

一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その 8 —— $k-\epsilon$ モデルと境界条件式の 3 次元一般曲線座標への変換——

Numerical Simulation of Room Air Flow with Generalized Curvilinear Coordinates Part 8

村 上 周 三*・加 藤 信 介**・石 田 義 洋***
Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO and Yoshihiro ISHIDA

1. は じ め に

前報^{1,2)}では、一般曲線座標系を用いた 2 次元 $k-\epsilon$ モデルによる乱流の解析手法に関して報告した。

本報では直交直線座標系で表示された $k-\epsilon$ モデルの 3 次元一般曲線座標系への変換、およびコントロールボリューム法による支配方程式の離散化について報告する。

記 号

- x, y, z : 物理座標
- ξ, η, ζ : 計算座標
- u, v, w : x, y, z 方向の速度
- U, V, W : u, v, w の反変ベクトル
- p : 総圧力 (静圧を密度で割った値と $2/3k$ の和)
- k : 乱流エネルギー
- ϵ : エネルギー散逸
- ν_t : 渦動粘性係数
- $\square^{i\xi\eta}$: ξ —一定面に平行な ζ 曲線 (η —一定) 方向速度成分

添 字

- $\square_{i,j,k}$: $\xi=i, \eta=j, \zeta=k$ の節点における離散値
- \square^n : 時間ステップ n の値
- ${}^l\square$: 緩和計算のイテレーション回数 l の値
- $\square_x, \square_y, \square_z, \square_t$: x, y, z, t それぞれによる偏微分
- $\square_\xi, \square_\eta, \square_\zeta$: ξ, η, ζ それぞれによる偏微分
- $(\square, \square, \square)$: ベクトル量を示す

2. 一般曲線座標系

物理座標系 (x, y, z) に対して計算座標系 (ξ, η, ζ) を定義して次のような変換を行う。本研究では一般座標系に直交性を仮定していない。

$$\xi = \xi(x, y, z), \quad \eta = \eta(x, y, z), \quad \zeta = \zeta(x, y, z) \quad (1)$$

ヤコビアンを式(2)で定義すると、 ξ_x, ξ_y 等は式(3)

の関係で結ばれる。

$$J = \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{vmatrix}^{-1} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \xi_x &= (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) / J, & \xi_y &= -(x_\eta z_\zeta - x_\zeta z_\eta) / J, \\ \xi_z &= (x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) / J, & \eta_x &= -(y_\xi z_\zeta - y_\zeta z_\xi) / J, \\ \eta_y &= (x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi) / J, & \eta_z &= -(x_\xi y_\zeta - x_\zeta y_\xi) / J, \\ \xi_x &= (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) / J, & \xi_y &= -(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi) / J, \\ \xi_z &= (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) / J \end{aligned} \quad (3)$$

$x_\xi, x_\eta, x_\zeta, y_\xi, y_\eta, y_\zeta, z_\xi, z_\eta, z_\zeta$ は、たとえば式(4)に示すように中央差分で物理座標値から計算する。

$$x_\xi = (x_{i+1,j,k} - x_{i-1,j,k}) / (2\Delta\xi) \quad (4)$$

ただし、ここでは $\Delta\xi = 1$ と設定している。また、 η 方向、 ζ 方向の差分化に対しても $\Delta\eta = 1, \Delta\zeta = 1$ とする。境界面上では、これらを境界面から領域内部方向への片側差分で計算する。 $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ は式(3)より求める。

3. 支配方程式の変換

連続式を変換すると式(5)となる。

$$\begin{aligned} u_x + v_y + w_z &= \{J(\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w)\}_\xi \\ &+ \{J(\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w)\}_\eta \\ &+ \{J(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w)\}_\zeta / J = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 u, v, w の反変ベクトルを式(6)で定義する。

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, & V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (6)$$

U, V, W は、それぞれ ξ, η, ζ —一定曲面に対する (u, v, w) の法線方向成分に比例している。

また、次の関係が式(6)と式(2)、(3)から得られる。

$$\begin{aligned} u &= x_\xi U + x_\eta V + x_\zeta W, & v &= y_\xi U + y_\eta V + y_\zeta W, \\ w &= z_\xi U + z_\eta V + z_\zeta W \end{aligned} \quad (7)$$

