phi')}d\phi'\\&=e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho_0)}\int_0^{2\pi}e^{jkA\cos(\phi-\alpha)}d\phi'\end{aligned} \tag{20}$$

上式の展開において，$k=2\pi/\lambda$および次式を利用している。

$$\begin{aligned}&2kM(\Delta\rho)_1\cos\phi'+k\rho\sin\theta\cos(\phi-\phi)'\\&=kA\cos(\phi-\alpha)\end{aligned} \tag{21}$$

ここに

$$\begin{aligned}A=&[(2(\Delta\rho)_1M+\rho\sin\theta\cos\phi)^2\\&+(r\sin\theta\sin\phi)^2]^{1/2}\end{aligned} \tag{22}$$

$$\alpha=\tan^{-1}\left[\frac{2(\Delta\rho)_1M+\rho\sin\theta\cos\phi}{r\sin\theta\sin\phi}\right] \tag{23}$$

第零次Bessel関数を用いると，(20)式は以下の様になる．

$$\begin{aligned}&e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho_0)}\int_0^{2\pi}e^{jkA\cos(\phi'-\alpha)}d\phi'\\&=e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_0}J_0(kA\sin\theta)\end{aligned} \tag{24}$$

上式を用いると(18)式は

$$\boldsymbol{T}(u,v)=e^{-2jkF}\int_{a_0}^{a}\boldsymbol{J}(\rho)\,M^{-1}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_0}J_0(kA\sin\theta)\,\rho d\rho \tag{25}$$

特別な場合として，反射面の変位が対称時[3]は

$$\boldsymbol{T}(u,v)=e^{-2jkF}\int_{a_0}^{a}\boldsymbol{J}(\rho)\,M^{-1}e^{j(4\pi/\lambda)M(\Delta\rho)_0}J_0(ka\sin\theta)\,\rho d\rho \tag{26}$$

変位が逆対称の時には,

$$\boldsymbol{T}(u,v)=e^{-2jkF}\int_{a_0}^{a}\boldsymbol{J}(\rho)\,M^{-1}J_0(kA\sin\theta)\,\rho d\rho \tag{27}$$

本論文は上式を利用する．

3．逆対称荷重を受ける円板

本論文では，その(1)と同様，パラボラアンテナの構造モデルとして中央部支持の円板を採用する．パラボラアンテナを模擬したスペースフレームに対しては文献2）を参照していただきたい．

荷重qとして次式で与えられる逆対称荷重を考える．

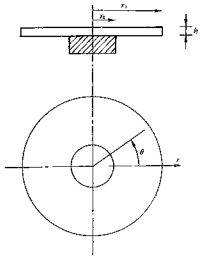


図-4 中央支持円板

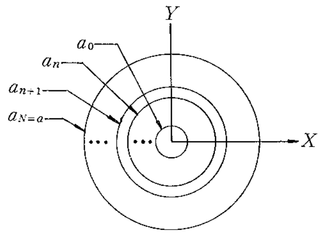


図-5 円口径の同心円による分割

$$q=p(r/r_1)\cos\theta \quad (p=\text{一定}) \tag{28}$$

上式に対応して変位を次式で仮定する．

$$w=f(r)\cos\theta \tag{29}$$

図-4に示す円板の基礎方程式は次式となる．

$$\varDelta\varDelta w=\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)$$

$$\varDelta\varDelta w=q \tag{30}$$

境界条件は次式とする．

$r=r_0$（固定）：$w=0$，$\partial w/\partial r=0$

$r=r_1$（自由）：$M_r=0$，

$$V\equiv Q_r+1/r\cdot\partial M_{r\theta}/\partial\theta=0 \tag{31}$$

ここに，M_r：曲げモーメント，$M_{r\theta}$：捩りモーメント，Q_r：剪断力，である．(28)，(29)式を(30)式に代入し，得られた解に境界条件(31)式を用いると，次式の無次元化した変位が得られる．

$$\overline{w}=(\overline{p}/192\cdot\xi^5+A_0\xi+B_0\xi^3+C_0\xi^{-1}+D_0\xi\log\xi)\cos\theta \tag{32}$$

