

一般曲線座標系による k - ϵ モデルを用いた 2 次元角柱まわりの気流解析

Numerical Analysis of Air Flow around Square Cylinder
by means of k - ϵ Model based on Generalized Curvilinear Coordinates

村 上 周 三*・持 田 灯*・大和田 淳**
Shuzo MURAKAMI, Akashi MOCHIDA and Jun OOWADA

1. は じ め に

k - ϵ 型 2 方程式モデルによる 2 次元角柱回りの流れ場の解析に一般曲線座標系の導入を試みた結果について報告する。

この手法では、従来多く用いられてきた直交直線座標系によるメッシュ分割を使用せず、任意形状に分割されたメッシュ分割が使用される。このため、曲線から構成される複雑な物体形状に適合し、また、ある部分のみ集中的に細かくしたメッシュ分割を用いることが可能となる。本手法ではこの非直交曲線座標系である物理空間の解析領域を直交座標系からなる計算空間へ座標変換して、写像空間で支配方程式を解く (図 1)^{7,8)}。この手法は Thompson⁹⁾ を初めとして、多くの研究分野でこれまでも数多くの研究がなされている²⁻⁶⁾。建築の分野では、田村らによる 3 次精度風上差分を用いた立方体モデル周辺気流の解析例⁶⁾や、村上、加藤、石田らによる乱流モデルを用いた室内気流の解析例^{7,8)}などがある。

2. 数値シミュレーションの概要

(1) 解析対象空間およびメッシュ分割

グリッドの生成法に関しては、微分方程式を用いる方法や代数的に与える方法などが現在多く用いられている。ここでは、楕円型の微分方程式を用いる方法を採用した。この方法では座標系 (x, y) と (ξ, η) を次の微分方程式により関連づける²⁾。

$$\nabla^2 \xi(x, y) = P(x, y) \quad (1)$$

$$\nabla^2 \eta(x, y) = Q(x, y) \quad (2)$$

ここで、 P, Q は上式を熱拡散方程式と見た場合の熱源であり、ここではグリッドの間隔を調節する働きをすることになる。(1), (2) 式は物理空間における ξ, η の分布を示すものである。計算空間における座標系 (ξ, η) を直交座標と考えた場合に、逆に物理空間の対応する点 (x, y) を求めるには、独立変数を入れ替えた逆の関係式が必要である。(1), (2) 式より次式を得る。

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \quad (3)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \quad (4)$$

ただし、 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$ $\beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$
 $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$ J ; ヤコビアン

(3), (4) 式を逐次加速緩和法を用いて、連立させて解くことにより、 (ξ_i, η_j) に対応する物理空間における座標 (x, y) を求めることができる。

ここで、 $\xi = \xi_0, \eta = \eta_0$ 近傍のメッシュを細かくしたい場合には P, Q には次のような式を用いる方法がある。

$$P = -\frac{\xi - \xi_0}{|\xi - \xi_0|} C_p \cdot \exp(-C_p |\xi - \xi_0|) \quad (5)$$

$$Q = -\frac{\eta - \eta_0}{|\eta - \eta_0|} C_q \cdot \exp(-C_q |\eta - \eta_0|) \quad (6)$$

$C_p \cdot C_p \cdot C_q \cdot C_q$; 定数

定数の与え方により生成されるメッシュの形が異なり、解析したい流れ場にに応じて適切な値を決定する。この手

記号	
U ; 風速の主流方向成分	(x, y) ; 直交直線座標系
V ; 風速の横方向成分	(ξ, η) ; 曲線座標系
P ; 圧力	下付添字 ; 微分を表す
k ; 乱流エネルギー	右上添字 ; 時間を表す
ϵ ; k の散逸	左上添字 ; イタレーションの回数を表す

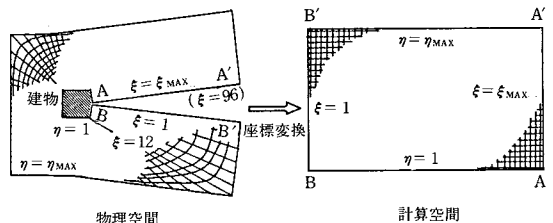


図 1 座標変換

*東京大学生産技術研究所 付属計測技術開発センター

**鹿島建設(株) (元大学院学生)

研 究 速 報

法により作成したメッシュ分割を、図2に示す (Mesh No.1)。このメッシュ分割を生成する場合の P 、 Q は次のように与えている。 Q に関しては建物近傍が細くなるように $\eta_0 = 1$ を与えた。この場合、 Q の値は建物表面から離れるに従い急激に減少することになる。 P に関しては計算領域を ξ 方向に4等分して考え、それぞれの領域において隅角部近傍にメッシュが集中するように与えた。具体的には、隅角部に位置する ξ の値が12になるので(図1)、この領域では $\xi = 12$ を与えている。計算領域は $15Hb$ (x 方向) \times $9Hb$ (y 方向) であり、総メッシュ数は 96 (ξ 方向) \times 40 (η 方向) $= 3840$ メッシュである。最小メッシュ幅は約 $Hb/24$ となっており、また、 ξ 方向が連結しているO型グリッドである。

