

# ARX モデルを用いた信頼区間付き最大瞬間風速予報手法の開発

河原 吉秀

指導教員 石原 孟 教授

## 1. はじめに

スキー場などのレジャー施設では、強風時に運行のできないゴンドラが唯一の交通手段となっていることがあり、強風時には営業を休止する必要があるため、1日先までの高精度な風速の予報が重要である。

風力発電の分野では、電力系統の運用のために、1日先までの風速および風力発電出力を予測することが必要であり、世界的に多くの研究がなされている。Nielsen[1][2]は ARX モデルを用い、数値気象予報データと現地観測データから1日先までの風力発電出力を予報するモデルを提案し、現在実務に用いられているが、風力発電出力を対象としているため、そのままでは最大瞬間風速の予報に適用できない。石原および山口は ARX モデルを平均風速予報に適用する手法を提案したが、モデルパラメータが風速予報のために最適化されていないのに加え、最大瞬間風速の予報はできないという問題点がある。また、予報には必ず誤差を伴うため、信頼区間付きの予報が望ましい。しかし、信頼区間付き最大瞬間風速予報手法は確立されていないのに加え、どの程度の信頼水準を用いるのが適切であるのか明らかにされていない。

そこで本研究では ARX モデルにより風速予報を行う際のモデルパラメータの最適化を実施するとともに、ゴンドラの運行規制に用いる信頼区間付きの最大瞬間風速予報手法を確立し、信頼区間の信頼水準が予報の的中率および補足率に与える影響を定量的に評価することを目的とする。

## 2. 平均風速予報モデル

本研究ではまず、ARX モデルを用いて数値気象予報データと現地観測データに基づき、平均風速を予報するモデルを構築した。図1に本研究で構築した平均風速予報モデルの流れを示す。

まず、局所風速変換モデル(1)により、気象庁が発表する数値気象予報データの予報風速を局所的な地形と粗度の影響を考慮した風速に変換する。

$$u_{t+k|t}^{local} = f_u(u_{t+k|t}^{gpv}, \theta_{t+k|t}^{gpv}) \quad (1)$$

次に風速補正モデル(2)により数値気象予報データに含まれる位相誤差を、現地観測データで補正することによって低減する。

$$u_{t+k|t}^{pred} = a_u(k, \theta_{t+k|t}^{gpv}) u_t^{meas} + b_u(k, \theta_{t+k|t}^{gpv}) u_{t+k|t}^{local} \quad (2)$$

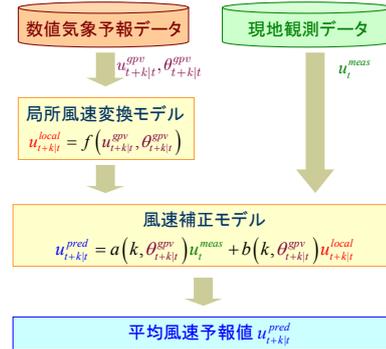


図1 本研究で提案した手法の流れ

上記の風速変換モデルならびに風速補正モデルを推定するために、本研究では忘却係数付きノンパラメトリック回帰を用いた。この手法では以下の形で定式化できるモデルを対象とする。

$$y_s = \mathbf{z}_s \cdot \Phi^T(\mathbf{q}_s) + \epsilon_s \quad (3)$$

ここで、 $y$  は目的変数、 $\mathbf{z}$  および  $\mathbf{q}$  は説明変数のベクトル、 $\Phi(\mathbf{q})$  は本手法で推定する  $\mathbf{q}$  の滑らかな関数ベクトル、 $\epsilon$  は白色雑音であり、添え字  $s$  はデータのインデックスを示す。風速変換モデルおよび風速補正モデルは式(4)の形で表すことができる。例えば、風速補正モデルの場合、 $M = N = 2$  であり、

$$\begin{cases} \phi_{(1)}(\mathbf{q}) = a(k, \theta_{t+k|t}) \\ \phi_{(2)}(\mathbf{q}) = b(k, \theta_{t+k|t}) \end{cases}, \begin{cases} q_{(1)} = k \\ q_{(2)} = \theta_{t+k|t} \end{cases}, \begin{cases} z_1 = u_{t+k|t}^{local} \\ z_2 = u_t^{meas} \end{cases}$$

