特集 7
研究解説
UDC 697.952：533.15

室内気流数値解析の診断システム
――移流項差分へのQUICKスキーム適用に関する検討――

Study on Diagnostic System for Numerical Simulation of Indoor Turbulent Flow
――Applying QUICK Scheme to Convective Terms――

村上周三*・加藤信介**・須山喜美***
Shuzo MURAKAMI, Shinsuke KATO and Yoshimi SUYAMA

流れ場の差分による数値解析においては移流項の差分形式がシミュレーション結果に大きな影響を及ぼす．本稿では，高精度の風上差分スキームの1つであるQUICKスキームを中心として，移流項に関する各種の差分スキームの打ち切り誤差について調べ，さらにそれらを室内気流に適用した数値解析結果を示す．

1．はじめに

移流の卓越した流れ場（セルペクレー数が大）の解析において移流項差分スキームの適否は，数値シミュレーション結果に与える影響が大きい．本報では移流項差分スキームに関して，特にB.P.Leonard (1979)[1)2)3)]のQUICKスキームを中心に各種スキームを比較解説する．

また前報[4)5)6)7)]と同じ室内気流を対象とした3次元数値シミュレーションにおいて移流項にQUICKスキームおよび各種スキームを適用した解析結果[8)]を解説する．

2．各種差分スキームの解説

2.1 対象差分スキーム

解説対象の移流項の差分スキームは，①中心差分スキーム[4)9)]，②1次精度風上差分スキーム[4)9)]，③2次精度風上差分スキーム[10)]，④UTOPIAスキーム[3)]，⑤河村スキーム[11)12)]，⑥QUICKスキーム[1)2)3)]，⑦ハイブリッドおよび最適化風上差分スキームである．各種のスキームの定義を表1に示す．なお，移流項の差分スキームは，このほかにも⑧べキ乗法スキーム[13)]，⑨指数法スキーム[13)]や，⑩EXQUISITEスキーム[3)]，⑪QUICKESTスキーム[2)]等も提案されているが，本報では触れない．

2.2 各種差分スキームの特徴

解説は主に1次元のスカラー輸送方程式（1）式で行い，図1に示すように差分間隔は等間隔とし，流速は正として左から右に向かう一定風速を仮定する．

$$-U\frac{\partial\phi}{\partial X}+\frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)+S=0 \qquad (1)$$

ϕ：スカラー量，U：流速，Γ：拡散係数，h：差分間隔
S：発生項，P_c：セルペクレー数　$P_c=U\cdot h/\Gamma$

*東京大学生産技術研究所　付属計測技術開発センター
**東京大学生産技術研究所　第5部
***民間等共同研究員　（株）間組　技術研究所

2.2.1 中心差分

中心差分による移流項の差分近似は，

レギュラーメッシュの場合，

$$-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}\right]_i\approx -U_i\frac{\phi_{i+1}-\phi_{i-1}}{2h}$$
$$=-U\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i+\frac{1}{6}\phi_i'''h^2+\cdots\cdots\right] \qquad (2)$$

コントロールボリュームメッシュの場合，

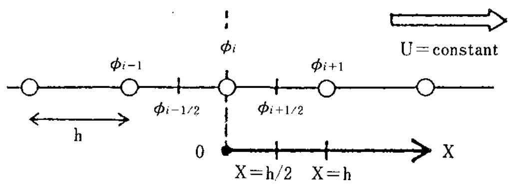
$$-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}\right]_i\approx -\left(\frac{U_{i+1/2}+U_{i-1/2}}{2}\right)\frac{\dfrac{\phi_{i+1}+\phi_i}{2}-\dfrac{\phi_i+\phi_{i-1}}{2}}{h}$$
$$=-U\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i+\frac{1}{6}\phi_i'''h^2+\cdots\cdots\right] \qquad (3)$$

中心差分スキームでは差分スキームの安定性を示すフィードバックセンシティビティΩは（4）式で示すように零である（後掲，注1）．

$$\Omega=\frac{\partial}{\partial\phi_i}(\text{差分スキーム})=\frac{\partial}{\partial\phi_i}\left(\frac{\phi_{i+1}-\phi_{i-1}}{2h}\right)=0 \qquad (4)$$

したがって数値解は時間的，空間的なオシレーション（Wiggles）を生じ易いことが多い[4)]．

移流項の中心差分スキームは等間隔のレギュラーメッシュ，コントロールボリュームの場合，二乗量（運動量輸送を考える場合には，運動エネルギー）を保存する[14)]．



※レギュラーメッシュの場合、Uの定義点はϕの定義点と同位置
※コントロールボリュームメッシュの場合、Uの定義点はϕの定義点の中間

図1　ϕの差分定義点

表1　移流項に関する各種の差分スキーム（図1参照）

※ここでアンダーラインを付した項は打ち切り誤差項を示す．

①中心差分：

$$-U\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i\approx -U_i\left(\frac{\phi_{i+1}-\phi_{i-1}}{2h}\right)=-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}+\underline{\frac{1}{6}\phi'''h^2+\cdots\cdots}\right]$$

②1次精度風上：

$$-U\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i\approx -U_i\left(\frac{\phi_{i+1}-\phi_{i-1}}{2h}\right)+|U_i|\left(\frac{\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1}}{2h}\right)$$

$$=-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}+\underline{\frac{1}{6}\phi'''h^2+\cdots\cdots}-\frac{1}{2}\frac{|U|}{U}\{\phi''h+\underline{\frac{1}{12}\phi''''h^3+\cdots\cdots}\}\right]$$

③2次精度風上[10]：

$$-U\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i\approx -U_i\left(\frac{-\phi_{i+2}+4\phi_{i+1}-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{4h}\right)-|U_i|\left(\frac{\phi_{i+2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{4h}\right)$$

$$=-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}-\underline{\frac{1}{3}\phi'''h^2+\cdots\cdots}+\frac{1}{4}\frac{|U|}{U}\left(\phi''''h^3+\underline{\frac{1}{6}\phi''''''h^5+\cdots\cdots}\right)\right]$$

④UTOPIA（3次精度風上）：

$$-U\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i\approx -U_i\left(\frac{-\phi_{i+2}+8\phi_{i+1}-8\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{12h}\right)-|U_i|\left(\frac{\phi_{i+2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{12h}\right)$$

$$=-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}-\underline{\frac{1}{30}\phi'''''h^4+\cdots\cdots}+\frac{1}{12}\frac{|U|}{U}\left(\phi''''h^3+\underline{\frac{1}{6}\phi''''''h^5+\cdots\cdots}\right)\right]$$

⑤河村（3次精度風上）：

$$-U\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i\approx -U_i\left(\frac{-\phi_{i+2}+8\phi_{i+1}-8\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{12h}\right)-|U_i|\left(\frac{\phi_{i+2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{4h}\right)$$

$$=-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}-\underline{\frac{1}{30}\phi'''''h^4+\cdots\cdots}+\frac{1}{4}\frac{|U|}{U}\left(\phi''''h^3+\underline{\frac{1}{6}\phi''''''h^5+\cdots\cdots}\right)\right]$$