(2)境界条件 (レギュラーグリッドの場合)^{7,8,11)}

レギュラーグリッドを使用する場合、境界条件の与え方は従来筆者らが行ってきたスタッガードグリッドの場合⁹⁾とやや異なる。本報では表1に境界条件を採用した。

建物壁面の境界条件に関しては、一般座標系では建物に接するセルでの座標の直交性が必ずしも満足されないため、指数則や対数則に基づく条件を採用する場合に、境界条件の与え方がかなり複雑となる^{7,8)}。本報においては、no-slipの条件を採用した。

レギュラーグリッドの場合、壁面第1セルの定義点は壁面上に位置する。 ε の境界条件としては第2セルの ε を壁法則により与えた後、壁面上の ε をfree slipの条件より与える方法を用いた。また、グリッドの連結している ξ 方向に関しては周期境界条件を適用している。

(3)一般座標系の数値計算の概要^{7,8,10,11)}

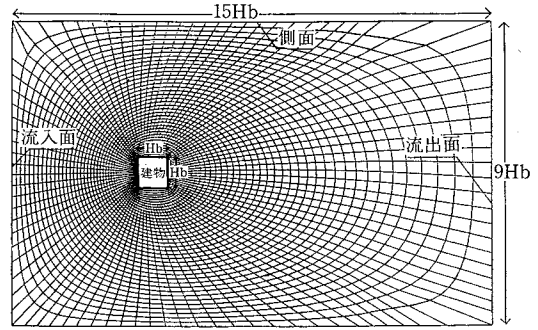
時間差分は、移流項に関してはAdams-Bashforthを拡散項に対しては陰解法のCrank-Nicholsonを用いたsemi-implicitスキームを使用^{5,11)}。移流項の空間差分は一般化QUICKスキームを用いている。また、 $k-\varepsilon$ の輸送

表1 境界条件

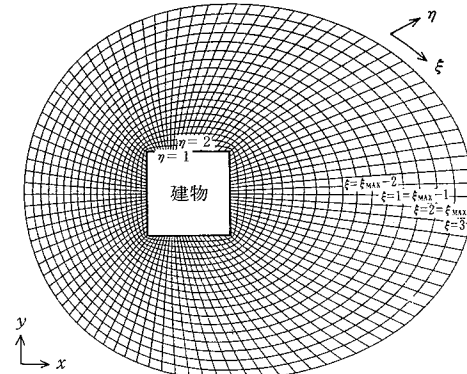
	一般曲線座標系の計算 (Mesh No.1) (レギュラーグリッド)	直交座標系の計算 (Mesh No.2, 3) (スタッガードグリッド)
流入面	$U=1.0, V=0.0, P$: free slip $k=0.028^{m1}$ $\varepsilon=C_0 k^{3/2} \cdot l, l=1.2^{m1}$	左に同じ (ただし、圧力の境界条件は必要無し)
側面	$U=1.0$ V, P, k, ε : free slip	$P=0, U, k, \varepsilon$: free slip
流出面	$U=1.0, P=0.0$ V, k, ε : free slip	$P=0, V, k, \varepsilon$: free slip
建物壁面	$U=V=0.0, P, k$: free slip $\varepsilon_\eta=2=C_b^{3/4} k^{3/2} / \chi h^{m2}$ $\varepsilon_\eta=1$: free slip	$U \propto z^{1/2}, U_n=0.0$ k : free slip $\varepsilon=C_b^{3/4} k^{3/2} / \chi h^{m2}$

