

写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発 (その3)

A Development of Error Adjustment Methods in Combined Photogrammetry and Land Surveying

近 津 博 文*・村 井 俊 治**

Hirofumi CHIKATSU and Shunji MURAI

1. は じ め に

筆者らは三辺測量における辺条件式と写真測量の共線条件式とを同時に解くことにより、単写真からでも外部標定要素と測点の3次元座標とを同時に求めることができる調整方法を開発した^{1),2),3)}。しかし、その方法は基準点の座標には誤差がないとする方式を採用したものである。ところで、基準点の座標も測量により定められた値であることを考慮すると、厳密には基準点の座標にも誤差が含まれているものとするのが妥当であるとする。

そこで、本報告では基準点にも誤差を認めた場合の調整方法を開発すると共にその結果について検討を行う。

2. 基準点にも誤差を認めた場合の同時調整法

測点の地上座標を $P(X, Y, Z)$ 、対応する写真座標を $p(x, y)$ とし、また x 軸、 y 軸および z 軸の周りの回転角をそれぞれ ω 、 ϕ および κ とすると写真座標は次の共線条件式で与えられる。

$$x = -f \frac{a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0)}{a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)} \quad (1)$$

$$y = -f \frac{a_{21}(X - X_0) + a_{22}(Y - Y_0) + a_{23}(Z - Z_0)}{a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)} \quad (2)$$

ここに、 f : 画面距離、 (X_0, Y_0, Z_0) : 投影中心の地上座標

$$a_{11} = \cos\phi \cos\kappa, \quad a_{12} = -\cos\phi \sin\kappa, \quad a_{13} = \sin\phi$$

$$a_{21} = \cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\phi \cos\kappa,$$

$$a_{22} = \cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\phi \sin\kappa, \quad a_{23} = -\sin\omega \cos\phi$$

$$a_{31} = \sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\phi \cos\kappa,$$

$$a_{32} = \sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\phi \sin\kappa, \quad a_{33} = \cos\omega \cos\phi$$

いっぽう、2点 $P_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 、 $P_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 間の水平距離 S_{ij} は次式となる。

$$S_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2} \quad (3)$$

さて、前報までの調整法では各補正量は式(1)~(3)をそれぞれ

$$v_{xi} = x_i - F(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X_i, Y_i, Z_i) \quad (4)$$

$$v_{yi} = y_i - F(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X_i, Y_i, Z_i) \quad (5)$$

*協力研究員 東京電機大学理工学部

**東京大学生産技術研究所 第5部

$$v_{sij} = S_{ij} - F(X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j) \quad (6)$$

として得られる次の関数 G_0 を最小とする値として求められる。

$$G_0 = \{ [p_0(v_{xi}^2 + v_{yi}^2)] + [p_1 v_{sij}^2] \} \quad (7)$$

ただし、 $[]$; ガウスの総和記号

p_0 ; 共線条件式に対する重み

p_1 ; 辺条件式に対する重み

一方、基準点の座標にも誤差が含まれているとすると、各基準点に対して次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_i - X_{i,0} &= v_{xi} \\ Y_i - Y_{i,0} &= v_{yi} \\ Z_i - Z_{i,0} &= v_{zi} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 X_i, Y_i, Z_i ; 調整値

$X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0}$; 観測値

結局、この場合の各補正量は基準点に対する重みを p_2 とし、次の関数 G_1 を最小とする値として求めることができる。

$$G_1 = \{ [p_0(v_{xi}^2 + v_{yi}^2)] + [p_1 v_{sij}^2] + [p_2(v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2)] \} \quad (9)$$

3. 計 算 モ デ ル

本研究で使用した航空写真(写真-1)の諸元は以下のとおりである。

航空カメラ	ウィルド RC-10
焦点距離	213.55 mm
指標間距離	212 mm
撮影高度	約 660 m
写真縮尺	約 1/3000
場所	市街地
撮影年月日	昭和 61 年 6 月 9 日

また、調整の対象となる点は、写真に写されている基準の中から5点を選び図-1とする。

一方、表-1~3に基準点の真値、観測値、写真座標、外部標定要素の真値および距離の測定値を示す。なお、基準点の真値および距離の測定値等は以下のようにして定めた。

1) 写真座標は正しいものとして、対をなす2まいの写

研 究 速 報

表-1 基準点の地上座標および写真座標

基準点	地上座標						写真座標	
	真値			観測値			x (mm)	y (mm)
	X ₀ (m)	Y ₀ (m)	Z ₀ (m)	X(m)	Y(m)	Z(m)		
A	-13586.767	-30619.308	36.251	-13586.772	-30619.301	36.238	79.763	-93.777
B	-13392.607	-30265.466	36.820	-13392.609	-30265.476	36.826	87.126	44.361
C	-13615.222	-30414.893	85.292	-13615.230	-30414.890	85.270	43.904	-38.124
D	-13779.863	-30512.109	37.345	-13779.877	-30512.115	37.315	4.279	-89.571
E	-13642.382	-30113.646	63.152	-13642.360	-30113.660	63.180	-13.429	56.145