⑥1次元QUICK：

$$(U\phi)_{i+1/2}\approx U_{i+1/2}\left(\frac{-\phi_{i+2}+9\phi_{i+1}+9\phi_i-\phi_{i-1}}{16}\right)+|U_{i+1/2}|\left(\frac{\phi_{i+2}-3\phi_{i+1}+3\phi_i-\phi_{i-1}}{16}\right)$$

$$=U_{i+1/2}\left[\phi_{i+1/2}-\underline{\frac{3}{128}\phi''''h^4+\cdots\cdots}+\frac{1}{16}\frac{|U|}{U}\left(\phi'''h^3+\underline{\frac{1}{8}\phi'''''h^5+\cdots\cdots}\right)\right]$$

$$-\left(\frac{\partial U\phi}{\partial X}\right)_i\approx\frac{-(U\phi)_{i+1/2}+(U\phi)_{i-1/2}}{h}$$

$$=-U_{i+1/2}\left(\frac{-\phi_{i+2}+9\phi_{i+1}+9\phi_i-\phi_{i-1}}{16h}\right)-|U_{i+1/2}|\left(\frac{\phi_{i+2}-3\phi_{i+1}+3\phi_i-\phi_{i-1}}{16h}\right)$$

$$+U_{i-1/2}\left(\frac{-\phi_{i+1}+9\phi_i+9\phi_{i-1}-\phi_{i-2}}{16h}\right)+|U_{i-1/2}|\left(\frac{\phi_{i+1}-3\phi_i+3\phi_{i-1}-\phi_{i-2}}{16h}\right)$$

$$=-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}+\underline{\frac{1}{24}\phi'''h^2+\cdots\cdots}+\frac{1}{16}\frac{|U|}{U}\left(\phi''''h^3+\underline{\frac{1}{6}\phi''''''h^5+\cdots\cdots}\right)\right]$$

⑦ハイブリッドおよび最適化風上：

$$-U\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i\approx -U_i\left(\frac{\phi_{i+1}-\phi_{i-1}}{2h}\right)+\left[|U_i|\left(\frac{\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1}}{2h}\right)\right]\times A$$

・ハイブリッドスキーム：$P_c=Uh/\Gamma\leq 2$：$A=0$，$P_c=Uh/\Gamma>2$：$A=1$

・最適化風上スキーム　：$0\leq A\leq 1$，A：P_cと場所によって変化させる．

2.2.2　1次精度風上差分

中心差分スキームで生ずるWigglesを避けるため，1次精度風上差分がよく用いられる．

$$-U\left[\frac{\partial\phi}{\partial X}\right]_i\approx -U_i\frac{\phi_i-\phi_{i-1}}{h}\qquad (U>0\text{の場合})$$

$$=-U\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_i-\frac{1}{2}\phi_i''h+\cdots\cdots\right]\qquad(5)$$

（5）式に示されるように，フィードバックセンシティビティΩは $-|U_i|/h$ と常に負となり安定な計算が可能であるが，1次の打ち切り誤差として $|U|h/2\cdot\phi''$ を持つ．$|U|h/2>\Gamma$ すなわち $P_c>2$ では，物理的な粘性より数値誤差による粘性 $|U|h/2$ が大きく働くシミュレーション結果となる[14]．

2.2.3　UTOPIAスキーム

Leonardは，1次精度風上差分やこれを部分的に取り入れたハイブリッドまたは最適化風上差分スキームを使用した結果には数値誤差による見かけの粘性のため大きなゆがみが生ずることを厳しく指摘している．Leonardは，フィードバックセンシティビティΩが負でかつ高精度の風上差分の導入を図った．この際Leonardは，各微分項の差分近似の打ち切り誤差評価を主眼とした単純な誤差評価法を批判し，多項式近似による移流項と拡散項のバランスのとれた誤差評価法を提案し，それに基づくUTOPIA (Uniformly Third-Order Polynomial Interpolation Algorithm) スキームを提案している．

Leonardは拡散項の2次精度の中心差分式（6）式

$$\Gamma\frac{\partial^2\phi}{\partial X^2}\approx\Gamma\left[\frac{\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1}}{h^2}\right]$$

$$=\Gamma\left[\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial X^2}\right)+\frac{1}{12}\phi_i''''h^2+\cdots\cdots\right]\qquad(6)$$

を用いた場合の「数値解」の誤差（差分項の誤差ではない）を以下のように解釈している．（6）式中の打ち切り誤差項 $\phi''''h^2/12$ はいわゆる2次の打ち切り誤差であるが4階の導関数項を含む．ここで彼は微分方程式の離散化は下に示すような差分定義点の値を既知とする多項式近似を用いて行われると考えた．

$$\phi(X)=C_0+C_1X+C_2X^2+C_3X^3+O(X^4)\qquad(7)$$

または，

$$\phi(X)=\phi(0)+\phi'(0)X+\frac{\phi''(0)X^2}{2!}+\frac{\phi'''(0)X^3}{3!}+O(X^4)\qquad(8)$$

(6)式による打ち切り誤差の最少次数項が4階の導関数の項であるがゆえに，数値解は3次の多項式近似式を用いて得られたもので，数値解の局所的な誤差は4階の導関数を含む4次の打ち切り誤差と評価されるものと考えた．2階の微分項である(6)式は(8)式の3次多項式近似を2階微分することにより得られる．

Leonardは移流項の差分も，(8)式にのっとり数値解の局所的な誤差が4階の導関数を含む4次の打ち切り誤差となるよう3次多項式から導くことにより，移流項，拡散項双方の誤差評価の一貫性 (consistency) が保たれると考えた．

UTOPIAでは(7)式の定数C_0～C_3を“風上”に重みづけられた4点のϕの値 (ϕ_{i-2}～ϕ_{i+1}) を用いて定める．

$$C_0=\phi_i \tag{9}$$

$$C_1=(2\phi_{i+1}+3\phi_i-6\phi_{i-1}+\phi_{i-2})/6h \tag{10}$$

$$C_2=(\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1})/2h^2 \tag{11}$$

$$C_3=(\phi_{i+1}-3\phi_i+3\phi_{i-1}-\phi_{i-2})/6h^3 \tag{12}$$

よって，(8)式と比較して

$$\phi'(0)=[\frac{\partial\phi}{\partial X}]_i=(2\phi_{i+1}+3\phi_i-6\phi_{i-1}+\phi_{i-2})/6h \tag{13}$$

$$\phi''(0)=[\frac{\partial^2\phi}{\partial X^2}]_i=(\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1})/h^2 \tag{14}$$

Leonardは，移流項の1階導関数の差分に(13)式で示される3次精度の差分近似式の使用を提案した．(13)式を用いた移流項の差分表現をUの正負を考えて対称形に書き直すと次式となる．

$$\begin{aligned}-U[\frac{\partial\phi}{\partial X}]_i &\approx -U_i[\frac{-\phi_{i+2}+8\phi_{i+1}-8\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{12h}]\\ &\quad -|U_i|[\frac{\phi_{i+2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{12h}]\\ &=-U[(\frac{\partial\phi}{\partial X})_i+\frac{1}{12}\frac{|U|}{U}\phi_i''''h^3-\frac{1}{30}\phi_i'''''h^4+\cdots\cdots]\end{aligned} \tag{15}$$

(15)式は1階導関数の4次精度中心差分に4階導関数による3次の打ち切り誤差の人工粘性項 $\{-|U|h^3/12\}\cdot\phi''''$ を付加した形となっている（後掲，注2）．なお，当然のことながら人工粘性項付加のためUTOPIAは2乗量（エネルギー）保存スキームとはならない．

2.2.4　河村スキーム

LeonardのUTOPIAと同様，4階の導関数による人工粘性（注2）を付加した河村スキームが提案され，その人工粘性項のもたらす強い数値安定性が評価されて用いられる場合がある．

$$\begin{aligned}-U[\frac{\partial\phi}{\partial X}]_i &\approx -U_i[\frac{-\phi_{i+2}+8\phi_{i+1}-8\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{12h}]\\ &\quad -|U_i|[\frac{\phi_{i+2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2}}{4h}]\\ &=-U[(\frac{\partial\phi}{\partial X})_i+\frac{1}{4}\frac{|U|}{U}\phi_i''''h^3-\frac{1}{30}\phi_i'''''h^4+\cdots\cdots]\end{aligned} \tag{16}$$

