

# 塑性加工の複合数値解析

Combined Numerical Analysis of Metal Forming Processes

木 内 学\*・柳 本 潤\*  
Manabu KIUCHI and Jun YANAGIMOTO

塑性加工における被加工材の変形の解析には、従来、数種類の解析法の使い分けが行われてきた。しかし、近年の解析対象の高度化・複雑化に伴い、これらの個々の解析法によっては、それらの固有の特性に起因する問題点により、十分目的を達成しえないことが、明らかになってきた。本解説においては、これらの問題点を解決することを目的として、複数の解析法を複合化することにより構成された「複合数値解析法」について、その概要を説明する。

## 1. はじめに

塑性加工プロセスの最適化には、種々の加工条件因子が被加工材の変形挙動に及ぼす影響を事前に把握することが重要であり、従来よりこのような問題を解明するために、多くの解析法の適用が試みられてきた。これらの解析法は、スラブ法・すべり線場法・エネルギー法・弾塑性および剛塑性有限要素法 (FEM) などに分類されるが、近年の計算機の発達により、従来ほとんど解析が不可能であった分野についても、これらを用いて解析を数值的に行うことが可能となりつつある。しかしながら、このような手法を用いても、現在、解析可能な範囲は限定されたものであり、その原因は、おのおのの手法固有の特性に起因している。

たとえば、鍛造加工については、被加工材の変形挙動の複雑さから、従来は解析が著しく困難であったが、近年はさまざまな変形形態に対する数値解析が、剛塑性 FEM や UBET を適用することにより、可能となりつつある。しかし、この両解析法は、それぞれ固有の長所・短所を有する。たとえば、剛塑性 FEM は、詳細なシミュレーションが可能であるが、反面、計算機の能力上の制約が大きく、また、UBET は、安価・簡便なシミュレーションが可能な反面、解析精度をあまり期待できない場合が多い。これら両解析法は、その固有の問題により、広く実生産の鍛造工程の解析に適用することは現在でも困難な状況にある。また、これと類似の問題は、ほかの分野におけるスラブ法・すべり線場法などを用いた解析においても生じる。

これら解析法の短所を解決し、適用範囲を広げる努力は今後もなされていくであろうが、さらに拡張した解析法として、複数の解析法をおのおのの利点を生かしつつ複合化し、詳細な解析を効率的に行うことが考えられる。

\*東京大学生産技術研究所 第 2 部

これが、本解説で述べる複合数値解析法の基本的な概念である。当然、解析対象とする加工形態により、複合化すべき解析法を選択する必要があるが、図 1 は、塑性加工における代表的な加工形態に対する複合化の方法を示したものである。本解説においては、鍛造加工を対象とした、UBET と剛塑性 FEM との複合化による複合数値解析法の構成および解析結果につき概説し、その特性に対し検討を加えると共に、今後の問題点を述べることにする。

## 2. 鍛造加工に対する複合数値解析の構成

### 2-1 UBET および剛塑性 FEM の特徴

UBET および剛塑性 FEM は、鍛造加工の解析に用いられる代表的な数値解析法であり、おのおのの理論構成および応用技術について、現在盛んに研究が行われている。この、両解析法の詳しい内容については、他の文献に詳しく述べられているのでここでは省略し、以下に概略を述べる。

UBET (Upper Bound Elemental Technique) は、エネルギー法の一つであり、上界定理 (式(1))<sup>1)</sup>に基づき、境界条件および体積一定条件を満たす速度場 (動的

## Combined Numerical Analysis

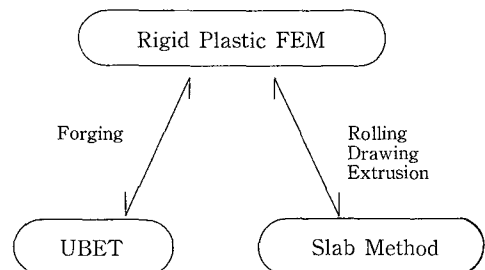


図 1 複合数値解析の概要

可容速度場)により消散される全仕事率を、最小化することにより、解析結果を得る<sup>2)</sup>。

$$\int_{S_c} F_i \dot{U}_i dS \leq \int_V \sigma_{ij}^k \dot{\epsilon}_{ij}^k dV + \int_{\Gamma_k} k | \Delta \dot{U}_k | dS + \int_{S_c} \sigma_f | \Delta \dot{U}_f^k | dS - \int_{S_c} F_i \dot{U}_i^k dS \quad (1)$$

