研 究 速 報

特 集 9
UDC 532.526：629.113：519.22

一般座標系有限体積法による自動車まわり流れの数値シミュレーション

Numerical Simulations of the Flow around a Car with Finite Volume Method on General Co-ordinate System

谷 口 伸 行*・荒 川 忠 一**・小 林 敏 雄*・田古里 哲 夫**
Nobuyuki TANIGUCHI, Chuichi ARAKAWA, Toshio KOBAYASHI and Tetsuo TAGORI

1. ま え が き

自動車の性能向上のため車体まわりの流れ場の解析・予測の必要性が認められてきている．本稿では一般座標系有限体積法を用いて自動車形状に沿った格子（Body-Fitted-Coordinate）による3次元乱流計算を行い，模型実験との比較により評価を試みた．

自動車の基本的形状と流れ場の関係については多くの実験的研究がなされており[1]，①車体後部の剥離域が大きな圧力抗力を生じる．②特にファーストバックタイプでは後部窓の傾斜角θによって剥離の構造が不連続に変化し揚抗力も大きく変わる．③地面境界は剥離域の形状に影響を与える．④流れは乱流でレイノルズ数の影響は小さい．などの事実が知られている．よって，自動車の空力性能を正しく予測するには3次元乱流計算の適用が必要である．ここで，領域の広さ，複雑な物体形状，楕円型の方程式系などの条件から計算機にかかる負荷は非常に大きいため，効率のよい計算手法の開発が重要な課題である．本研究では，安定なスキームでの定常計算，物体適合座標系の導入，ベクトル化を意識したコーディングにより計算の高速化をはかった．

2. 乱 流 モ デ ル

乱流を表すために，標準的なk-εモデル[2]を適用した．このモデルは特に2次元流れには広く用いられており，幾つかの欠点はあるが現在のところ有力なモデルといえる．5つの常数には表1の標準値を用いた．

ここで，kおよびεの方程式に現れる生成項Gはベクトルにより表される量でないために非正規座標系ではかなり複雑な計算を要する．そこで，本報では局所的な主流の勾配を用いて

$$G \sim \nu_t\,|\,\mathrm{grad}(\,|\,\boldsymbol{v}\,|\,)|^2 \qquad (1)$$

と近似した．

また，物体近傍の表現として低レイノルズ数タイプのモデルを用いる方法と壁法則を適用する方法があるが，本報では格子数の制限から後者を用いた．すなわち，境界層の速度対数分布則に基づき，以下のようにして境界条件を表す．

$$\begin{aligned}
&\text{u eq.;} & \tau_w &= (C_\mu{}^{1/2}k)^{1/2}u_w/u^+\\
&& u^+ &= (1/\kappa)\,ln(Ey^+)\\
&& y^+ &= (C_\mu{}^{1/2}k)^{1/2}y_w/\nu\\
&\text{k eq.;} & G &= \nu(y^+/u^+)(u_w/y_w)^2\\
&& \varepsilon &= (u^+/y^+)C_\mu k^2/\nu\\
&\varepsilon\ \text{eq.;} & \varepsilon_w &= (C_\mu{}^{1/2}k)^{3/2}y_w/\kappa\nu
\end{aligned} \qquad (2)$$

ここで，u_wは壁最近傍点の値，y_wは壁面と最近傍点の距離を表す．ただし，壁法則を適用する場合には壁最近傍点について

$$30 \leqq y^+ \leqq 100$$

の条件を満たすことが必要とされる．

3. 一般座標系有限体積法による離散化

離散化においては有限体積法[3)4)]を用いた．この手法を一般座標に適用すると積分セルは任意の6面体になる．正規座標の場合に従い，一つのセル（または，その代表

表1　k-ε乱流モデルの常数

C_μ	σ_k	σ_ε	C_1	C_2
0.09	1.0	1.3	1.92	1.44

表2　対流項スキームとフラックス補間関数

scheme	F(│Pe│)
Central difference	1−0.5×│Pe│
Up Wind	1
Hybrid	max (0, 1−0.5×│Pe│)
Power Law	max (0, (1−0.1×│Pe│)^5)

