

写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発 (その4)

A Development of Error Adjustment Methods in Combined Photogrammetry and Land Surveying

近 津 博 文*・村 井 俊 治**

Hirofumi CHIKATSU and Shunji MURAI

1. はじめに

筆者らは単写真からでも外部標定要素と測点の3次元座標とを求めることができる同時調整法を開発した^{1),2),3),4)}ところで、実際の測量で光波測距儀を使用する場合には距離のほかに鉛直角の情報も入手することが可能であり、一方、トランシットの場合には、角の情報だけしか入手できないこととなる。

そこで、本研究ではまず距離の測定値だけを用いた前報までの同時調整法に対して、以下に示す2通りの地上測量の測定値を考慮した場合の同時調整法を開発する。次に、1つの基準点の周りに多くの測点が存在する場合(図-1)に対する調整例を示すと共にその結果について検討を行う。

- 1) 距離および鉛直角を考慮した場合の同時調整法 (光波測距儀の場合)
- 2) 水平角あるいは水平角および鉛直角を考慮した場合の同時調整法 (トランシットの場合)

なお、前報と同様に、基準点の座標には誤差が含まれているものとする。

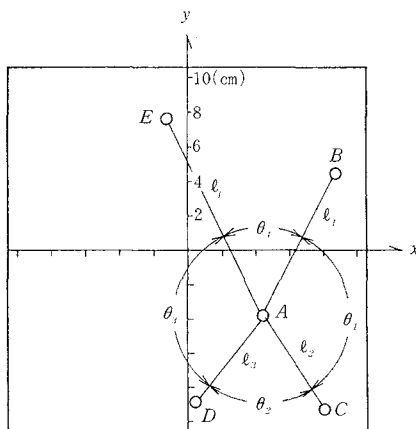


図-1 基準点の配置

2. 光波測距儀およびトランシットを使用する場合の同時調整法

2-1 距離および鉛直角を考慮した場合 (光波測距儀の場合)

測点の地上座標を $P(X, Y, Z)$ 、対応する写真座標を $p(x, y)$ とし、また x 軸、 y 軸および z 軸の周りの回転角をそれぞれ ω, ϕ および α とする。

一方、2点 $P_i(X_i, Y_i, Z_i), P_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 間の水平距離 S_{ij} とする。

さて、前報の調整法における各補正量は写真座標および水平距離に対する各残差をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} v_{xi} &= x_i - F(\omega, \phi, \alpha, X_0, Y_0, Z_0, X_i, Y_i, Z_i) \\ v_{yi} &= y_i - F(\omega, \phi, \alpha, X_0, Y_0, Z_0, X_i, Y_i, Z_i) \\ v_{sij} &= S_{ij} - F(X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

また、各基準点に対する残差を

$$v_{xi} = X_i - X_{i,0} : v_{yi} = Y_i - Y_{i,0} : v_{zi} = Z_i - Z_{i,0} \quad (2)$$

ただし、 X_i, Y_i, Z_i : 調整値、 $X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0}$: 観測値として得られる次の関数 G_0 を最小とする値として求められた。

$$G_0 = \{ [p_0(v_{xi}^2 + v_{yi}^2)] + [p_1 v_{sij}^2] + [p_2(v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2)] \} \quad (3)$$

ただし、 $[\quad]$; ガウスの総和記号

p_0 ; 共線条件式に対する重み

p_1 ; 辺条件式に対する重み

p_2 ; 基準点に対する重み

ところで、光波測距儀を用いた測量では測定値を水平距離に換算するため鉛直角観測も行われていることを考慮すると、標高は次式により算出することができる。

$$ZZ_i = L_i \sin \alpha_i + Z_A \quad (4)$$

ただし、 L_i ; 斜距離、 α_i ; 鉛直角、 Z_A ; 基準点 A の標高
そこで、各測点の標高に対する残差は ZZ_i を調整値および $ZZ_{i,0}$ を上式から算出される値とすると

$$v_{zz_i} = ZZ_i - ZZ_{i,0} \quad (5)$$

結局、距離と鉛直角とを考慮した場合の各補正量は次の関数 G_1 を最小とする値として求めることができる。

*協力研究員 東京電機大学理工学部

**東京大学生産技術研究所 第5部

研 究 速 報

$$G_1 = \{ [p_0(v_{xi}^2 + v_{yi}^2)] + [p_1 v_{si}^2] + [p_2(v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2)] + [p_3 v_{zi}^2] \} \quad (6)$$

ただし、 p_3 ：測点の標高に対する重み

2-2 水平角を考慮した場合（トランシットの場合）

1つの点の周りに多くの測点が存在する場合（図-1）の角観測法としては方向観測法が一般的であるが、本研究ではまず望遠鏡正で零方向から各角をそれぞれ独立に順次観測を進め再び零方向を視準した後、望遠鏡反で同様な操作を行う1対回観測とする。

