研　究　速　報

UDC 621.777/778：621.979：593.37

異形後方押出しに関する研究・I

Study on Non-Axisymmetric Backward Extrusion・I

木　内　　学*・星　野　倫　彦*・飯　島　茂　男*

Manabu KIUCHI, Michihiko HOSHINO and Shigeo IIJIMA

1. 緒　　　言

押出し・引抜き加工の解析的研究において，従来，対象となっていたのは，主として定常変形状態であり，被加工材の先端や後端での非定常変形に関しては，幾つかの個別的研究[1)2)]が行われているが，汎用的な解析法はいまだ提案されていない．特に非軸対称押出し・引抜き加工時の非定常変形に関しては，比較的簡単な速度場を用いたエネルギ法[3)]や，半実験的手法[4)]による解析例があるだけで，現在のFEMも必要十分な要素数を採用することができず，このような三次元問題に思うように対処できない状態にある．

筆者らは，非軸対称押出し・引抜き加工の非定常問題に対する三次元動的可容速度場を考案し，この問題を総合的，体系的に検討することを可能とする汎用シミュレータの開発を目指して研究を進めている．非定常問題を扱いうる三次元動的可容速度場と，それを用いたシミュレータが開発されると，すでに筆者らが開発してある定常問題を対象とするシミュレータ[5)6)]と合わせ統合することより，非軸対称押出し・引抜き加工に関し，被加工材先端の非定常変形から定常加工状態，さらに後端の非定常変形までの一貫した解析が可能となる．

本報では，まず，定常・非定常変形を含む非軸対称押出し・引抜き加工の一般化解析モデル（速度場）の定式化手法を提案し，次に，解析例として，非軸対称後方押出し加工時の押出された部分の変形形状を採りあげ，開発した一般化速度場モデルによる解析結果と実験結果との比較検討を通して，本解析モデル（速度場）の妥当性について検討した結果を報告する．

2. 一般化解析モデル

解析モデル（図1参照）の構成には円筒座標を用い，押出し・引抜き加工に対して以下のような仮定をもうけた

①被加工材は剛塑性体で，ミーゼスの降伏条件に従う．

②変形中の被加工材表面は，工具（コンテナ・ダイス・ポンチ等）より剥離しない．

③被加工材内の任意の点の回転（φ）方向速度は，中心軸からの距離rに関して変数分離形の関数で近似できる．（以下の定式化の過程では，とりあえずrの一次関数で近似できるものとしておく．）

④回転（φ）方向速度が既知である，中心軸を含む面（平面または曲面）が少なくとも1つは存在する．

一方，三次元動的可容速度場が満たすべき基礎式は，（イ）体積一定の条件，（ロ）体積流れ一定の条件，（ハ）工具面での適合条件，である．

これらの条件および仮定を用いて導出された三次元動的可容速度場を式（1）～（3）に示す．なお，上式中の$r_{so}(\varphi,y)$，$r_{si}(\varphi,y)$は，ダイス，ポンチ面を表す形状関数である．その他の記号は，図1を参照されたい．

式（1）において，$P(r,\varphi,y)$によって表される項を偏差速度成分，残りを定常速度成分と呼ぶ．定常速度成分は，非軸対称押出し・引抜き加工を対称として，筆者らがすでに開発した速度項であり，y軸に垂直な断面上で一様な分布を有する[5)6)]．偏差速度成分はy軸に垂直な断面上で任意の分布を有するが，これを表す$P(r,\varphi,y)$は，r,φ,yのC^2級の連続関数であることが必要条件で，解析対象に応じて任意の関数群を組み込むことができる．式（1）～（3）で示される速度場は，上述（イ）～（ハ）の条件をすべて満足する．