式(1)右辺は、それぞれ内部仕事率、せん断仕事率、摩擦仕事率、外力によりなされる仕事率を表す。なお、UBETにおいては、矩形・三角形などの単純な形状の要素に対し仮定された速度場を用いて、被加工材全体の速度場を表現し、その中に含まれる数個～十数個の準独立変数 $x_i$ について、全仕事率 $\dot{W} = \dot{W}(x_1 \cdots x_n)$ を、数値的に最小化することにより、被加工材全体の速度場を決定する。なお、最小化には、直接探索法(たとえばSimplex法)を用いることが多いが、その場合、最小値の探索が可能な準独立変数の数に制限があり、また、各要素の速度場をあらかじめ仮定する必要があることと相まって、特に被加工材が多く、自由表面を含む場合、十分な変形自由度が、必ず確保できるわけではない。すなわち、UBET解析における精度は、解析モデル(速度場)の選択に大きく依存するが、反面、妥当な解析モデルを選択することにより、経済的な解析が可能であり、特に周囲(型)からの拘束が大きい場合に適した解析法であるといえる。

これに対し、剛塑性FEM<sup>3)</sup>では、UBETとは異なり、非線形連立方程式をニュートン・ラフソン法で解くことにより解の探索を行うため、解析を行ううえでの変形自由度に関する制限はない。また、被加工材全体に対する速度場の構成手順が、節点速度を用いた形で規格化されているため、変形自由度の高いモデルを、容易に構成することが可能である。

図2は、パイプのアプセット加工を例にとり、準平行速度場を用いてのUBETによる解析結果と、剛塑性FEM

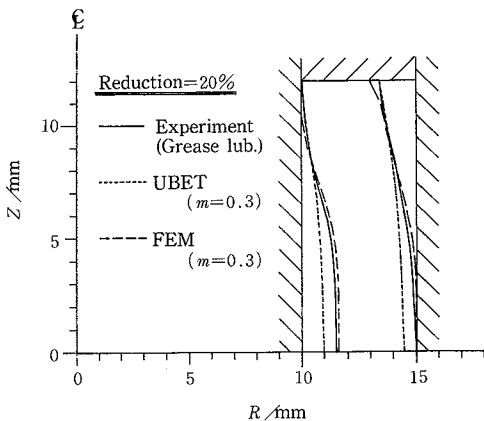


図2 パイプのアプセット加工についての剛塑性FEMとUBETとの比較

による解析結果とを比較したものであるが<sup>4)</sup>、自由表面の大きなたわみを含むような変形については、UBETによる解析には、大きな誤差が含まれることが示されている。これは、UBET解析において用いた速度場が準平行速度場であり、剛塑性FEMと比較した場合、図3に示すような変形様式の差があることに起因している。この点については、UBETに用いる速度場を改良することにより、改善が可能であるが、この事実は、同時に、自由表面の変形を汎用的に取り扱いうる速度場を構成することが、現状では困難であることを端的に示している。これに対し、剛塑性FEMには、このような問題はなく、周囲(型)からの拘束の少ない変形に対しても、良好な解析結果を与える。しかし、UBETに比較して、はるかに多くの計算時間およびメモリーを必要とするといった点が、大きな問題である。

2-2 複合数値解析の構成

以上に述べた、型拘束の大きい変形に対するUBETの経済性、型拘束の少なく自由度の大きい変形に対する剛塑性FEMの精度の良さ、といった両解析法の長所は、それぞれ固有のものであり、この両解析法の複合化は、これらの特長を生かす形で行われる必要がある。また、この両解析法においては、解の探索法がそれぞれ異なるため、この点をどのように処理するかが、問題となる。

以下に、図4に示す半密閉鍛造を例にとり、以上の点をふまえての複合数値解析の構成、およびその解析手順につき説明する<sup>5)6)</sup>。

ステップ(1) (解析対象の領域分割)

