研究速報
特集 16
UDC 532.517.4：532.542

矩形管内の旋回乱流の数値予測
——第2報　LESにおける差分格子幅およびスマゴリンスキー定数の影響——

Numerical Prediction of Turbulent Swirling Flow in a Rectangular Channel
——2nd Rep. Effects of Smagorinsky Constant and Filter Length in LES——

小林敏雄*・森西洋平*
Toshio KOBAYASHI and Youhei MORINISHI

1．はじめに

前報（第1報[1]）に引きつづき矩形管内旋回乱流[1),2)]についてLESおよびk-εモデルによる数値計算を行う．本報では旋回流れ場の平均速度について特に壁面境界条件として速度1/7乗則を用いたLESにおけるSGSモデルのモデル定数および格子幅の計算結果に及ぼす影響について考察する．

2．数値計算

LESの基礎方程式は運動方程式と連続の式で，これらは以下のように記述できる[3)]．

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial \bar{u}_i\bar{u}_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial \Pi}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\frac{1}{Re}+\nu_T\right)\cdot\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)\right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}=0 \quad (2)$$

k-εモデルによる数値計算ではさらに乱流エネルギー$k=\frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}$およびその散逸率$\varepsilon$の輸送方程式が加わる[4)]．

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial \bar{u}_j\cdot k}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\frac{1}{Re}+\frac{\nu_T}{\sigma_k}\right)\cdot\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\}+G-\varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\frac{\partial \bar{u}_j\varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\frac{1}{Re}+\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\right)\cdot\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\}+C_1\cdot\frac{\varepsilon}{k}\cdot G-C_2\cdot\frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

上式中，$\Pi=p+\frac{1}{3}\overline{u_i'u_i'}$

$$G=\nu_T\cdot\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)\cdot\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

LESにおけるSGS渦粘性係数ν_Tはスマゴリンスキーモデルにより次のように評価される[5)]．

$$\nu_T=(C\cdot\Delta)^2\cdot(2\cdot\xi_{ij}\cdot\xi_{ij})^{\frac{1}{2}},$$

$$\xi_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \quad (5)$$

$$\Delta^2=(\Delta_x^2+\Delta_y^2+\Delta_z^2)/3$$

k-εモデルにおける渦粘性係数ν_Tはk,εにより次のように求められる[4)]．

$$\nu_T=C_\mu\cdot\frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

なお，計算手法の詳細については第1報[1)]を参照された

表1　計算条件

		LES	k-εモデル
差分格子		スタガード（MACタイプ）	
スキーム（時間）		アダムスーバシュフォース	
スキーム（空間）		中心差分	ドナ・セル差分（スカラー方程式の対流項） 中心差分（その他）
圧力の解法		速度・圧力同時緩和法（HSMACスキーム）	
流入条件	速度	一様流入	
	k,ε	——	$k_{in}=3.2\times10^{-3}$, $\varepsilon_{in}=7.2\times10^{-4}$
流出条件		自由流出	
壁面境界	速度	1/7乗則	Log則
	k	——	自由すべり
	ε	——	補助式
モデル定数		$C=0.06,\ 0.10$ $0.14,\ 0.18$	$C_D=0.09,\ C_1=1.44$ $\sigma_1=1.0,\ C_2=1.92$ $\sigma_2=1.3$
時間きざみ		1/200	
格子数		50×25×25 100×25×25 250×25×25	50×25×25
収束条件		$\mathrm{MAX}\left\lvert\left[\mathrm{dif}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}\right)\right]_N\right\rvert<1/1000$	

*東京大学生産技術研究所　第2部

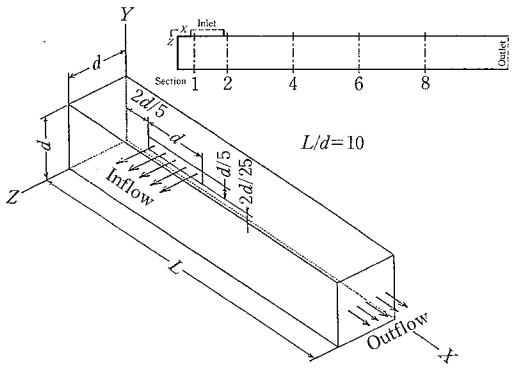


図1　計算対象

い．計算条件等は表1にまとめて示す．計算対象は図1に示す矩形管内の旋回乱流とする[1)2)]．レイノルズ数は測定結果[6)]と同様Re＝10^5に設定する．測定の詳細については，文献6)を参照されたい．