である。また、風速変換モデルの場合、 $M = 1, N = 2$  であり、

$$\phi_{(1)}(\mathbf{q}) = f(u_{t+k|t}, \theta_{t+k|t}), \begin{cases} q_1 = u_{t+k|t} \\ q_2 = \theta_{t+k|t} \end{cases}, z_1 = 1$$

となる。

ノンパラメトリック回帰においては過去に得られた目的変数と説明変数の組(学習データ)を用いて、関数  $\Phi(\mathbf{q})$  を点  $\mathbf{q}_i$  の近傍で局所的に推定する。過去の時刻  $s$  に得られた学習データを  $y_s, \mathbf{z}_s, \mathbf{q}_s$  とすると、時刻  $t$  における  $\mathbf{q}_i$  近傍での関数  $\hat{\phi}_t(\mathbf{q}_i)$  は(4)式に示す重みつき誤差を最小化することにより求める。

$$\sum_{s=1}^t \lambda^{t-s} w(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) (y_s - \mathbf{z}_s^T \cdot \hat{\phi}_t(\mathbf{q}_s))^2 \quad (4)$$

ここで、 $\lambda^{t-s}w(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)$  は誤差を評価する際の重みであり、2つの部分に分けられる。

まず、 $\lambda$  は忘却係数と呼ばれる係数で  $0 < \lambda \leq 1$  の範囲の値を取り、 $\lambda^{s-t}$  は学習データの取得時間により、誤差の重み付けをする係数である。 $s = t$  すなわち直近に取得した学習データに対しては、 $\lambda^{s-t} = 1$  となり、最も大きな重みを与えるが、学習データが古くなるに従って、重みは小さくなる。これにより、過去の学習データを忘却し、新しい学習データを重要視した動的適合モデルが作られる。また、 $\lambda = 1$  とすれば、過去のデータを一切忘却しないモデルとなる。

$w(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)$  は近傍で関数を推定する点  $\mathbf{q}_i$  と過去の学習データ  $\mathbf{q}_s$  との距離が小さいほど大きい値を取り、距離が大きいほど小さな値を取る重み関数である。すなわち、関数を求めたい点の近傍にある学習データから求める誤差は大きく評価し、求めたい点から遠い学習データから求める誤差は重要視しない。これにより、関数を推定する点近傍で局所的に最適化された関数を求めることができる。多次元の重み関数  $w(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)$  は 1 次元の重み関数  $W(x)$  の積として表すことができる。

$$w_q(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \prod_{j=1}^N W\left(\frac{|q_{s(j)} - q_{i(j)}|}{h_j}\right) \quad (5)$$

ここで、 $h_j$  はバンド幅と呼ばれる量で、推定した関数の滑らかさを決定するパラメータである。1次元の重み関数の形としては、ステップ型の関数(6)か、ベル型の関数(7)を用いるのが一般的である。

$$W(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0;1] \\ 0, & x \in ]1;\infty[ \end{cases} \quad (6)$$

$$W(x) = \begin{cases} (1-x^3)^3, & x \in [0;1] \\ 0, & x \in ]1;\infty[ \end{cases} \quad (7)$$

(4)式を最小化するための解は、以下の形で与えられる。

$$\Phi_t = (\mathbf{Z}_t^T \mathbf{\Lambda}_t \mathbf{W}_t \mathbf{Z}_t)^{-1} \mathbf{Z}_t^T \mathbf{\Lambda}_t \mathbf{W}_t \mathbf{y}_t \quad (8)$$

ここで、行列  $\mathbf{Z}_t$ 、 $\mathbf{\Lambda}_t$ 、 $\mathbf{W}_t$  およびベクトル  $\mathbf{y}_t$  は下式により与えられる。

$$\mathbf{Z}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{z}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{z}_t^T \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{\Lambda}_t = \begin{pmatrix} \lambda^{t-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda^{t-s} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{W}_t = \begin{pmatrix} w(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_i) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & w(\mathbf{q}_t, \mathbf{q}_i) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_t = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_t \end{pmatrix} \quad (12)$$