*東京大学生産技術研究所　第2部
**東京大学　工学部

研究速報

点)Pに対し，隣り合うセルをE，W，N，S，TおよびB，接する面をe，w，n，s，tおよびbとする．スタッガード・グリッドを用いる場合，速度成分は各面上に座標方向の共変成分として定義され3成分に対しておのおの異なるセルがとられる．

さて，一般に物理量ϕの輸送式はベクトル式

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}+\nabla\ (\boldsymbol{v}\phi-\Gamma\nabla\phi)=S \tag{3}$$

で与えられる．(3)式をセルP内で体積積分すると次式が得られる．

$$\begin{aligned}&\int_{Vol}\frac{\partial\phi}{\partial t}dV\\&\quad+\left(\int_{A_e}\vec{J}_e\cdot d\vec{n}_e\right)+\left(\int_{A_w}\vec{J}_w\cdot d\vec{n}_w\right)\\&\quad+\left(\int_{A_n}\vec{J}_n\cdot d\vec{n}_n\right)+\left(\int_{A_s}\vec{J}_s\cdot d\vec{n}_s\right)\\&\quad+\left(\int_{A_t}\vec{J}_t\cdot d\vec{n}_t\right)+\left(\int_{A_b}\vec{J}_b\cdot d\vec{n}_b\right)\\&=\int_{Vol}SdV\end{aligned} \tag{4}$$

ここでJは面からのフラックス，nは面ベクトル，Sは生成量である．この式は一般座標系においても有効で，各項の積分を定めることにより離散式(5)の形にまとめられる．

$$a_p\phi_p=\Sigma a_{nb}\phi_{nb}+b \tag{5}$$
$$(nb=e,\ w,\ n,\ s,\ t,\ b)$$

式(5)の項数は，補間やスキームの種類によって異なる．

ここで，式(4)の第2～7項の評価が特に重要である．以下に今回用いた方法を示す．

第2項$=JD_e\times F(|JM_e/JD_e|)\times(\phi_E-\phi_P)+(JM_e\times\phi_{up})$

ただし，$JM=\int(\boldsymbol{v}\cdot d\vec{n})$；$JD=\int(\Gamma/\overline{PE})\times(\vec{e}\cdot d\vec{n})$

eは座標方向の単位ベクトル

$$\phi_{up}\text{は風上値}\qquad \phi_{up}=\begin{cases}\phi_P & JM\geq 0\\ \phi_E & JM<0\end{cases} \tag{6}$$

$F(|Pe|)$は，$Pe=JM/JD$（セル・ペクレ数）の関数で対流項スキームによって表2の式になる．JM，JDは線形補間により定める．

また，一般座標系を用いる場合，座標量，物理量の補間に注意を払う必要がある．特にベクトル量の補間は重要である．一例として面上の速度を考えると，ここでは1成分のみが定義されているので他の成分は補間により求める．まず，共変成分（u，v，w）と反変成分（p，q，r）の関係を以下に示す．

$$\begin{pmatrix}u\\v\\w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&c&b\\c&1&a\\b&a&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}$$
$$a=\vec{e}_2\cdot\vec{e}_3\ ;\ b=\vec{e}_3\cdot\vec{e}_1\ ;\ c=\vec{e}_1\cdot\vec{e}_2 \tag{7}$$

さて，面eについて考えてみると，1方向の単位ベクトルe_1と成分u_eのみが定義されている．他の2方向について適当な単位ベクトル$e_2{}^*$，$e_3{}^*$をとれば，面eにおける速度ベクトル$\boldsymbol{v}_e$は次のように定義される．

