

# 直接加振できない点についての伝達関数の推定

Estimation of the Transfer Function to the Point that cannot be Excited

大石 久己\*・大野 進一\*

Hisami OHISHI and Shinichi OHNO

## 1. はじめに

振動源を内蔵する機械構造物は、振動源の発生する加振力により構造物が励振され、騒音を発生する。これが機械騒音の原因の1つである。

振動源は、一般に何点かの取付点において構造物に結合されており、加振力はこの点を通して構造物に作用する。そのためこの騒音の低減を図るには、各取付点に作用する加振力と放射騒音の関係を表す伝達関数を求め、これらの加振力が騒音に及ぼす影響を調べることが必要になる。しかし、振動源が構造物に内蔵されている場合には、一般に取付点に伝達関数測定のための加振力を加えることができないため、伝達関数を直接測定することが困難である。そこで、本研究では、測定可能な伝達関数を用いて、直接には測定できない伝達関数を推定する方法を求めるところを目的とする。

ここでは、理論の誘導と実験による確認を述べ、応用として加振力の推定と放射音の推定を行う。

## 2. 理 論

この問題を取り扱うため構造物と空間を図1-(a)に示す領域に分けて考える。つまり、振動源から構造物に力が作用する点の集合を領域1、構造物の振動状態を測定する構造物上の点の集合を領域3、振動放射音を測定する空間上の点の集合を領域4とする。また、力は集中力と見ることができ、振動と放射音の測定値として加速度と音圧を用いるものとする。

振動源から領域1に作用する加振力  $F_1$  に対する領域3の加速度  $A_{31}$  と、領域4の放射音の音圧  $P_{41}$  の間の関係は

$$A_{31} = H_{31} F_1 \quad (1)$$

$$P_{41} = H_{41} F_1 \quad (2)$$

と書くことができる。ここで  $H_{31}$  と  $H_{41}$  は力に対する加速度と音圧の伝達関数である。

しかし、振動源が構造物に内蔵されている場合には、

\*東京大学生産技術研究所 第2部

その取付点に伝達関数の測定のための加振力を加えることができないため、伝達関数  $H_{31}$  と  $H_{41}$  を直接測定することができない。ただし扱う系が線形であり、Maxwell-Bettieの相反定理が成り立つならば、

$$H_{31} = H_{13}^T \quad (3)$$

がいえるため、領域3に加振力を加えた場合に領域1の加速度を測定することができれば、伝達関数  $H_{13}$  を測定し、力と加速度に対する伝達関数  $H_{31}$  の代わりとして使うことができる。そのため、式(1)は、式(3)を用いて、

$$A_{31} = H_{13}^T F_1 \quad (4)$$

とすることができる。

つぎに、直接測定できない伝達関数  $H_{41}$  を推定するため、図1-(b)に示すように、伝達関数測定のための加振力を与えることができる点を見つけ、領域2として新たに加える。この領域2への力  $F_2$  に対する領域3の加速

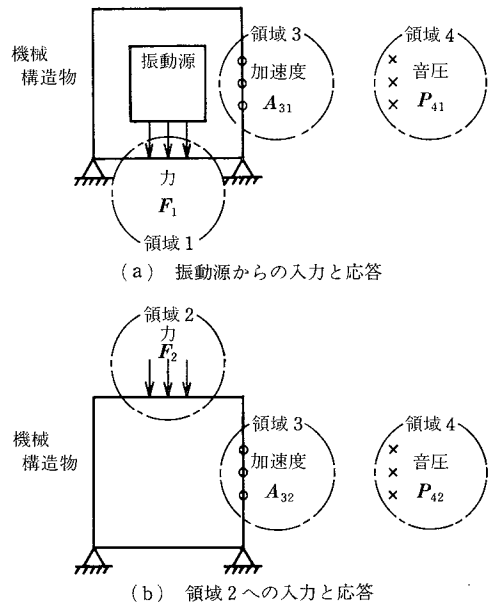


図1 振動源と機械構造物との関係と領域

度  $A_{32}$  と領域 4 の音圧  $P_{42}$  の関係は、

$$A_{32} = H_{32} F_2 \tag{5}$$

$$P_{42} = H_{42} F_2 \tag{6}$$

と表すことができる。これより図 2-(a) に示すように、測定することができる伝達関数  $H_{32}$  と  $H_{42}$  を用いて、領域 3 の加速度と領域 4 の音圧を別な形で関連づけることができる。

