

# 写真測量と地上測量とを結合した誤差調整手法の開発 (その 1)

A Development of Error Adjustment Methods in Combined Photogrammetry and Land Surveying

近 津 博 文\*・村 井 俊 治\*\*

Hirofumi CHIKATSU and Shunji MURAI

## 1. は じ め に

従来の解析写真測量では、あらかじめ観測および調整された基準点の地上座標を基に種々の調整が行われる。しかし、地上測量および写真測量における各測定値はそれぞれ誤差を含んだ値であるから、地上測量と写真測量とは同時に調整されることが合理的であると考えられる。また、被写体の 3 次元座標を単写真測量で求めようとする場合には共線条件のほかに別の制約条件が必要となる。すなわち地上測量における角あるいは辺等の条件と写真測量における共線条件とを同時に解くことにより単写真測量であっても被写体の 3 次元座標を決定することが可能であると思われる。

ところで、地上測量として最も一般的であった三角測量は、低価格で軽重量の光波測距儀が普及し、また三辺測量の時間的および精度的な有効性が示されるに従い<sup>1)</sup>、今日では三辺測量に代わられつつある。そこで、本報告では三辺測量と写真測量とを同時に調整することにより、単写真測量であっても外部標定要素と被写体の 3 次元座標とを同時に求めることができる新しい調整方法を開発した。

## 2. 写真測量と三辺測量の同時調整法

### 2-1 同時調整法の基本式

被写体の地上座標を  $P(X, Y, Z)$ 、対応する写真座標を  $p(x, y)$  とし、また  $X$  軸、 $Y$  軸および  $Z$  軸のまわりの回転角をそれぞれ  $\omega$ 、 $\varphi$  および  $\chi$  とすると写真座標は次の共線条件式で与えられる。

$$x = -f \frac{a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0)}{a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)} \quad (1)$$

$$y = -f \frac{a_{21}(X - X_0) + a_{22}(Y - Y_0) + a_{23}(Z - Z_0)}{a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)} \quad (2)$$

ここに、 $f$ ；画面距離、 $(X_0, Y_0, Z_0)$ ；投影中心の地上座標

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \cos\varphi \cos\chi, & a_{12} &= -\cos\varphi \sin\chi, \\ a_{13} &= \sin\varphi, & a_{21} &= \cos\omega \sin\chi + \sin\omega \sin\varphi \cos\chi \\ a_{22} &= \cos\omega \cos\chi \sin\omega \sin\varphi \sin\chi, \\ a_{23} &= -\sin\omega \cos\varphi \\ a_{31} &= \sin\omega \sin\chi - \cos\omega \sin\varphi \cos\chi \\ a_{32} &= \sin\omega \cos\chi + \cos\omega \sin\varphi \sin\chi, \\ a_{33} &= \cos\omega \cos\varphi \end{aligned} \right\} (3)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} r &= a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0) \\ s &= a_{21}(X - X_0) + a_{22}(Y - Y_0) + a_{23}(Z - Z_0) \\ q &= a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0) \end{aligned} \right\} (4)$$

として、式(1)および(2)をそれぞれ  $F$  および  $G$  で表すと次式となる。

$$F = qx + fr = 0 \quad (5)$$

$$G = qy + fs = 0 \quad (6)$$

なお、式(5)、(6)における  $x$ 、 $y$  は測定値を表す。

いま、未知量  $\omega$ 、 $\varphi$ 、 $\chi$ 、 $X_0$ 、 $Y_0$ 、 $Z_0$ 、 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  の各補正量を  $d\omega$ 、 $d\varphi$ 、 $\dots$ 、 $dz$  とし、式(5)、(6)を近似値のまわりにテーラー展開し、補正量の 2 次以上の項を省略すると、各点について以下の観測方程式が得られる。

$$b_{11}d\omega + b_{12}d\varphi + b_{13}d\chi - b_{14}dX_0 - b_{15}dY_0 - b_{16}dZ_0 + b_{14}dX + b_{15}dY + b_{16}dZ + (F)_0 = 0 \quad (7)$$

$$b_{21}d\omega + b_{22}d\varphi + b_{23}d\chi - b_{24}dX_0 - b_{25}dY_0 - b_{26}dZ_0 + b_{24}dX + b_{25}dY + b_{26}dZ + (G)_0 = 0 \quad (8)$$

