研 究 速 報
特 集 9
UDC 533.6.011.1 : 532.516

Large Eddy Simulationによる二次元クエット流れの数値解析におけるレイノルズ数の影響

The Effects of Reynolds Number on the Numerical Analysis in Turbulent Plane Couette Flow by Using Large Eddy Simulation

狩 野 正 徳*・小 林 敏 雄*
Masanori KANO and Toshio KOBAYASHI

1. まえがき

近年のスーパーコンピュータの出現は超大型計算を可能にさせ，Large Eddy Simulationによる三次元非定常計算，特に壁面まで差分格子を刻み込んだ精度の高い計算，も行われつつある[1),2),3)]．Large Eddy Simulation (LES) は乱流をモデルの手助けを借りて計算しようとする手法の一つであるが，モデル化している部分が差分格子程度で乱れの高波数部のみに限定されており，したがって計算はぼう大になるが，得られる計算結果は比較的精度が良いと言われている．また，手法上の特徴でもあるがLESにおいては差分格子程度のスケールの乱れまでを実際に計算しているため，壁面付近の乱れの発生機構の解明に対しても有力であるとされている[4)]．

このLESも他の乱流モデルと同様モデル化に際し，流れのレイノルズ数が十分大きくモデル化する領域において乱れの局所等方性が成立することを前提にすることが多い．モデルを作成する段階におけるこの前提は，乱流が非常に複雑な非線形現象で理論の存在が単純な等方性乱れの場合に限られていることを背景にしている．したがって対象としている流れが流速が小さく，レイノルズ数が小さい乱流の場合にはこの等方性乱れを前提とするモデルによって流れをうまく記述できるかどうかという疑問が生じる．LESによる計算がぼう大であることもあって，従来の計算ではある特定のレイノルズ数のみについて扱ったものが多く，この疑問に関する解答は現時点では得られていない．

本報では二次元クエット流れを対象に，低レイノルズ数の乱流をSmagorinskyモデルを用いたLESによってレイノルズ数を変えて計算し上記疑問についての一考察を行う．

2. LESの基礎式および境界条件

本報の計算対象は図1に示すような二次元クエット流れで上壁が一定速度Uで移動する．座標系としては上壁の移動方向にx_1軸，上下壁と垂直にx_2軸，スパン方向にx_3軸を選ぶ．流れは非圧縮性とし，速度u_iをU，座標x_iをチャンネル幅L，時間tをL/U，圧力pをρU^2（ρ：流体密度）で無次元化する．運動方程式および連続の式にガウス形関数で表されるフィルタ操作を施して基礎方程式群が得られる．基礎方程式については文献5)を参照されたい．基礎方程式を差分方程式に変換しSMAC法の手順に従って解く．差分式としては空間的には中心差分，時間的にはAdams-Bashforthスキームを用いる．

計算領域は主流方向に$3L$，壁垂直方向にL，スパン方向にLの直方体で，この領域を$30\times50\times25$の格子に分割している[5)]．

初期条件は平均流速の実測値に$0.032\,U$の一様乱数の撹乱を重ね合わせて与えている．

境界条件は壁面でNo-slip条件を，x_1，x_3方向の境界においてはCyclic条件を与えている．上下壁付近では分子粘性の効果を考慮しΔにvan Driestの減衰関数$1-\exp(-y^+/25)$を乗ずる[1)]．ここに$y^+=yu_*/\nu$（u_*：摩擦速度）でyは近いほうの壁面からの距離を表している．

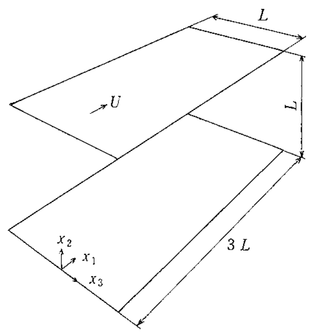


図1　モデル流路

*東京大学生産技術研究所　第2部

表1　計算条件

	The Number of Grid Points	δt	Grids	Re
Case Ⅰ	30×50×25	0.004	x_1, x_3 : Uniform x_2 : Non-Uniform	3.75×10^3
Case Ⅱ	30×50×25	0.004	x_1, x_3 : Uniform x_2 : Non-Uniform	7.50×10^3