被加工材全体を、型拘束の大きい部分(主領域 $R_m$ )と、 $n$ 個の自由表面を含む部分(複合領域 $R_i [i = 1 \sim n]$ )とに、分割する。なお、主領域 $R_m$ と複合領域 $R_i$ との分割面を複合境界 $\Gamma_i$ とする。

ステップ(2) (UBET解析による、領域の全体的な流動の決定)

被加工材全体(主領域 $R_m$ +複合領域 $R_i$ )について、UBET解析を行い、 $R_i$ 内の各UBET要素 $j$ の速度分布・仕事率 $(\dot{W}_v)_j$ および $\Gamma_i$ でのせん断仕事率 $(\dot{W}_s)_j$ を決定する。

ステップ(3) (剛塑性FEMによる、複合領域における速度分布の修正)

複合境界での、UBET解析による速度分布(UBET→剛塑性FEMの解析パラメータ)を境界条件として、複合

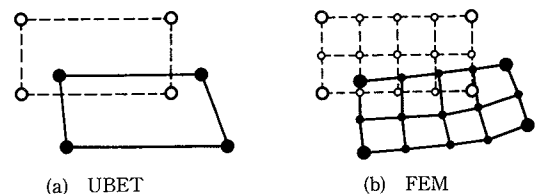


図3 両解析法により表される変形の相違

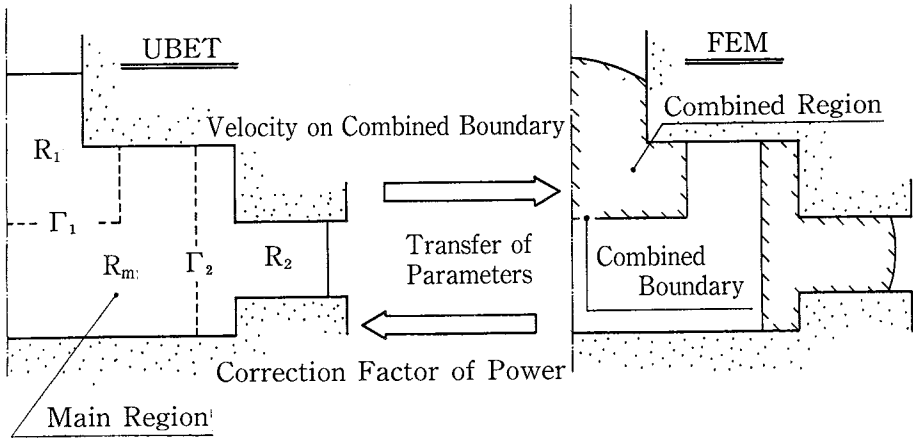


図 4 複合数値解析の構成

領域のみについて剛塑性FEM解析を行い、この領域の速度分布を修正する。また、解の一部として、 $R_i$ 内の各FEMの各要素 $k$ に対する仕事率 $(\dot{W}_R)_{ik}$ が得られる。  
ステップ(4) (仕事率補正係数の算出)

剛塑性FEMによる仕事率と、UBETによる仕事率とを、複合領域 $R$ 全体、もしくは $R_i$ 内の各UBET要素 $j$ について比較することにより、仕事率補正係数 $C_i$ または $C_{ij}$ (剛塑性FEM→UBETの、解析パラメータ)を算出する(式(2-1)(2-2)および図5参照)。

$$C_i = \frac{\sum_j \{ \sum_{k \in j} (\dot{W}_R)_{ik} + (\dot{W}_S)_{ij} \}}{\sum_j \{ (\dot{W}_U)_{ij} + (\dot{W}_S)_{ij} \}} \quad (2-1)$$

$$C_{ij} = \frac{\sum_{k \in j} (\dot{W}_R)_{ik} + (\dot{W}_S)_{ij}}{(\dot{W}_U)_{ij} + (\dot{W}_S)_{ij}} \quad (2-2)$$