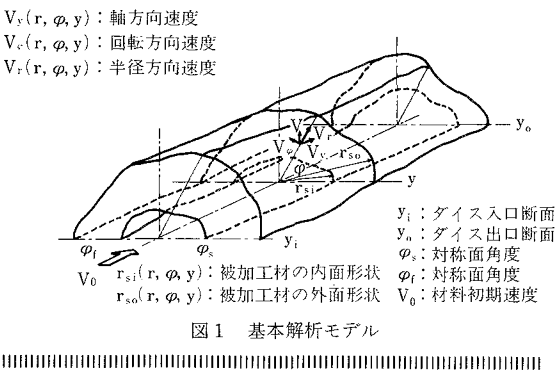

図1　基本解析モデル

*東京大学生産技術研究所　第2部

軸方向速度

$$V_y(r,\varphi,y)=\frac{V_0\int_{\varphi_s}^{\varphi_f}\{r^2_{so}(\varphi,0)-r^2_{si}(\varphi,0)\}d\varphi}{\int_{\varphi_s}^{\varphi_f}\{r^2_{so}(\varphi,y)-r^2_{si}(\varphi,y)\}d\varphi}-\frac{2\int_{\varphi_s}^{\varphi_f}\int_{r_{si}(\varphi,y)}^{r_{so}(\varphi,y)}P(r,\varphi,y)\cdot rdrd\varphi}{\int_{\varphi_s}^{\varphi_f}\{r^2_{so}(\varphi,y)-r^2_{si}(\varphi,y)\}d\varphi}+P(r,\varphi,y)$$

$P(r,\varphi,y)$：任意のC_2級関数　（1）

回転方向速度

$$V\varphi(r,\varphi,r)=r\cdot\omega(\varphi,y)=-\frac{2\cdot r}{r^2_{so}(\varphi,y)-r^2_{si}(\varphi,y)}\int_{\varphi_s}^{\varphi}\Big\{\int_{r_{si}(\varphi,y)}^{r_{so}(\varphi,y)}r\times\frac{\partial V_y(r,\varphi,y)}{\partial y}dr+\frac{\partial r_{so}(\varphi,y)}{\partial y}\cdot r_{so}(\varphi,y)\cdot V_y(r_{so}(\varphi,y),\varphi,y)-\frac{\partial r_{si}(\varphi,y)}{\partial y}\cdot r_{si}(\varphi,y)\cdot V_y(r_{si}(\varphi,y),\varphi,y)\Big\}d\varphi \quad (2)$$

半径方向速度

$$Vr(r,\varphi,y)=-\frac{1}{r}\int_{r_{si}\cdot(\varphi,y)}^{r}r\times\Big\{\frac{\partial V_y(r,\varphi,y)}{\partial y}+\frac{\partial\omega(\varphi,y)}{\partial\varphi}\Big\}dr+\frac{r_{si}(\varphi,y)}{r}\Big\{V_y(r_{si}(\varphi,y),\varphi,y)\cdot\frac{\partial r_{si}(\varphi,y)}{\partial y}+\omega(\varphi,y)\cdot\frac{\partial r_{si}(\varphi,y)}{\partial\varphi}\Big\} \quad (3)$$

$$P(r,\varphi,y)=f1(y)\cdot f2(\varphi)\cdot f3(r) \quad (4)$$

ただし，

$$f1(y)\begin{cases}YI\leqq y\leqq YO\text{のとき}\\ =C\Big\{\sin\Big(\dfrac{y-YI}{YO-YI}-0.5\Big)\pi+1.0\Big\}\\ YO<y\leqq YO+H2\text{のとき}\\ =C\Big\{\sin\Big(\dfrac{YO+H2-y}{H2}-0.5\Big)\pi+1.0\Big\}\\ YO+H2<y\text{のとき}\\ =0\end{cases}$$

$$f2(\varphi)=D\cdot\varphi^2+1.0$$
$$f3(r)=E\cdot r^2+F\cdot r+1.0$$

（C,D,E,F,H2は最適化パラメータ）

本報では，この一般化速度場の応用例として，図2のような非軸対称後方押出し加工を解析対象とするために，図3のような解析モデルを想定し，偏差速度成分$P(r,\varphi,y)$としては，とりあえず式（4）に示すような簡単な変数分離形の関数を導入する．

$P(r,\varphi,y)$は，主に押出された部分の自由表面の形状の半径（r）方向の変化を見るためのもので，回転（φ）方向，軸（y）方向に対しては，必ずしも十分な関数形を設定していない．また，解析モデル中に設定したデッドゾーンの形状，大きさについても，本報ではとりあえず一定の形状・寸法を想定し，最適化は行っていない．

導出した三次元動的可容速度場より式（5）～（8）の各仕事率が算出でき，全仕事率Wは式（9）で求められる．

内部仕事率　$\dot{W}_i=\int_V\sigma_0\cdot\dot{\varepsilon}_{eq}dV$　（5）

せん断面でのせん断仕事率　$\dot{W}_s=\int_{\Gamma s}\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sigma_0\cdot\varDelta V\Gamma_s dS$　（6）

プラグ面での摩擦仕事率　$\dot{W}_{fi}=\int_{\Gamma fi}\frac{m}{\sqrt{3}}\cdot\sigma_0\cdot\varDelta V\Gamma_{fi}dA$　（7）