河村スキームは，移流項の2次精度の風上差分スキーム（表1参照）を改良して3次精度スキームにしたものと解釈できるが，LeonardがUTOPIAで導入した4階導関数による人工粘性項を，Leonardの場合の3倍としてより安定化させた以外UTOPIAと同様である．なお，河村は(16)式の人工粘性項に定数αを導入してこの人工粘性項の重みを調整することも考慮している[12]．

2.2.5　QUICKスキーム（1次元）

Leonardは多項式の導入により移流，拡散項の誤差精度の一貫性を確保するという観点からコントロールボリューム法(MAC法)で，移流項が“風上の重み”をもち，負のフィードバックセンシティビティΩを持つQUICK(Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)を開発した．このスキームは，倉淵ら[15]，貝塚ら[16]により，その有効性がすでに検討されている．

QUICKではセル界面上の移流，拡散項を2次の多項式により定義する．一例として図1に示す$i+1/2$点($X=h/2$)のスカラー量および勾配を考える．$\phi_{i+1/2}$および$(\partial\phi/\partial X)_{i+1/2}$は風上の重みをもつ3点 ($\phi_{i-1}$, ϕ_i, ϕ_{i+1}) を用いた補間式から与えられる．

$$\phi(X)=D_0+D_1X+D_2X^2+O(X^3) \tag{17}$$

$$D_0=\phi_i \tag{18}$$

$$D_1=(\phi_{i+1}-\phi_{i-1})/2h \tag{19}$$

$$D_2=(\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1})/2h^2 \tag{20}$$

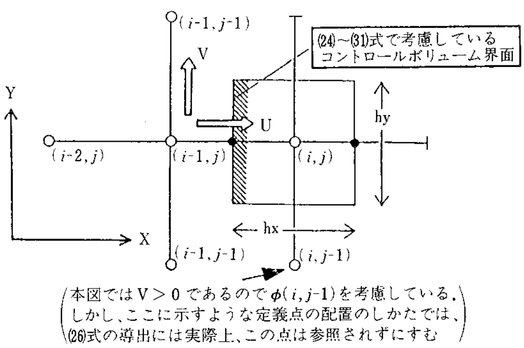
したがって

$$\begin{aligned}\phi_{i+1/2}=\phi_{(X=h/2)}&=\frac{3\phi_{i+1}+6\phi_i-\phi_{i-1}}{8}\\ &=\frac{\phi_{i+1}+\phi_i}{2}-\frac{\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1}}{8}\end{aligned} \tag{21}$$

$$(\frac{\partial\phi}{\partial X})_{i+1/2}=\phi'_{(X=h/2)}=\frac{\phi_{i+1}-\phi_i}{h} \tag{22}$$

すなわち(21)式に示されるように界面の値は単純平均と風上側に重みのある曲率で補正した値となり界面の勾配は(22)式で示される単純な中心差分となる．なお，(21)式を用いて界面のFluxをUの正負を考えて対称形に書き直すと(23)式となる．

$$(U\phi)_{i+1/2}\approx U_{i+1/2}(\frac{-\phi_{i+2}+9\phi_{i+1}+9\phi_i-\phi_{i-1}}{16})$$



（本図ではV＞0であるので$\phi(i, j\text{-}1)$を考慮している．しかし、ここに示すような定義点の配置のしかたでは、(26)式の導出には実際上、この点は参照されずにすむ）

図2　2次元QUICK差分定義点

$$+|U_{i+1/2}|\left(\frac{\phi_{i+2}-3\phi_{i+1}+3\phi_i-\phi_{i-1}}{16}\right)$$

$$=U_{i+1/2}\left[\phi_{i+1/2}+\frac{1}{16}\frac{|U|}{U}\phi'''h^3+O(h^4)\right] \qquad (23)$$

すなわちQUICKによる $\phi_{i+1/2}$ の補間値は4次精度の補間値に3階導関数項を持つ3次の付加項をつけた形式である（後掲，注3）．

2.2.6　QUICKスキーム（2次元）

1次元同様，セル界面のスカラー値および勾配を求める際，2次の多項式を用いる．ただし，界面の値は2次多項式の積分平均値として算出する．2次元の場合の多項式は(24)式となる．

$$\phi_{(X,Y)}=E_0+E_1X+E_2X^2+E_3Y+E_4Y^2+E_5XY \qquad (24)$$

E_0～E_5 の定数は $\phi_{i-2,j}$，$\phi_{i-1,j}$，$\phi_{i,j}$，$\phi_{i-1,j-1}$，$\phi_{i-1,j+1}$，$\phi_{i,j-1}$ の6点の ϕ より求まる（図2）．界面の値 $\phi_{i-1/2,j}$ は(25)式の積分平均よりもとめる．(25)式に(24)式を代入し整理して，(26)式を得る．

$$\phi_{i-1/2,j}=\frac{1}{h_Y}\int_{-\frac{h_Y}{2}}^{\frac{h_Y}{2}}\phi\left(\frac{h_X}{2},\ Y\right)dY \qquad (25)$$

$$\phi_{i-1/2,j}=\phi_{LIN}-\frac{1}{8}CURVN+\frac{1}{24}CURVT \qquad (26)$$

ただし，$\phi_{LIN}=\dfrac{1}{2}(\phi_{i-1,j}+\phi_{i,j})$ 　(27)

（$U_{i-1/2}>0$ の場合）

$$CURVN=\phi_{i,j}-2\phi_{i-1,j}+\phi_{i-2,j} \qquad (28)$$

$$CURVT=\phi_{i-1,j-1}-2\phi_{i-1,j}+\phi_{i-1,j+1} \qquad (29)$$

また，界面の法線方向の平均勾配 $(\partial\phi/\partial X)_{i-1/2,j}$ は(30)式より(31)式として与えられる．

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_{i-1/2,j}=\frac{1}{h_Y}\int_{-\frac{h_Y}{2}}^{\frac{h_Y}{2}}\frac{\partial\phi}{\partial X}\left(\frac{h_X}{2},Y\right)dY \qquad (30)$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\right)_{i-1/2,j}=\frac{\phi_{i,j}-\phi_{i-1,j}}{2} \qquad (31)$$

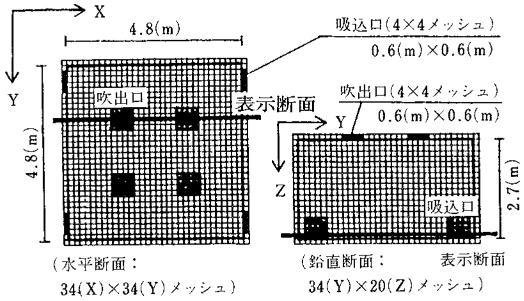
2次元QUICKではセル界面のスカラー量および勾配は(26)式，(31)式により定義される．3次元の場合も同様（後掲，注4）．QUICKは(28)，(29)式の補正項を導入しているため，コントロールボリューム法でありながら，2乗量（エネルギー）保存スキームとならない．これは，貝塚，岩本[16]の数値実験によっても確認されている．

3.　QUICKを用いた3次元室内気流解析

k－ε型2方程式乱流モデルの運動方程式移流項およびk，ε輸送方程式移流項にQUICKスキームを採用した3次元の室内流れ場の解析結果を解説する．

3.1　解析概要

解析対象の吹き出し，吸い込みのある3次元室内モデルを図3に示す．室内は34(X)×34(Y)×20(Z)=23,120の均等メッシュに分割して解析する．基礎方程式および境界条件を表2，表3に，解析種類を表4に示す．解析