計算条件を表1に示す．レイノルズ数を変化させ，x_1，x_3 方向に等間隔，x_2 方向には差分格子幅が壁から 0.00460, 0.00523, 0.00595 と変化しチャンネル中央で最大幅 0.0369 となる不等間隔差分格子を採用する．収束計算の収束条件は，

$$\mathrm{Max}\left|\left[\mathrm{dif}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}\right)\right]_N\right| < 0.001 \qquad (1)$$

ここに，dif(g) は g の差分式を意味する．subgrid scale の乱流モデルとしては Smagorinsky モデルを用いその定数 c は 0.1 とする．

3．計算結果および考察

計算は時間方向に進められ，定常状態に達したことを確認し，5000ステップで打ち切っている．空間平均操作によって平均量を求める．ここでは x_1—x_3 面での空間平均量を ⟨…⟩ で表すことにする．

3.1　平均流速分布

図2にケースⅠ，Ⅱにつき下壁側の平均流速を摩擦速度 u_* によって無次元化した分布を示す．横軸は壁座標 $x_2^+=x_2u_*/\nu$ である．また図中の2つの実線はそれぞれ平板乱流境界層における粘性底層および対数領域での半実験曲線を表している．図より計算結果は三宅らの遷移レイノルズ数域の計算結果[6]（$Re=1.25\times10^3$）とほぼ一致し対数則からずれていることがわかる．

3.2　乱れの分布

乱れを瞬間局所流速 $\bar{u}_i$ の x_1—x_3 面での空間平均流速からの変動分として

$$\bar{u}_i''=\bar{u}_i-\langle\bar{u}_i\rangle \qquad (2)$$

によって定義する．

図3にケースⅠ，Ⅱの主流方向乱れ $\bar{u}_1''$ の RMS 値を示す．図はケースⅡの結果のほうがケースⅠのそれより全領域において大きいことを示しており，乱れにはレイノルズ数の影響が大きく作用することを示している．

図4に乱流せん断応力と乱流エネルギの比の分布を示す．図はこの比が中央で大きくなること，およびレイノルズ数の影響は小さいことを示している．ところで，k-ε モデルの乱流エネルギ輸送方程式において生産項と散逸項とが釣り合うことを前提にすると，この比に関し，$\langle\bar{u}_1''\bar{u}_2''\rangle/\langle k''\rangle=\sqrt{c_D}$（$c_D$：$k$-$\varepsilon$ モデルの渦動粘性係数に関するモデル式に現れる定数）という関係が出てくるが，本計算結果ではチャンネル中央付近でケースⅠ，Ⅱにつきそれぞれ 0.303, 0.324 となっている．従来の基本的 k-ε モデルにおける値は $\sqrt{c_D}=0.3$ となっており，本計算結果はこれとほぼ一致している．このことはクエット流れを k-ε モデルでうまく記述できる可能性のあることを示唆している．