(8)式をそのまま解くことによっても、関数を推定することは可能であるが、過去の学習データを全て覚えておく必要があるという問題点がある。この問題を解決するために、(8)式を漸化式によって表し、一つ前の時間における関数の推定結果を記憶するだけで、最新の推定結果を求める手法が提案されている。本研究では、漸化式による記述(13)式、(14)式を計算機に実装し、モデル関数を推定した。

$$\Phi_t = \Phi_{t-1} + w(q_t, q_i) \mathbf{R}_{u,t}^{-1} \mathbf{x}_t [y_t - \mathbf{x}_t^T \Phi_{t-1}] \quad (13)$$

$$\mathbf{R}_t = \lambda \mathbf{R}_{t-1} + w(\mathbf{q}_t, \mathbf{q}_i) \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^T \quad (14)$$

この時、モデル初期値と  $\mathbf{R}$  行列の初期値が必要となる。 $\mathbf{R}$  行列の初期値  $\mathbf{R}_0$  は一般に式(15)の型で与えられる。

$$\mathbf{R}_0 = \begin{pmatrix} R_0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & R_0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

### 3. モデルパラメータの最適化

前節で示したようにノンパラメトリック回帰においては、パラメータを最適する必要がある。本節では  $\mathbf{R}_0$  の対角成分  $R_0$  および、風速変換モデルにおけるバンド幅  $h_u, h_\theta$  の最適化を例として、モデルパラメータが予測精度に与える影響を調べる。

ノンパラメトリック回帰において、 $\mathbf{R}_0$  の対角成分  $R_0$  を小さくすると、関数が早く適切な値に収束するが、予報開始直後においては関数の推定値が不安定になり、予報開始直後の予報誤差が大きくなる。一方、 $R_0$  を大きくすると、関数の収束速度は遅くなるが、予報開始直後においては関数の推定値が安定していて、予報開始直後の予報誤差は小さい。このようなトレードオフの関係にあるため、 $R_0$  には最適値が存在すると考えられる。

図2に  $R_0$  の値を、0.01 から  $10^6$  まで変化させて予報を実施した場合に、あるゴンドラ沿線において5ヶ月間の風速の予測誤差(RMSE)がどのように変化するかを示す。 $R_0=100$  程度の値を用いた場合に予報誤差が最も小さくなっていることがわかり、風速予報に関しては、 $R_0=100$  程度の値を用いるのが最適であることがわかる。

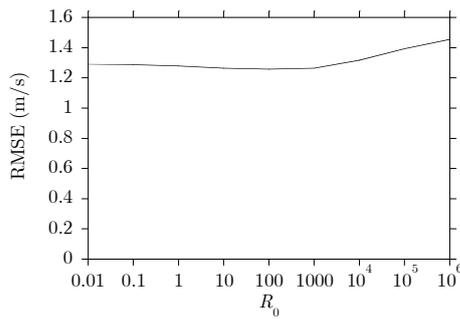


図2  $R_0$ と予報誤差との関係

次に、関数を推定する際の重み関数とバンド幅の最適値について述べる。風速変換モデル内の  $f$  は風速と風向の関数であるため、風速のバンド幅と風向のバンド幅の最適値を求める必要がある。バンド幅を広くするほど関数の同定に用いるデータ量が多くなるため、安定して滑らかな関数が得られるが、ある風向や風速の特徴的な現象を捉えることが難しくなる。一方、バンド幅を狭くするほど、特徴的な現象を捉えやすくなるが、関数の推定が不安定になる。このため、バンド幅についても最適値が存在すると考えられる。

図3に、重み関数としてベル型関数あるいはステップ型関数を利用して、風速と風向のバンド幅を変化させたときの風速の予報誤差を示す。重み関数としてベル型、ステップ型いずれを用いた場合にもバンド幅を狭くするほど誤差が低くなることがわかる。本研究では風向の解像度を16方位、風速の解像度を1m/sとしているため、これ以上狭いバンド幅を用いることは現実的ではなく、風向のバンド幅を12.5度、風速のバンド幅を0.5m/sとするのが最適であることがわかる。また、ステップ型関数を用いるよりもベル型関数を用いる方がバンド幅を広くしたときの誤差の増大が小さく、バンド幅への依存性が低いことがわかる。このため、重み関数としては、ベル型関数を用いた方がよいことがわかった。