運動方程式を式(8)、(9)、(10)のように表す。 H_X, H_Y, H_Z は移流項、 p_x, p_y, p_z は圧力項、 F_X, F_Y, F_Z は拡散項を示す。 x 方向の運動方程式の各項を一般曲線座標系に変換すると、式(11)~(13)で表される。

$$u_t + H_X = -p_x + F_X \quad (8)$$

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター
 **東京大学生産技術研究所 第 5 部
 ***東京大学生産技術研究所 民間等共同研究員
 (鹿島建設(株)情報システム部)

研究速報

$$v_t + HY = -p_y + FY \tag{9}$$

$$w_t + HZ = -p_z + FZ \tag{10}$$

$$HX = (uu)_x + (uw)_y + (uw)_z = \{ (JUu)_\xi + (JVu)_\eta + (JWu)_\zeta \} / J \tag{11}$$

$$p_x = \{ (J\xi_x p)_\xi + (J\eta_x p)_\eta + (J\xi_x p)_\zeta \} / J \tag{12}$$

$$FX = \{ v_t(u_x - v_y - w_z) \}_x + \{ v_t(u_y + v_x) \}_y + \{ v_t(u_z + w_x) \}_z = [Jv_t \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) u_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) u_\eta + (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) u_\zeta - (z_\xi / J) v_\eta + (z_\eta / J) v_\zeta + (y_\xi / J) w_\eta - (y_\eta / J) w_\zeta \}]_\xi / J + [Jv_t \{ (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) u_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) u_\eta + (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) u_\zeta + (z_\xi / J) v_\zeta - (z_\eta / J) v_\xi - (y_\xi / J) w_\xi + (y_\eta / J) w_\zeta \}]_\eta / J + [Jv_t \{ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) u_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) u_\eta + (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) u_\zeta - (z_\eta / J) v_\xi + (z_\xi / J) v_\eta + (y_\eta / J) w_\xi - (y_\xi / J) w_\eta \}]_\zeta / J \tag{13}$$

x方向, y方向についても同様である。
ここで, 運動方程式中の変形速度テンソルの対角項は, 連続式を用いて, 式(13)に示すように書き直している。

kの輸送方程式を式(14)に示す。HKは移流項, FKは拡散項である。各項を式(15), (16)に示す。

$$k_t + HK = FK + v_t S - \epsilon \tag{14}$$

$$HK = (ku)_x + (kv)_y + (kw)_z = \{ (JUk)_\xi + (JVk)_\eta + (JWk)_\zeta \} / J \tag{15}$$

$$FK = (v_t k_x / \sigma_1)_x + (v_t k_y / \sigma_1)_y + (v_t k_z / \sigma_1)_z = [Jv_t \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) k_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) k_\eta + (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) k_\zeta \} / \sigma_1]_\xi / J + [Jv_t \{ (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) k_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) k_\eta + (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) k_\zeta \} / \sigma_1]_\eta / J + [Jv_t \{ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) k_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) k_\eta + (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) k_\zeta \} / \sigma_1]_\zeta / J \tag{16}$$

生産項中のSは式(17)で計算する。

$$S = 2u_x^2 + 2v_y^2 + 2w_z^2 + (u_y + v_x)^2 + (w_x + u_z)^2 + (v_z + w_y)^2 = 2 \{ (J\xi_x u)_\xi + (J\eta_x u)_\eta + (J\xi_x u)_\zeta \} / J)^2 + 2 \{ (J\xi_y v)_\xi + (J\eta_y v)_\eta + (J\xi_y v)_\zeta \} / J)^2 + 2 \{ (J\xi_z w)_\xi + (J\eta_z w)_\eta + (J\xi_z w)_\zeta \} / J)^2 + \{ (J\xi_y u + J\xi_x v)_\xi + (J\eta_y u + J\eta_x v)_\eta + (J\xi_y u + J\xi_x v)_\zeta \} / J)^2 + \{ (J\xi_x w + J\xi_y u)_\xi + (J\eta_x w + J\eta_y u)_\eta + (J\xi_x w + J\xi_y u)_\zeta \} / J)^2 + \{ (J\xi_z w + J\xi_y v)_\xi + (J\eta_z w + J\eta_y v)_\eta + (J\xi_z w + J\xi_y v)_\zeta \} / J)^2 \tag{17}$$