ここに、 $(F)_0$  および  $(G)_0$  はそれぞれ式(5)、(6)の中の未知量にその近似値を入れて得られる値である。また、

\*協力研究員 東京電機大学理工学部

\*\*東京大学生産技術研究所 第 5 部

各微係数は以下のとおりである。

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= [x\{a_{21}(X-X_0)+a_{22}(Y-Y_0)+a_{23}(Z-Z_0)\}]/q \\
 b_{12} &= [-x\cos\omega\{a_{11}(X-X_0)+a_{12}(Y-Y_0)+a_{13}(Z-Z_0)\}+f\{-\sin\omega\cos\alpha(X-X_0)+\sin\alpha\sin\alpha(Y-Y_0)+\cos\alpha(Z-Z_0)\}]/q \\
 b_{13} &= [x\{a_{32}(X-X_0)+a_{31}(Y-Y_0)\}+f\{a_{12}(X-X_0)-a_{11}(Y-Y_0)\}]/q \\
 b_{14} &= (a_{31}x+a_{11}f)/q, \quad a_{15}=(a_{32}x+a_{12}f)/q \\
 b_{16} &= (a_{33}x+a_{13}f)/q \\
 b_{21} &= [y\{a_{21}(X-X_0)+a_{22}(Y-Y_0)+a_{23}(Z-Z_0)\}+f\{a_{31}(X-X_0)+a_{32}(Y-Y_0)+a_{33}(Z-Z_0)\}]/q \\
 b_{22} &= [-y\cos\omega+f\sin\omega]\{a_{11}(X-X_0)+a_{12}(Y-Y_0)+a_{13}(Z-Z_0)\}/q \\
 b_{23} &= [y\{a_{32}(X-X_0)+a_{31}(Y-Y_0)\}+f\{a_{22}(X-X_0)-a_{21}(Z-Z_0)\}]/q \\
 b_{24} &= (a_{31}y+a_{21}f)/q, \quad b_{25}=(a_{32}y+a_{22}f)/q \\
 b_{26} &= (a_{33}y+a_{23}f)/q
 \end{aligned}$$

一方、2点  $P_i(X_i, Y_i, Z_i), P_j(X_j, Y_j, Z_j)$  間の水平距離  $S$  は

$$S = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2} \quad (9)$$

であるから、改めて測定値を  $S$  および仮座標の値を  $X_m, Y_m, Z_m(m=i, j, \dots)$  として得られる次式

$$H = S - \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2} = 0 \quad (10)$$

を線形化すると次の観測方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
 c_{ij}dX_i + d_{ij}dY_i + b_{ij}dZ_i - c_{ij}dX_j - d_{ij}dY_j \\
 - e_{ij}dZ_j - (H)_0 = 0
 \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 $t = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2}$  とすると、

$$\begin{aligned}
 c_{ij} &= (X_i - X_j)/t, \quad d_{ij} = (Y_i - Y_j)/t, \\
 e_{ij} &= (Z_i - Z_j)/t
 \end{aligned}$$

他の測線についても同様である。

### 2-2 同時調整法の手順

さて、各測点および基準点に対して得られる共線条件式を最小二乗法により逐次計算して外部標定要素のみを決定する従来の方法に対して、本研究では共線条件式と三辺測量の条件式とを重み付き最小二乗法により同時に解くことにより外部標定要素のみならず、測点の地上座標まで求めようとするものである。以降にその計算手順を示す。なお、各測線長および基準点、測点の写真座標はすでに測定されているものとする。

- 1) 測点の地上座標を仮定するために基準となるべき点を基準点の中から1点選び、これを基準点Aとする。
- 2) 各測点の地上座標  $(X, Y)$  の第一近似値を基準点Aとの位置関係より定める。
- 3) 各測点の地上座標  $(Z)$  は基準点Aと同じ値とする。
- 4) 三辺測量の調整により各測点の地上座標  $(X, Y)$  を求める。これを改めて第一近似値とする。
- 5) 基準点と上記の第一近似値により測定対象面を平面とした場合の外部標定要素の値を射影変換式より求め、これを外部標定要素の第一近似値とする。
- 6) 写真測量と地上測量とに対する重みを仮定する。
- 7) 共線条件式と三辺測量の条件式とよりなる重み付き正規方程式を残差の二乗和を最小とする条件の基に解き、外部標定要素と地上座標の各近似値に対する第一補正量を求める。
- 8) 7)で求めた補正量を各第一近似値に加えて第二近似値として、同様に第二補正量の値を定める。
- 9) 以下同様にして補正量の値が無視できるほど小さくなるまで計算を繰り返す。

### 3. 計算モデル

本研究で使用する写真データは、非測定カメラ（ニコンF3）で撮影された写真を最小読み取り単位  $1\mu\text{m}$  のコンパレーターで測定されたものである。また、調整の対象となる三辺網は、写真に写されている基準点のうちの5点を選び図-1とする。