また、図6に示すような、複合領域における速度場の構成が煩雑である場合には、 $C_i$ ,  $C_{ij}$ の代わりに、フラッシュ(複合領域)流出部のUBET解析における境界速度 $\dot{U}_F$ と、複合領域での剛塑性FEM解析による仕事率 $\dot{W}_F$ とにより、式(2-3)に示す仕事率補正係数 $E_F$ を算出する。

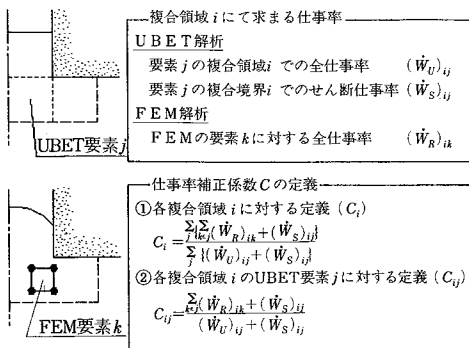


図 5 仕事率補正係数の定義(1)

$$E_F = \dot{W}_F / \dot{U}_F \quad (2-3)$$

これらの係数 $C_i$ (または $C_{ij}$ )、 $E_F$ を、形状修正後の次のUBET解析(ステップ(2))において用い、複合領域 $R_i$ 部分における仕事率を補正した、次式の全仕事率につき、最小化を行い、速度場を最適化する。

$$\dot{W} = D \cdot \dot{W}_T + \sum_j C_{ij} \{ (\dot{W}_U)_{ij} + (\dot{W}_S)_{ij} \} + E_F \cdot \dot{U}_F \quad (3)$$

ただし、 $D$  : 主領域 $R_m$ の仕事率補正係数  
 $\dot{W}_T$  : 主領域での全仕事率

以上の手順(2)→(4)を繰り返す、解析を進める。図7は、そのフローチャートである。

### 3. 解 析 例

上述の複合数値解析法を、軸対称鍛造工程である半密閉鍛造に適用し、実験結果および剛塑性FEMによる解析結果との比較を行った。なお、UBETの速度場としては、もっとも単純な平行速度場<sup>2)</sup>を用い、また、以後に示す解析は、すべてアルミニウムを想定したものであり、変形抵抗は式(4)を、摩擦定数は $m=0.6$ を用いている。  
 $\bar{\sigma} = 12.0(1 + 1.5\bar{\epsilon})^{0.28} \quad (4)$

図8は、ピレット全高さおよび加工荷重の変化を、側方フラッシュ開口部の初期高さ $T$ の異なる3ケースにつき、実験と比較したものである。なお、この解析におい

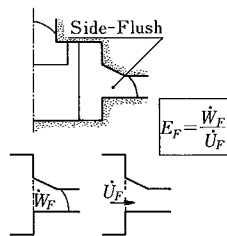


図 6 仕事率補正係数の定義(2)

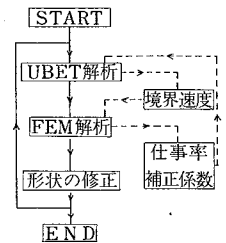


図 7 フローチャート

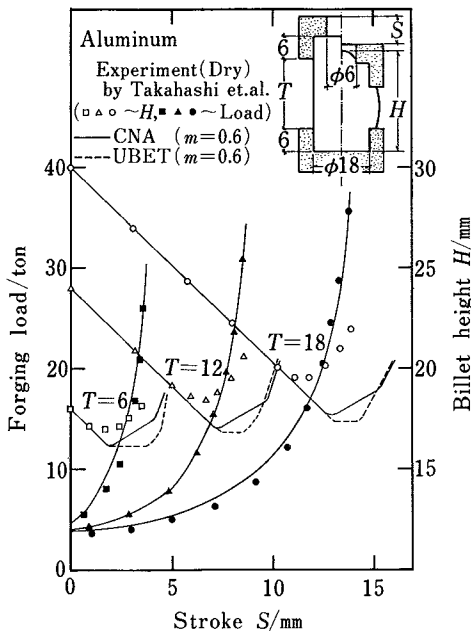


図8 半密閉鍛造の解析結果(1)