εの輸送方程式を式(18)に示す。移流項HE, 拡散項FEは式(19), (20)に示される。

$$\epsilon_t + HE = FE + c_1 \epsilon v_t S / k - c_2 \epsilon^2 / k \tag{18}$$

$$HE = (\epsilon u)_x + (\epsilon v)_y + (\epsilon w)_z$$

$$= \{ (JU\epsilon)_\xi + (JV\epsilon)_\eta + (JW\epsilon)_\zeta \} / J \tag{19}$$

$$FE = (v_t \epsilon_x / \sigma_2)_x + (v_t \epsilon_y / \sigma_2)_y + (v_t \epsilon_z / \sigma_2)_z = [Jv_t \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \epsilon_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) \epsilon_\eta + (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) \epsilon_\zeta \} / \sigma_2]_\xi / J + [Jv_t \{ (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) \epsilon_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \epsilon_\eta + (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) \epsilon_\zeta \} / \sigma_2]_\eta / J + [Jv_t \{ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) \epsilon_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) \epsilon_\eta + (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \epsilon_\zeta \} / \sigma_2]_\zeta / J \tag{20}$$

$$\text{ただし, } v_t = c_D k^2 / \epsilon \tag{21}$$

モデルの定数は以下の値を使用する。

$$\sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3, c_D = 0.09, c_1 = 1.44, c_2 = 1.92$$

4. 離散化

4.1 コントロールボリューム法による離散化

離散化においては, 速度と圧力を同一点で定義するレギュラーグリッドを用いる。図-1(a)に示す節点においてu, v, w, pを定義し, 節点の中間を通る界面に囲まれたコントロールボリュームで各支配方程式を積分する。支配方程式中の輸送項である移流項, 拡散項はすべて(ξ, η, ζ)系において保存的に表されており, いずれも式(22)のようにまとめて表現することが可能である。

$$F = (A_\xi + B_\eta + C_\zeta) / J \tag{22}$$

式(22)をコントロールボリュームで積分すると, 式(23)のように離散化される。

$$\int_V F dV = \int_{k-1/2}^{k+1/2} \int_{j-1/2}^{j+1/2} \int_{i-1/2}^{i+1/2} F J d\xi d\eta d\zeta = \int_{k-1/2}^{k+1/2} \int_{j-1/2}^{j+1/2} \int_{i-1/2}^{i+1/2} (A_\xi + B_\eta + C_\zeta) d\xi d\eta d\zeta = A(i+1/2, j, k) - A(i-1/2, j, k) + B(i, j+1/2, k) - B(i, j-1/2, k) + C(i, j, k+1/2) - C(i, j, k-1/2) \tag{23}$$

図-1(b)のような境界に接する1/2形状のコントロールボリュームでは, 式(24)となる。

$$\int_V F dV = \int_{k-1/2}^{k+1/2} \int_{j-1/2}^{j+1/2} \int_i^{i+1/2} F J d\xi d\eta d\zeta = \int_{k-1/2}^{k+1/2} \int_{j-1/2}^{j+1/2} \int_i^{i+1/2} (A_\xi + B_\eta + C_\zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

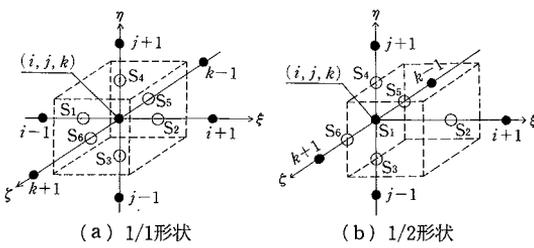


図-1 コントロールボリュームと界面 (S1~S6は界面を表す)

$$\begin{aligned} &= A(i+1/2, j, k) - A(i, j, k) \\ &+ \{B(i, j+1/2, k) - B(i, j-1/2, k)\}/2 \\ &+ \{C(i, j, k+1/2) - C(i, j, k-1/2)\}/2 \end{aligned} \quad (24)$$

また、たとえば生産項 $v_i S$ の積分は式 (25) となる、

$$\begin{aligned} \int_V v_i S dV &= \int_{k-1/2}^{k+1/2} \int_{j-1/2}^{j+1/2} \int_{i-1/2}^{i+1/2} v_i S J d\xi d\eta d\zeta \\ &= (J v_i S)_{i,j,k} \end{aligned} \quad (25)$$