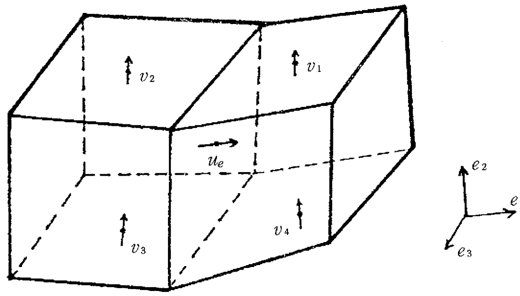

図1　面上の速度の補間

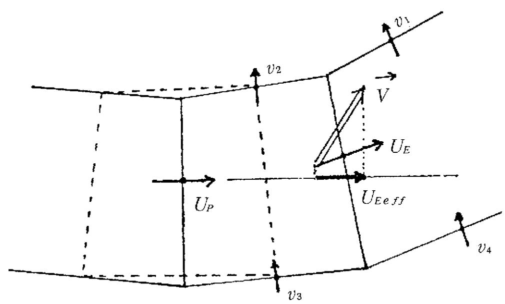

図2　運動量の補正

$$\boldsymbol{v}_e=\ (u_e,\ v_e{}^*,\ w_e{}^*)=p\ \vec{e}_1+q\ \vec{e}_2{}^*+r\ \vec{e}_3{}^* \tag{8}$$

ここで，$v_e{}^*$，$w_e{}^*$は$e_2{}^*$，$e_3{}^*$の共変成分，p，q，rは反変成分である．面eには成分v，wのそれぞれについて4つの近傍点がある(図1)．各近傍点で定義された成分とベクトル$\boldsymbol{v}_e$のその方向の射影成分の差をとると，

$$\begin{aligned}\delta v_x\ &=v_x-\boldsymbol{v}_e\cdot\vec{e}_{2x}\\ \delta w_x\ &=w_x-\boldsymbol{v}_e\cdot\vec{e}_{3x}\end{aligned}\qquad(x=1,2,3,4) \tag{9}$$

となる．上式の内積は(7)式を用いてu_e，$v_e{}^*$，$w_e{}^*$で表される．これらの値の，面eからの距離による重み付け平均を零と仮定して，

$$\begin{cases}\Sigma\delta v\times g^v{}_x=0\\ \Sigma\delta w\times g^w{}_x=0\end{cases}\qquad(g^v{}_x,\ g^w{}_x\text{は重み係数}) \tag{10}$$

となる．(10)式は$v_e{}^*$，$w_e{}^*$の連立1次式であるので，これを解いてベクトル$\boldsymbol{v}_e$は決定される．

さて，運動量式は各速度成分の輸送式とみなせば一般の輸送式に当てはめて離散化を行うことができる．しかし，各点において成分をとる方向が異なる場合には補正が必要となる．まず，点Pにおけるuの運動量式を考える(図2)．このとき，点Eでの運動量のu_P方向成分は，

$$u_{Eeff}=(\boldsymbol{v}_E{}^* \cdot \vec{e}_{1p})$$

と表される．$\boldsymbol{v}_E$に前述の結果を代入すると最終的な式は，

$$\begin{aligned} u_{Eeff} &= \{A_1(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{1E})+A_2(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{2E})+A_3(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{3E})\}u_E \\ &+\{B_1(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{1E})+B_2(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{2E})+B_3(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{3E})\}(\Sigma v_x g^v{}_x) \\ &+\{C_1(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{1E})+C_2(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{2E})+C_3(\vec{e}_{1P}\cdot\vec{e}_{3E})\}(\Sigma w_x g^w{}_x) \end{aligned}$$

$\vec{e}_{1P}$；点Pでの１方向単位ベクトル　(11)

となる．ここで，A_1，A_2，$\cdots C_3$は，セル形状のみによって定まる係数である．(11)式を離散式(５)の$\boldsymbol{\phi}_E$に代入して，運動量uの離散式を得る．このとき，(11)式右辺第２，３項目はSOURCE項bに含める．

4．SIMPLEアルゴリズム

まず，運動量式における圧力項は，勾配ベクトルと速度ベクトルが同じ成分でとられているため，簡単に以下のように表される．

$$b^U = -\frac{(P_E-P_P)}{\rho\ PE} \qquad (12)$$

さて，連続式の評価にはSIMPLEアルゴリズムを用いる．まず，SIMPLEの仮定によって，速度の修正量u', v', w'と圧力の修正量P'の関係式を運動量の離散式から得る．面からのmass flux JMは，

$$\begin{aligned} JM^{new} &= JM(u,\ v,\ w)+JM^*(u',\ v',\ w') \\ &= JM(u,\ v,\ w)+JM^*(P') \qquad (13) \end{aligned}$$

