

# Boundary-fit 曲線座標変換法による流体差分解析

## ——第 2 報 速度・圧力同時緩和法の 2 次元層流場への適用——

FDM using boundary-fit curvilinear coordinate transformation

——2nd Rep. Applications of simultaneous iteration method for velocity and pressure to two-dimensional laminar flow fields——

小林 敏 雄\*・藤 村 利 也\*・森 西 洋 平\*

Toshio KOBAYASHI, Toshiya FUJIMURA and Youhei MORINISHI

### 1. は じ め に

前報において構成した境界適合曲線座標変換法での速度・圧力同時緩和法<sup>1)</sup>を、実際の流れ場に適用する。座標変換法<sup>2)</sup>は流れ場の運動方程式を解く際に、①まず物理面と計算面の 1 対 1 の対応を取り、②つづいて座標変換操作により物理面上の微分を計算面 (写像面) の微分に置き換え、③最後に計算面上で差分近似をとることにより複雑な物体形状の流れをも解くものである。この手法は③のプロセスにおいて圧力を求めかつ連続の式をも満たす手順の一方策として、速度・圧力同時緩和法を適用したものである。この手法は連続の式に対する収束判定条件を確実に満たしながら計算を進めることができる。また特に非直交メッシュでは取り扱いが複雑になるであろう壁面での圧力の境界条件を必要としないという利点も持つ。この手法を用いることにより、複雑な形状に対応する流体差分解析を有効に行えることが期待される。

本報では、まず剥離を伴う流れ場として最も基本的な 2 次元円柱まわりの層流について数値計算を行い、この手法の有効性を示す。次に応用例としてやや複雑な形状を持つ 2 次元拡大流路内層流についての計算結果を示す。ここでは第 1 段階として層流計算を取り上げたが、これを発展させて乱流解析を行うことが本研究の最終的な目的である。

### 2. 2 次元円柱まわりの流れへの適用

前報において詳述した手法の有効性の確認のため、基本的な剥離流れ場として 2 次元円柱 (直径  $d$ ) まわりの流れを計算する。計算領域は  $x$  軸方向  $20d$ 、 $y$  軸方向  $12d$  の楕円領域とし、円柱の中心は  $x$  軸上で領域前縁より  $5d$  の位置に配置する。図 1 は円柱近傍のメッシュ構成である。計算メッシュは Thompson の楕円型偏微分方程式を解く方法<sup>3),4)</sup>により生成されている。メッシュ数は  $102 \times 52$  とする。計算対象の流れはレイノルズ数  $Re (=$

$Ud/\nu$ ,  $\nu$ : 動粘性係数) = 100 の層流域とし、計算条件は無次元時刻  $t$  刻み  $1/200$ 、連続の式に対する収束判定条件は  $\epsilon = 1/1000$  とする。境界条件として、円柱表面上で速度 no-slip 条件、計算領域の外縁部で  $x$  方向速度  $U = 1$ 、 $y$  方向速度  $V = 0$  とする。初期条件は全領域で  $U = 1$ 、 $V = 0$  とした。なお、2000 step の計算により計算は十分安定した。

図 2 (a) はメッシュ図 1 に対応する速度ベクトル線図、図 2 (b) は円柱近傍の速度ベクトル線図、図 3 は流れ関数の等値線図である。円柱後方にカルマン渦が発生しているようすが見られる。図 4 は円柱直後 ( $x = 0.61$ ,  $y = 0$ , 原点は円柱中心) での  $x$ ,  $y$  方向速度成分  $U$ ,  $V$ 、圧力係数  $C_p$  の時間履歴である。 $U$  と  $C_p$  の周期は同じであるが、 $V$  の周期は  $U$ ,  $C_p$  の  $1/2$  となっている。図 5 は円柱表面圧力による揚力係数  $C_L$  と抗力係数  $C_D$  の時間履歴である。 $C_L$  の時間変化よりストラハル数  $S_t$  を求めると  $S_t \approx 0.185$  となる。これは、図 6 に示すように従来の実験値<sup>5)</sup>よりわずかに大きいのがほぼ一致する。また円柱表面圧力による抗力係数  $C_D$  の時間平均値 (2000~4000 ステップの平均値)  $\overline{C_{Dp}} = 1.154$  も図 7 のように従来の実験値とほぼ一致する<sup>6)</sup>。図 8 は円柱表面上の圧力係数の時間平均値の分布である。(破線はポテンシャル流れの  $C_p$  分布)。円柱表面上での最大速度点が  $83^\circ$  付近である

