

## 写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発 (その5)

A Development of Error Adjustment Methods in Combined Photogrammetry and Land Surveying

近 津 博 文\*・村 井 俊 治\*\*

Hirofumi CHIKATSU and Shunji MURAI

### 1. はじめに

一連の本研究では距離測量における辺条件式, あるいは角観測における直線条件式と写真測量における共線条件式とを同時に解くことにより単写真からでも外部標定要素と測点の3次元座標とを決定することができる新しい調整方法を開発した<sup>1)</sup>。

ところで, このように地上測量と写真測量の測定値とを同時に調整する同時調整法は過大誤差を検知する方法としても有効である<sup>2)</sup>。

そこで, 本報告では距離測量を用いた同時調整法により過大誤差と地上座標および距離の精度との関連性について, また過大誤差の検知の方法等について検討を行った。なお, 本報告で使用した航空写真および地上データ等は先の報告<sup>1)</sup>と同じものである。

### 2. 計算モデル

研究の対象となる地形モデルは点A, B, Cを基準点および点D, Eを未知点とする三辺網である(図-1)。

一方, 計算は測線数が4本( $l_1, \dots, l_4$ )および8本( $l_1, \dots, l_8$ )の各場合について以下の点を考慮して行うものとする。

- 1) 過大誤差は基準点のいずれか1点に必ず含まれているものとする。
- 2) 過大誤差を含む座標はそれぞれX, Y, XとY, Z座標の4通りとする。
- 3) 過大誤差の大きさは0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100および500mの8通りとする。
- 4) 過大誤差の方向はX, Y, Z座標に過大誤差が存在する場合には+および-の2通りとする。また, XとY座標に同時に過大誤差が存在する場合には(+, +), (-, +), (-, -), (+, -)の4通りの方向に対して検討を行うものとする。

### 3. 計算結果

#### 3.1 過大誤差と地上座標の精度との関連性

まず, 過大誤差が存在する点の位置, 座標および過大

\*協力研究員 東京電機大学理工学部

\*\*東京大学生産技術研究所 第5部

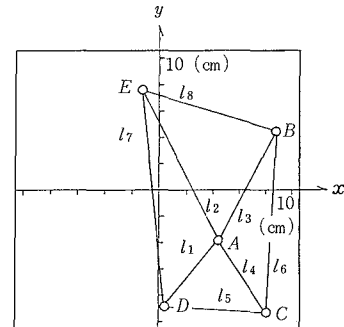


図-1 調整モデル

誤差の大きさと各3次元座標の絶対値の平均残差との関係を求めた結果を以下に要約する。

#### 1) X, Y, Z座標に過大誤差が存在する場合

過大誤差の方向が+の場合に対する各座標の平均残差の値と一方向に対する平均残差の値とはほぼ等しいことがわかった。すなわち, この場合の各座標の平均残差は過大誤差の方向にほとんど影響されないことがわかる。

#### 2) XとY座標に同時に過大誤差が存在する場合

過大誤差の方向が+, +の場合に対する各座標の平均残差の値と-, 一方向に対する平均残差の値とはほぼ等しいことがわかった。また, 上記の場合と平均残差の大きさは異なるもの+, -に対する平均残差の値と-, +方向に対する平均残差の値とはほぼ同程度であることもわかった。結局, 平均残差の分布から4通りの方向を2通りに集約することができ, さらにそれぞれの場合における各座標の平均残差は過大誤差の方向にほとんど影響されないことが確かめられた。

3) 測線数が4本の場合には標高を与えた場合でも各座標に対する精度の向上はほとんど見られなかった。

4) 測線数が8本の場合には標高を与えることによりかなりの精度の向上が見られた。またこの場合, 当然のことながらZ座標の精度が一番改善された。

5) Z座標の平均残差は測線数が8本の場合のほうが4本の場合より総体的に小さい。

研究速報

一方、過大誤差が1mの場合に着目して、まず各座標の平均残差の大きさを過大誤差の6割以上、6~2割および0~2割の3通りに区分する。次に、この3段階の大きさに対して過大誤差の影響を大、中および小として、その影響度の状態を調べた結果が表-1である。

ところで、表-1は座標の平均残差と過大誤差の方向に関する前記の結果に基づきX、Y、Z座標に過大誤差が存在する場合には+の方向だけについて、またXとY座標に同時に過大誤差が存在する場合にはその方向を+(+,+)および-(-,+)として検討したものである。また、表-1は標高を与えない場合の結果である。

なお、表-1における横方向は、たとえば測線数が4本で基準点AのX座標に過大誤差(1m)が存在する場合、まず3次元座標のうちZ座標が過大誤差の影響を一番受け、かつこの時の平均残差の大きさは0.6m以上であることを表す。次に縦方向より、この残差の大きさはXとY座標に同時に過大誤差が存在する場合(方向;-)について2番目に大きいことを示す。