ここに，

$\xi=r/r_1$，$\eta=r_0/r_1$，$\overline{w}=w/h$，$\overline{p}=r_1{}^4/Dh\cdot p$

h：板厚，$D=Eh^3/12(1-V^2)$ (33)

なお，(32)式のA_0，B_0，C_0，D_0は下式の連立方程式より決定される．

$$\begin{aligned}&A_0\eta+B_0\eta^3+C_0\eta^{-1}+D_0\eta\log\eta=-\overline{p}/192\cdot\eta^5\\&A_0+3B_0\eta^2-C_0\eta^{-2}+D_0(\log\eta+1)\\&\quad=-5\overline{p}/192\cdot\eta^4\\&(6+2V)B_0+2(1-V)C_0+(1+V)D_0\\&\quad=-(5+V)/48\\&(6+2V)B_0+2(1-V)C_0-(3-V)D_0\\&\quad=-(17+V)/48\end{aligned} \tag{34}$$

4．数値解析と結果

波源は次式に示すような口径平面上の分布を仮定する．

$$J(\rho)M^{-1}=B+C[1-(\rho/a)^2]^p \tag{35}$$

ここに，

$$B+C=1,\ p=1 \tag{36}$$

主ビームの傾斜20 log$B$（$=-10$dB）

口径を図-5に示すように円で分割する．つまり，

$$E=\sum_{n=1}^{N}E_{n,n-1} \tag{37}$$

ここに，

$$E_{n,n-1}=E_n-E_{n-1} \tag{38}$$

$$E_n=\pi a_n^2\{B\cdot 2/u_n\cdot J_1(u_n)+C[2/u_n\cdot J_1(u_n)-a_n^2/a^2(2/u_n\cdot J_1(u_n)-(2/u_n)^2J_2(u_n))]\} \tag{39}$$

$$E_n(0^\circ)=\pi a_n^2[B+C(1-a_n^2/2a^2)] \tag{40}$$

上式で，J_1，J_2は第1次および第2次Bessel関数である．また，$u_n=kA_n\sin\theta$．

以上の諸式と(26)，(27)式の関係を示しておくと，(35)式が$\boldsymbol{J}(\rho)M^{-1}$に対応し，(37)式が積分解析を円環の区分ごとで行うことになる．つまり，軸対称変形に対しては

$$T_y=e^{-2jkF}Ee^{j(4\pi/\lambda)M(\varDelta\rho)_0} \tag{41}$$

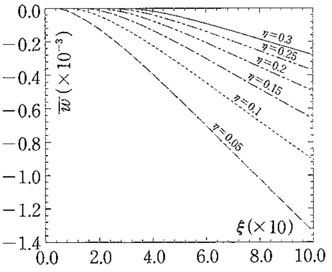
逆対称変形に対しては

$$T_y=e^{-2jkF}E \tag{42}$$

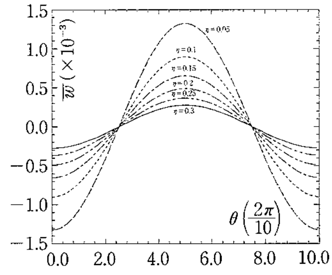
逆対称変形の場合には，変形の効果が被積分項のなかに組み込まれることになる．

次に放射パターンの数値解析を行う．$\lambda=13.15$cm（波長），$a/\lambda=19.0$，$a_0/\lambda=2.28$（Type-Ⅰ），$a/\lambda=114.0$，$a_0/\lambda=15.2$（Type-Ⅱ），の値を採用する．