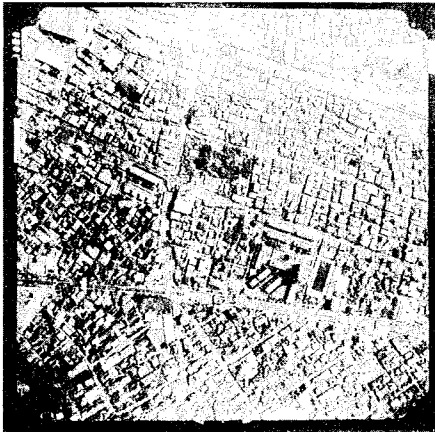


写真-1

表-2 外部標定要素の真値

X ₀ = -13673.473m	ω = 0° 14' 23.7"
Y ₀ = -30270.038	φ = -0 15 22.1
Z ₀ = 660.029	κ = 25 50 4.0

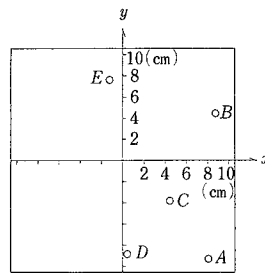


図-1 基準点の配置

表-3 測線の長さ

測線	測定値(m)
CA	212.133
CB	272.467
CD	197.108
CE	303.280
AB	403.622
AD	220.858
EB	293.472
EC	422.290

真に対してそれぞれ単写真標定を行い、各写真の外部標定要素を求め、

- 2) 上記により求められた各写真に対する外部標定要素および写真座標を用いて、先に定めた5点の基準点に対する3次元座標を算出する。
- 3) 2)により算出された3次元座標を各基準点に対する理論上の真値とする。また、最初に与えられた各座標値は観測値とする。
- 4) 各基準点の理論上の真値を用いて外部標定要素を計算する。これを、外部標定要素の真値とする。
- 5) 同様にして、斜距離および鉛直角の理論上の真値を計算する。

- 6) 光波測距儀により測定された距離Lに対する精度は一般的に $a = 0.005(m)$ 、 $b = 5 \times 10^{-5}$ として次式により評価される。

$$\sigma_L = \pm(a + b * L)(m) \tag{10}$$

そこで、距離の測定値は(5)で算出された理論上の真値に式(10)により算出される標準偏差に従った正規乱数を加算したものとす。

- 7) 鉛直角の測定値は2級トランシットを対象に、その精度を $\pm 5''$ として、距離の測定値と同様に算出される値を $5''$ オーダに丸めた値とする。なお、標高差は以上により算出された鉛直角と斜距離とにより算出する

ものとする。

4. 調整方法

本報告では基準点の座標にも誤差が含まれているとして誘導された式(9)を用いた同時調整法と単写真標定付き同時調整法の2通りの方法に対して各測点に標高を与えた場合と各測点の標高を一定とした場合についてそれぞれ検討を行う。なお、同時調整法は測定対象面を平面として斜影変換式より算出される値を外部標定要素の第一次近似値とする方法であり、単写真標定付き同時調整法は3個の基準点を用いた単写真標定より算出される値を第一近似値とするものである。また、測点に与える標高は7)で算出されたものとする。

5. 調整結果

本報告では3次元座標が既知である5点(A, B, C, D, E)の内、点A, B, Cを基準点およびD, Eの2点を座標が未知である測点とした。調整計算は測線数が2~8の各場合について各測点に標高を与えた場合と標高を一定とした場合について同時調整法と単写真標定付き同時調整法との2通りの方法により調整を行った。

なお、本報告では写真座標および測距に用いた測定器の精度の違いにより共線条件式に対する重みを1000および辺条件式に対する重みを1とした。また、基準点に対する重みは便宜上1とした。

ところで、同じ測線数であっても合理的と思われる辺の組み合わせがいくつか存在することになる。本報告では各測線数ごとにいくつかの辺の組み合わせについて調

整を行った。その結果を以下の図-2~7に示す。また、測線数が2の場合は連立方程式で解いた結果であり、8の場合はすべての測線を用いて得られる一組の三辺網に対する結果である。