さて、上記のような観測法を採用した場合、望遠鏡正および反の各場合における角の総和に対する残差は

$$v\theta_D = 360^\circ - [\theta_i] ; v\theta_R = 360^\circ - [\theta_i] \quad (7)$$

ただし、 $v\theta_D$ ：望遠鏡正の場合の残差、 $v\theta_R$ ：望遠鏡反の場合の残差

一方、図-2において点BおよびCが点Aにおいてなす角を θ_i 、点Bを右回り（望遠鏡正）に θ_i だけ回転させた点をC'とすると3点A、C'およびCは一直線にあるはずである。

すなわち、距離に代わって水平角を考慮する場合には3点が同一直線上に存在する方法⁵⁾を採用する。

そこで、一般的に点I'の平面座標を

$$\left. \begin{aligned} X_{I'} &= DX_i \cos \theta_i + DY_i \sin \theta_i \\ Y_{I'} &= -DX_i \sin \theta_i + DY_i \cos \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 $X_{I'} = X_i - X_A$ 、 $Y_{I'} = Y_i - Y_A$

とすると、3点A、I'およびIが一直線上に存在するための条件式は

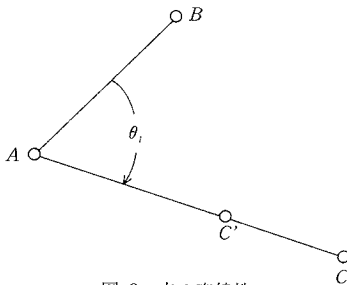


図-2 点の直線性

$$\frac{X_{I'} - X_A}{X_i - X_A} = \frac{Y_{I'} - Y_A}{Y_i - Y_A} = k(\text{const.}) \quad (9)$$

であるから、式(9)を

$$U_i = (X_{I'} - X_A) \times (Y_i - Y_A) - (X_i - X_A) \times (Y_{I'} - Y_A) \quad (10)$$

とすると、この場合の残差は

$$v_{U_i} = U_i - F(X_i, Y_i, \theta_i) \quad (11)$$

となる。なお、左回りの場合も同様で、その場合の残差は次式で表すものとする。

$$v_{W_i} = W_i - F(X_i, Y_i, \theta_i) \quad (12)$$

結局、距離に代わって水平角を考慮した場合の同時調整法における各補正量は次の関数 G_2 を最小とする値として求めることができる。

$$G_2 = \{ [p_0(v_{xi}^2 + v_{yi}^2)] + [p_1(v_{ui}^2 + v_{wi}^2)] + [p_2(v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2)] + [p_3(v\theta_D^2 + v\theta_R^2)] \} \quad (13)$$

ただし、 p_0 ：共線条件式に対する重み

p_1 ：3点が一一直線にあるための条件式に対する重み

p_2 ：基準点に対する重み

p_3 ：水平角に対する重み

3. 計算モデル

本研究で使用した写真データは撮影高度約660mからウィルドRC-10 (f=213.550mm)で撮影された写真を、解析図化機(ケルン DSR-1)で測定したものである。表-1~3に基準点の真値、観測値、写真座標、外部標定要素の真値、水平角および鉛直角の測定値を示す。

なお、上記の真値および測定値等は以下のようにして定めた。

まず、写真座標は正しいものとして単写真標定を行い、各写真の外部標定要素を求める。次に、基準点に対する3次元座標を算出し、これを各基準点に対する理論上の真値とする。なお、最初に与えられた各座標値は観測値とする。また、基準点の真値を用いて算出される外部標定要素、斜距離、水平角および鉛直角の各値をそれぞれ理論上の真値とする。

一方、距離の測定値は上記により算出された理論上の真値に各距離の標準偏差に従った正規乱数を加算したも

表-1 基準点の地上座標および写真座標

基準点	地上座標						写真座標	
	X_0 (m)	真値 Y_0 (m)	Z_0 (m)	X (m)	観測値 Y (m)	Z (m)	x (mm)	y (mm)
A	-13615.222	-30414.893	85.292	-13615.230	-30414.890	85.270	43.904	-38.124
B	-13392.607	-30265.466	36.820	-13392.609	-30265.476	36.826	87.126	44.361
C	-13586.767	-30619.308	36.251	-13586.772	-30619.301	36.238	79.763	-93.777
D	-13779.863	-30512.109	37.345	-13779.877	-30512.115	37.315	4.279	-89.571
E	-13642.382	-30113.646	63.152	-13642.360	-30113.660	63.180	-13.429	56.145