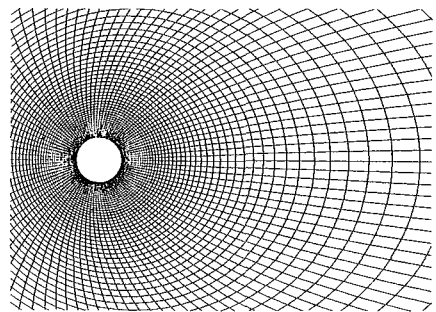
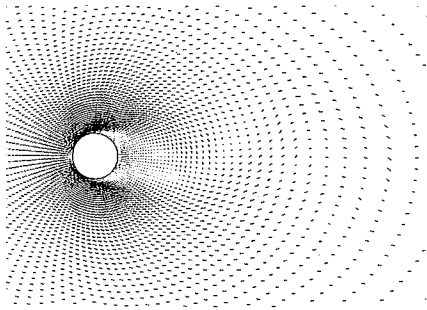
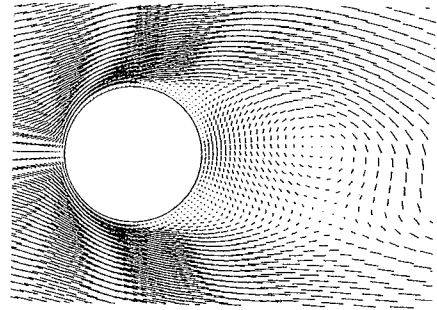


図 1 円柱近傍のメッシュ構成

\*東京大学生産技術研究所 第 2 部



(a) 速度ベクトル図



(b) 円柱近傍拡大図

図2 円柱まわりの層流の速度ベクトル

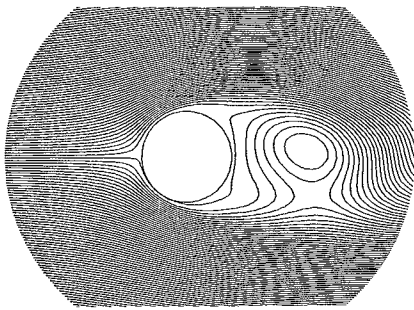


図3 流れ関数の等値線図

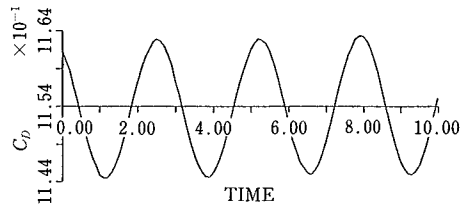
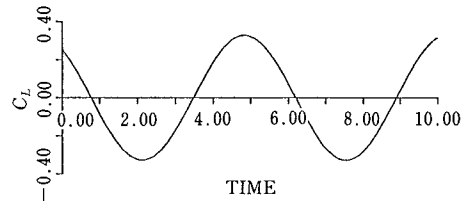


図5 揚力係数  $C_L$ 、抗力係数  $C_D$  の時間履歴 (2000 step目を TIME=0 とする)

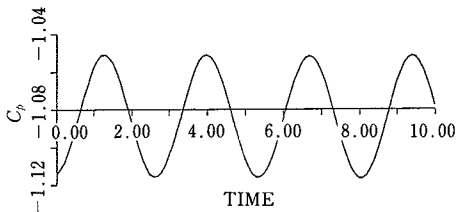
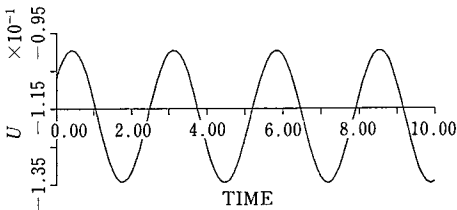
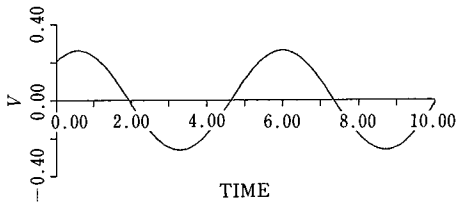


図4 円柱後流域での  $U$ 、 $V$ 、 $C_p$  の時間履歴 ( $x=0.61$ ,  $y=0$ , 2000 step目を TIME=0 とする)

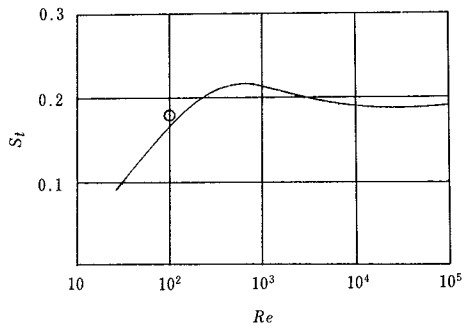


図6  $C_L$  によるストラハル数 (実線: 実験, ○印: 本計算)