3．結果と考察

図2にX-Z断面上での旋回および軸流方向速度成分の実測値[6)]を示す．流入口に近い断面において旋回速度成分は強い強制渦型の分布形状を示している．下流域断面においては旋回速度成分の混合渦型分布が見られる．ここで混合渦型とは渦中心部で強制渦型，壁面近傍で自由渦型分布形状となるものをいう．また下流域において軸流速度成分の渦中心部における値が壁面近傍より小さくなるようすが見られる．

SGSモデル中のスマゴリンスキー定数Cの影響を明らかにするために格子数50×25×25においてモデル定数をC＝0.06～0.18の範囲内で変化させ数値計算を行った．図3（a），（b）に，流入口近傍断面(section2，Y＝0.5)におけるLESによる平均速度の計算結果について，旋回および軸流方向成分をそれぞれ示す．また同時にk-εモデルおよび実験結果についても示す．旋回速度成分の図より，定数Cの大きいケース（C＝0.14，0.18）では壁面近傍における計算結果は実測値と弱干異なる傾向をもつようにみえる．しかしながらその点を除けば全体的にみてLESおよびk-εモデルの結果が実験値と定性的に一致している．軸流速度成分の図は，定数Cが小さいケース（C＝0.06，0.18）およびk-εモデルの計算結果が定性的に実験値と一致することを示している．図4（a），（b）に，下流域断面（section 6，Y＝0.5）における平均速度の旋回および軸流方向成分の分布をそれぞれ示す．LESにおける定数Cの大きいケース（C＝0.14，0.18）は実験結果を定性的に表現している．しかしk-εモデルによる結果およびLESにおける定数Cの小さい例（C＝0.06，0.10）では実験結果と定性的にも大きく異なっていることが示されている．

次に，格子数100×25×25においてLESのモデル定数をC＝0.06～0.18の範囲内で変化させた数値計算例を示す．図5（a），（b）に流入口近傍断面（section 2，Y＝0.5）におけるLESによる平均速度の計算結果について旋回および軸流成分の分布をそれぞれ示す．旋回速度成分についてみると，どの例も実験値と定量的にもよく一致している．軸流速度成分についてみると，いずれも実験値と定性的には一致する．また，図より定数Cの影響は小さいことがわかる．図6（a），（b）に，下流域断面（section 6，Y＝0.5）における平均速度の旋回および軸流成分の分布を示す．図より定数Cによる影響は小さいが，どの例においても定性的にも混合渦型の実験値を再現できないことが見てとれる．

格子数250×25×25，C＝0.06～0.18の計算結果は，図には示していないが100×25×25の例と同様の傾向をもつ．

図7に，下流域断面(section 6，Y＝0.5)，格子数50×25×25でのLES（C＝0.06～0.18）およびk-εモデルの渦粘性係数ν_Tの時間平均値の分布を示す．図8に，図7と

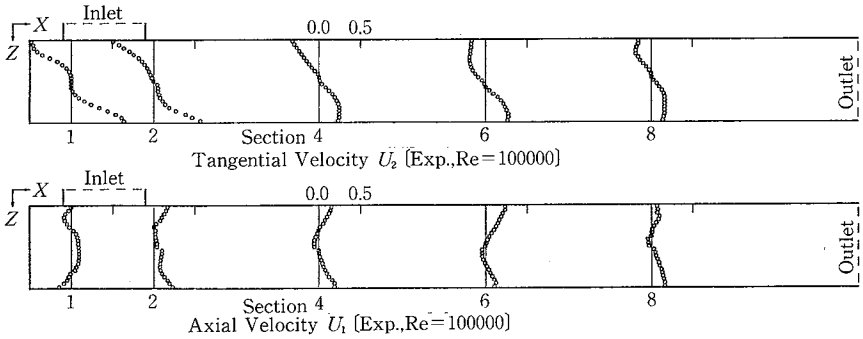
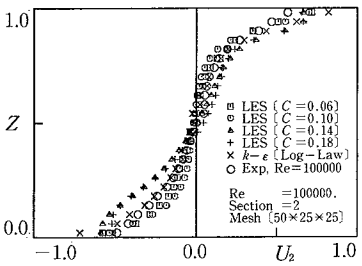
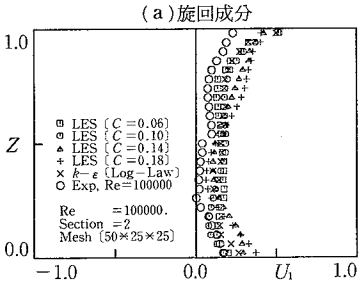