＊吹出風速は1.0m/s
＊1辺0.15mの均等メッシュに分割

図3　解析した室内モデルおよびメッシュ分割

表2　数値シミュレーションの基礎方程式

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t}+\frac{\partial U_iU_j}{\partial X_j}=-\frac{\partial}{\partial X_i}\left\{\frac{P}{\rho}+\frac{2}{3}k\right\}+\frac{\partial}{\partial X_j}\left\{\nu_t\left\{\frac{\partial U_i}{\partial X_j}+\frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right\}\right\} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial kU_j}{\partial X_j}=\frac{\partial}{\partial X_j}\left\{\frac{\nu_t}{\sigma_1}\frac{\partial k}{\partial X_j}\right\}+\nu_tS-\varepsilon \qquad (3)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{\partial\varepsilon U_j}{\partial X_j}=\frac{\partial}{\partial X_j}\left\{\frac{\nu_t}{\sigma_2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial X_j}\right\}+C_1\frac{\varepsilon}{k}\nu_tS-C_2\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad (4)$$

$$\nu_t=k^{1/2}l=\left\{C_D\frac{k^2}{\varepsilon}\right\} \qquad (5)$$

ただし　$S=\left\{\dfrac{\partial U_i}{\partial X_j}+\dfrac{\partial U_j}{\partial X_i}\right\}\dfrac{\partial U_i}{\partial X_j}$

$\sigma_1=1.0$，$\sigma_2=1.3$，$C_D=0.09$，$C_1=1.59$，$C_2=2.0$

i，$j=1$，2，3

U_i：平均速度(m/s)　　P：圧力(N/m²)

ν_t：渦動粘性係数(m²/s)　　k：乱流エネルギー(m²/s²)

ε：乱流エネルギー散逸(m²/s³)　l：乱れの長さスケール(m)

表3　流入乱流量，境界条件および差分スキーム

(1)　吹出口：$U_t=0.0$，$U_n=U_{OUT}$，$k=k_{OUT}$，$l=l_{OUT}$
　添字 t，n：吹出面に対しそれぞれ接線方向，法線方向を示す．
　U_{OUT}：吹出風速，＝1.0m/s
　K_{OUT}：流入乱流エネルギー，＝0.05m²/s²
　l_{OUT}：乱れの長さスケール，＝0.45m

(2)　吸込口：$U_t=0.0$，$U_n=U_{IN}$，$\partial k/\partial n=0.0$，$\partial\varepsilon/\partial n=0.0$
　U_{IN}：吸込風速，＝1.0m/s

(3)　壁面　：$(\partial U_t/\partial n)_{n=0}=m(U_t)_{n=h}/h$，$U_n=0.0$，
　$\partial k/\partial n=0.0$，
　$(\varepsilon)_{n=h}=\{C_D(k)_{n=h}{}^{3/2}\}/\{C_D{}^{1/4}\kappa h\}$
　h：壁面から第一セルの差分定義点までの距離
　m：U_t がベキ乗分布するとみなしたときのベキ指数，m=1/7，κ：カルマン定数，$\kappa=0.4$

(4)　差分スキーム：（空間差分）：各方程式移流項：各種スキーム（表4参照）
　各方程式拡散項：中心差分スキーム
　（時間差分）：Adams-Bashforthによる2次精度スキーム

＊シミュレーションは実スケールの物理量を用いている．

表4　解析種類および諸量の空間平均値

解析種類				諸量の空間平均値			
Case No.	差分スキーム 運動方程式移流項	差分スキーム k，ε輸送方程式移流項	備考	平均風速のエネルギー $1/2U_iU_i$ (m^2/s^2)	乱流エネルギー k (m^2/s^2)	乱流エネルギー散逸 ε (m^2/s^3)	渦動粘性係数 ν_t (m^2/s)
Case 1	全体風上[注6)]	全体風上		0.0242	0.0190	0.0053	0.0079
Case 2	全体中心	同上		0.0360	0.0261	0.0093	0.0088
Case 3	中心＋部分風上[注6)]	同上		0.0352	0.0254	0.0081	0.0088
Case 4	全体 QUICK	同上	3次元 QUICK[注8)]	0.0350	0.0252	0.0081	0.0088
Case 5	全体 QUICK	全体常時 QUICK[注7)]	発散	—	—	—	—
Case 6	同上	QUICK＋一時風上[注7)]	3次元 QUICK	0.0324	0.0305	0.0093	0.0117
Case 7	同上	同上	1次元 QUICK[注6)]	0.0336	0.0302	0.0092	0.0115
Case 8	中心＋部分 QUICK	同上	3次元 QUICK	0.0328	0.0309	0.0095	0.0118

は，①運動方程式移流項の差分スキームの違い（Case 1～4），②k，ε輸送方程式への QUICK スキームの適用（Case 5，6），③ QUICK スキームの補間における界面値の補間の際の次元数（Case 6，7），④中心差分と QUICK スキームの保存性の比較（Case 6，8）に着目し，合計8種類を行う．なお，表4に示す差分スキームの適用方法の詳細は（後掲，注6～8）に示す．

3.2　運動方程式移流項への各種スキームの適用

k，ε輸送方程式移流項（表2，(3)(4)式）を1次精度風上差分スキームに固定し，運動方程式移流項（表2，(2)式）に各種のスキームを適用した Case 1～4 を検討する．

3.2.1　1次精度風上差分スキームの場合
（Case 1：図4）

気流性状は非常に拡散的な様相を呈し，吹出噴流の減衰も著しい．また，噴流間の2次的な上昇流が再現されない等（図4―(a)），実験結果（文献4）参照）と非常に異なった様相を呈する．乱流エネルギー k の分布においても吹出口周縁の Shear-flow 部の高い値が噴流方向にあまり輸送されない等（図4―(b)），他のスキームの場合（たとえば図5―(b)）と異なった解となる．

3.2.2　中心差分スキームの場合（Case 2：図5）

吹出噴流の減衰が少ない様相，噴流間の上昇流等（図5―(a)），実験結果[4)]とよく対応している．吸込口周辺部では著しい数値的な振動（oscillation）が発生する（図5―(c)）．k の分布においても，oscillation 領域の値が非常に高くなる不都合を生ずる（図5―(d)）．平均流に対してだけでなく，乱流統計量の解析においても oscillation の除去が重要となる．

3.2.3　（中心＋部分風上）差分スキームの場合
（Case 3：図6）

中心差分による oscillation の対策として，吸込口周辺の領域のみに風上差分を適用した場合，oscillation は解消する（図6―(a)）[4)]．一方，図は割愛するがその他断面では中心差分とほぼ同様の結果となり気流性状は実験結果に一層近づく．k の分布において，中心差分の使用時の吸込口周辺の高い値は解消する（図6―(b)）．しかし，詳細は後述するが（3.5および表5参照），この場合吸込口周辺の気流性状がスムースになり過ぎて圧力による仕事で評価した室内のエネルギー収支がバランスせず，圧力分布の正しい再現という点で疑問が残る．

3.2.4　QUICK スキームの場合（Case 4：図7）

吹出噴流の減衰の少ない傾向，噴流間の2次的な上昇流の再現など（図7―(a)），気流性状は実験結果によく対応する．oscillation も出現しない（図7―(d)）．k の分布に関して，吸込口前面で Case 3 に比べやや高い値となり改善される方向にある（図6―(b)と図7―(e)の比較）．その他の領域の分布の様相は，Case 2，3 とほぼ同様の様相を呈し，運動方程式へ QUICK スキーム適用した場合の乱流統計量分布への影響はわずかである（図7―(b)，(e)と図5―(b)，(d)の比較）．