ことがわかる。

### 3. 2次元拡大管路内流れへの適用

都市ガス導管網に設置される減圧のための圧力調整弁

研究速報

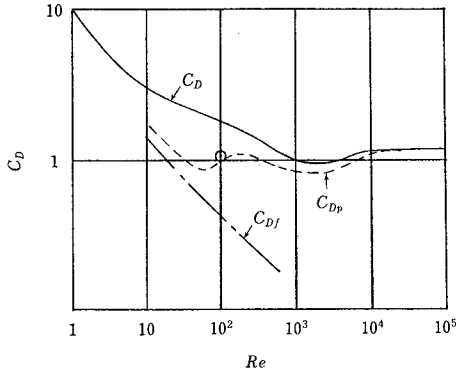


図7 円柱の抵抗係数  $C_D$  の実験値

$$\left( \begin{array}{l} C_{Dp} : \text{圧力による, } C_{Df} : \text{表面摩擦による,} \\ C_D = C_{Dp} + C_{Df}, \text{ } \circ \text{印: 本計算による } C_D \end{array} \right)$$

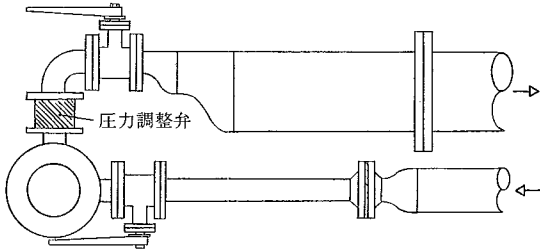


図9 圧力調整弁ユニット

は、その周辺部を含めてユニット化し、コンパクトなボックスに納める傾向にある<sup>7)</sup>。この場合、圧力調整弁周辺の配管形状は設置スペースの制約を受け、たとえば図9に示すように、減圧弁後流に偏心レジューサを2段重ねた拡大管とそれに続く直管部分とが想定されている。この領域から圧力調整弁の基準圧力としてパイロット圧を取り出す場合を考えると、流量変動に対して安定な動特性を示す取出位置やその圧力値を推定するためには、広範囲のレイノルズ数に対する流れ場の解析が必要となる。そこで、ここではまず第一段階として2次元層流場を対象とする数値解析を試みる。

図10に計算対象とした流れ場のメッシュ分割を示す。拡大領域を非直交メッシュとし、下流領域に直交不等間隔メッシュを付加して101×61メッシュとした。基礎方程式はN-S方程式と連続の式、差分スキームは空間に中心差分、時間にアダムス・バッシュフォース差分を用いた。ただし、計算の安定のため、流出面付近のX方向10メッシュに対しては移流項に1次の風上差分を用いている。境界条件は上下壁面でno-slip、流入面には円管内層流を想定してハーゲンポアズイユの速度分布を与え、

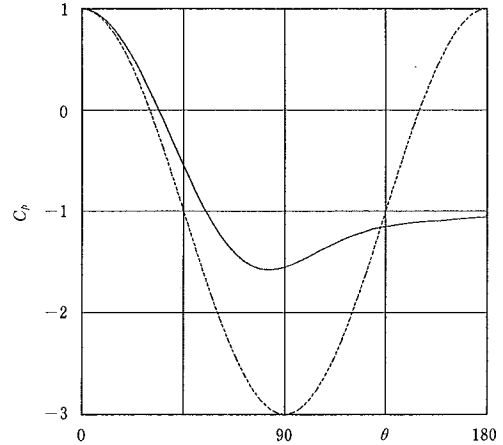


図8 円柱表面上の  $C_p$  分布

(実線: 本計算, 破線: ポテンシャル, 円柱前縁で  $\theta=0^\circ$ )

流出面は自由流出とした。代表寸法は流入面内径、代表速度は流入面の平均速度とし、 $Re=100$  で計算した。時間刻みは  $\Delta t=3/1000$  である。

図11に初期値からの経過時間  $t=34.5$  における計算結果を示す。図の(a)は圧力の等値曲線、(b)は速度ベクトル図、(c)は流れ関数の等値曲線を示す。また、図12は  $t=27.0$  における流れ関数の等値曲線である。図11(a)、(b)、および(c)より、下壁面に沿う再付着点の位置が容易に推定できる。また、図11(c)に示されるように主流に蛇行が起り、2段ステップ背後のうずを先頭に流れ方向へ上下交互にうずが生じている。図12と図11(c)を対比させることによって、これらのうずが時間と共に下流に移動することがわかる。本報では計算結果の一例を記すにとどめ、次報以降に実験結果との対比、 $Re$  数変化に伴う再付着点位置の変化などの考察を試みる。