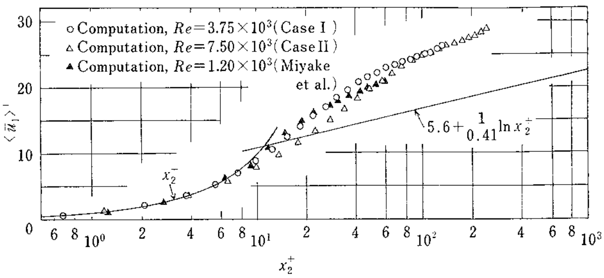


図2　壁座標で表した平均流速分布

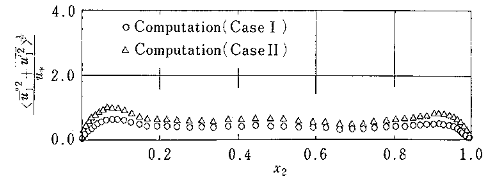


図3　主流方向乱れの分布

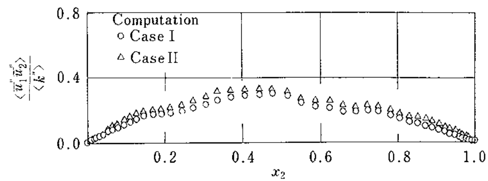


図4　乱流せん断応力と乱流エネルギの比の分布

3.3　エネルギバランス

Grid スケールの乱流エネルギは，空間平均量が x_2 のみに依存することを考慮することにより，次のように表される．

$$\begin{aligned}\frac{\partial\langle k''\rangle}{\partial t}=&-\frac{\partial}{\partial x_2}\langle\bar{u}_2''k''\rangle-\langle\bar{u}_1''\bar{u}_2''\rangle\frac{\partial}{\partial x_2}\langle\bar{u}_1\rangle\\&-\langle(K+\frac{1}{4Re})\frac{\partial\bar{u}_i''}{\partial x_j}\frac{\partial\bar{u}_i''}{\partial x_j}\rangle\\&-\langle\bar{u}_i''\frac{\partial\bar{p}''}{\partial x_i}\rangle+\frac{\partial}{\partial x_2}\langle(K+\frac{1}{4Re})\frac{\partial k''}{\partial x_2}\rangle\\&(k''=\bar{u}_i''\bar{u}_i''/2)\end{aligned} \qquad (3)$$

右辺は第一項から順に乱流拡散，乱流生産，散逸，流速—圧力勾配，粘性拡散を表している．図5にケースⅠに

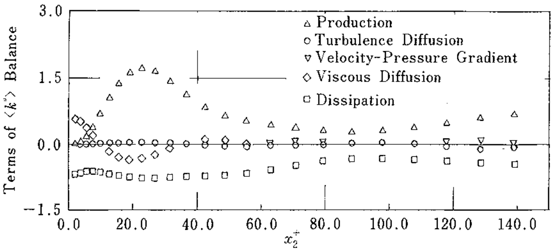


図5　エネルギバランスの分布

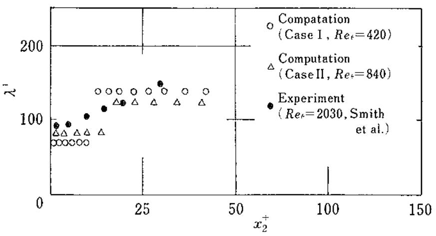
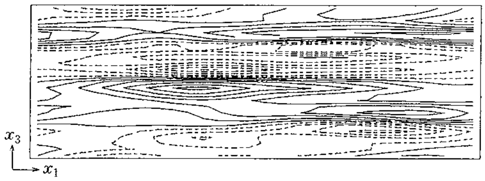
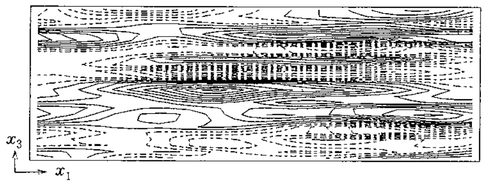


図7　Streak のスパン方向平均幅



(a)　Case I（x_2=0.0657）



(b)　Case II（x_2=0.0657）

図6　x_1 方向乱れの等高線（実線：$\bar{u}_1'' \geq 0$，破線：$\bar{u}_1'' < 0$，等高線の間隔：0.005）

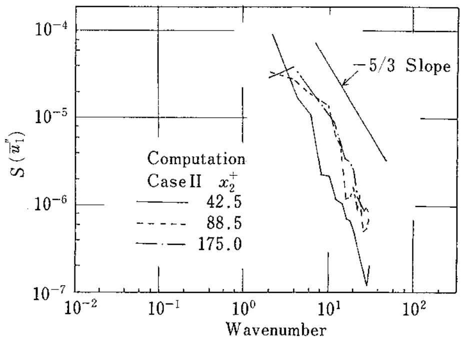


図8　エネルギスペクトル分布（Case II）

ついて下壁面側におけるエネルギバランス式の各項の計算結果を示す．結果は摩擦速度によって無次元化してある．図は壁面近傍を除き乱流生産項と散逸項が大きいこと，壁面近傍では分子拡散項も効いてくることなど壁乱流の特徴を示している．また，計算結果は壁面近傍で分子拡散が大きく効き，それがほぼ散逸項と釣り合っているようすをうまく表せていることからこの領域で x_2 方向に十分細かい差分格子がとれているものと思われる．図には示してないがケースIIも同様の傾向をもつ．

3.4　乱れの局所的な構造

図6にケースI，IIについて下壁面近傍（x_2=0.0657）における x_1―x_3 面での $\bar{u}_1''$ の等高線を示す．図では正の値を実線で負の値を破線で示している．ケースI，IIともに x_1 方向に伸びた高速流体部分と低速流体部分とがスパン方向に交互に並んだStreak構造が明らかに認められる．ケースIIではケースIでの広い低速流体部の中央に高速流体部が間欠的に現れているようすが認められる．このことからレイノルズ数が大きくなるに従い，他より幅の広い低速流体部あるいは高速流体部にそれと相反する流体部が徐々に間欠的に現れ，全体として乱れの構造が小さくなることが推測される．