3.3　QUICK スキームの k，ε 輸送方程式移流項への適用（Case 5～8：図8～11）

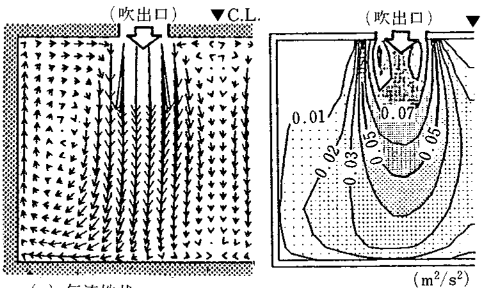
運動方程式移流項を QUICK スキームまたは（中心＋部分 QUICK）スキームとし，k，ε輸送方程式移流項に QUICK スキームを適用した Case 5～8 を検討する．

3.3.1　常時 QUICK と（QUICK＋一時風上）スキーム
（Case 5，6：図7～10）

k，εの輸送方程式を常時 QUICK スキーム（注7）とした場合（Case 5），本室内モデルでは計算途上，吹出口近傍の領域（図10中の参考図参照）で k の値が負数となり，解析不可能となる．本解析（Case 6～8）ではこうした箇所に人工的に拡散を強くすることにより不都合を回避する"一時風上"（後掲，注7）を採用しており，最終的には k，ε とも全領域 QUICK スキームで計算された解を得ている．

運動方程式移流項は3次元 QUICK スキームに固定し，k，εの輸送方程式移流項に1次精度風上差分スキームを用いた場合（Case 4：図7）と（3次元 QUICK＋一時風上差分）スキームを用いた場合（Case 6：図8）を

比較する．k，εをQUICKスキームを用いて計算したCase 6では気流性状はCase 4とほぼ同様となるが，乱

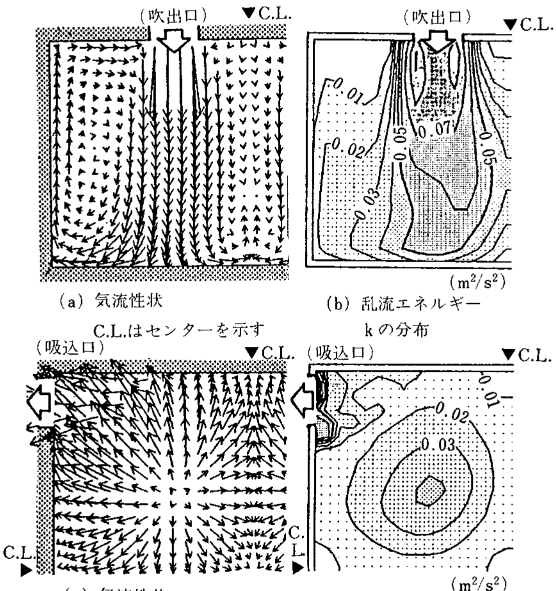


（a）気流性状　　（b）乱流エネルギー kの分布

C.L.はセンターを示す

運動方程式移流項：**全体1次精度風上差分スキーム**

図4　Case 1の気流性状およびkの分布



（a）気流性状　　（b）乱流エネルギー kの分布

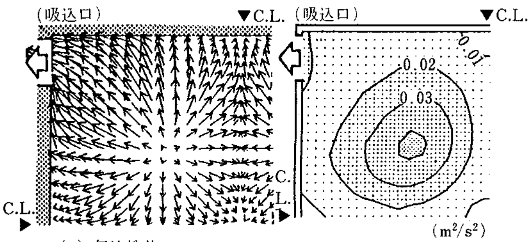
C.L.はセンターを示す

（c）気流性状　　（d）乱流エネルギー kの分布

C.L.はセンターを示す

運動方程式移流項：**全体中心差分スキーム**

図5　Case 2の気流性状およびkの分布



（a）気流性状　　（b）乱流エネルギー kの分布

C.L.はセンターを示す

運動方程式移流項：**（中心＋部分風上）スキーム**

図6　Case 3の気流性状およびkの分布

流統計量の分布に関しては吹出口周縁のshear-flow部ではk，εとも大きく計算される（図7－(b)，(c)と図8－(a)，(b)の比較）．図10にk，εの値の詳細を示す．QUICKスキームの適用による数値粘性の減少に伴い，よりシャープな分布が再現される．

3.3.2　3次元QUICKと1次元QUICK（Case 6，7：図8～10）

図9に各移流項を1次元QUICKスキーム（後掲，注8）としたCase7の結果を示す．図は割愛するが，気流性状はCase4やCase6の場合とほぼ同様となる．また，k，εの値は3次元QUICKのCase 6に比べ吹出口周縁の領域でやや小さい値となる（図8，9の比較および図10）．

3.3.3　中心差分とQUICKスキームにおける保存性の比較（Case 6，8：図11，表4）

中心差分スキームとQUICKスキームは，両者とも2次精度である．ただし，QUICKスキームは風上の重み付けによる数値粘性を含んでいる．従来，筆者らは運動方程式移流項に中心差分を採用し，吸込口周辺のoscillation発生領域に限り1次精度風上差分を用いたスキーム（Case 3および文献4参照）を使用してきたが，この領域にQUICKスキームを適用した（中心＋部分QUICK）スキームを検討する（Case8）．これは空間全体で2次精度差分を使用し，エネルギー保存をなるべく満足させるという観点（後掲，注9）から有効と思われる．

吸込口周辺のみをQUICKスキームとしたCase 8では吸込口周辺のoscillationは解消される（図11－(d)）．また，諸量の空間平均値を示した表4においてCase 8と全空間3次元QUICKとしたCase 6において平均風速のエネルギーを比較した場合，そのエネルギーレベルはほとんど変わらず，QUICKスキームのエネルギー非保存性（数値粘性）はほとんど現れていない．

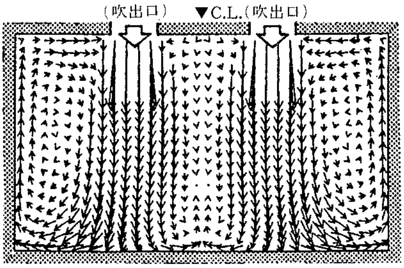
3.4　諸量の平均値（表4）

各Caseの平均風速のエネルギー$1/2U_iU_i$，乱流エネルギーk，乱流エネルギー散逸ε，渦動粘性係数ν_tの室全体の空間平均値を表4に示す．

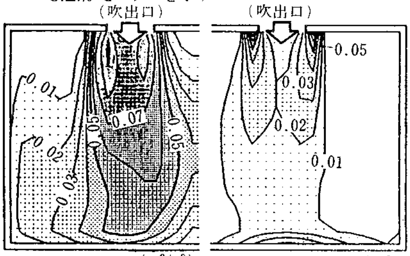
k，εの輸送方程式移流項を1次精度風上差分とした場合（Case 1～4），運動方程式移流項に1次精度風上差分を採用したCase 1では各量（$1/2U_iU_i$，k，ε，ν_t）とも最少値となり，運動方程式中の数値粘性の影響が著しい．一方，運動方程式移流項を（中心＋部分風上）スキーム（Case 3）またはQUICKスキーム（Case 4）とした場合，中心差分スキームとした場合（Case 2）よりわずかに減衰的な傾向となるものの，諸量の差は非常に少なく，部分的に風上差分とした影響やQUICKスキームの影響はほとんど現れない．

k，εの輸送方程式移流項にQUICKスキームを用いた場合（Case 6～8），k，εの輸送方程式移流項を1次

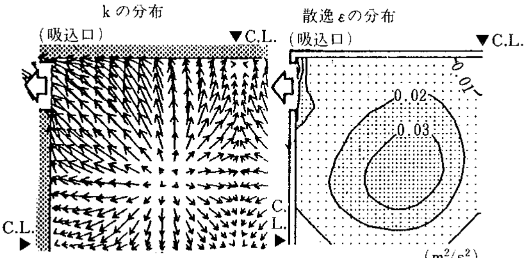
精度風上差分とした場合（Case 4）に比べ，kおよびそれに伴ってν_tも大きくなる．その結果平均風速のエネルギーはやや小さめの値となる．k，εの輸送方程式移流項に採用された1次精度風上差分による数値粘性は場全体の乱流統計量の値を小さくするよう働いているが，Case 6～8のQUICKスキームによる結果ではQUICKの持つ数値粘性はほとんど現れない精度のよい値であると判断される．