#### 4. ま と め

境界適合曲線座標変換法での速度・圧力同時緩和法を2次元円柱まわりの流れおよび2次元拡大流路内の流れに適用し、本手法の有効性を示した。2次元円柱まわりの層流計算では後流でのカルマン渦も表示されており、また  $C_D$  値や  $C_L$  のストラハル数をとおして本手法の圧力の追従性も良いことが確認された。また2次元拡大流路内流れの計算では2段ステップ拡大部の影響により複雑な流れが表現されることを示した。本報では問題を簡単にするため、層流計算で手法の有効性をチェックしたが、この手法は原理的に乱流計算にも適用しうるもので

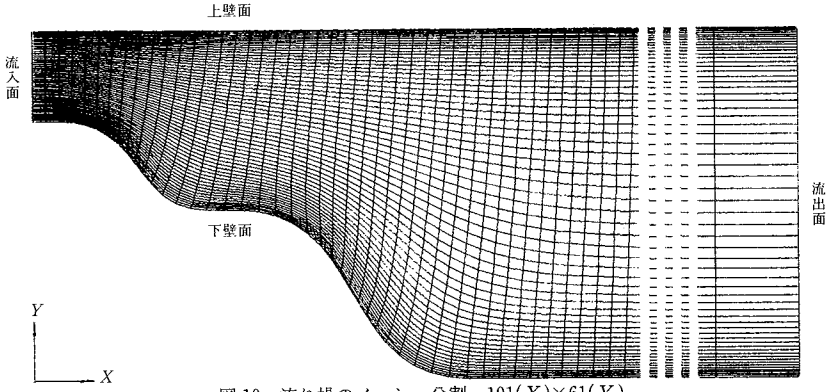
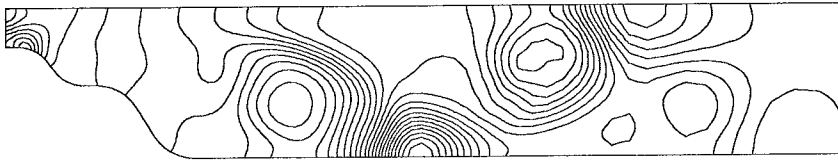
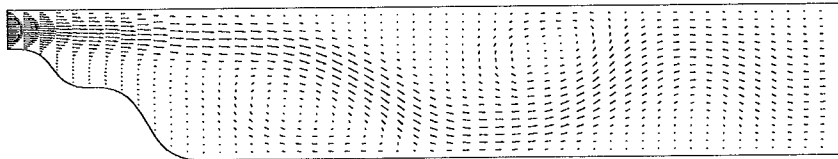


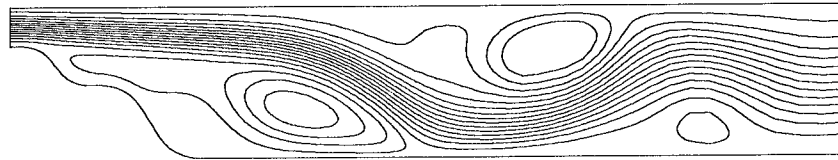
図 10 流れ場のメッシュ分割 101(X)×61(Y)



(a) 圧力の等値曲線



(b) 速度ベクトル



(c) 流れ関数の等値曲線

図 11 計算結果 (t=34.5)

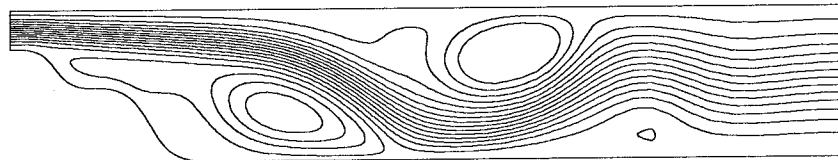


図 12 流れ関数の等値曲線 (t=27.0)

ある。

なお、本研究に際して本所 NST 研究グループより有益なる討論を得た。記して関係各位に謝意を表す。また、本研究の一部は本所選定研究費によって行われたこと、計算は FACOM M380Q にて行われ、CPU 時間は 2 次元円柱の場合 1.11 s/step、2 次元拡大流路の場合 3.12 s/step であったことを付記する。

(1986 年 9 月 29 日受理)

参 考 文 献

- 1) 小林, 森西, 生産研究, 本号
- 2) 三木, 高木ほか 機誌 Vol 89. No.810-5 (1986), 549
- 3) J.F.Thompson J. Comp. physics 47, (1982), 1
- 4) J.F.Thompson AIAA.J Vol. 22, No.11(1984), 1505
- 5) たとえば, 大橋秀雄, 流体力学(2), コロナ社
- 6) たとえば, 古屋善正, 流体力学(II), 共立出版
- 7) 高橋, 静岡ガス社内報, No.4 (1986), 1