ダイス面での摩擦仕事率　$\dot{W}_{fo}=\int_{\Gamma fo}\frac{m}{\sqrt{3}}\cdot\sigma_0\cdot\varDelta V\Gamma_{fo}dA$　（8）

全仕事率　$\dot{W}=\dot{W}_i+\dot{W}_s+\dot{W}_{fi}+\dot{W}_{fo}$　（9）

ここで速度場の定式化に際し導入したパラメータに関して，全仕事率$\dot{W}$の最小化を図る．最小化手法として，F.P.S.法（Flexible Polyhedron Search Method）を用いた．

被加工材の変形および相当ひずみは，最適化を経た速度場から変形域中に設定された積分点の変位増分および相当ひずみ増分を求め，これらを累積して求める．そして，相当ひずみより次のステップでの各積分点での変形抵抗を推定して，加工硬化を考慮した全仕事率の計算を行う．この手順を繰り返して，被加工材の形状を追跡しながらシミュレーションを進める．

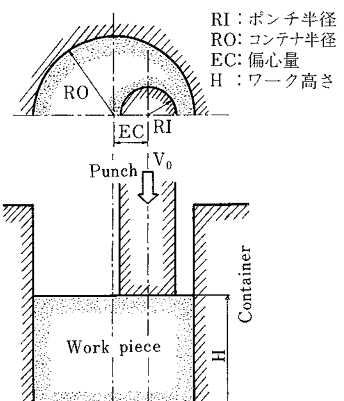

図2　実験モデル

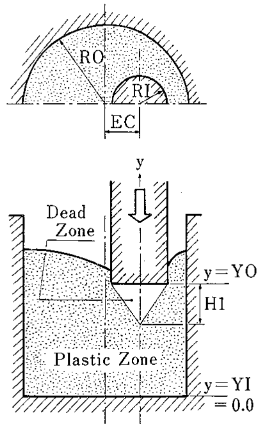

図3　設定した解析モデル

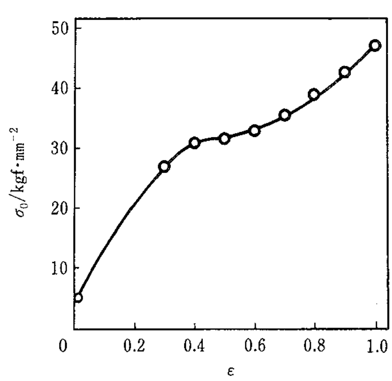

図4　りん脱酸銅の加工硬化曲線

3．解析結果と実験の比較検討

定式化した三次元動的可容速度場の妥当性を検討するために，図2のような非軸対称後方押出し加工を行い，その押出されてくる部分の上面（自由表面）の形状について，実測値と解析結果とを比較する．

3.1　解析および実験条件

実験用被加工材としては，図4に示すような加工硬化の大きいりん脱酸銅を用い，複動油圧プレスにより無潤滑で後方押出しを行って，図5，図6に示す成形品を得た．

数値解析では，ポンチ面・コンテナ面の摩擦定数を導入する必要があるが，ここでは速度場モデルの検討に主眼を置くため，とりあえずポンチ面：m＝0.9，コンテナ面：m＝0.1，およびポンチ面：m＝0.6，コンテナ面：m＝0.2 の場合について検討した．

3.2　結果の比較検討

図7の荷重—ストローク線図に関しては，加工初期では，被加工材が剛塑性体という仮定による誤差があるが，解析結果は，実験結果と良い対応を示している．ポンチ・ストロークが5 mm以上での両者の開きは，加工が進行してデッドゾーンの形状が想定している条件と違ってくることと，摩擦条件の設定が正確でないこと，速度場モデル，特に偏差速度成分の表示に比較的単純な関数を導入していること，などによるものと考えられる．デッドゾーンの形状については，パラメータを設定して最適化を行えば良く，偏差速度成分については，後に速度場の考察の際に述べる．図8の周方向に異なる位置での上面の盛り上がり量を見ると，135°，180°方向等の厚肉部分では良い対応が見られるが，薄肉部分の0°，45°方向に関してはいまだ十分の精度が得られていない．また各方向とも，解析結果はポンチ周辺部の食い込み量を過小評価しており，盛り上がり量を半径方向に平均化する傾向がある．