なお、図-2~5および図-6~7に用いた記号をそれぞれ表-4および5に示す。

図-2は測線数ごとの外部標定要素の内の投影中心に対する地上座標の平均残差を示したものである。

図-3は測線数ごとの外部標定要素の内の3軸の回転角に対する平均残差を示したものである。

図-4は測線数ごとの3次元座標の最大残差を示したものである。

図-5は測線数ごとの3次元座標の平均残差を示したものである。

図-6は測線数ごとの収束解を得るまでの逐次近似計算の平均回数を示したものである。

図-7は測線数ごとの距離の平均残差を示したものである。

6. 結 語

本報告で明らかになったことを要約すると下記のとお

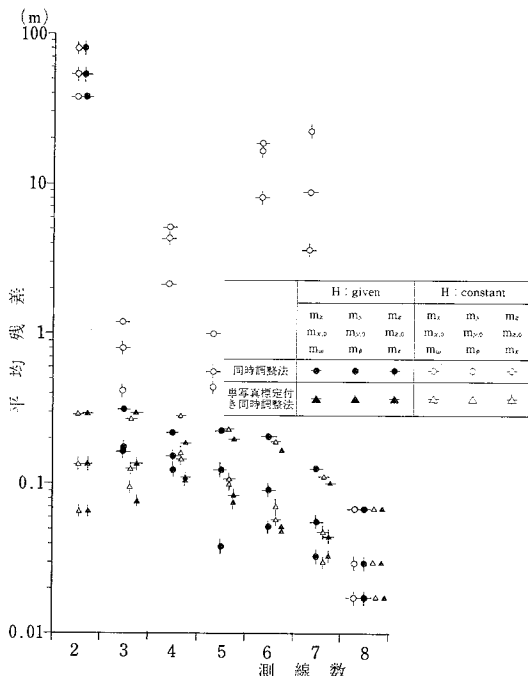


図-2 外部標定要素 (X_0, Y_0, Z_0) の平均残差

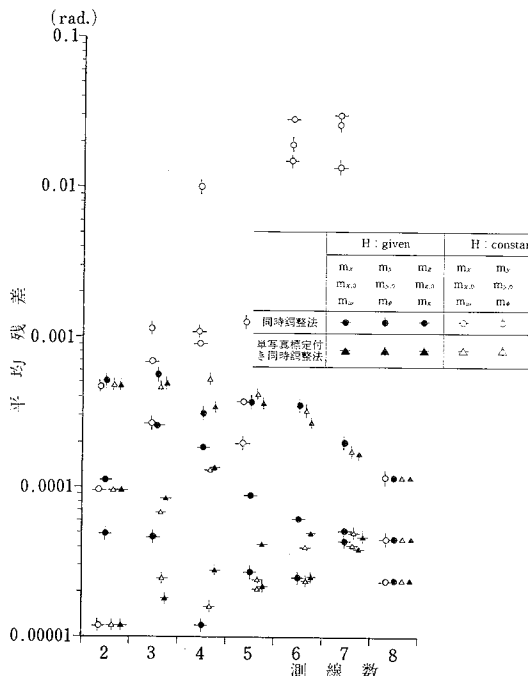


図-3 外部標定要素 (ω, ϕ, κ) の平均残差

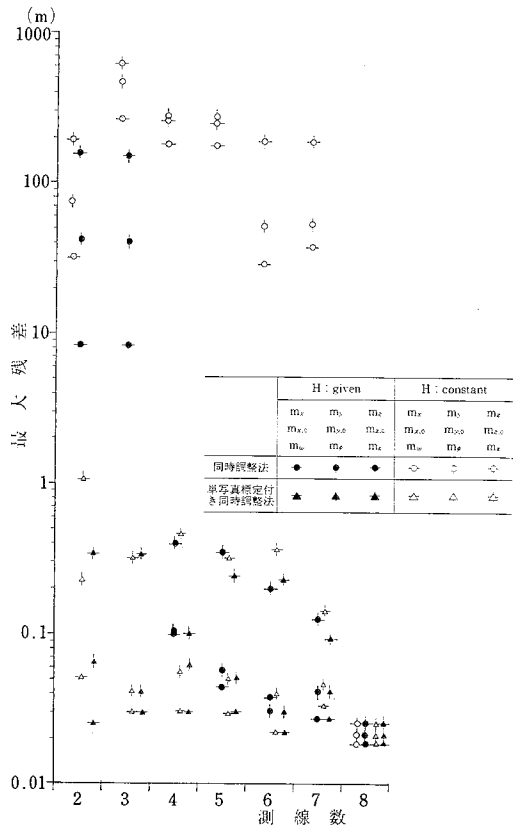


図-4 3次元座標の最大残差

研究速報

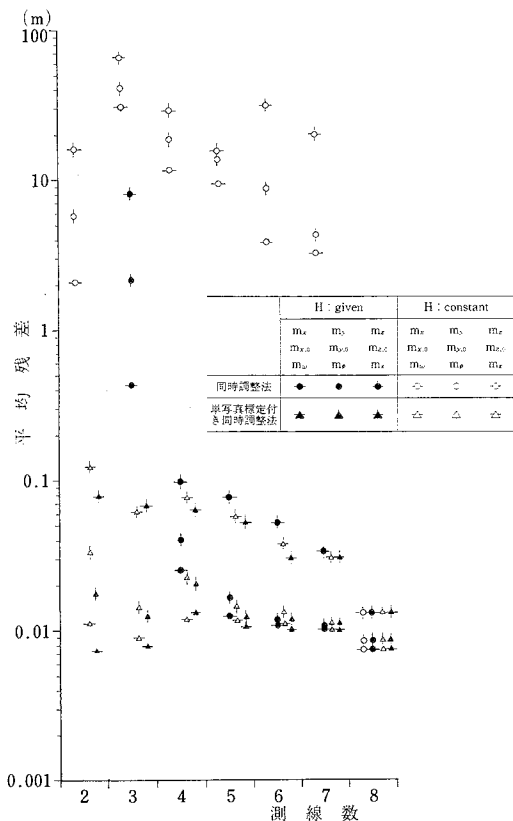


図-5 3次元座標の平均残差

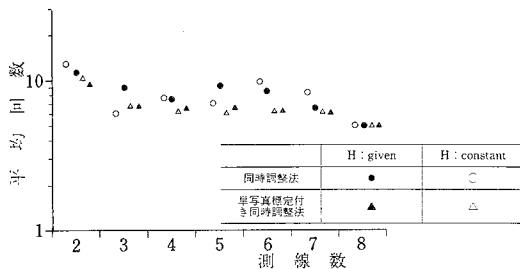


図-6 逐次近似計算の平均回数

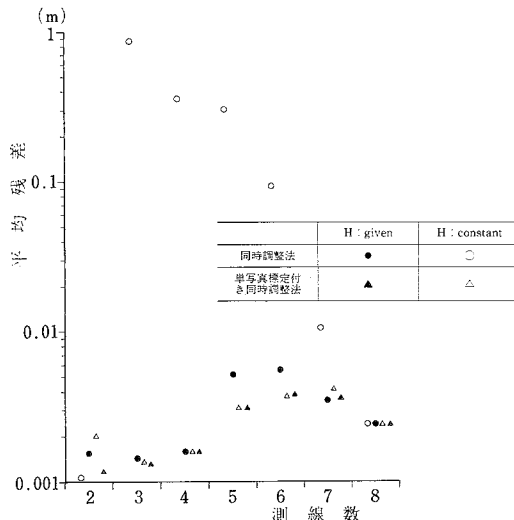


図-7 距離の平均残差

りである。

- 1) 各測点の標高を一定とした場合の同時調整法の結果は極めて不安定である。(図-1~5)
- 2) 標高を与えた場合でも測線数が少なくなると同時調整法の結果は不安定となる。(図-1~5)
