

一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その9

—速度・圧力の緩和法と3次元乱流の数値計算例—

Numerical Simulation of Room Air Flow with Generalized Curvilinear Coordinates Part 9

村上 周三*・加藤 信介**・石田 義洋***

Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO and Yoshihiro ISHIDA

1. はじめに

前報(その8)では、直交直線座標系で表示された $k-\epsilon$ モデルの3次元一般曲線座標系への変換、およびコントロールボリューム法による支配方程式の離散化について報告した。

本報では速度、圧力、乱流エネルギー、エネルギー散逸の各方程式の緩和法および計算例を示す。

本解析法では定常解を求めることを主眼としており、時間積分に対してfully-implicitスキームを用いている。このため運動方程式、圧力のポアソン方程式、乱流エネルギーの輸送方程式、エネルギー散逸の輸送方程式は互いに同時に緩和する必要が生ずる。ここでは、加速緩和法を用いてこれらの方程式を解く方法を示す。あわせて、本解析法による3次元乱流の計算例を報告する。記号は前報(その8)を参照されたい。

2. 緩和法

運動方程式および k, ϵ の輸送方程式はfully-implicitスキームを適用して緩和を行う。緩和法は通常的手法と同様であるが、速度の緩和については、緩和過程で反変ベクトルを利用して境界条件の組み込みを簡潔に行っている。

2.1 速度の緩和法

緩和ステップ($l+1$)の速度は式(1), (2), (3)となる。

$${}^{l+1}u_{i,j,k}^{n+1} = {}^l u_{i,j,k}^{n+1} + \omega^u c^u \quad (1)$$

$${}^{l+1}v_{i,j,k}^{n+1} = {}^l v_{i,j,k}^{n+1} + \omega^v c^v \quad (2)$$

$${}^{l+1}w_{i,j,k}^{n+1} = {}^l w_{i,j,k}^{n+1} + \omega^w c^w \quad (3)$$

ω^u は加速緩和係数であり、 c^u, c^v, c^w はそれぞれ u, v, w の修正量である。修正量は以下に述べるように反変ベクトルを用いて簡潔な境界条件の組み込みを工夫している。

まず、緩和ステップ l における速度 ${}^l u, {}^l v, {}^l w$ を運動方程式に与えた場合の誤差を式(4), (5), (6)で表す。

$$e^u = -{}^l u^{n+1} + u^n + (\Delta t/J) \int_v \{ -{}^l p_x^{n+1} - {}^l HX^{n+1} + {}^l FX^{n+1} \} dV \quad (4)$$

$$e^v = -{}^l v^{n+1} + v^n + (\Delta t/J) \int_v \{ -{}^l p_y^{n+1} - {}^l HY^{n+1} + {}^l FY^{n+1} \} dV \quad (5)$$

$$e^w = -{}^l w^{n+1} + w^n + (\Delta t/J) \int_v \{ -{}^l p_z^{n+1} - {}^l HZ^{n+1} + {}^l FZ^{n+1} \} dV \quad (6)$$

ただし、 HX, HY, HZ は移流項を、 FX, FY, FZ は拡散項を示す。 Δt は時間さざみである。

これらの誤差の成分を反変ベクトルの形式に変換する。

$$e^u = \xi_x e^u + \xi_y e^v + \xi_z e^w \quad (7)$$

$$e^v = \eta_x e^u + \eta_y e^v + \eta_z e^w \quad (8)$$

$$e^w = \zeta_x e^u + \zeta_y e^v + \zeta_z e^w \quad (9)$$

これらの誤差に対する u, v, w の修正量は、固定された境界値の取り込みのため、すなわち、境界上の法線方向(反変)速度成分を0(壁面)、もしくは一定値(吹出、吸込口)とするために、境界の有無を識別するインデックス I^i, I^j, I^k を用いて式(10)~(12)のように表す(前報(その8)式(7)参照)。

$$c^u = (x_\xi e^u I^i + x_\eta e^v I^j + x_\zeta e^w I^k) / \{ 1 + (\Delta t/J_{i,j,k}) PVT_{i,j,k} \} \quad (10)$$

$$c^v = (y_\xi e^u I^i + y_\eta e^v I^j + y_\zeta e^w I^k) / \{ 1 + (\Delta t/J_{i,j,k}) PVT_{i,j,k} \} \quad (11)$$

$$c^w = (z_\xi e^u I^i + z_\eta e^v I^j + z_\zeta e^w I^k) / \{ 1 + (\Delta t/J_{i,j,k}) PVT_{i,j,k} \} \quad (12)$$