4.2 QUICKスキーム

移流項については式(26)で定義するQUICKスキームを用いる。運動方程式の移流項を式(23)の形で表現した場合の $A(i-1/2, j, k)$ は、 ξ = 一定曲面である界面を通過する運動量Fluxであり、式(26)で算出する。

$$\begin{aligned} A(i-1/2, j, k) &= \{ (JU)_{i-1,j,k} + (JU)_{i,j,k} \} / 2 \cdot \\ & \{ u_{i-1,j,k} + u_{i,j,k} \} / 2 - CURVN / 8 \end{aligned} \quad (26)$$

ただし $U_{i-1/2,j,k} > 0$ の場合は

$$CURVN = u_{i-2,j,k} - 2u_{i-1,j,k} + u_{i,j,k} \quad (27)$$

$U_{i-1/2,j,k} < 0$ の場合は

$$CURVN = u_{i-1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i+1,j,k} \quad (28)$$

k および ξ の移流項に対しても同様にQUICKスキームを適用する。

5. 境界条件

一般曲線座標系では、任意形状の境界面を ξ, η あるいは ζ が一定の面として取り扱うことができる。本解析法では、グリッド形状の選択の自由度を増し、かつ境界条件式を簡潔にする目的で以下の設定を行った。すなわち、物理的な境界である壁面のごく近傍を解析対象から外し、境界上の節点 (i, j, k) は壁面から長さ h だけ法線方向に

内側の位置にあるものと設定する (図-2)。この設定により計算境界面上の速度も運動方程式を用いて計算することとなる。物理境界上にこれに直交する差分格子を設定し、物理境界上の定義点の境界値を境界条件により未知数から消去して、流体側の第一定義点から解くこととこの設定は同値である。物理境界上の境界値を適当な壁法則 (関数) を用いた境界条件により、計算境界に反映させたものと考えてよい。ここでは、例として境界面が $\xi = i$ (一定) の面であり、解析領域が $\xi \geq i$ の側にある場合を取り扱う。

5.1 速度の境界条件 (指数則分布)

$\xi = i$ (一定) 曲面上で、 η 方向と ζ 方向の両方向でこの境界面に対する速度の接線方向成分に指数則分布が成立すると仮定する。この仮定から $\xi =$ 一定面における u_ξ, v_ξ, w_ξ を導入する。この面上の ζ 曲線 ($\xi =$ 一定, $\eta =$ 一定) 方向速度成分を $u^{\xi\zeta}$, η 曲線 ($\xi =$ 一定, $\zeta =$ 一定) 方向速度成分を $u^{\xi\eta}$ とし (図-2)、節点 (i, j, k) における方向余弦を用いて式(29), (30)のように表す。

$$u^{\xi\eta} = (u, v, w) \cdot (x_\zeta, y_\zeta, z_\zeta) / (x_\zeta^2 + y_\zeta^2 + z_\zeta^2)^{1/2} \quad (29)$$

$$u^{\xi\zeta} = (u, v, w) \cdot (x_\eta, y_\eta, z_\eta) / (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} \quad (30)$$

N を節点 (i, j, k) を通る物理境界面からの法線方向距離とする。

$$u^{\xi\eta} = u_{i,j,k}^{\xi\eta} (N/h)^m \quad (31)$$

$$u^{\xi\zeta} = u_{i,j,k}^{\xi\zeta} (N/h)^m \quad (32)$$

また連続式を式(33)の表示で表す。

$$\begin{aligned} \xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi &= -\{ \eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta \\ &+ \zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta \} \end{aligned} \quad (33)$$