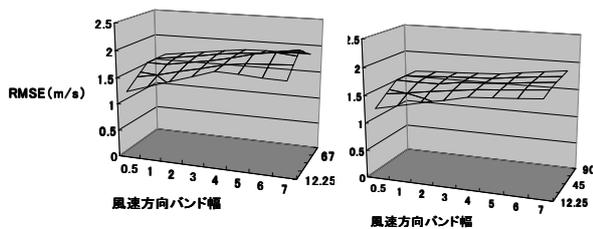


図3 バンド幅と予報誤差の関係

(a)ステップ型重み関数 (b)ベル型重み関数

#### 4. 最大瞬間風速予報手法の提案

本研究では、時刻  $t$  における  $k$  時間先の最大瞬間風速  $\hat{u}_{t+k|t}$  を平均風速  $u_{t+k|t}$ 、変動風速  $\sigma_{t+k|t}$  およびピークファクタ  $p$  により(1)式のようにモデル化した。

$$\hat{u}_{t+k|t}^{\text{pred}} = u_{t+k|t}^{\text{pred}} + p \cdot \sigma_{t+k|t}^{\text{pred}} \left( u_{t+k|t}^{\text{pred}}, \theta_{t+k|t}^{\text{gpv}} \right) \quad (16)$$

ピークファクタ  $p$  は Ishizaki[3]によって提案された(17)式によって求めた。

$$p = \frac{1}{2} \ln \frac{T}{t} \quad (17)$$

ここで、 $T$  は平均風速の平均化時間であり、本研究では30分とした。また  $t$  は最大瞬間風速の平均化時間であり、本研究で対象としたサイトでは三杯風速計を用いて風速を計測していることから3秒とした。

変動風速  $\sigma^{\text{pred}}$  は、平均風速と同様に、数値気象予報風速及び風向  $u_{t+k|t}^{\text{gpv}}$ 、 $\theta_{t+k|t}^{\text{gpv}}$  と現地観測風速  $u_t^{\text{meas}}$  に基づき ARX モデルを用いて予報した。

$$\sigma_{t+k|t}^{\text{local}} = f_{\sigma} \left( u_{t+k|t}^{\text{pred}}, \theta_{t+k|t}^{\text{pred}} \right) \quad (18)$$

$$\sigma_{t+k|t}^{\text{pred}} = a_{\sigma} \left( k, \theta_{t+k|t}^{\text{pred}} \right) \sigma_t^{\text{meas}} + b_{\sigma} \left( k, \theta_{t+k|t}^{\text{pred}} \right) \sigma_{t+k|t}^{\text{local}} \quad (19)$$

これらのモデル関数も、平均風速と同様に  $f_{\sigma}$ 、 $a_{\sigma}$ 、 $b_{\sigma}$  はノンパラメトリック回帰を用いて推定した。

以上の手法を用いて、ゴンドラ沿線の最大瞬間風速を予報した結果を図4の実線に示す。最大瞬間風速をおおむね予報できていることがわかる。この結果、予報時間別の予報誤差(RMSE)は図5に示す通り、2m/s から3m/s程度となっている。しかしながら、最大瞬間風速を過小評価している点も多い。この問題を解決するためには、信頼区間付予報が必要であり、その詳細については次節で述べる。

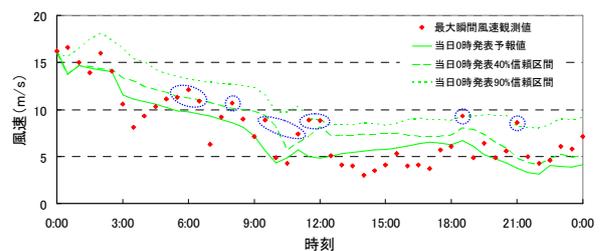


図4 2009年12月25日の最大瞬間風速予報

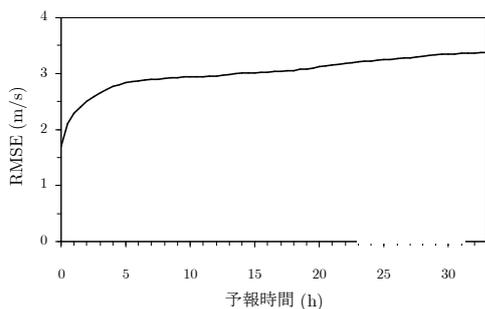


図5 予報時間別最大瞬間風速予報誤差

### 5. 信頼区間付予測手法の提案

前節で述べた問題点を解決するために、本研究では信頼区間付予報を提案した。信頼区間は予報誤差が正規分布に従うと仮定し、信頼水準 $\alpha$ の信頼区間上限値 $u_{t+k|t}^{\text{pred\_qnt}(\alpha)}$ を(20)式によりモデル化した。