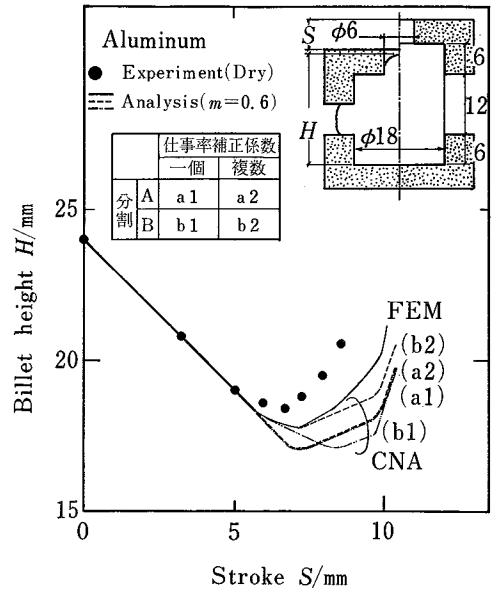


図10 半密閉鍛造の解析結果(2)

ては、UBETの要素分割として図9(a)の分割Aを用いており、また、仕事率補正係数は、各複合領域 $R_i$ 全体についてのUBETと剛塑性FEMとの仕事率を比較した係数 $C_i$ として定義している。加工荷重についての解析結果には、実験との良い対応が認められるが、ピレット全高さについては、 $T$ が増加するにつれ、誤差が大きくなることが示されている。

この誤差の原因としては、UBETの要素分割および仕事率補正係数の定義が不適切であったことが考えられる。そこで、UBETの要素分割を図9(b)の用に改良して変形自由度を増し、かつ、仕事率補正係数を、各 $R_i$ 内の各UBET要素 $j$ に対し定義した $C_{ij}$ を用いることにより、モデルの精度向上を図った。その結果を図10に示す。なお、これは $T=12\text{mm}$ についてのみの結果であり、図中の

(a1)が、図8に示したものに対応する。また、実線は、剛塑性FEMのみによる解析結果である。

剛塑性FEMのみによる解析結果も、実験結果と完全に一致するわけではないが、(a1)に比べ実験との対応はよい。また、UBETの要素分割のみを改良したものの(b1)および仕事率補正係数のみを改良したものの(a2)については、(a1)に比較して、解の改善が行われていないが、これらの改良を同時に行ったものの(b2)については、かなりの解の改善が行われており、剛塑性FEMのみによる解析に比較して、そんな色ない結果が得られている。以上より、複合数値解析法の解析精度は、UBETの要素分割および仕事率補正係数の定義に大きく依存し、解析を行ううえで、これらにつき十分な精度を確保する必要があると判断できる。ただし、被加工材に含まれる自由表面が少ない $T=6\text{mm}$ の場合には、(a1)に対応するモデルを用いても良好な解析結果が得られており、図11は、その場合の変形形状および相当歪分布を示したものである。

また、図12および図13は、テーパつき工具による半密閉鍛造の解析結果であり、テーパ部分については、式(2-3)に示す仕事率補正係数を用いている。テーパ角 $\theta$ の増加にともない、側方フラッシュ部分への流動が妨げられるため、ピレット高さが増大しており、またフラッシュ部分の工具面圧が大きく上昇する。これらの結果は、経験的に妥当なものであるが、今後は実験などとの比較をとおし、その検証を行う必要がある。