ここで、図 2-(a) の 2 つの関係を結び付けるために領域 3 の加速度が、

$$A_{31} = A_{32} \tag{7}$$

であるならば、領域 4 の音圧も同じ性質を示し、

$$P_{42} = P_{41} \tag{8}$$

となると仮定する。この仮定により、図 2-(b) に示すように領域 1 の力  $F_1$  と領域 4 の音圧  $P_{41}$  を、領域 2 の力  $F_2$  を介することにより関係づけ、伝達関数  $H_{41}$  を推定することができる。

以上のことを式を用いて示す。伝達物数  $H_{32}$  が逆行列を持つならば、式(5)より、

$$F_2 = H_{32}^{-1} A_{32} \tag{9}$$

とできる。式(7)を満足するように式(9)より  $F_2$  を決め、領域 2 に加えた場合の音圧を式(6)より求めると、

$$P_{42} = H_{42} H_{32}^{-1} A_{31} \tag{10}$$

となる。式(8)を仮定し、式(4)を代入すると、

$$P_{41} = H_{42} H_{32}^{-1} H_{13} F_1 \tag{11}$$

となる。

また、式(2)と比較すると、

$$H_{41} = H_{42} H_{32}^{-1} H_{13} \tag{12}$$

となり、直接測定することができない伝達関数  $H_{41}$  の推定式を得ることができる。

### 3. 実 験

伝達関数の推定式の確認のため以下の実験を試みる。構造物として図 3 に示すエンジンプロックをモデル化したものを使用する。この構造物上および空間に領域 1 から 4 を決め、各領域に対してそれぞれ理論で定めた意味を持たせる。領域 1 の点は理論上は加振できないとしているが、本実験では加振できる点を選んである。また、最も簡単な場合として、各領域に含まれる要素をそれぞれ 1 点とし、各領域間の伝達関数をインパクト法により測定する。この測定値を用いて伝達関数の推定を行い、推定法の妥当性を検討する。

また、周期的な衝撃力が作用したときの音圧と加速度を測定し、本理論により求めた伝達関数を用いて音圧による力の推定と、加速度による音圧の推定を行い、実測値と比較する。

### 4. 伝達関数の推定と限界

各領域の要素が 1 点のみである場合、ベクトル変数はすべてスカラー変数となる。これを同じ添字を用いて表すと、伝達関数の推定式(12)は

$$H_{41} = H_{42} H_{32}^{-1} H_{13} \tag{13}$$

となる。図 4 に計算結果を実線で、実際に測定した値を破線で示す。測定値の主要な共振点である図中矢印①、②、③については、推定値と測定値がよく一致している。しかし、矢印(a)、(b)、(c)については、実際には存在しない共振点となっている。