3.3　速度場の検討

3.2で述べた速度場モデルが，実際の変形に必ずしも

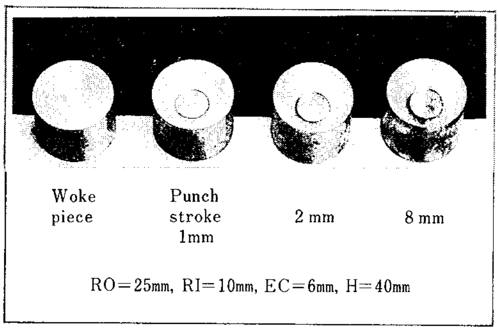

図5　成形品

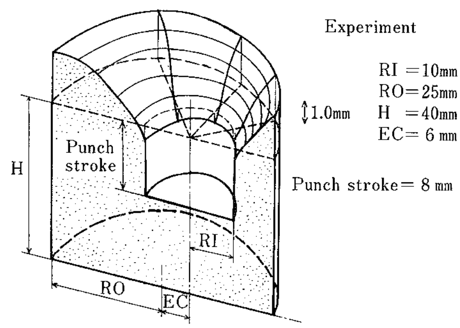

図6　加工後の成形品の形状

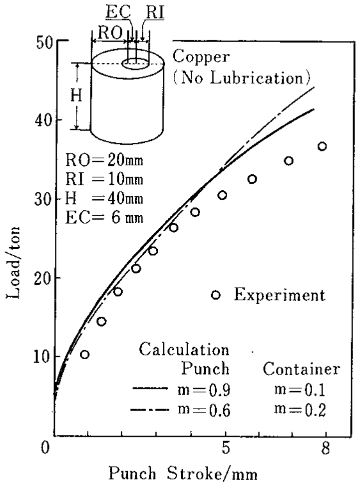

図7　荷重—ストローク線図

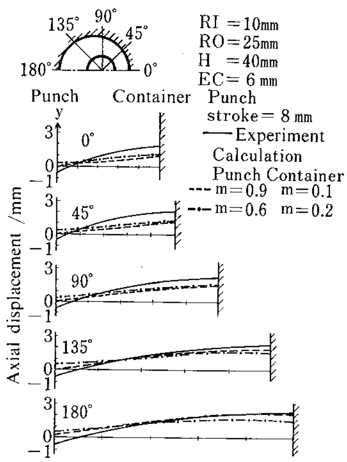

図8　各周方向の上面の盛り上がり量

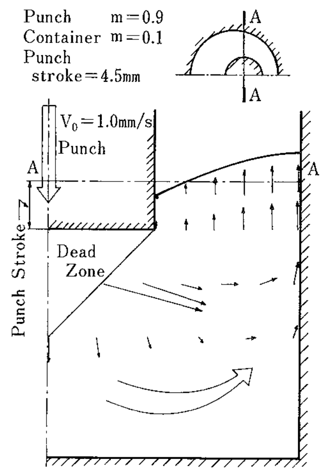

図9　軸を含む縦断面での速度分布

十分対応しきれなかった点を検討するために，図 9，図 10 にこのモデルで最適化された速度の分布を示す．図 9 のｙ軸を含む断面上で，軸（y）方向，半径（r）方向速度の分布を見ると，デッドゾーン直下での軸方向速度が過小評価されていると思われる．これは偏差速度成分 $P(r,\varphi,y)$ のｙに関する項に最適化パラメータを設定せず，速度場のこの方向への自由度が制約を受けたためと考えられる．これを改善するためには，偏差速度成分 $P(r,\varphi,y)$ のｙに関する項にも最適化パラメータを導入し，またデッドメタルの形状も最適化パラメータとして導入して，シミュレーションを行いうるようにすることが必要である．

たとえば，式（4）の $f1(y)$ として，

$YI \leqq y \leqq YO+H2$ のとき
$f1(y)=C\cdot(y-YI)^{a}\cdot(YO+H2-y)^{b}$
$YO+H2<y$ のとき
$f1(y)=0$　（C,H2,a,bは最適化パラメータ）　(10)

等が考えられる．

図 10 は，ｙ軸に垂直な断面での回転（φ）方向，半径（r）方向速度の分布図であるが，被加工材外周部での半径方向速度の値が大きくなるのは，仮定③に関連する一次近似のためで，この暫定的な近似関数の改善についても検討する必要がある．たとえば，被加工材内の任意の点の回転（φ）方向速度は，中心軸からの距離ｒに関して二次以上の関数で表されるものと考えれば，この問題に関する改善を達成しうる．これらのことを考慮して定式化を行うと，速度場は式（11）～(13）となる．

$$V_y(r,\varphi,y)=\frac{V_0\int_{\varphi_s}^{\varphi_t}\{r^2_{so}(\varphi,0)-r^2_{si}(\varphi,0)\}d\varphi}{\int_{\varphi_s}^{\varphi_t}\{r^2_{so}(\varphi,y)-r^2_{si}(\varphi,y)\}d\varphi}-\frac{2\int_{\varphi_s}^{\varphi_t}\int_{r_{si}(\varphi,y)}^{r_{so}(\varphi,y)}P(r,\varphi,y)\cdot r\,dr\,d\varphi}{\int_{\varphi_s}^{\varphi_t}\{r^2_{so}(\varphi,y)-r^2_{si}(\varphi,y)\}d\varphi}+P(r,\varphi,y)$$