$N = h$ における式(29)と(31)の N による微分値および式(30)と(32)の N による微分値をそれぞれ等しいとおき、さらに式(29), (30)を ξ で微分した式に式(33)を加えて連立方程式として解くことにより、式(34), (35), (36)が得られる。

$$\begin{aligned} (u_\xi)_{i,j,k} &= \{ -(y_\eta \xi_z - z_\eta \xi_y) (x_\zeta^2 + y_\zeta^2 + z_\zeta^2)^{1/2} \\ &\cdot (u_\xi^{\xi\eta})_{i,j,k} + (y_\zeta \xi_z - z_\zeta \xi_y) (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} \\ &\cdot (u_\xi^{\xi\zeta})_{i,j,k} + J \xi_x C_{i,j,k}^\xi \} / \{ J (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} (v_\xi)_{i,j,k} &= \{ (x_\eta \xi_z - z_\eta \xi_x) (x_\zeta^2 + y_\zeta^2 + z_\zeta^2)^{1/2} \\ &\cdot (u_\xi^{\xi\eta})_{i,j,k} - (x_\zeta \xi_z - z_\zeta \xi_x) (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} \\ &\cdot (u_\xi^{\xi\zeta})_{i,j,k} + J \xi_y C_{i,j,k}^\xi \} / \{ J (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} (w_\xi)_{i,j,k} &= \{ -(x_\eta \xi_y - y_\eta \xi_x) (x_\zeta^2 + y_\zeta^2 + z_\zeta^2)^{1/2} \\ &\cdot (u_\xi^{\xi\eta})_{i,j,k} + (x_\zeta \xi_y - y_\zeta \xi_x) (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} \\ &\cdot (u_\xi^{\xi\zeta})_{i,j,k} + J \xi_z C_{i,j,k}^\xi \} / \{ J (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} C^\xi &= -\{ \eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta \\ &+ \zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta \} \end{aligned} \quad (37)$$

これらの速度勾配を計算境界面上で運動方程式の拡散

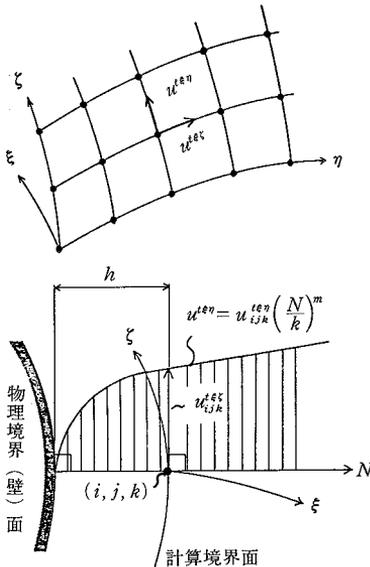


図-2 境界近傍の速度分布

研 究 速 報

項に与えることにより、計算境界面(この場合は $\xi=$ 一定面)の法線方向運動量Fluxの評価が可能となる。

5. 2 乱流エネルギー k の境界条件 (free-slip条件)

$\xi=i$ 面で法線方向の k の勾配を0とする。この面の拡散項の離散式は式(24)と同じ形式で表示される。この場合の式(24)中の $A(i, j, k)$ は拡散Fluxであり、式(38)で表される。

$$A(i, j, k) = \int_{s1} \{ \{ Jv_i(\xi_x k_x + \xi_y k_y + \xi_z k_z) \} / \sigma_1 \} d\eta d\zeta$$

$$= \int_{s1} \{ \{ Jv_i(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2} (\partial k / \partial N) \} / \sigma_1 \} d\eta d\zeta \quad (38)$$

free-slip条件より $\partial k / \partial N = 0$ であるから式(39)を得る。

$$A(i, j, k) = 0 \quad (\xi \text{ 曲面が境界と一致する場合}) \quad (39)$$

5. 3 エネルギー散逸 ϵ の境界条件 (壁法則)

境界上の節点 (i, j, k) におけるエネルギー散逸は

$$\epsilon_{i,j,k} = \{ c_B^{3/4} / (\nu h) \} k_{i,j,k}^{3/2} \quad (40)$$

として与える。ただし、 ν はカルマン定数0.4である。

6. 圧力のポアソン方程式

運動方程式の時間積分はfully-implicitスキームを用いる。このスキームを適用した運動方程式の発散を取り $(n+1)$ ステップの速度に連続条件を課すことにより以下の (ξ, η, ζ) 系に変換されたポアソン方程式の離散式が得られる^{1,2)}。

$$-L_1 \int_{s1} J \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) p_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) p_\eta$$

$$+ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) p_\zeta \} d\eta d\zeta$$

$$+ L_2 \int_{s2} J \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) p_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) p_\eta$$

$$+ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) p_\zeta \} d\eta d\zeta$$

$$- L_3 \int_{s3} J \{ (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) p_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2$$