（a）気流性状
C.L.はセンターを示す



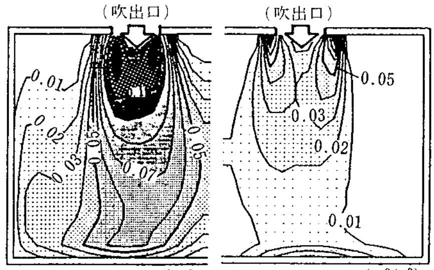
（b）乱流エネルギーkの分布　（c）乱流エネルギー散逸εの分布



（d）気流性状
C.L.はセンターを示す
（e）乱流エネルギーkの分布

移流項差分スキーム（運動方程式：3次元QUICKスキーム
k，ε輸送方程式：**風上スキーム**）

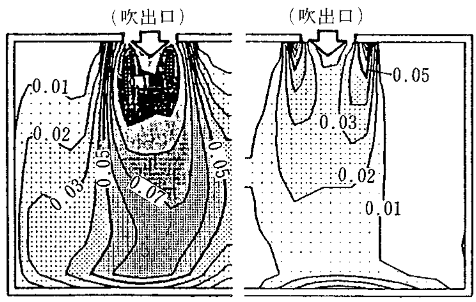
図7　Case 4の気流性状およびk，εの分布



（a）乱流エネルギーkの分布　（b）乱流エネルギー散逸εの分布

移流項差分スキーム（運動方程式：3次元QUICKスキーム
k，ε輸送方程式：**（QUICK＋一時風上）スキーム**）

図8　Case 6のk，εの分布



（a）乱流エネルギーkの分布　（b）乱流エネルギー散逸εの分布

移流項差分スキーム（**運動方程式：1次元QUICKスキーム**
k，ε輸送方程式：（1次元QUICK＋一時風上）スキーム）

図9　Case 7のk，εの分布

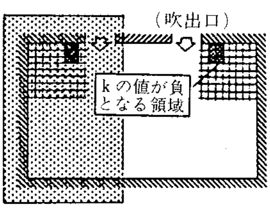
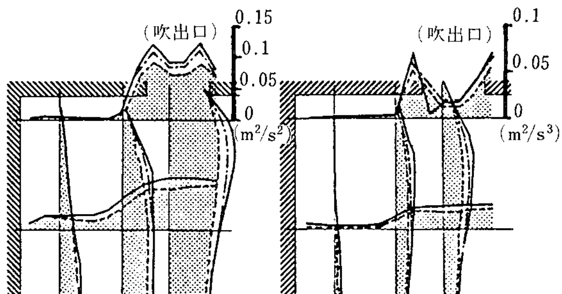


図10の表示領域
（参考図）

凡　例　k，ε輸送方程式移流項
- - - - - -：風上差分（Case 4）
———：（3次元QUICK＋一時風上），（Case 6）
—·—·—：（1次元QUICK＋一時風上），（Case 7）

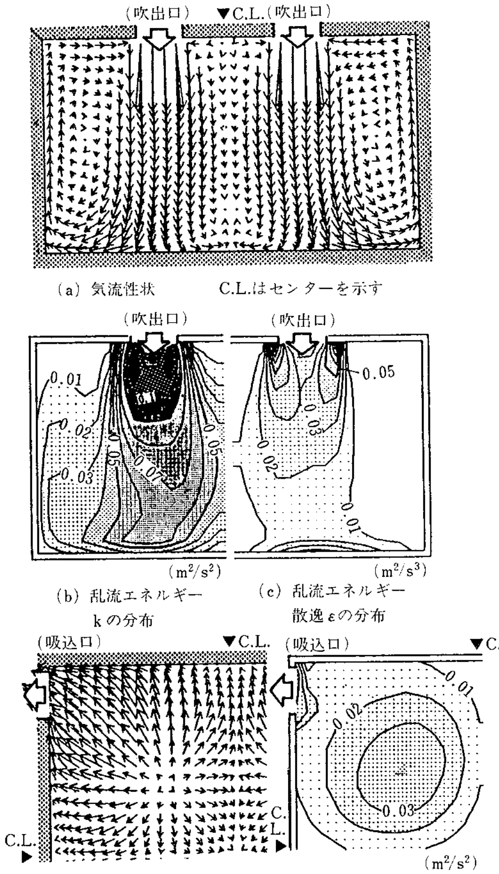


（a）乱流エネルギーkの値の分布　（b）乱流エネルギー散逸εの値の分布

図10　k，εの値の詳細

3.5 室内のエネルギー収支およびエネルギードレインの検討（表5）

各Caseの室内における単位時間当りの仕事（エネルギー）の収支（算出方法は注10参照）およびエネルギードレインを表5に示す．



（d）気流性状　C.L.はセンターを示す　（e）乱流エネルギーkの分布

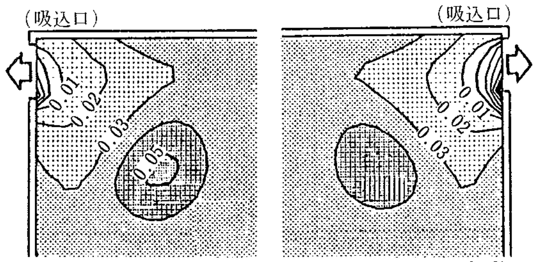
移流項差分スキーム

（運動方程式：**（中心＋部分QUICK）スキーム**
k，ε輸送方程式：（QUICK＋一時風上）スキーム）

図11　Case 8の気流性状およびk，εの分布

運動方程式に部分風上スキームを用いたCase 3はエネルギー収支が悪い（表5中①＋②欄，③欄の比較）．これは図12―（a），（b）の比較に示すように部分風上スキームを用いた場合（Case 3：図12―（a））には，吸込口周囲の領域に適用された1次精度風上差分の著しいsmoothing効果により，吸込口の形状抵抗が正当に評価されず，圧力勾配が緩やかとなり，吸込口の圧損が過小に評価されるためと推定される．

各コントロールボリュームごとの移流項差分部分の誤差による平均運動エネルギーの非保存性を検討するため，運動エネルギーの移流に関する空間積分値〔$\iiint_V$(U×移流項)dV：これは保存性が良ければ，本来零となるはずである〕を平均乱流エネルギー生産の空間積分値〔$\iiint_V(\nu_t S)dV$〕で除した値をエネルギードレイン指標として算出する．すべての移流項を1次風上差分としたCase 1を除き，各ケースのエネルギードレインは比較的小さく，各差分スキーム間では有意な差は認められない．



（a）Case 3　(m^2/s^2)　　（b）Case 4　(m^2/s^2)