と修正される．そこで，連続の式をスカラーセルで積分して得られる

$$\Sigma JM_{nb}=0 \qquad (14)$$

に(13)式を代入するとP'の離散式になる．ここで，JM^*についてJMと同じ式を用いると(14)式はセル (i, j) に対して (i+1, j−1) などのcross termを含む形にまとめられるが，その中のいくつかの項は省略することも可能である．主要項（たとえば，面eでは$A_1(A_{1P}\cdot e_{1E})u$）のみを残して他の項を省略するのが最も簡単で，正規座標系と同様の式が得られる．座標の非直交性が弱い場合（面の交差角が60°以上）には有効である．

また，$(\Sigma v_x g^v{}_x)$，$(\Sigma w_x g^w{}_x)$の値を考えているセルに近い２点からの補間で与えれば，cross termを含まずに非直交性を考慮できる．

5．自動車模型形状と比較実験

計算結果の評価のために回流水槽を用いてファーストバックタイプの自動車模型による実験を行った．模型長540mm，速度１～1.4m/s，レイノルズ数は約5×10^5で，計算もこれに合わせた．実験では，後部窓傾斜角$\theta=0°$～45°において揚抗力測定および流れの可視化を，また$\theta=25°$での表面圧力分布測定を行った．また，フロント形状を若干変えた模型についても可視化実験を行った．

6．計算結果と考察

まず，$\theta=25°$についてメッシュ粗さを変えて３ケースの計算を行った．計算格子例を図３に，圧力係数分布を図４に示す．ケース１，２の結果は基本的に変わらず，圧力係数分布ではメッシュを細分化したケース２が自動車後半部で実験により近い値を与えた．ケース３では物体表面でy^+の条件を満たすようにメッシュを調整した結果，前縁と後部窓に２次元剥離が計算された．前縁で

表３　計算種類

case	mesh　(body)	Re No.	θ	comment
1	40×20×15(16×7×6)	10^5	25°	
2	60×30×20(26×10×10)	5×10^5	25°	メッシュ細分化
3	60×30×20(28×10×10)	5×10^5	25°	y^+の調整
4	60×30×20(26×10×10)	5×10^5	25°	フロント形状変更
5	60×30×20(26×10×10)	5×10^5	5～45°	後部傾斜角θ変化