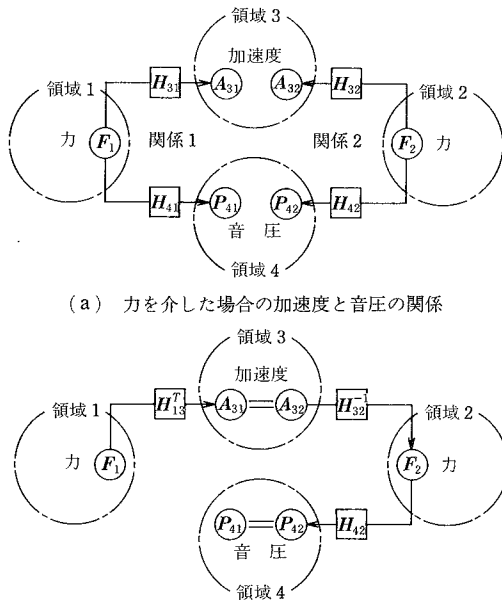


図 2 伝達関数と各領域の関係

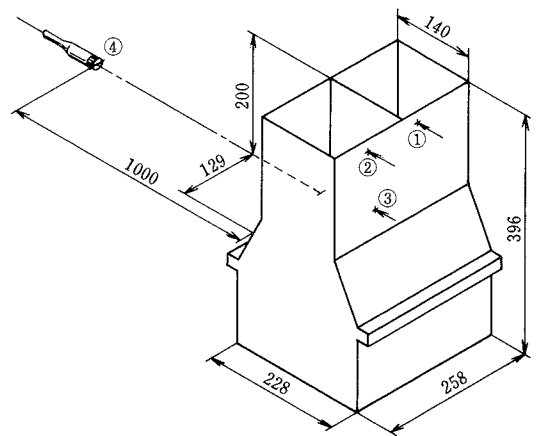


図 3 実験試料と領域

研究速報

つぎに、図5に推定計算に用いた伝達関数  $H_{42}$ 、 $H_{32}$ 、 $H_{13}$  と推定結果を示す。前述した矢印①、②、③の振動数における特徴として、伝達関数  $H_{42}$ 、 $H_{32}$ 、 $H_{13}$  とも共振点となっていることを挙げることができる。共振振動数における振動状態は主にその系の持つ固有振動の1つが支配的であるため、力の作用点が領域1と2とで異なる場合であっても、その点が節でないかぎり同じ固有モードが励振される。そのため、同じ振動特性を示し、本理論での仮定が成り立つことになる。

図5の矢印①、②、③の振動数における特徴として、伝達関数  $H_{32}$  が反共振点となっていることを挙げるこ

とができる。これは、領域2への仮想力では、振動状態を比較するための振動を領域3に与えることができず、領域1に作用する力とそのときの振動と音の状態を表現することができないことを示す。また、この振動数について  $H_{13}$ 、 $H_{42}$  は反共振点となっていないことがいえる。これは、力の作用点の違いにより領域3の加速度の状態が異なった性質を示すため、反共振点の場合に顕著となる。そのため、有限な点の加速度が同じであれば振動音もまた同じ性質を示すとした仮定が成り立たなくなる。これは連続体を有限な点に近似したためであり、本理論の限界である。

5. 推定した伝達関数の応用

領域1の点に周期点な衝撃力を加えた場合の放射音を図6に示す。図中に矢印で示すように、伝達関数の共振振動数と同じ振動数にピークが現れる。そのため、騒音を低減する場合には、この振動数における振動源からの力の成分を小さく抑えることが有効である。

そこで、構造物に作用する力  $F_1$  を知るため、伝達関数  $H_{41}$  を用いて振動放射音の音圧の測定値  $P_{41}$  から推定することを考えると、伝達関数  $H_{41}$  が逆行列を持つならば、式(2)より力  $F_1$  はつぎのように与えられる。

$$F_1 = H_{41}^{-1} P_{41} \tag{14}$$

共振振動数について加振力の推定精度を調べるため、ロードセルによる実測値および、伝達関数  $H_{41}$  として式(12)による推定値を用いた場合の推定結果と、打撃試験による測定値を用いた場合の推定結果を表1に示す。これより共振点についての本方法による推定値は、打撃試験による推定値と同程度の精度であるといえる。

また、伝達関数を用いて構造物表面の加速度  $A_{31}$  から振動放射音の音圧  $P_{41}$  を推定することを考えると、伝達関数  $H_{13}$  が逆行列を持つならば、式(1)と(3)より力