運動方程式：**（中心＋部分風上）スキーム**　　運動方程式：**QUICKスキーム**

＊k，εの輸送方程式は風上差分スキーム
＊吹出口面の圧力を0として基準化
＊表示断面は吸込口を含む水平断面

図12　Case 3とCase 4の圧力分布の比較

表5　各Caseのエネルギー収支およびエネルギードレイン

Case No.	平均風速のエネルギー（$1/2U_iU_i$）の室全体の総和 (m^2/s^2)	単位時間当りの仕事（エネルギー）①：平均流により室内外に流入・流出する仕事（乱流エネルギー）の差し引き (m^2/s^2)	②：圧力によってなされる仕事の差し引き (m^2/s^2)	①＋②：流体が室内に持ち込む仕事と室外に持ち出す仕事の差し引き (m^2/s^2)	※ ③：室内全体のエネルギー散逸 (m^2/s^2)	エネルギードレイン指標 $\left[\frac{\iiint_V (U\times移流項)dV}{\iiint_V(\nu_t S)dV}\right]$ (－)
Case 1	1.504	0.012	0.292	0.303	0.331	－0.532
Case 2	2.242	－0.073	0.593	0.524	0.576	＋0.070
Case 3	2.188	0.002	0.210	0.212	0.506	－0.062
Case 4	2.174	－0.016	0.574	0.559	0.509	－0.114
Case 6	2.013	－0.074	0.595	0.521	0.579	－0.071
Case 7	2.088	－0.068	0.643	0.575	0.570	－0.061
Case 8	2.038	－0.075	0.568	0.494	0.592	－0.051

※正しい計算が行われたならば，①＋②と③は対応するはずである．

4. ま と め

移流項に適用される各種の差分スキームを比較検討した．また，k－ε型2方程式乱流モデルの各移流項にQUICKスキームを適用し，3次元室内流れ場を解析した．その結果，QUICKスキームが室内気流解析に比較的有効であるとの見通しを得た．（1986年9月18日受理）

参 考 文 献

1) B.P.Leonard : A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, North-Holland Publishing Company, 19, 1979, 59—98
2) B.P.Leonard : The QUICK Algorithem : A Uniformiy Third-order Finite-difference Method for Highly Convective Flows, Computer Methods in Fluids, Pentech Press, 1980, 159-195
3) B.P.Leonard : A Survey of Finite Differences with Upwinding for Numerical Modelling of the Incompressible Convective Diffusion Equation, Computational Techniques in Transient and Turbulent Flow, Vol. 2, Pineridge Press Limited Swansea U.K. 1981
4) 村上周三，加藤信介，須山喜美：乱流数値シミュレーションの診断システムに関する研究—吹き出し吸い込みを持つ室内気流の場合—，生産研究，38巻1号，1986．1
5) 村上周三，加藤信介，須山喜美：乱流数値シミュレーションの診断システムに関する研究（第6報），空気調和・衛生工学会学術論文集，昭和60年
6) 村上周三，加藤信介，須山喜美：吹き出し吸い込みを持つ室内気流の3次元数値解析，日本流体力学会誌「ながれ」4巻別冊，昭和60年
7) 村上周三，加藤信介，須山喜美：乱流数値シミュレーションの診断システムに関する研究（第2報），日本建築学会関東支部研究報告集，昭和60年
8) 村上周三，加藤信介，須山喜美：室内気流数値解析の診断システムに関する研究（第10報），（第11報）空気調和・衛生工学会学術論文集，1986．10
9) パトリック・J・ローチェ著，高橋亮一ほか訳：コンピュータによる流体力学〈上〉，構造計画研究所・刊，昭和53年3月
10) J.J.R.Hughes, A.Brook : A Multidimensional Upwind Scheme with no Crosswind Diffusion, in AMD-34 Finite Element Methods for Convection Dominated Flows, ASME 1979
11) Tetuya Kawamura, Hideo Takami, Kunio Kawahara : New Higher-Order Upwind for Incompressible Navier Stokes Equations, Ninth International Conference on Numerical Method In Fluid Dynamics June 25-29, 1984, C.E.N. Saclay, France, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag
12) 河村哲也：非圧縮性高レイノルズ数流れの直接数値シミュレーション，第2回航空機計算空気力学シンポジウム論文集，1984年7月
13) S.V.Patankar : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, 1980
14) 野村豪，松尾陽，加藤信介：MAC法の空間差分間隔に関する考察，日本建築学会論文報告集，第292号，昭和55年
15) 倉渕隆，鎌田元康：移流—拡散項の差分近に関する考察，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭和58年
16) 貝塚正光，岩本静男：Navier-Stokes方程式の移流項に対する差分近似に関する数値実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭和59年
17) H.Tennekes and J.L.Lumley : A First Course in Turbulence, The MIT Press, Ninth printing, 1983
18) 野村豪，松尾陽，貝塚正光，坂本雄三，遠藤清尊：室内気流分布の数値解法に関する研究・3，日本建築学会論文報告集，第238号，昭和50年12月

注1） 数値シミュレーションでは，一般に（補1）の形式で時間積分が行われる．

$(\partial\phi_i/\partial t)_i=$(右辺差分項)$_i$　……（補1）

ここで ϕ_i の微小変化（擾乱）$\delta\phi_i$ の時間変化 $(\partial\delta\phi/\partial t)_i$ を考える．（補1）より，

$(\partial\delta\phi/\partial t)_i=\partial$(右辺差分項)$_i/\partial\phi_i\cdot\delta\phi_i=\Omega\cdot\delta\phi_i$　……（補2）

ただしΩ：フィードバックセンシティビティ，$\Omega=\partial$(右辺差分項)$_i/\partial\phi_i$（補2）を積分して

$$\delta\phi_i=\exp[\int\Omega\partial t] \quad \text{……（補3）}$$

（補3）に示されるように**Ωが負の場合**，シミュレーションで擾乱が生じても負のフィードバックにより擾乱は減衰されシミュレーションは安定して行うことができる．**Ωが正の場合**，擾乱は加速され数値不安定を生じる．**Ωが零の場合**，フィードバックが働かず，発生したオシレーション抑えることができない．

注2） 4階導関数などの偶数の導関数項は，一般に拡散的に働く．(15)式の右辺第2項は，以下のように書き直せる．

$$-|U_i|(\phi_{i-2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2})/(12h)=$$
$$-|U_i|\cdot h/12\cdot\{(\phi_{i+2}-2\phi_i+\phi_{i-1})/h^2\}+|U_i|\cdot h/3\cdot\{(\phi_{i+1}-2\phi_i+\phi_{i-1})/h^2\} \quad \text{……（補4）}$$

（補4）右辺第1項はやや広い領域での負の拡散を示す．右辺第2項は狭い領域での強い拡散を表し，両者全体で強い拡散効果を表す．4階導関数の人工粘性項を付加した差分スキームにより得られた解は，結果的に4階の導関数が強く評価されて安定したシミュレーション結果になったものと考えられ，4階導関数に関して何らの記述のない運動方程式の解として果たして有効か否か疑問の生じる所である．特に河村スキームでは狭い領域の拡散係数は，UTOPIAスキームの3倍すなわち $|U_i|\cdot h$ となり，1次精度の風上差分の数値粘性 $|U_i|\cdot h/2$ より大きい．したがって，差分間隔の大きなシミュレーションでは河村スキームは特に強い拡散性を表すことが懸念される．