注1) 風洞実験における建物高さの実験値をもとに決定した

注2) h : 壁面から定義点までの距離

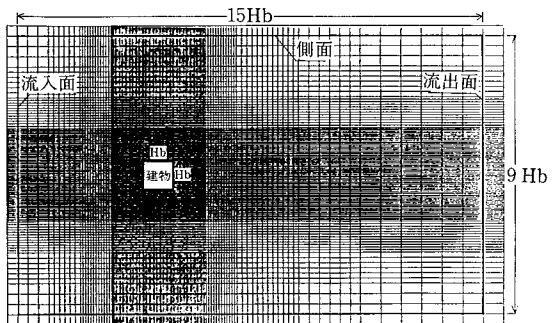


(1) Mesh No.1 {96(ξ) \times 40(η) = 3840メッシュ}

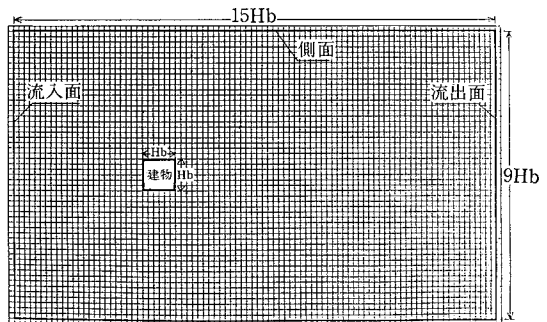


(2) 建物近傍の拡大図

図2 メッシュ分割



(1) Mesh No.2 {131(x) \times 116(y)}



(2) Mesh No.3 {92(x) \times 56(y)}

図3 直交座標系のメッシュ分割

方程式の時間差分にも, semi-implicitスキームを用いている^{7,8)}. ただし, 輸送方程式中の k の生産項を計算する場合の U は1時点前の値を用いている. なお, 一般座標系に変換された k - ϵ モデルの支配方程式については文献7, 8)を参照されたい.

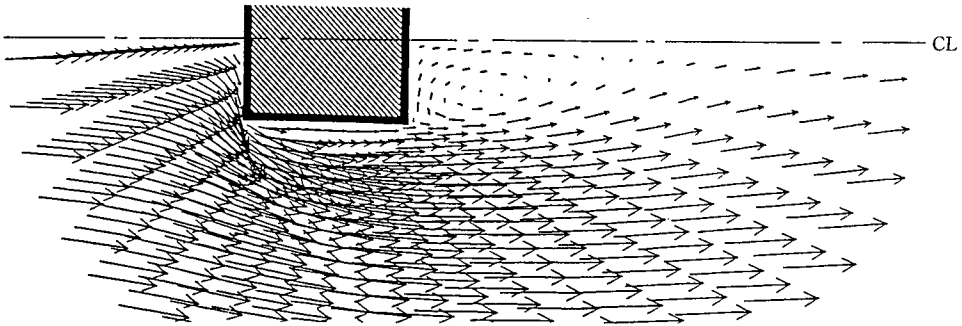
(4) 従来の直交座標系による計算の概要⁹⁾

一般曲線座標系による計算結果と比較するために, 同じ計算領域において従来の直交座標系による計算を行った. 直交座標系の計算では, 時間差分にはAdams-Bashforthスキーム, 空間差分は k, ϵ の輸送方程式の移流項にQUICKスキームを用いたほかは中心差分を使用

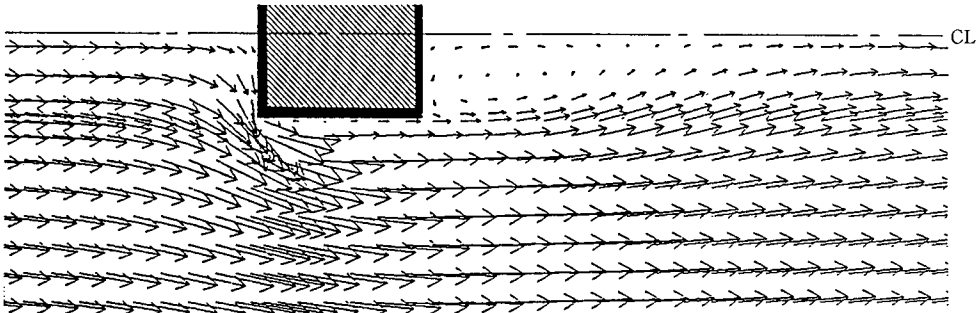
した. 境界条件を表1に示す. メッシュ分割は図3に示す2種類を用いた, Mesh No 2は建物近傍および, 周辺境界近傍のメッシュ幅がMesh No 1とほぼ同じとなっている不等間隔メッシュ (最小メッシュ幅 $Hb/24$) であり, 総メッシュ数は $131(x) \times 116(y) = 15196$ メッシュである. Mesh No 3は総メッシュ数がMesh No 1とほぼ同じになるように設定しており, $92(x) \times 56(y) = 5120$ メッシュの均等間隔メッシュ (メッシュ幅 $Hb/6$) である.