図2　速度分布の実験値（section 1, 2, 4, 6, 8, Y＝0.5）

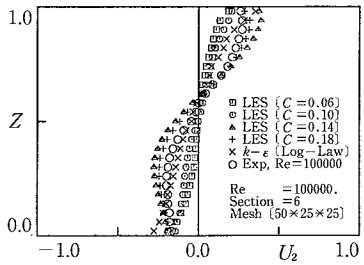


（a）旋回成分

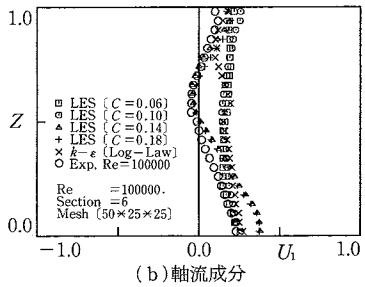


（b）軸流成分

図3　速度分布，格子50×25×25
（流入口近傍，section 2, $Y=0.5$）

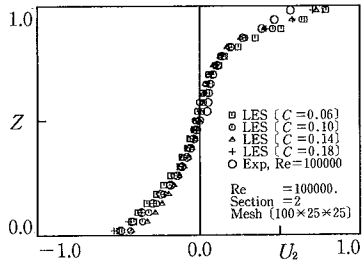


（a）旋回成分

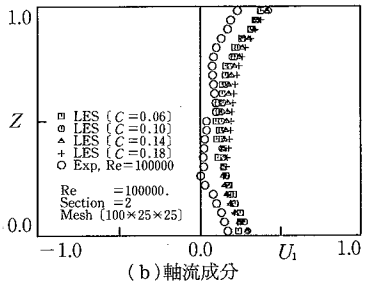


（b）軸流成分

図4　速度分布，格子50×25×25
（下流域，section 6，$Y=0.5$）

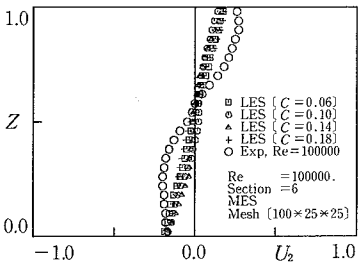


（a）旋回成分

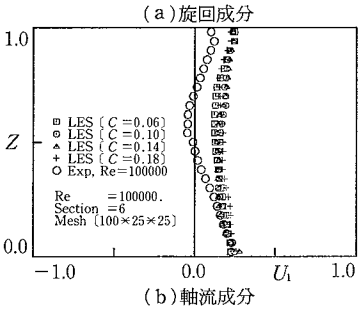


（b）軸流成分

図5　速度分布，格子100×25×25
（流入口近傍，section 2, $Y=0.5$）



（a）旋回成分



（b）軸流成分

図6　速度分布，格子100×25×25
（下流域，section 6, $Y=0.5$）

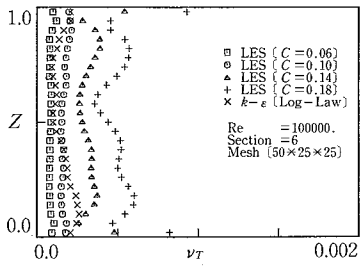


図7　渦粘性係数分布，格子50×25×25

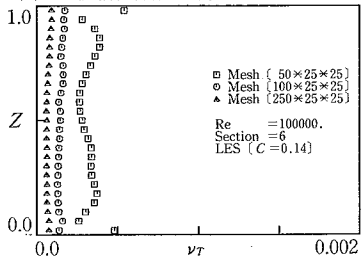
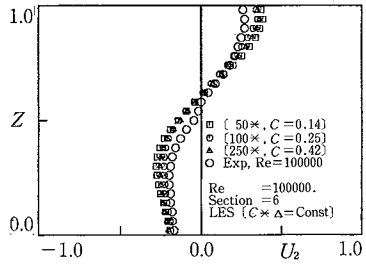
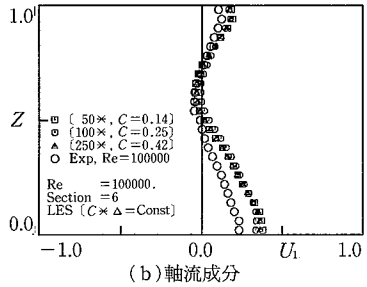