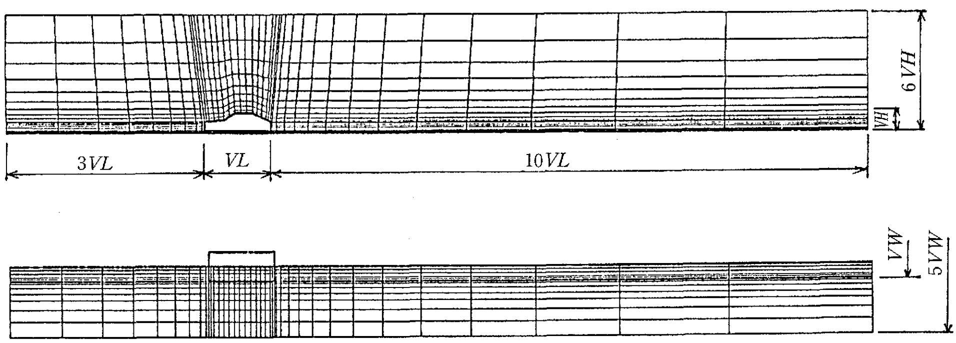

図３　計算格子例

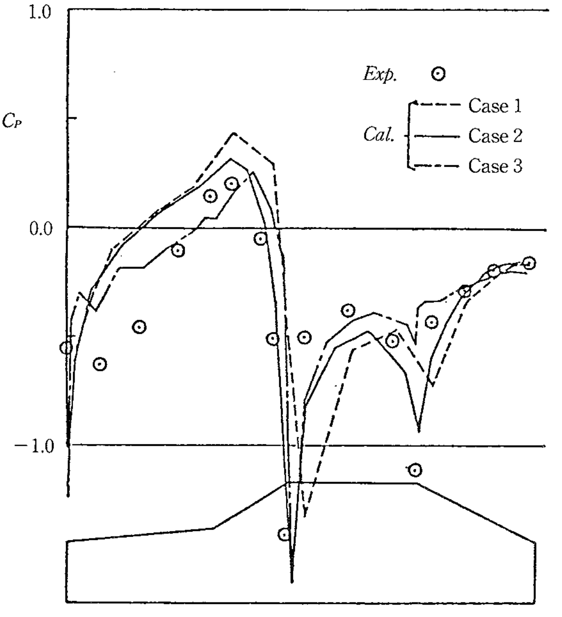

図4　表面圧力係数C_pの分布

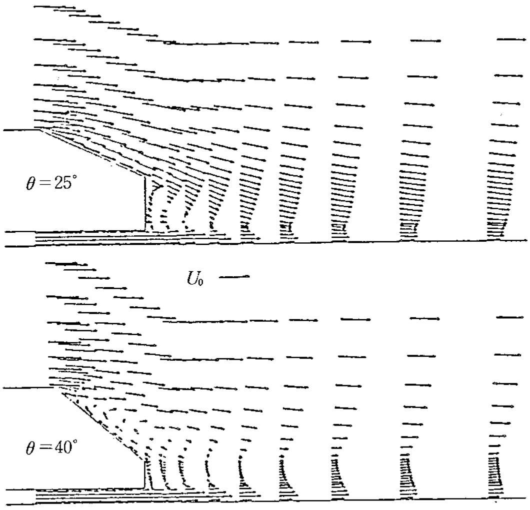

図5　自動車後部対称線での速度ベクトル

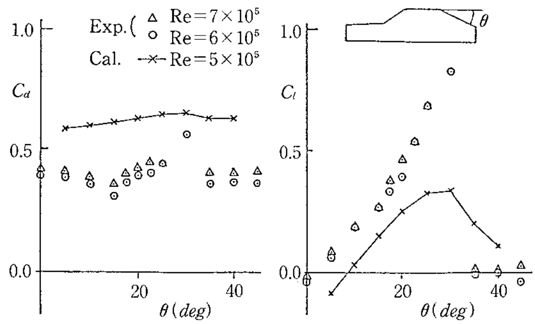

図6　後部傾斜角による揚抗力の変化

の剥離は実験においても観察されており，前半部の圧力係数分布もケース2に比べ改善された．しかし，後半部については流れ場形状，圧力分布ともケース2のほうが実験と一致した．

つぎにケース2の格子を基準として，フロント形状を変えてケース4および，後部窓傾斜角$\theta=5°\sim40°$としてケース5を計算した．ケース2，4の流れの変化は局所的であるので，領域を分割した計算も有効であることが予想される．ケース5では$\theta\geqq35°$で対象面上に2次元的剥離が予測され(図5)，圧力分布でも$\theta\leqq30°$とは明らかな違いが得られた．これは，実験における臨界角($\theta=30°$)と一致する．また，図6には揚抗力の変化を示した．揚力は臨界角付近を除けば実験と一致する計算結果が得られたが，抗力については実験の約2倍の値が予測され極大極小も良い予測が得られなかった．

7．結　　論

k-εモデルによる定常計算が自動車に代表される非流線型物体3次元的流れの予測に有効であることが示された．しかし，計算メッシュが結果に与える影響はかなり大きく，限られた計算機能力で有効な予測を得るには最適メッシュ形状の系統的研究が必要と思われる．また，3次元計算においてはBFCの適用，スーパーコンピュータの活用が不可欠であると考える．

本計算は東大計算センターHITAC-S810で行われた．計算時間は1ケース5分以内であり，計算の高速化については満足できる成果が得られた．

(1987年11月4日受理)

参 考 文 献

1) T. More "Aerodynamic Drag of Bluff Body Shape Characteristic of HatchBack Cars" SAE, 1979
2) W. Rodi "Turbulence Models and Thier Application in Hydraulics" 1980
3) S. V. patankar "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow" Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences 1980
4) M. R. Malinほか"Application of PHOENICS to Flow around Ship's Hull" 2nd lnt. Symp. on Ship Viscous Resist. 1985