3. 計算結果

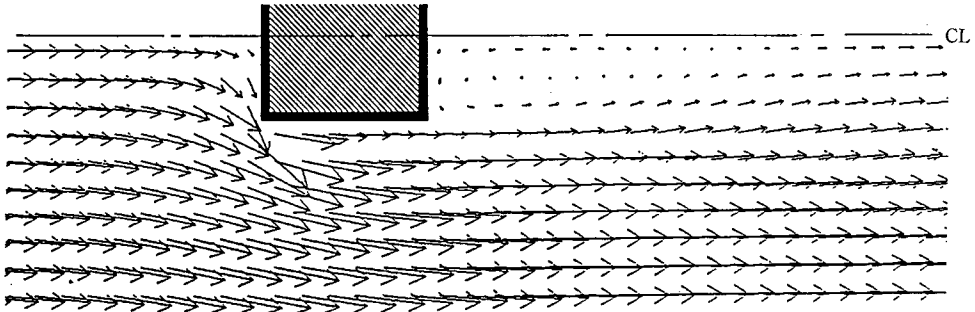
平均風速ベクトルの比較を図4に示す. Mesh No 2の



(1) 曲線座標系の結果 (Mesh No 1)



(2) 直交座標系の結果 (Mesh No 2)



(3) 直交座標系の結果 (Mesh No 3)

図4 平均風速ベクトルの比較

研 究 速 報

結果は建物近傍のメッシュ分割を十分に細かく設定しているため、実験結果との対応から考えても正しい解にかなり近いと思われる。したがって、この結果との比較を行う。一般曲線座標系における結果 (Mesh No 1) では wake の大きさや風上側隅角部近傍の剝離の状況など Mesh No 2 の結果と非常によく一致しており、ほぼ同様の結果が得られている。しかし、直交座標系の細かいメッシュ (Mesh No 2) の結果において現れている側面上の逆流が一般曲線座標系における結果には現れていない。一般曲線座標系における計算では、今回の場合メッシュを微分方程式により作っており、この方法によりメッシュを作る場合にはメッシュ幅を任意に調節することが難しい場合も生じる。このため壁面上第 1 セルの定義点の位置が、直交座標系のメッシュに比べて壁面からやや離れており、それが逆流を生じなかった原因と思われる。直交座標系における粗いメッシュ分割による計算 (Mesh No 3) の結果では wake が後ろに大きく引き伸ばされており、また、風上側の隅角部近傍の剝離の状況も一致しておらず、細かいメッシュの場合と比べてかなり異なる。

4. 結 論

一般曲線座標系を建物周辺気流の解析に適用し、以下の結果を得た。

一般曲線座標系における結果では、ほぼ同じメッシュの計算よりも、直交座標系でメッシュを細かく設定し結果を得ることができた。すなわち相対的に少ないメッシュ数で、良い結果を得ることができたことになる。このことにより、建物周辺気流の計算においては、建物近傍にメッシュ分割を集中させることの可能な一般座標系による計算が有効になりうることを示している。しかし、一般曲線座標系を用いた場合には、きめ細かくメッシュの形状を制御することや、解くべき方程式が非常に複雑であるため、差分式のたてかたや境界条件の設定が容易ではない。

今後、境界条件、メッシュ分割などに関してさらに研

究していくことが必要であろう。また、今回の検討では 2 次元計算に留まったが、3 次元への拡張が望まれる。

(1987年10月8日受理)

参 考 文 献

- 1) J.F. Thompson, F.C. Thames, C.W. Mastin: "Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear Coordinate System for Field Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies", Jour. Compu. Phys. 15, 1974
- 2) J.F. Thompson: "Grid Generation Techniques in Computational Fluid Dynamics" AIAA Journal, vol 22, No. 11, 1984
- 3) J.F. Thompson, Z.U.A. Warsi, C.W. Mastin: "Numerical Grid Generation. Foundations and Applications", Elsevier Science Pub. Co., Inc., 1985
- 4) 藤本, 大熊, 田村: 「曲線座標系における乱流モデルの適用について」, 日本建築学会論文報告集, 第345号, 昭和59年11月
- 5) Y. Takemoto, Y. Nakamura: "A THREE - DIMENSIONAL INCOMPRESSIBLE FLOW SOLVER", Int. Symp. Compu. Fluid. Dynam. Tokyo, 1985
- 6) 田村, 白山, 桑原: 「立方体周辺における風の流れおよび風圧力の直接数値シミュレーション」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 昭和61年8月
- 7) 村上, 加藤, 石田, 持田: 「一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その3~5」, 日本建築学会関東支部研究報告集, 昭和62年7月
- 8) 村上, 加藤, 石田, 持田: 「一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その6, 7」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 昭和62年10月
- 9) 村上, 持田, 大和田, 林: 「建物周辺気流の数値シミュレーションの診断システムに関する研究 その1~3」, 日本風工学シンポジウム, 昭和61年12月, 日本建築学会関東支部研究報告集, 昭和62年7月, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 昭和62年10月
- 10) 武本, 中村, 山辺: 「ライブラリ・プログラムの紹介(72)」, 京都大学大型計算機センター広報, Vol.19, No.4, 1986
- 11) 大和田, 村上, 持田: 「建物周辺気流の数値予測(第9報)」, 日本建築学会関東支部研究報告集, 昭和62年7月