注3） (23)式の3階導関数項に示されるようにQUICKは，負のフィードバックセンシティビティをもち安定した計算が可能である．QUICKによる移流項の差分表示は次式となる．

$$-\partial(U\phi)/\partial X_i=-\{(U\phi)_{i+1/2}-(U\phi)_{i-1/2}\}/h=$$

$$
-U\cdot\{(-\phi_{i+2}+10\phi_{i+1}-10\phi_{i-1}+\phi_{i-2})/(16h)\}
$$
$$
-|U_i|(\phi_{i+2}-4\phi_{i+1}+6\phi_i-4\phi_{i-1}+\phi_{i-2})/(16h)
$$
$$
=-U\cdot\{\partial\phi/\partial X+\phi'''h^2/24+|U|/(16U)\cdot\phi''''h^3+O(h^4)\} \quad \cdots\cdots(補5)
$$

(補5)式に示すようにQUICKは負のフィードバックセンシビリティ $-3/8\cdot|U|/h$ を持つ．また，2次の打ち切り誤差項のほか，3次の打ち切り誤差項としてUTOPIAスキームと同じく4階導関数による人工粘性項 $1/16\cdot|U|/h^3\phi''''$ を持つ．

注4） 3次元QUICKの補間式

$$
\phi_{i-1/2,j,k}=\phi_{LIN}-1/8\cdot CURVN+1/24\cdot CURVT1+1/24\cdot CURVT2 \quad \cdots\cdots(補6)
$$

$$
\phi_{LIN}=(\phi_{i-1,j,k}+\phi_{i,j,k})/2
$$
$$
CURVN=\phi_{i-2,j,k}-2\cdot\phi_{i-1,j,k}+\phi_{i,j,k}
$$
$$
CURVT1=\phi_{i-1,j+1,k}-2\cdot\phi_{i-1,j,k}+\phi_{i-1,j-1,k}
$$
$$
CURVT2=\phi_{i-1,j,k+1}-2\cdot\phi_{i-1,j,k}+\phi_{i-1,j,k-1}
$$

注5） QUICKは境界面の $Flux(U\phi)_{i-1/2}$ を算出する際，風上に重みを置いた曲率CURVNを計算するため ϕ_{i-2},ϕ_{i-1} の風上側2点の値を必要とする．このため，吹出口面などでは境界条件として流体外側に2つの仮想セルの値を必要とする．しかし，壁面ではもともと壁面法線速度が零のため $Flux(U\phi)_{i-1/2}$ も零となるから計算の必要がなく，流体外側に2つの仮想セルを設定する必要はない．

[各差分スキームの名称の定義（注6～8）]

注6） 差分スキームの適用領域に関して

○全体1次精度風上，全体中心，全体QUICK：それぞれ室内空間全体の領域に1次精度風上差分，中心差分，QUICKスキームを適用することを意味する．

○(中心＋部分風上)，(中心＋部分QUICK)：室内空間のほとんどの領域に中心差分スキームを適用し，吸込口周辺の領域（各方向とも4セル以内程度）のみにそれぞれ，1次精度風上差分，QUICKスキームを適用することを意味する．

・本稿では特記しない限り“全体”を意味する．

・本稿では風上差分は“1次精度風上差分”を意味する．

・従来，筆者らは室内気流解析においてCase 3の運動方程式：(中心＋部分風上)，k，ε輸送方程式：全体1次精度風上スキームを使用してきた（たとえば文献4，5等）．

注7） 計算途上の差分スキームの変更に関して

○常時QUICK：計算中，QUICKスキームのみを使用する．

○(QUICK＋一時風上)：QUICKの計算途上で，あるセルのkの値または隣接するセルのkの値が，kの空間平均値の1/100未満となる場合，そのセルに関して，k，εの輸送方程式移流項に1次精度風上差分スキームが一時的に適用される．計算されたkが，kの空間平均値の1/100以上になれば，再びQUICKスキームが適用される．

・本稿では特記しない限り〝常時〞を意味する．

注8） QUICKスキームの次元に関して（2.2.6参照）

○3次元QUICK：コントロールボリューム界面値の算出に3次元的な補間式を使用する．

○1次元QUICK：コントロールボリューム界面値の算出に1次元的な補間式を使用する．

・本稿では特記しない限り“3次元QUICK”を意味する．

注9） エネルギー保存の観点からは，乱流モデルを用いないDirect Simulationや運動方程式自身でエネルギー散逸をシミュレートするL.E.S (Large Eddy Simulation) では，できる限り中心差分を採用することが望ましい．ただし，k－ε型乱流モデルでは平均流からのエネルギー損失はkの輸送方程式中の生産項（L.E.S等に比べ比較的大きな渦動粘性係数 ν_t と比較的緩やかなshearにより求まる）で評価されており，運動方程式移流項のエネルギー非保存性によるエネルギー散逸は相対的に小さいものとみなされる．したがって，k－ε型乱流モデルでは運動方程式移流項のエネルギー保存の必要性は上記L.E.S等に比べてそれほど高くないと考えられる．

注10） 表5中①～③は以下のように定義（詳細は文献17，18)参照）．

・平均流のエネルギー方程式

$$
U_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{1}{2}U_iU_i\right)=\frac{\partial}{\partial X_j}\left(-\frac{P}{\rho}U_j+2\nu U_iS_{ij}-\overline{u_iu_j}\,U_i\right)-2\nu S_{ij}S_{ij}+\overline{u_iu_j}S_{ij} \quad \cdots\cdots(補7)
$$

・乱流エネルギーの収支式

$$
U_j\frac{\partial}{\partial X_j}(\frac{1}{2}\overline{u_iu_i})=-\frac{\partial}{\partial X_j}(\frac{1}{\rho}\overline{u_jp}+\frac{1}{2}\overline{u_iu_iu_j}-\overline{2\nu u_is_{ij}})-\overline{u_iu_j}S_{ij}+\overline{2\nu s_{ij}s_{ij}} \quad \cdots\cdots(補8)
$$

(補7)式＋(補8)式を全空間Vで積分し，場全体のエネルギー収支式を得る．

$$
\underline{\iiint_V U_j\frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{1}{2}U_iU_i+k\right)dV}=\iiint_V-\frac{\partial}{\partial X_j}(U_j\Pi)dV+\iiint_V\frac{\partial}{\partial X_j}\{(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_1})\frac{\partial k}{\partial X_j}\}dV+\iiint_V\frac{\partial}{\partial X_j}\{U_i(\nu+\nu_t)[\frac{\partial X_i}{\partial X_j}+\frac{\partial X_j}{\partial X_i}]\}dV-\underline{\iiint_V 2\nu S_{ij}S_{ij}dV-\iiint_V\varepsilon dV} \quad \cdots\cdots(補9)
$$

(補9)式アンダーライン部を移項して，左辺にガウスの発散定理を適用．

$$
\iiint_V(2\nu S_{ij}S_{ij}+\varepsilon)dV=-\iint_A[U_n(\frac{1}{2}U_iU_i+\Pi+k)-(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_1})\frac{\partial k}{\partial n}+U_i\nu_t(\frac{\partial U_i}{\partial n}+\frac{\partial U_n}{\partial X_i})]dA \quad \cdots\cdots(補10)
$$

ただし，A：境界表面（室内壁面と吹出·吸込口面），
n：Aの法線方向（外向きを正）

本解析では $\nu=0$，$\partial k/\partial n=0$ としているので

$$
\underbrace{\iiint_V\varepsilon dV}_{③}=-\iint_A[\underbrace{U_n(\frac{1}{2}U_iU_i}_{=0}+\underbrace{\Pi}_{②}+\underbrace{k}_{①})-\underbrace{\frac{\nu_t\partial k}{\sigma_1\partial n}}_{\approx 0}\underbrace{+U_i\nu_t(\frac{\partial U_i}{\partial n}+\frac{\partial U_n}{\partial X_i})}_{\approx 0}]dA \quad \cdots\cdots(補11)
$$