インデックス I^i, I^j, I^k は式(13)で定義する。

$$I^i = 0 \text{ (}\xi = i\text{面)}, I^j = 0 \text{ (}\eta = j\text{面)}, I^k = 0 \text{ (}\zeta = k\text{面)}$$

: 各面が、それぞれに境界と一致する場合

$$I^i = 1, I^j = 1, I^k = 1$$

: 境界と一致しない場合

また、 u, v, w すべてを固定したい場合は $I^i = I^j = I^k = 0$ とすればよい。このような工夫により、境界固定値を持つ第一種境界条件の設定が非常に有利になる。

ただし、 $PVT_{i,j,k}$ は緩和すべき連立差分方程式の係数行列の節点(i, j, k)に対応する対角項の成分であるが、本研究では拡散によるもののみを考慮し、QUICKスキーマ

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター

**東京大学生産技術研究所 第5部

***東京大学生産技術研究所 民間等共同研究員 (鹿島建設物情報システム部)

ムにより導入される項は省略し次式とした。

$$\begin{aligned}
 PVT_{i,j,k} = & \{ \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i,j,k} + \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i+1,j,k} I^{i+1/2} / 2 + \{ \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i,j,k} \\
 & + \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i-1,j,k} I^{i-1/2} / 2 + \{ \{ Jv_t(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \}_{i,j,k} + \{ Jv_t(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \}_{i,j+1,k} \\
 & \cdot I^{j+1/2} / 2 + \{ \{ Jv_t(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \}_{i,j,k} + \{ Jv_t(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \}_{i,j-1,k} \} I^{j-1/2} / 2 + \{ \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i,j,k} \\
 & + \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i,j,k+1} \} I^{k+1/2} / 2 + \{ \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i,j,k} + \{ Jv_t(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \}_{i,j,k-1} \} I^{k-1/2} / 2 \quad (14)
 \end{aligned}$$

ここで、たとえば $i=1$ の境界においては、 $I^{-1/2}=0$ 、 $I^{3/2}=1$ とする。

式(1)~(14)の諸量はすべて節点 (i, j, k) の離散値であるが下付き添字 i,j,k は一部省略した。

2.2 乱流エネルギーの緩和式

乱流エネルギー k の緩和式は式(15)となる。

$$\begin{aligned}
 \ell+1 k_{i,j,k}^{n+1} = & \ell k_{i,j,k}^{n+1} + \omega^k [-\ell k^{n+1} + k^n \\
 & + (\Delta t / J) \int_V \{ -\ell HK^{n+1} + \ell FK^{n+1} \} dV \\
 & + \Delta t \{ \ell v_t^{n+1} S^{n+1} - \ell \epsilon^{n+1} \}]_{i,j,k} \\
 & / \{ 1 + (\Delta t / J_{i,j,k}) (PVT_{i,j,k} / \sigma_1) \} \quad (15)
 \end{aligned}$$

2.3 エネルギー散逸の緩和式

エネルギー散逸 ϵ の緩和式は式(16)となる。

$$\begin{aligned}
 \ell+1 \epsilon_{i,j,k}^{n+1} = & \ell \epsilon_{i,j,k}^{n+1} + \omega^\epsilon [-\ell \epsilon^{n+1} + \epsilon^n \\
 & + (\Delta t / J) \int_V \{ -\ell HK^{n+1} + \ell FK^{n+1} \} dV \\
 & + \Delta t \{ c_1 \ell \epsilon^{n+1} v_t^{n+1} S^{n+1} / \ell k^{n+1} \\
 & - c_2 (\ell \epsilon^{n+1})^2 / \ell k^{n+1} \}]_{i,j,k} \\
 & / \{ 1 - \Delta t \{ c_1 v_t^{n+1} S^{n+1} / \ell k^{n+1} - c_2 \ell \epsilon^{n+1} / \ell k^{n+1} \} \\
 & + (\Delta t / J_{i,j,k}) (PVT_{i,j,k} / \sigma_2) \} \quad (16)
 \end{aligned}$$

2.4 圧力の緩和式

圧力 p の緩和式は式(17)となる。

$$\begin{aligned}
 \ell+1 p_{i,j,k}^{n+1} = & \ell p_{i,j,k}^{n+1} + \omega^p [\int_V \{ p_{xx}^{n+1} + p_{yy}^{n+1} + p_{zz}^{n+1} \\
 & - (u_x + v_y + w_z)^n / \Delta t - (-HX_x - HY_y - HZ_z \\
 & + FX_x + FY_y + FZ_z)^{n+1} \} dV]_{i,j,k} / PVP_{i,j,k} \quad (17)
 \end{aligned}$$