表-2 外部標定要素の真値

$X_0 = -13673.473\text{m}$	$\omega = 0^\circ 14' 23.7''$
$Y_0 = -30270.038$	$\phi = -0^\circ 15' 22.1''$
$Z_0 = 660.029$	$\kappa = 25^\circ 50' 4.0''$

表-3 角の測定

望遠鏡	NO.	水平角	鉛直角
正	1	115° 56' 35"	-10° 14' 55"
	2	67 21 40	-13 22 5
	3	115 24 35	-14 4 50
	4	61 16 50	-4 11 10
反	4	61 16 55	
	3	115 24 25	
	2	67 21 50	
	1	115 56 45	

表-4 距離と鉛直角とを考慮した場合

	mdx (m)	mdy (m)	mdz (m)
最大残差	0.066	0.082	0.023
平均残差	0.039	0.028	0.018
逐次近似計算の平均回数	6		
距離の平均残差	0.001 (m)		

表-5 距離だけを考慮した場合

	mdx (m)	mdy (m)	mdz (m)
最大残差	0.030	0.036	0.156
平均残差	0.013	0.010	0.058
逐次近似計算の平均回数	6		
距離の平均残差	0.005 (m)		

のとし、また角の測定値は2級トランシットを対象に、その精度を±5''⁶⁾として、5''オーダに丸めた値とする。

4. 調整結果

4-1 距離および鉛直角を考慮した場合

(光波測距儀の場合)

地上測量の測定値として距離だけを考慮した前報までの同時調整法では写真上に少なくとも3点の基準点が必要であった。しかし、距離のほか鉛直角観測により各測点の標高も既知(ただし、誤差を含んでいるとする)であるとするならば、次の2つの場合でも各測点の3次元座標を算出することが可能となる。

- 1) 基準点の数が2点の場合(図-3(a))。
- 2) 基準点が1点存在し、さらに基準点から測点中の任意の1点に対する定位が行われた場合(図-3(b))。

ところで、上記2)の場合も方位角の測定等により結局基準点数が2点の1)の場合と同じとなる。

そこで、本章では3次元座標が既知である5点(A, B, C, D, E)の内、点A, Bを基準点およびC, D,

Eの3点を平面座標が未知である測点とした。なお、本報告では写真座標および測距に用いた測定器の精度の違いにより共線条件式に対する重みを1000および辺条件式に対する重みを1とした。また、基準点および標高に対する重みは便宜上1とした。その結果を表-4に示す。

また、表-5は本報告で用いた図-1のモデルに対して距離の測定値だけを考慮した前報の単写真標定付き同時調整法の結果(基準点数3)を示したものである。

4-2 水平角を考慮した場合(トランシットの場合)

さて、地上測量の測定値として水平角だけを考慮する場合には前報までと同様に写真上に少なくとも3点の基準点が必要となる。

そこで、ここでは点A, B, Cを基準点およびD, Eの2点を3次元座標が未知である測点とした。なお、本報告では共線条件式に対する重みは§4-1と同様に1000とする。一方、直線性の条件式に対する重みは共線条件式に対する重みと同様にトランシットの性能により定められるべき性質のものである。しかし、式(13)からだけでは採用する重みの値にかかわらず収束解を得ることはできない。そこで、本研究では各水平角に対する残差を

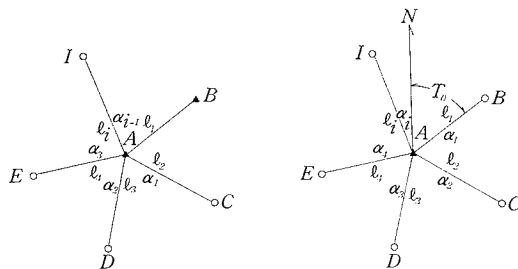
$$v\theta_i = \theta_i - \theta_{i0} \tag{14}$$

ただし、 θ_i :調整値、 θ_{i0} :観測値

として式(13)を改めた次式により種々の重みの値を採用して検討を行った。

$$G_3 = \{ [p_0(v_{x1}^2 + v_{y1}^2)] + [p_1(v_{w1}^2 + v_{w2}^2)] + [p_2(v_{x2}^2 + v_{y2}^2 + v_{z2}^2)] + [p_3(v\theta_1^2 + v\theta_2^2 + v\theta_3^2)] \} \tag{15}$$

その結果、調整結果は重みの値にほとんど影響されず、またその値は共線条件式に対する重みと同じ1000とした場合に、僅かであるが他の値を採用した場合より良い



(a) 基準点数2の場合 (b) 基準点数1の場合

図-3 距離と鉛直角とを測定した場合の同時調整法

研 究 速 報

表-6 水平角だけを考慮した場合

	<i>mdx</i> (m)	<i>mdy</i> (m)	<i>mdz</i> (m)
最大残差	0.028	0.042	0.265
平均残差	0.014	0.014	0.104
逐次近似計算の平均回数	5		
角の平均残差	0.00003 (rad.)		