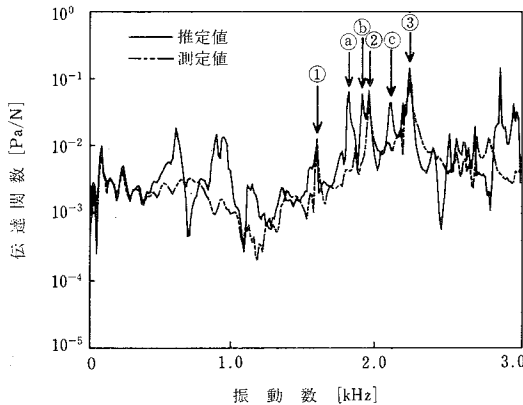


図4 伝達関数の測定値と推定値 ( $H_{41} = H_{42}H_{32}^{-1}H_{13}$ )

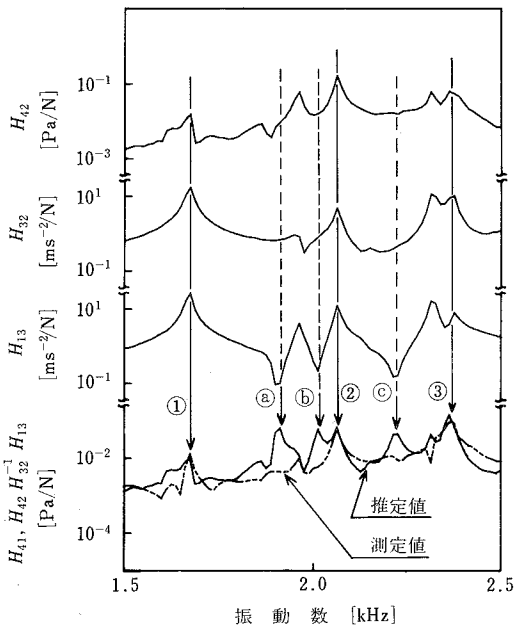


図5 伝達関数の推定値とその推定計算に用いた測定値との比較

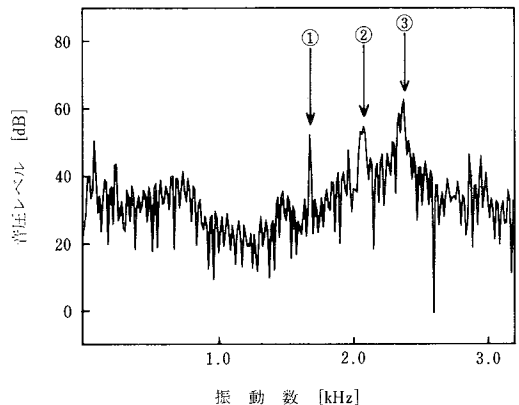


図6 周期的衝撃力が作用した場合の放射音

表 1 振動源から構造物に作用する力の実測値と推定値

振動数 [Hz]	実測値 [N]	推定値 [N]	
		推定した伝達関数による推定値	測定した伝達関数による推定値
1675	0.46	0.81	0.63
1963	0.43	0.40	0.50
2375	0.35	0.39	0.32

表 2 構造物から放射する振動音の音圧の実測値と推定値

振動数 [Hz]	実測値 [dB]	推定値 [dB]	
		推定した伝達関数による推定値	測定した伝達関数による推定値
1675	52.4	49.5	49.7
1963	47.8	52.6	46.5
2375	67.8	61.2	63.7

$F_1$  を求め式(2)に代入すると、振動放射音の音圧  $P_{41}$  はつぎのように与えられる。

$$P_{41} = H_{41}(H_{13}^{-1})^{-1} A_{31} \quad (15)$$

表 2 に推定結果を示す。これより、音圧の推定値の精度についても力の推定精度の場合と同様のことがいえる。

### 6. お わ り に

以上の理論と実験により以下のことがいえる。

1. 直接測定できない伝達関数を測定可能な伝達関数を用いて推定する方法を求めることができた。

2. 対象とする構造物の固有振動が支配的な場合は、本理論の仮定が成り立ち、よい推定値を得ることが出来る。

また、この固有振動数においては、本方法によって得られた伝達関数を用いて、振動源より構造物に作用する加振力と構造物からの放射音の音圧を推定することができる。  
(1986年11月18日受理)