$P(r,\varphi,y)$：任意の C_2 級関数　(11)

$$V_\varphi(r,\varphi,y)=A\cdot r\cdot(r-B)\cdot\omega(\varphi,y)$$
$$=\frac{6\cdot r\cdot(r-B)}{2r^3_{so}(\varphi,y)-3B\cdot r^2_{so}(\varphi,y)-2r^3_{si}(\varphi,y)-3B\cdot r^2_{si}(\varphi,y)}$$
$$\times\int_{\varphi_s}^{\varphi}\Big\{\int_{r_{si}(\varphi,y)}^{r_{so}(\varphi,y)}r\cdot\frac{\partial V_y(r,\varphi,y)}{\partial y}dr+\frac{\partial r_{so}(\varphi,y)}{\partial y}\cdot r_{so}(\varphi,y)$$
$$\times V_y(r_{so}(\varphi,y),\varphi,y)-\frac{\partial r_{si}(\varphi,y)}{\partial y}\cdot r_{si}(\varphi,y)$$
$$\times V_y(r_{si}(\varphi,y),\varphi,y)\Big\}d\varphi \qquad (12)$$

$$V_r(r,\varphi,y)=-\frac{1}{r}\int_{r_{si}(\varphi,y)}^{r}\Big\{r\cdot\frac{\partial V_y(r,\varphi,y)}{\partial y}+A\cdot r$$
$$\times(r-B)\frac{\partial\omega(\varphi,y)}{\partial\varphi}\Big\}dr+\frac{r_{si}(\varphi,y)}{r}\Big\{V_y(r_{si}(\varphi,y),\varphi,y)$$
$$\times\frac{\partial r_{si}(\varphi,y)}{\partial y}+A\cdot(2r_{si}(\varphi,y)-B)\omega(\varphi,y)\cdot\frac{\partial r_{si}(\varphi,y)}{\partial\varphi}\Big\}$$
$$(13)$$

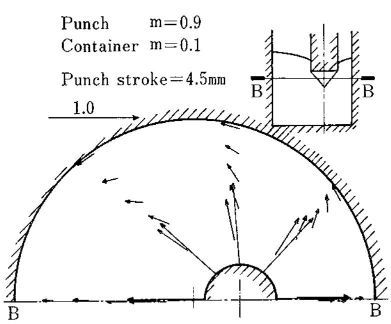

図 10　軸に垂直な断面での速度分布

回転（φ）方向速度に関しては，一般的に，$V\varphi=f4(r)\cdot\omega(\varphi,y)$，ただし，$f4(r)$ はパラメータを含む任意の関数として定式化できる．

式（11）～(13）の速度場を用いた解析は，解の改善が計られることが確かめられているが，これらの速度場の拡張については，次報にて詳細を報告する．

4．まとめ

押出し・引抜き加工の非定常問題に関する一般化動的可容速度場を提案し，非軸対称後方押出し加工の解析を行った．押出された部分の上面形状について実験結果との比較を行い，本解析手法による被加工材先端の非定常変形の解析が可能であることが示された．本解析で用いた $P(r,\varphi,y)$ には，解析対象に応じた関数群を随時適用することが可能である．そこで今後，各種の解析を体系的に行い，押出し・引抜き加工の汎用シミュレータ開発のための知見やデータの蓄積を図っていく予定である．

（1986 年 11 月 13 日受理）

参考文献

1) 森・島・小坂田：塑性と加工，21-234（1980），593
2) 田中・佐藤：塑性と加工，26-289（1985），190
3) B. Avitzer,, E. D. Bishop, W. C. Hahn, Jr : ASME J. Eng. for Ind. (1972)1079
4) 加藤ほか：昭和 61 塑加春講論，(1986)，336
5) 木内・岸：31 回塑加連講論，(1980-11)，216
6) 木内・木村：昭和 59 塑加春講論，(1984)，416