結局、表-1より以下のことが理解される。

- 1) 測線数が4本の場合には平均残差の大きさと過大誤差の存在する点および座標との間に明確な関連性は見られない。
- 2) 測線数が8本の場合には平均残差の大きさと過大誤差の存在する点および座標との間にかなり明確な関連性が見られる。すなわち、平均残差の大きさの順序は過大

誤差がどの基準点に存在するかには関わらず過大誤差の存在する座標に支配される。

3) 上記の場合、過大誤差の存在する座標と平均残差の大きさとの関係は、まずZ座標に過大誤差が存在する場合の平均残差の値が一番大きく次いでX&Y(-)、X、X&Y(+)およびY座標の順となる。

4) 測線数が4本および8本の場合も含めて一番過大誤差の影響をうけ安い座標はZ座標であることがわかる。

3.2 過大誤差の検知

どこの点に過大誤差が存在するかを評価する方法としてロバスト推定法<sup>3)</sup>、あるいはロバスト推定法を拡張したデンマーク法<sup>4)</sup>がある。

しかし、本研究で開発した単写真標定付き同時調整法によれば、非常に効率良く過大誤差を検知することが可能であることが明らかとなった。

すなわち、表-2において10m以上の過大誤差が存在する場合には、過大誤差の存在する点、座標および方向に関わらず単写真標定の計算段階で計算は発散することがわかる。

一方、表-3は測線数が4の場合に対して単写真標定を採用しない同時調整法を用いた結果であり、大きな過大誤差が存在する場合にも関わらず不安定の解が得られてしまうことがわかる。

この結果、単写真標定付き同時調整法によれば不必要に計算時間を無駄にすることなく、さらに少なくとも10m以上の過大誤差の存在を単写真標定の段階で検知することができると思われる。

ところで、基準点に対する制約条件のため、未知点の各3次元座標の値は距離の測定値に応じて変化するのに対して基準点の座標値は大きく変化することがない。すなわち、過大誤差が存在する場合でも未知点と未知点あるいは未知点と基準点とを結ぶ距離の調整値にはほとんど残差が存在しないのに対して、基準点どおしを結ぶ距離の調整値には過大誤差の大きさに対応した残差が存在するはずであると考えられる。この結果、基準点どおしを結ぶ距離の残差に着目すれば過大誤差が存在する点、座標および大きさ等を評価することができるものと思われる。

そこで、本研究では以下のような方法を考える。

まず、図-2において斜距離Sは次式であるから、

$$S = X^2 + Y^2 + Z^2 \tag{1}$$

3次元座標に誤差が存在する場合に対する距離の誤差は

$$dS = (X/S)dX + (Y/S)dY + (Z/S)dZ \tag{2}$$

また、水平距離をL、水平角をθおよび鉛直角をαとすると式(2)は次式となる。

$$dS = \cos\alpha \{ \cos\theta dX + \sin\theta dY \} + \sin\alpha dZ \tag{3}$$

次に、式(3)において各座標に対する過大誤差の値を

表-1 Gross Errorが座標の精度に及ぼす影響

Point No.	Coordinate in Gross Error	Line Number 4			Order	Line Number 8			Order
		mdx	mdy	mdz		mdx	mdy	mdz	
A	X	○	○	◎*	2	○	△	◎*	3
	Y	△	○	◎*	5	○	○	◎*	5
	X&Y(+)	○	○	◎*	3	○	○	◎*	4
	X&Y(-)	○	○	◎*	1	○	○	◎*	2
	Z	△	△	◎*	4	○	△	◎*	1
B	X	◎*	○	○	4	◎*	○	○	3
	Y	○	○	◎*	2	○	○	◎*	5
	X&Y(+)	○	○	◎*	1	○	◎*	○	4
	X&Y(-)	○	○	◎*	3	◎*	○	◎	1
	Z	△	△	◎*	5	△	△	◎*	2
C	X	○	○	◎*	2	○	○	◎*	3
	Y	○	○	◎*	3	△	◎*	△	5
	X&Y(+)	◎	○	◎*	1	○	○	◎*	4
	X&Y(-)	○	◎*	○	4	○	○	◎*	2
	Z	△	△	◎*	5	△	△	◎*	1

ただし、\*: Gross Errorによる影響が一番大きいもの  
 Gross Errorが平均残差に及ぼす影響度  
 ◎: 大 (0.6m以上)  
 ○: 中 (0.2~0.6m)  
 △: 小 (0.2m以下)