図-6は逆対称変位を示したもので，(a)は径方向，

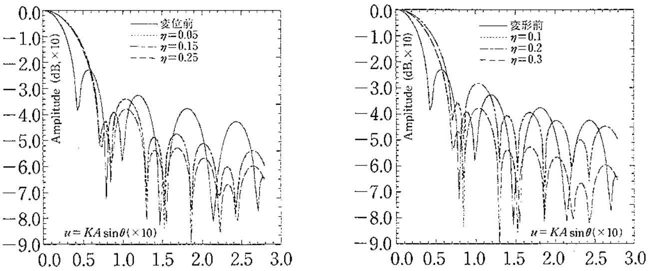


(a)径方向



(b)周方向

図-6 逆対称変位



（a）$\eta=0.05,\ 0.15,\ 0.25$　（b）$\eta=0.1,\ 0.2,\ 0.3$

図-7　支持領域を変化した場合の放射パターン

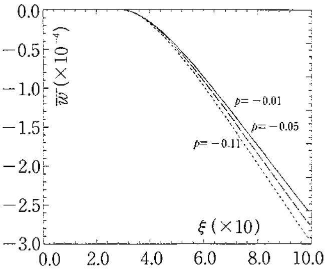
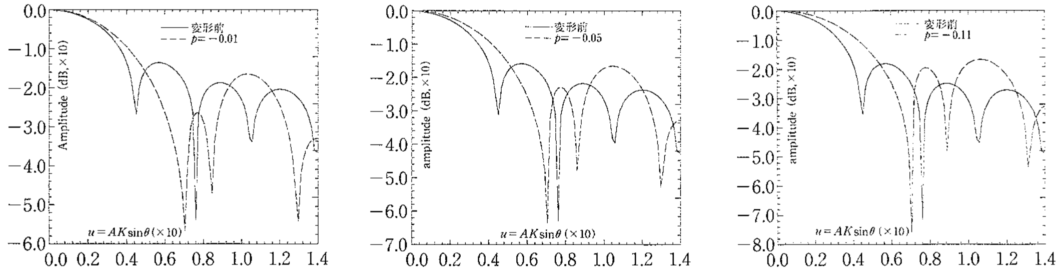


図-8　母線方向の変位モード
（縦軸は$p=-0.01$に対応）



（a）　（b）　（c）

図-9　逆対称変位による放射パターン

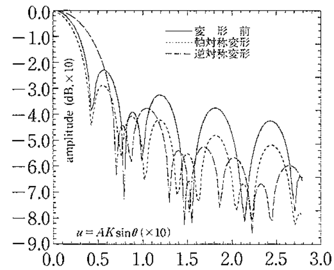


図-10　遠方場の放射パターンの比較（軸対称，逆対称）

（b）は周方向である．図-7は支持領域を$\eta=0.05\sim0.3$の範囲で変化させた場合の放射パターンを示す．図-8は荷重を変化させた場合（$\eta=0.3$で固定）の母線方向の変位モードを示したもので，図-9はこの変位に対する放射パターンを描いたものである．変位が大きくなるにつれて，主ビームの幅は増大し，サイドローブのレベルが上昇している様子がわかる．図-10は変形前（実線），軸対称変形後（点線），逆対称変形後（鎖線）を比較したものである．軸対称変形の場合，形状は変形前に似ているが，利得は低くなっている．逆対称変形の場合には，ビーム幅は広くなり，形状もかなり異なったものとなる．以上より，変形モードによって，放射パターンへの影響はかなり異なったものとなることがわかる．

5．お　わ　り　に

通信領域の拡大はアンテナ技術の高度化と種々の形態のアンテナの開発をもたらしている（たとえば，宇宙空間における巨大アンテナ等）．これらのアンテナにおいては軽量化と高剛性が目標とされており，そのため，材料を有効に利用するための形態抵抗型構造の開発，および，制御用機器とアンテナ構造自身との一体的，相互的な挙動の研究が要求される．本論文はこれらの研究の第1歩として，構造挙動による放射電磁場への影響を調査したものである．

（1988年5月26日受理）

参　考　文　献

1）关富玲，半谷裕彦：パラボラアンテナの構造変形とその電磁場への影響，生産研究，1988．5
2）关富玲，半谷裕彦：パラボラアンテナの構造変形による放射パターンの変化，第12回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，1988．7
3）Rahmat-Samii，Y．：Surface Diagnosis of Large Reflector Antennas using Microwave Holograph Metrology：An Iterative Approach，Radio Science Vol．19．No．5，1984
4）Ruze，J．：Lateral-feed Displacement in a Paraboloid，IEEE Trans．Antennas Propagat，Vol．13，1964
5）電子通信学会編：アンテナ工学ハンドブック，オーム社