表-7 水平角と鉛直角とを考慮した場合

	<i>mdx</i> (m)	<i>mdy</i> (m)	<i>mdz</i> (m)
最大残差	0.028	0.042	0.028
平均残差	0.014	0.014	0.018
逐次近似計算の平均回数	5		
角の平均残差	0.00003 (rad.)		

結果を示した。そこで、本研究では直線性に対する重みを 1000、また、基準点および水平角に対する重みは便宜上 1 とした。この結果を表-6 に示す。

一方、表-7 は水平角観測以外に、各測点に対して鉛直角観測を行った場合である。すなわち、逐次近似計算の途中ごとに求められた各測点の平面座標の値を用いて算出される距離と観測された鉛直角とより標高を求める。次に、計算された標高を各測点に対する標高として引き続き逐次近似計算を繰り返す。

5. 結 語

本報告で明らかになったことを要約すると下記のとおりである。

- 1) 距離の測定以外に鉛直角観測を行うことにより、写真上に基準点が 2 点存在するか、あるいは基準点が 1 点存在し、さらにその基準点から測点中の任意の 1 点に対する定位が行われた場合には、単写真からでも外部標定要素と測点の 3 次元座標とを求めることができる。
- 2) 基準点数は 2 点であっても鉛直角の測定値をも考慮することにより高さ方向の精度はかなり向上する。一方、平面座標の精度は逆に僅かであるが低下した(表-4, 5)。
- 3) 基準点の数が 1 点の場合で、さらに基準となるべき A 点の 3 次元座標が既知でなくても、上記の方法によれば A 点の 3 次元座標を任意に定めることにより、A 点に対する各測点の相対的な 3 次元座標の算出が可能であると思われる。
- 4) 一方、水平角の測定値だけを用いる同時調整法の場合には前報と同様に写真上に少なくとも 3 点の基準点が必要である。また、この結果得られる平面座標の値は極めて良好な結果をしめす。しかし、標高の結果は平面座標に比べて悪く、水平角だけを考慮した方法からでは標高の精度を向上させることは難しいと判断される。
- 5) しかし、上記の問題は水平角以外に鉛直角の測定値をも用いることで解決された。
- 6) 距離および水平角の精度はいずれの方法にしても 3 次元座標の精度よりはるかに良い。
- 7) 地上測量として距離測量を考慮した方法と角測量を

考慮した方法とを比較すると、両者とも十分に有効な方法であることが確かめられた。しかし、角の測定値を用いる調整法のほうが精度面では僅かに有効であったが、測量に対する作業量および応用範囲としては距離測量のほうが効率が良く、総合的には距離測量を考慮した同時調整法が合理的な方法であると思われる。

6. 今後の課題

一連の本研究では距離測量における辺条件式、あるいは角観測における直線条件式と写真測量における共線条件式とを同時に解くことにより単写真からでも外部標定要素と測点の 3 次元座標とを決定することができる新しい調整方法を開発した。

ところで、このように地上測量と写真測量の測定値とを同時に調整する同時調整法は過大誤差を評価する方法としても有効である。

そこで、次報においてはどの程度の過大誤差の評価に対して同時調整法は有効であるかを検討する。

(1986 年 12 月 24 日受理)

参 考 文 献

- 1) 近津博文・村井俊治：写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発(その 1)，生産研究，VOL.38，NO. 9，pp.16～18，1986
- 2) 近津博文・村井俊治：写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発(その 2)，生産研究，VOL.38，NO. 10，pp.14～16，1986
- 3) 近津博文・村井俊治：距離測定を制約条件にした空中三角測量，昭和 61 年度秋期学術講演会論文集，日本写真測量学会，pp.1～4，1986
- 4) 近津博文・村井俊治：写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発(その 3)，生産研究，VOL.39，NO. 1，pp.21～24，1987
- 5) Dragan Mihajlovic：A PROGRAM CONCEPTION FOR INCLUDING GEODETIC OBSERVATIONS AND OBJECT INFORMATION IN PHOTOGRAMMETRIC BLOCK ADJUSTMENT WITH INDEPENDENT MODELS，ISPRS CONGRESS，COMMISSION III，pp.515～522，1986
- 6) 春日屋伸昌・近津博文：光波測距儀を用いた基準点の平面座標の合理的調整法について，中央大学理工学部紀要，VOL.27，pp.201～216，1984