- 3) 単写真標定付き同時調整法を採用した場合には標高を一定とした場合および標高を与えた場合ともに良好な結果を示す。また、この方法を採用した場合、その結果は標高を与えるかあるいは一定とするかにはほとんど左右されない。(図-1~7)
- 4) 距離の精度はいずれの方法においても3次元座標の精度よりもはるかに良い。(図-7)
- 5) 総合的に判断すると調整方法には単写真標定付き同時調整法を採用し、標高は一定とする方法が実際的にもより有効な方法であると思われる。

7. 今後の課題

一連の本研究では地上測量における辺条件式と写真測量における共線条件式とを同時に解くことにより単写真からでも外部標定要素と測点の3次元座標とを決定する

ことができる新しい調整方法を開発した。

しかし、実際の測量では角あるいは標高の情報だけしか入手できない場合も考えられる。

そこで、次報において地上測量の条件式として標高を考慮した場合、さらには角条件を考慮した場合の単写真標定付き同時調整方法を開発する必要がある。

(1986年10月24日受理)

参考文献

- 1) 近津博文・村井俊治：写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発(その1), 生産研究, Vol.38, No.9, pp.16~18, 1986
- 2) 近津博文・村井俊治：写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発(その2), 生産研究, Vol.38, No.10, pp.14~16, 1986
- 3) 近津博文・村井俊治：距離測定を制約条件にした空中三角測量, 昭和61年度秋学期学術講演会論文集, 日本写真測量学会, pp.1~4, 1986
- 4) 春日屋伸昌・近津博文：光波測距儀を用いた基準点の平面座標の合理的調整法について, 中央大学理工学部紀要, Vol.27, pp.201~216, 1984