$PVP_{i,j,k}$ は式(14)に $v_t = 1$ を代入すれば得られる。

以上を通して緩和式中の積分項は、実際の計算では前報(その8)に示した一般曲線座標系に変換された式を代入して用いる。 ω^k 、 ω^ϵ 、 ω^p は加速(減速)緩和係数である。

緩和計算では、ベクトル計算機の性能を十分に引き出すために、逐次緩和は採用せず、単なる加速緩和を行っている。

2.5 計算手順

本解析法は fully-implicit スキームを用いている。したがって、速度、圧力、乱流エネルギー、エネルギー散逸はすべて同じ緩和ループの中で計算される。

図-1 に計算手順を示すフローチャートを示す。

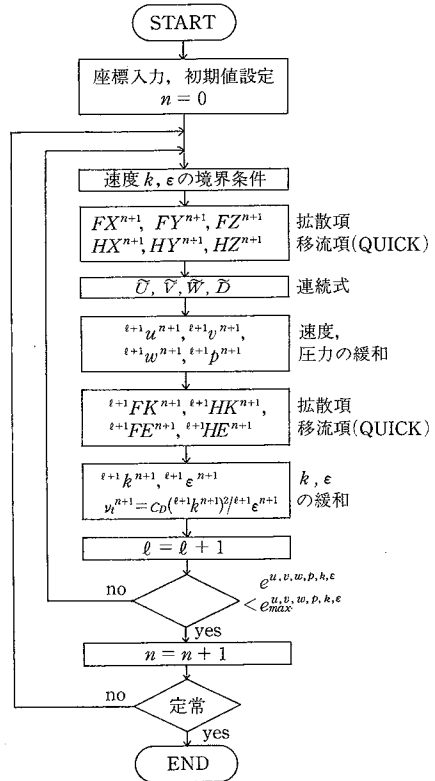


図-1 計算手順のフローチャート

3. 計算例

本計算法の妥当性を確認するために、既往の研究との比較を行った。

図-2(a)は、筆者らの行った実験と数値シミュレーション²⁾の室モデルである。計算は、室モデルの開口幅と吹出速度で諸量を無次元化を行った。図-2(a)の寸法は無次元化した後の寸法である。この室モデルに対して、20×20×20の等分割グリッド(ケース1)と28×19×28分割グリッド(ケース2)のモデルで計算を行った。

図-2(b)はケース1における本解析法の吹出口の開口形状(斜線部)、図-2(c)は流量の評価における速度分布である。吸込口も同様の分布を与える。

レギュラーグリッドとスタガードグリッドでは、流量の評価法が異なる。本解析法の連続式の評価では、前報の2次元で用いた評価法¹⁾とは異なり、図-2(c)に示す破線の速度分布となる。したがって、20×20×20の分割では吹出、吸込口の開口幅が1.5×0.75となり、筆者らの実験および計算²⁾条件と一致させることができていない。図-2(d), (e), (f)はケース2のグリッド分割である。この分割では開口幅が1×1となるようにグリッド

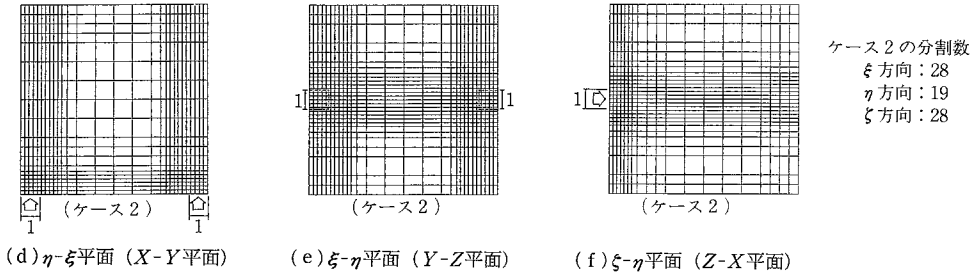
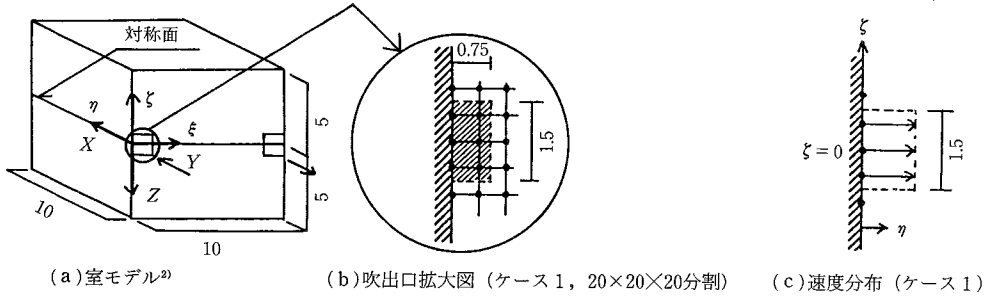