図8　渦粘性係数分布，$C=0.14$
（下流域，section 6，$Y=0.5$）



（a）旋回成分



（b）軸流成分

図9　速度分布，$C\times\Delta$＝一定
（下流域，section 6，$Y=0.5$）

同じ断面でLESのモデル定数$C=0.14$において格子幅を変化させた場合のν_Tの時間平均値の分布を示す．これらの図より，LESによるν_Tの値はモデル定数Cおよび格子幅Δの変化に影響されていることがわかる．LESのν_Tの定義より，流れ場の速度勾配が変化しなければ，ν_Tの値はモデル定数Cと格子幅Δとの積に影響されることがわかる．

以上のLESの結果より次のことがわかる．流入口近傍断面における強制渦型速度分布については，これまでのモデル定数Cおよび格子幅で比較的よく実験値を再現できる．しかし下流域断面における混合渦型速度分布については，モデル定数$C=0.14, 0.18$で粗い格子50×25×25

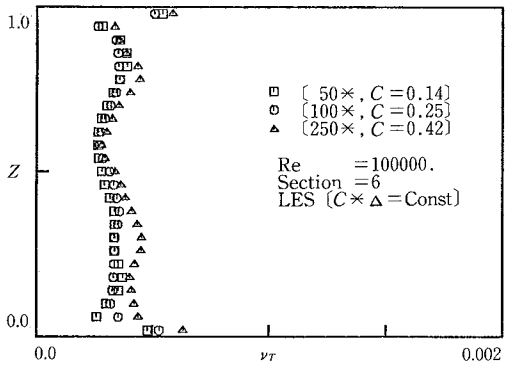


図10　渦粘性係数分布，$C\times\Delta$＝一定
（下流域，section 6，$Y=0.5$）

以外では定性的にも実験値を再現できなかった．ここで，スマゴリンスキーモデルを用いたSGS渦粘性係数はモデル定数Cと格子幅Δの関数となっている．no-slip壁を用いた計算で格子幅が十分に小さい場合にはスマゴリンスキー定数Cは0.1前後の値となりまた定数を変化させることによる影響は無視できることが知られている．しかし工業上の応用問題等においてそのような細かい格子をとることは難しい．

今回の計算結果では粗い格子で速度1/7乗則の壁面境界条件を用いており，SGS渦粘性係数ν_Tの導出に用いるCとΔの影響が壁面剪断応力の評価をとおして速度場に現れたものと思われる．

試みとしてモデル定数Cの値を，$C\times\Delta$＝一定の条件を満たすように選んで，数値計算を行う．以下に，格子数50×25×25と$C=0.14$，格子数100×25×25と$C=0.25$および格子数250×25×25と$C=0.42$の組み合わせについて数値計算を行う．図9に，下流域断面(section 6，$Y=0.5$)における平均速度の旋回および軸流方向成分の分布を示す．これらの図より，下流域の混合渦型速度分布についても，細かい格子の計算結果が実験値と定性的に一致し，計算結果の改善されていることがわかる．このときの渦粘性係数の時間平均値の分布を図10に示す．渦粘性係数の値もそれぞれほぼ同じ値となることが見られる．

4．結　　論

矩形管内旋回乱流について，LESおよびk-εモデルによる数値計算を行い，その結果について示した．特に壁面境界条件として速度1/7乗則を用いたLESでのモデル定数Cおよび格子幅の影響について計算結果と測定値との比較・検討を行った．これらにより以下の結論を得た．

流入口近傍断面における強制渦型速度分布について，LESの計算結果は比較的よく実験値を再現した．しかしながら，下流域断面の混合渦型分布について，LESの計算結果はモデル定数Cおよび格子幅Δの影響を受ける．壁面速度1/7乗則を用いたLESにおいても，モデル定数Cを格子幅Δとの適当な関係として与えることにより，下流域における混合渦型分布についても実測値を再現できることを示した．しかし，より正確に壁面剪断応力を評価できる壁面境界条件を用いることが望ましい．

なお，本研究は東大生研FACOM VP-100システムを用いて実行されたことを付記する．

（1987年10月27日受理）

参考文献

1）小林，森西：生産研究，38-12（1986），608
2）Kobayashi, T., Morinishi, Y.: Proc. 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Thermal Problems, Montreol, 1987
3）J. W. Deadroff: J. Fluid Mech, 41, (1970), 453
4）V. C. Patel, W. Rodi, G. Scheuerer: AIAA, J, 23-9 (1982), 1308
5）Smagorinsky, J.: Monthly Weather Review, 93, 3, 99 (1963)
6）小林，西原，森西：生産研究，本号