$$+ \eta_z^2) p_\eta + (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) p_\zeta \} d\xi d\zeta$$

$$+ L_4 \int_{s4} J \{ (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) p_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2$$

$$+ \eta_z^2) p_\eta + (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) p_\zeta \} d\xi d\zeta$$

$$- L_5 \int_{s5} J \{ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) p_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y$$

$$+ \xi_z \eta_z) p_\eta + (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) p_\zeta \} d\xi d\eta$$

$$+ L_6 \int_{s6} J \{ (\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z) p_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y$$

$$+ \xi_z \eta_z) p_\eta + (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) p_\zeta \} d\xi d\eta = \tilde{D} / \Delta t \quad (41)$$

$$\tilde{D} = - \int_{s1} \{ J \tilde{U} \} d\eta d\zeta + \int_{s2} \{ J \tilde{U} \} d\eta d\zeta$$

$$- \int_{s3} \{ J \tilde{V} \} d\xi d\zeta + \int_{s4} \{ J \tilde{V} \} d\xi d\zeta$$

$$- \int_{s5} \{ J \tilde{W} \} d\xi d\eta + \int_{s6} \{ J \tilde{W} \} d\xi d\eta \quad (42)$$

圧力 p の添字 $(n+1)$ は省略した。以下同様とする。 Δt は時間きざみである。 L_i は境界の有無を識別する係数であり式(43)で定義する。

$$L_1 = I_1 (I_3 + I_4) (I_5 + I_6) / 4, L_2 = I_2 (I_3 + I_4) (I_5 + I_6) / 4,$$

$$L_3 = I_3 (I_1 + I_2) (I_5 + I_6) / 4, L_4 = I_4 (I_1 + I_2) (I_5 + I_6) / 4,$$

$$L_5 = I_5 (I_1 + I_2) (I_3 + I_4) / 4, L_6 = I_6 (I_1 + I_2) (I_3 + I_4) / 4 \quad (43)$$

$I_i = 0$: S_i が境界と一致する場合
 $= 1$: S_i が境界と一致しない場合

また、 $\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{W}$ は式(44), (45)で与えられる。

(界面と境界が一致しない場合)

$$\tilde{U} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z) \cdot \{ (u, v, w)^{n+\Delta t} (-HX + FX,$$

$$-HY + FY, -HZ + FZ)^{n+1} \},$$

$$\tilde{V} = (\eta_x, \eta_y, \eta_z) \cdot \{ (u, v, w)^{n+\Delta t} (-HX + FX,$$

$$-HY + FY, -HZ + FZ)^{n+1} \},$$

$$\tilde{W} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z) \cdot \{ (u, v, w)^{n+\Delta t} (-HX + FX,$$

$$-HY + FY, -HZ + FZ)^{n+1} \} \quad (44)$$

(界面と境界が一致する場合)

$$\tilde{U} = U \quad (\xi = \text{一定面}), \tilde{V} = V \quad (\eta = \text{一定面}),$$

$$\tilde{W} = W \quad (\zeta = \text{一定面}) : (U, V, W \text{ は境界条件として与えられる速度の反変ベクトル}) \quad (45)$$

式(42)で定義した \tilde{D} の離散式は式(23), (24)と同じ形を用いる。

7. む す び

$k-\epsilon$ 型2方程式モデルを3次元一般曲線座標系へ拡張し、レギュラーグリッドによる定式化の方法および境界条件の設定法を示した。

新しく検討した点は以下のとおりである。

- (1) $k-\epsilon$ 型2方程式モデルを3次元一般曲線座標系へ拡張し、生産項、散逸項を除く各項を保存形で表示した。
- (2) 差分格子境界を物理境界から分離したことにより、境界面での差分格子の直交性を仮定することが可能となり、この考え方の導入により境界条件の設定を簡潔なものとするに成功した。
- (3) 上記(2)により、指数則の速度境界条件を簡潔な形式で3次元一般曲線座標系に拡張した。
- (4) 上記(2)により、乱流エネルギーの輸送方程式におけるfree-slip条件を簡潔な形式で定式化した。

(1988年3月25日受理)

参 考 文 献

- 1) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋, 持田灯: その1, その2, 生産研究 Vol. 39 (1987), 5
- 2) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋: 一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その1, 日本建築学会論文報告集, 昭和63年4月