図-2 室モデルとグリッド分割

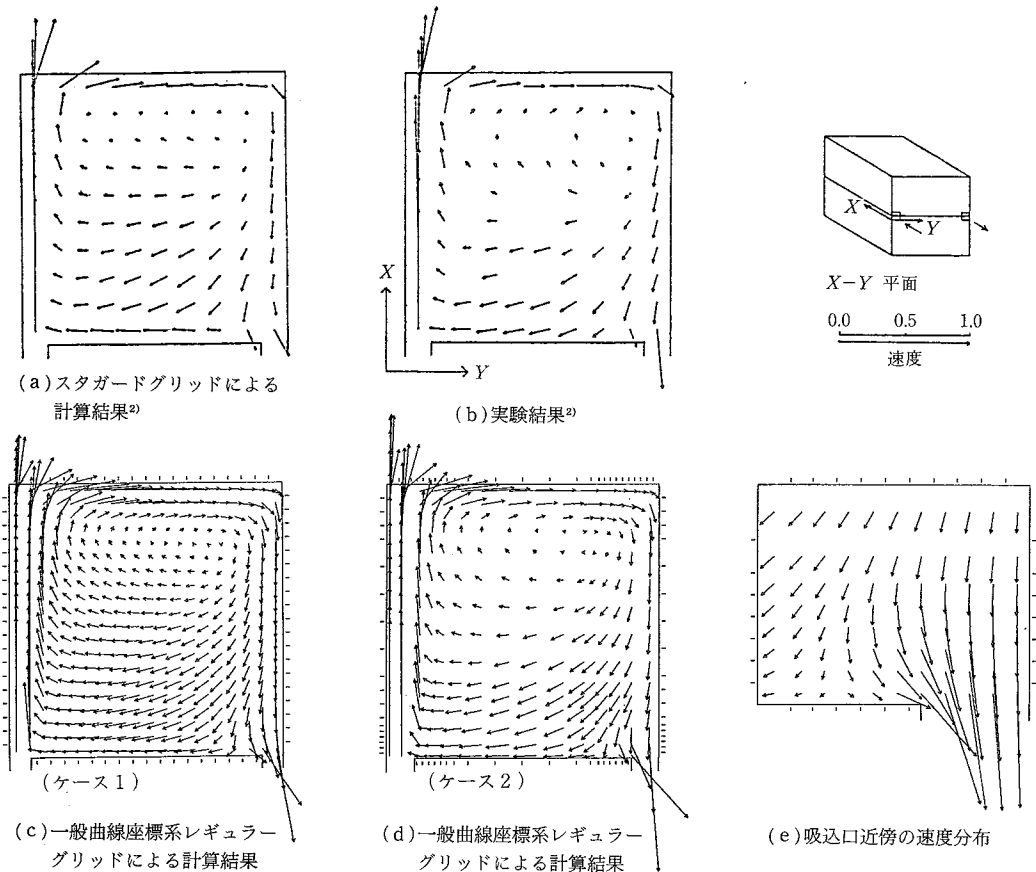


図-3 速度分布の比較 ($\zeta = 0$, X-Y平面)