$$u_{t+k|t}^{\text{pred\_qnt}(\alpha)} = u_{t+k|t}^{\text{pred}} + \beta \cdot \sigma_{\text{err}} \left( u_{t+k|t}^{\text{gpv}}, \theta_{t+k|t}^{\text{gpv}} \right) \quad (20)$$

ここで $u^{\text{pred}}$ は予報値であり、 $\beta$ は正規分布から求まる定数で80%信頼区間の場合は1.28となる。 $\sigma_{\text{err}}$ は過去の予報誤差の標準偏差からノンパラメトリック回帰を用いて求める。

本手法を用いて40%信頼区間上限値及び90%信頼区間上限値を予報したものを図4に重ねて点線で示す。信頼水準が大きい値の信頼区間上限値を使えば、先ほど捕らえられなかった最大瞬間風速のピークを確実に捕らえることができる。しかし、実際の最大瞬間風速を過大評価するという問題も同時に発生するため、実際の運用では最適な信頼水準を求める必要がある。

最適な信頼水準を求めるために、信頼水準を変化させた場合の強風イベントの的中率及び捕捉率を求めた。的中率とはある強風イベントを予報して実際に予報が当たる確率、捕捉率とは発生した強風イベントに対してそれを予報できていた確率を表す。これらを最大瞬間風速10m/s以上の強風イベントに対して、信頼水準 $\alpha$ ごとに求めた結果を図6に示す。

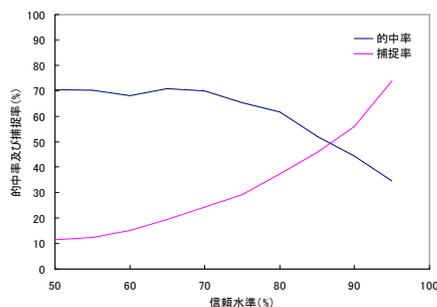


図6 10m/s以上の強風イベントの的中率及び捕捉率

大きな信頼水準の信頼区間上限値ほど捕捉率は大きくなるが、実際には強風が吹かない時も強風を予報してしまうため、的中率は小さくなる。このように的中率と捕捉率を定量的に明らかにしたことより、経済性や安全性など事業者の事情にあった信頼区間上限値を予報値として、鉄道やゴンドラなどの運行判断に利用することを可能にした。

### 6. 結論

本研究では、信頼区間付きの最大瞬間風速予報モデルを構築し、以下の結論を得た。

- 1) モデルパラメータの最適化を行い、平均風速予報の精度を向上させた。これにより予報誤差が30%低減し、誤差1.3m/s程度で12時間先までの平均風速が予報可能になった。
- 2) 平均風速予報手法を応用して、運行規制に用いるための最大瞬間風速予報手法を確立した。これにより予報誤差3m/s程度で12時間先までの最大瞬間風速が予報可能になった。
- 3) 最大瞬間風速の信頼区間予報手法を提案し、強風イベントの的中率と捕捉率を定量的に評価した。

### 参考文献

- [1] Torben Skov Nielsen, Using Meteorological Forecasts in On-line Predictions of Wind Power, Institute of Mathematical Modeling, Technical University of Denmark, September 1999.
- [2] T. S. Nielsen, "Online Prediction and Control in Nonlinear Stochastic Systems", Department of Mathematical Modeling Technical University of Denmark Ph.D. Thesis No.84, July 2002.
- [3] H. Ishizaki, Wind Profiles, Turbulence Intensities and Gust Factors for Design in Typhoon-prone Regions, *J. Wind Eng. Indust. Aerodyn.*, 13, 55-66, 1983