なお、複合数値解析によれば、剛塑性FEMを変形の大きい複合領域のみに限定して用いることが可能であるため、剛塑性FEMのみを用いる場合に比較して、計算時間

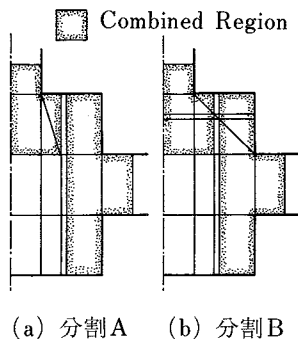


図9 UBETの要素分割

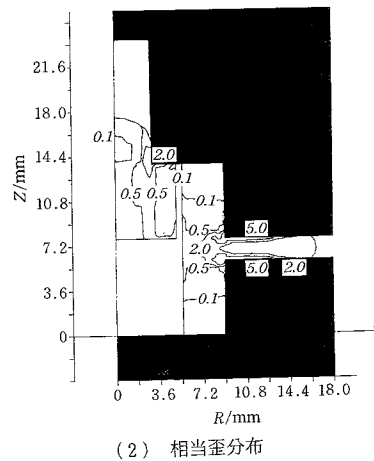
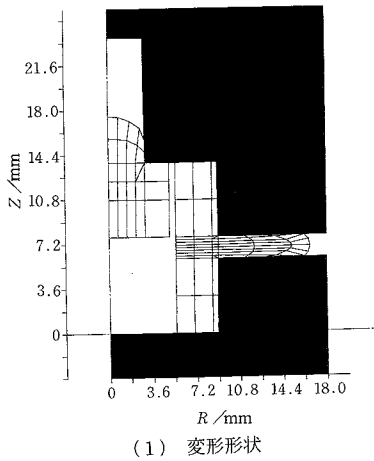


図11 半密閉鍛造における変形形状および相当歪分布

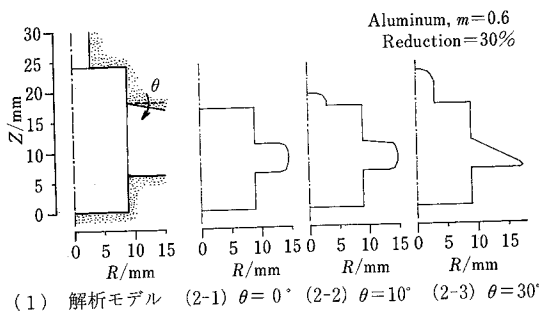


図12 ピレットプロファイルの比較

の短縮が可能である。たとえば、図10に示した解析例についての計算時間は約4分であり、剛塑性FEMのみを用いた場合に比較して、1/5程度であった。

4. ま と め

塑性加工の複合数値解析の構成を述べると共に、軸対

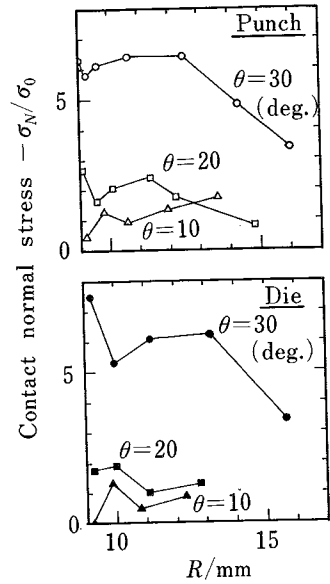


図13 側方フラッシュ部分の工具面圧分布

称鍛造工程である半密閉鍛造への適用をとおし、その特性につき検討を行った。本文中にて述べたとおり、複合数値解析の解析精度は、モデルの構成に大きく支配され、また、適当なモデルを用いた場合には、高精度かつ経済的な解析が可能である。ただし、ここに述べた範囲では、すべて軸対称(二次元)問題を対象としているため、複合数値解析の剛塑性FEMに対する優位性が必ずしも明確ではないが、剛塑性FEMによる三次元解析が困難である現状よりみると、このような問題に対して、複合数値解析は、有効な解析手法であると考えられる。

また、塑性加工の、他の代表的な加工形態である圧延・引き抜き・押し出しについては、鍛造の場合とは異なった形式での複合化による三次元解析を現在行っており、これに関しても、興味深い結果が得られつつある。いずれにせよ、今後予想される解析対象の高度化・複雑化に対しては、既存の解析法の改良のみでは対処が困難な場合も十分予想されるが、そのような場合、解析法を複合化するといった積極的な取り組みが、ますます必要となるであろう。

(1987年3月20日受理)

参 考 文 献

- 1) 工藤：「塑性学」，森北出版(1969)。
- 2) 木内・村田：塑性と加工，22-244(1981)，495。
- 3) 木内・柳本：第36塑加連講論(1985)，449。
- 4) LEE, C. H., KOBAYASHI, S.: Trans. ASME J. Engng. Ind., (1973), 865。
- 5) 木内・柳本：昭61春塑加講論(1986)，443。
- 6) 柳本・木内：第37塑加連講論(1986)，93。
- 7) 木内・柳本：昭62春塑加講論(1987)，135。