表-2 Gross Errorと解の安定性との関係  
(単写真標定付き同時調整法の場合)

Gross Error	Line Number 4				Line Number 8							
	H; Not Given		H; Given		H; Not Given		H; Given					
	x	y	x&y	z	x	y	x&y	z				
0.1m	○	○	○	○	○	○	○	○	☆	☆	☆	☆
0.5	○	○	○	○	○	○	○	○	☆	☆	☆	☆
1.0	○	○	○	○	☆	☆	☆	○	○	○	△	☆
5.0	△	△	△	△	☆	△	△	☆	△	△	△	△
10.0	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
50.0	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
100.0	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
500.0	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

ただし ○:すべての場合に対して安定した解を得ることができる場合。  
 ☆: Hを与えることにより、少なくとも一か所以上に距離の精度の向上が認められた場合。  
 △: 単写真標定の段階で発散するか、解が得られる場合であり、かつ得られる解は安定した解である場合。  
 ×: 単写真標定の段階においてすべての場合に対して発散する。

表-3 Gross Errorと解の安定性との関係  
(同時調整法の場合)

Gross Error	Line Number 4		Line Number 8	
	H; Not Given	H; Given	H; Not Given	H; Given
0.1m	○	○	●	▲
0.5	○	○	●	▲
1.0	▲	▲	▲	▲
5.0	▲	▲	●	▲
10.0	▲	▲	●	▲
50.0	▲	▲	●	▲
100.0	▲	▲	▲	▲
500.0	▲	▲	×	×

ただし ○:すべての場合に対して安定した解を得ることができる場合。  
 ●: 安定した解が得られる場合と不安定な解が得られる場合とが混在する場合。  
 ▲: 逐次近似計算が発散するか、解が得られる場合であり、かつ得られる解は安定した解である場合。  
 ▲: 逐次近似計算が発散するか、解が得られる場合であり、かつ得られる解は不安定な解である場合。  
 ▲: 逐次近似計算が発散するか、解が得られる場合であり、かつ安定した解が得られる場合と不安定な解が得られる場合とが混在する場合。  
 ×: すべての場合に対して解を得ることができない場合。

一様に±1mとし、また鉛直角はいずれにしても10°ないし20°程度であると思われるため巨視的に $\cos\alpha \approx 1$ とすると表-4のような関係が得られる。

ところで、表-4よりX, Y, Z座標に過大誤差が存在する場合、距離の残差の符号は過大誤差の方向に左右さ

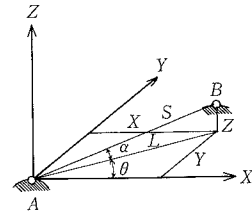


図-2 地形モデル

表-4 Gross Errorと距離の精度

Coordinate	dS
X	±cosθ
Y	±sinθ
X&Y	±cosθ±sinθ
Z	±sinα

れるが、その大きさは過大誤差の方向に影響されることが理解される。また、XとY座標に同時に過大誤差が存在する場合には $(\cos\theta + \sin\theta)$ と $(-\cos\theta - \sin\theta)$ との絶対値は等しいこと、および $(\cos\theta - \sin\theta)$ と $(-\cos\theta + \sin\theta)$ についても同様である。結局、これら2通りに対するそれぞれの場合における距離の残差は過大誤差の方向に左右されないことがわかる。なお、これらの関係はすでに本論中(3.1)に述べた結果とも一致している。

そこで、XまたはY座標に過大誤差が存在する場合には+の方向だけについて、またXとY座標に同時に過大誤差が存在する場合にはその方向を $(\cos\theta + \sin\theta)$ および $(-\cos\theta - \sin\theta)$ として、1mの過大誤差に対するそれぞれの場合の残差の分布曲線を示したものが図-3である。

さて、図-4においてたとえば基準点Aに過大誤差が存在すると仮定すると、まず測線3および測線4に対する水平角を与えられた基準点の座標値より算出する( $\theta_1 = 34^\circ$ ,  $\theta_2 = 278^\circ$ )。次に、図-3において $34^\circ$ と $278^\circ$ のところにY軸に平行な線を引き各曲線との交点のY座標を読み取れば、それらの値は各座標に存在する1mの過大誤差に対する距離の残差を示すものと思われる。

一方、Z座標に過大誤差が存在する場合、表-4より測線の受ける影響は比較的小さく $\sin\alpha$ だけであり、これは測線の長さと同基準点の高さより簡単に推定することができる。すなわち、2点間の高低差が大きければ大きいほど距離の精度の受ける影響は大きくなる。

いま、1mの過大誤差が距離におよぼす影響の度合を表-1と同様に3段階に表示することとし、上記に示した方法により過大誤差を評価した結果と実際の計算結果に基づいた結果とを示したものが表-5である。