次に x_1―x_3 面内の $\bar{u}_1''$ に対するスパン方向2点相関関数を

$$R_{11}(x_2,\ r_3)=\frac{\langle \bar{u}_1''(x_1,x_2,x_3)\cdot \bar{u}_1''(x_1,x_2,x_3+r_3)\rangle}{\langle \bar{u}_1''^2(x_1,x_2,x_3)\rangle} \tag{4}$$

によって定義し，この分布の最初に現れる最小値の位置 r_{3M} を2倍することによりStreakのスパン方向の幅 λ^+ を求める[5]．図7にケースI，IIについて2点相関関数から求めた λ^+ の x_2 方向分布を示す．あわせて平板乱流境界層における可視化実測値も示している．図における Re_θ は境界層の運動量厚さ θ を代表長さとしたレイノルズ数（$Re_\theta=\theta U/(2\nu)$）である．図において，壁面から遠ざかるにつれて実測値は連続的に大きくなる傾向を示している．これに対し計算結果は λ^+ が x_2^+ とともに大きくなるという点では同じ傾向を示しているがその変化が段状になっているのが特徴的である．x_3 方向の差分格子をさらに細かくとることによって計算値と実測値の傾向はより一致するものと理解される．また，このレイノルズ数範囲で λ^+ のレイノルズ数依存性は小さいことが

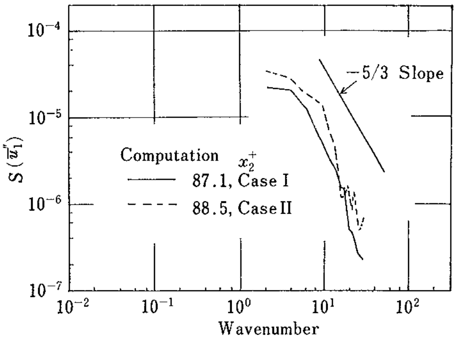


図9　エネルギスペクトル分布のレイノルズ数変化

示されている．

図8にケースIIについて x_2 方向3点の x_1 方向に沿った一次元エネルギスペクトル $s(\bar{u}_1'')(\langle \bar{u}_1''^2\rangle = \int s(\bar{u}_1'') dk_1$, k_1：波数の x_1 方向成分) の分布を示す．$x_2^+=42.5$ における分布は他の x_2^+ の位置のそれより低波数成分のもつ乱れのエネルギが大きくなっているがこれは壁面近傍においては主流方向に伸びたStreakが存在しているためである．図9にケースI，IIについての x_2^+ がほぼ同じ位置の x_1 方向に沿った一次元エネルギスペクトルの分布を示す．ケースIIはIよりも乱れが大きいため，スペクトル分布も大きくなっているが分布形状の変化は認められない．

4. ま と め

二次元クエット流れにLESを適用し，レイノルズ数を変化させて計算し，その影響を調べた．その結果，レイノルズ数の影響は平均流速には少なく，乱れには大きく現れ，乱れの構造には局所的に現れること，Streakのスパン方向平均幅はレイノルズ数が大きくなるに従い小さくなることが予想され，したがって摩擦速度で無次元化された幅はレイノルズ数の影響が少ないこと，および計算結果から予測した k-ε モデルの渦動粘性係数に関する式に現れる定数 c_D の値は k-ε モデルのそれとほぼ一致することなどが明らかにされた．

(1986年9月16日受理)

参 考 文 献

1) P. Moin, J. Kim, J. Fluid Mech., 118 (1982), 341
2) T. Kobayashi et al., Bull. JSME, 27—231 (1984), 1893
3) K. Horiuti, J. Phys. Soc. Jpn., 54—8 (1985), 2855
4) 三宅，梶島，日本機械学会論文集，51—469，B (昭60)，2846
5) 小林，狩野，生産研究，38—1 (1986)，8
6) 三宅・ほか2名，日本機械学会論文85—1128 A (第63期通常総会)，(昭61)
7) C.R. Smith, S.P. Metzler, J. Fluid Mech, 129 (1983), 27