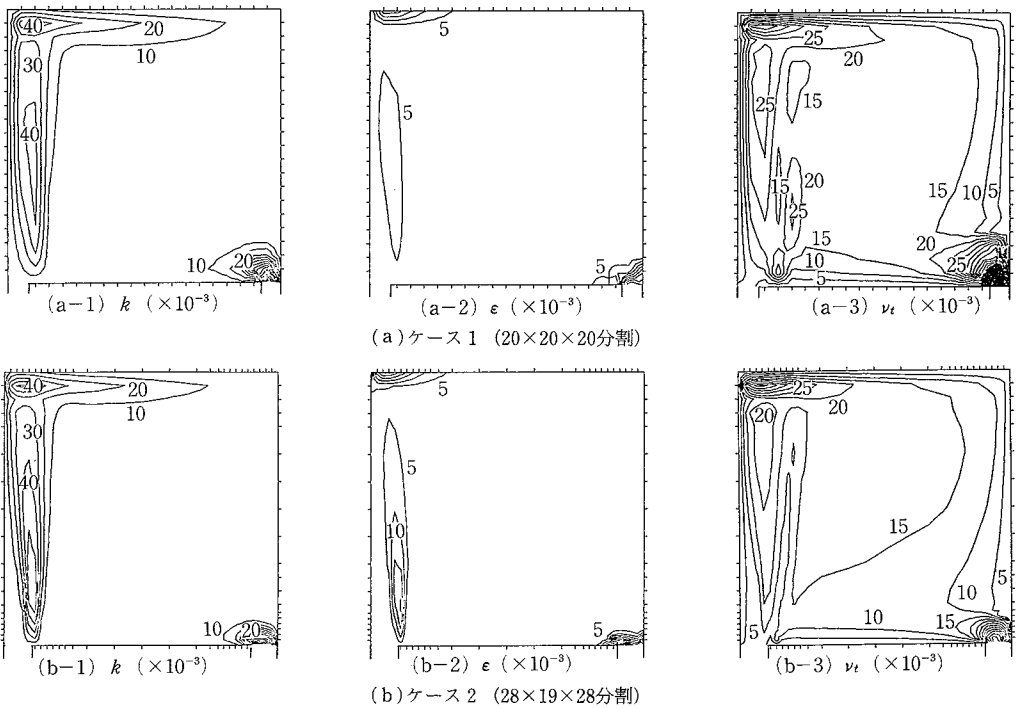


図-4 一般曲線座標系レギュラーグリッドによる流量計算結果 ($\xi = 0$, $X-Y$ 平面)

分割を調整してある。

ケース 1, 2とも, 吹出, 吸込速度は 1, 吹出口での乱流量は $k=0.005$, 長さスケールは $l=0.1$, である。速度の壁面境界条件は $1/7$ 乗則, 吸込口の接線方向速度成分は free-slip である。ただし, 矩形の室モデルの 8 個の頂点は $u=v=w=0$ とした。時間きざみは, ケース 1 では $\Delta t=0.1$, ケース 2 では $\Delta t=0.05$ とした。本解析法で定義した実際の壁と計算境界との垂直距離は $h=0.02$ とした。緩和係数は $\omega^k=\omega^\epsilon=1$, ケース 1 では $\omega^p=\omega^u=1$, ケース 2 では $\omega^p=\omega^u=0.5$ とした。吸込口近傍では ω^p, ω^u は上記の $1/2$ とした。

図-3 は対称平面 ($X-Y$ 平面) の速度分布である。本解析法の結果 (図-3 (c), (d)) は筆者らの実験および計算結果 (図-3 (a), (b)) と良く一致している。

図-3 (e) はケース 2 の吸込口近傍の速度分布を拡大して描いたものである。

図-4 は, 本解析法による乱流量の計算結果である。グリッド分割の影響はあまり出ていないが, 吹出噴流の右側の剪断の強い領域で, 差異が現れている。吹出噴流域を細かく分割したケース 2 (図-4 (b)) の結果は, この領域で k, ϵ, ν_t の勾配が急になっていることがわかる。細かいグリッド分割によって速度勾配が精度良く評価されたためであると考えられる。

4. む す び

運動方程式, ポアソン方程式の緩和法, および k と ϵ の輸送方程式の緩和法を示した。また, これによる計算結果を示した。

新しく検討した点は以下のとおりである。

- (1) 3次元の一般曲線座標系に拡張した $k-\epsilon$ 型 2 方程式モデルに, fully-implicit スキームを適用して u, v, w, p, k, ϵ を同時に緩和する解析法を提示した。
- (2) 運動方程式に関しては, 反変ベクトルを用いた緩和式を作成し, 境界条件の容易な取り込みを可能とした。
- (3) 本解析法を用いた計算結果は, MAC 法による既往の解法の結果, ならびに模型実験結果とよく一致し, 本解析法の有効性を確認した。
- (4) 本解析法は比較的大きな時間きざみに対しても数値的不安定が発生しないことを確認した。

(1988年3月25日受理)

参 考 文 献

- 1) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋: 一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その1, 日本建築学会論文報告集63年4月
- 2) 野村豪, 村上周三, 加藤信介, 佐藤正章: 3次元乱流数値解析と模型実験, 日本建築学会論文報告集, 昭和55年12月
- 3) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋: その8, 生産研究 40 (1988), 6