なお、表-1は基準点の地上座標、表-2は各測線の測定値を示したものである。また、表-3は5点（図-1）の基準点を用いて単写真標定により外部標定要素を算出した結果である。

一方、本モデルでは最小読み取り単位  $1\text{mm}$  のスケールを使用し、測定は最小単位の  $1/10$  まで目読した。この場合、正しい長さに対して誤差の絶対値が最小読み取り

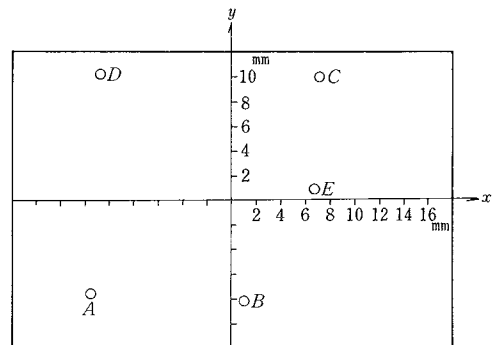


図-1

研 究 速 報

表-1 基準点の地上座標

基準点	X (m)	Y (m)	Z (m)
A	-0.10	0.00	0.02
B	0.04	0.00	0.00
C	0.10	0.20	0.02
D	-0.10	0.20	0.03
E	0.10	0.10	0.04

表-2 測線の長さ

No.	測線	測定値 (m)
1	AD	0.200
2	AE	0.225
3	BD	0.246
4	BE	0.123
5	ED	0.224
6	EC	0.102
7	CD	0.200

表-3 単写真標定の結果

	X (m)	Y (m)	Z (m)
$X_0$	0.148m	$\omega$	- 4° 31' 16.4"
$Y_0$	0.049m	$\phi$	-11° 31' 33.9"
$Z_0$	0.602m	$\alpha$	- 2° 52' 58.5"

表-4(a) 調整結果

	X (m)	Y (m)	Z (m)
$X_0$	0.146m	$\omega$	- 4° 4' 58.0"
$Y_0$	0.053m	$\phi$	-11° 17' 19.6"
$Z_0$	0.602m	$\alpha$	- 2° 47' 36.8"

表-4(b) 調整結果

測点	X (m)	Y (m)	Z (m)
D	-0.100 (0.000)	0.200 (0.000)	0.028 (-0.002)
E	0.100 (0.000)	0.100 (0.000)	0.040 (0.000)

ただし 上段：最確値  
(下段)：残差

表-4(c) 調整結果

No.	測線	最確値	残差
1	AD	0.2003m	-0.0003m
2	AE	0.2245	0.0005
3	BD	0.2458	0.0002
4	BE	0.1233	-0.0003
5	ED	0.2239	0.0001
6	EC	0.1019	0.0001
7	CD	0.2001	-0.0001

単位の 2/10 より小さくなる確率は 1/2 であると考え  
ると、母確率誤差の定義により次式が得られる。

$$\gamma = 0.6745\sigma \tag{12}$$

ここに、 $\gamma$ ；母確率誤差， $\sigma$ ；標準偏差

いま、仮定に従うと母確率誤差は 0.2 であるから、標準偏差は 0.3mm となる。表-2 に示した各測定値は各測線ごとに基準点の地上座標から逆算される値に上記の標準偏差に従った正規乱数を加算したものである。

#### 4. 同時調整法による結果

本研究では 3 次元座標が既知である 5 点 (A,B,C,D,E) のうち、D および E の 2 点を座標が未知であるとした場合について調整を行った。その結果を表-4 に示す。

なお、本研究では写真座標および測距に用いた測定器の精度の違いにより共線条件式に対する重みを 100 とし、辺の条件式に対する重みは 1 とした。

表-4(a)~(c) より、本研究で開発した同時調整法は精度的にも十分に有効な方法であると思われる。

#### 5. 今後の課題

本研究で開発した調整方法では測点と基準点あるいは測点と測点とを結んでできるすべての測線を用いた。しかし、実用的にはもっと少ない測線数でかつ十分な精度で調整されることが望ましい。

ところで、写真上に少なくとも 3 点以上の座標既知点があれば単写真標定により外部標定要素を知ることができわけであるから、この値を標定要素の第一近似値とすることにより測線数を減らすことが可能であると思われる。今後この方法について検討する必要がある。

(1986 年 6 月 24 日受理)

#### 参 考 文 献

- 1) WOLF, P. D and JHONSON, S. D.: Trilateration with short range EDM equipment and comparison with triangulation, Surveying and Mapping, 1974, 11, pp. 337~346.