なお、表-5における\*は次のことを意味する。たとえば図-4における基準点Bに過大誤差が存在する場合、まず測線3に対する水平角 $\theta_3$ は約 $214^\circ$ であるから、この場

研究速報

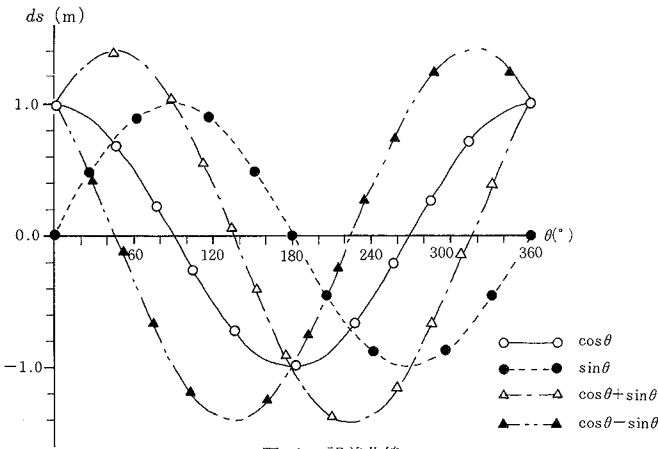


図-3 誤差曲線

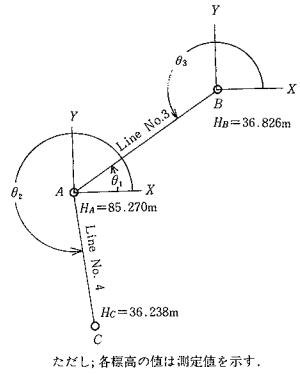


図-4 過大誤差の評価

表-5 距離に対するGross Errorの影響

		Coordinate in Gross Error									
Point Type No.		X		Y		X & Y		Z			
		(+)	(-)	(+)	(-)	(+)	(-)	(+)	(-)	(+)	(-)
		Line3	Line4	Line3	Line4	Line3	Line4	Line3	Line4	Line3	Line4
1	A	⊙	△	○	⊙	⊙	>⊙	○	⊙	△	<△
	B	⊙	○*	△*	⊙	○*	△*	>	△		
	C	△*	<△	○*	⊙	○*	⊙	△	<	△	
2	A	⊙	○	○	⊙	○	○	⊙	○	<	○
	B	⊙	△	○	△	⊙	△	>	△	>	△
	C	△	<	<	○	⊙	△	⊙	○	△	○

ただし、下付きの数字は残差の大きい順を示す。 Gross Error (1m) が距離の精度に及ぼす影響度  
 \* : 推定による結果を表す。 ⊙ : 大 (0.6m以上)  
 \*\* : 同程度の大きさであることを表す。 ○ : 中 (0.2~0.6m)  
 Type 1 : 図-3より考察した結果 △ : 小 (0.2m以下)  
 Type 2 : 計算結果

合の測線3に対する距離の残差は図-4より推定することができる。また、この場合点AおよびCには過大誤差が含まれていないわけであるから、測線4に対する距離の残差は点Bに存在する過大誤差の影響を受けるものの当然測線3に対する残差よりも小さいと推定した結果である。

さて表-5より、各測線に対する距離の残差の大きさの順序は本研究で考察した方法により推定した結果と単写真評定付き同時調整法による結果とすべてのばあいにおいて一致することがわかる。

4. 結 語

一連の本研究で開発した単写真評定付き同時調整法は過大誤差を評価する上でも非常に優れた方法であることが確かめられた。(1987年2月27日受理)

参 考 文 献

1) 近津博文・村井俊治: 写真測量と地上測量とを結合した

誤差調整手法の開発 (その4), 生産研究, VOL. 39, NO. 3, pp. 111~114, 1987  
 2) S.F.EL-Hakim: The Detection of Gross and Systematic Errors in the Combined Adjustment of Terrestrial and Photogrammetric Date, PHOTOGRAMMETRIC ENGINEERING AND REMOTE SENSING, Vol. 52, NO. 1, pp. 59~66, 1986  
 3) J.B. Lugnani & E.A. Mitishita: COMBINATION OF PROGRESSIVE GROSS ERROR DETECTION WITH ROBUST ESTIMATION ON A QUASI ON LINE ERROR DETECTION IN AEROTRIANGULATION, ISPRS CONGRESS, COMMISSION III, Finland, pp. 442~458, 1986  
 4) T. Krarup, J. Juhl, K. Kubik: Gotterdammerung Over Least Squares Adjustment, ISPRS COMMISSION III, Hamburg, pp. 369~378, 1980