

加に伴い指数関数的に減衰するが、統計的手法は乱数の初期値が異なると同じ積分回数でも、特に固相の粒子の計算結果が異なるという特徴を持っている。

本研究で行った2事例の見積もりによれば、モデルの力学場の初期条件に起因する計算結果への影響が乱数の初期値に起因する計算結果への影響よりも遥かに大きいことが示唆され、統計的手法は雲解像モデルとしては利用可能である。しかしながら、現実に適用する際には、対象とする現象に応じて、誤差が許され得る範囲を確定し、それを基に積分回数を妥当に決めることが望ましい。

また衝突併合過程の他に、凝結成長過程が計算コストを高くする原因となっており、衝突併合過程の計算コストを削減しただけでは、ビンモデルを効率よく動かすには至らない。

この問題を解決すべく、凝結成長過程に陰解法を導入して計算コストの高速化を図り、実際に計算コストの削減が見込まれる結果となった。しかし、タイムステップ  $dt$  を長くした場合の精度や保存性、非負性などの面で問題があり、現時点では凝結成長過程の計算コストを削減するには至らなかった。

しかしながら、この問題を解決すればビン法モデルを使った計算の効率が飛躍的に向上することが示唆され、これまでよりも空間的に広い現象を扱うことが可能になる。そのため、この凝結成長過程の高速化は今後取り組むべき課題である。

## 4、事例解析

3章までに開発した統計的手法導入したモデルを用いて、事例解析を行った。ここでは東-東南アジア、オーストラリアおよび西部太平洋のミクロネシア域における深い対流雲についての事例解析について記述する。

### 4-1、序論

東アジア-東南アジアおよびオーストラリアにおいては、乾季と雨季が存在する地域があり、これにモンスーンが深く関わっている。これらの地域では、雨期に  $100[\text{mm/h}]$  といった非常に激しい降水が観測されることが珍しくなく、大きな被害が出ることもある。例えばオーストラリアの北西部から Tiwi 島にかけては乾季と雨季の移行期に **Hector** と呼ばれる激しい対流が発生し、激しい降水が観測される。一方、西部太平洋のミクロネシア付近は **ITCZ (Inter-Tropical Convective Zone)** とよばれる収束帯に位置し、1年を通して対流が活発であり、激しい降水が観測される。モンスーン期における力学的、熱力学的な大気構造に関して過去に研究が多くされている(*Krishnamurti, 1985* など)。

ところが、これらの強い降水をもたらすのは、主に発達した対流雲であるにもかかわらず、この対流雲の微物理構造や、成長過程に関しては飛行機等による観測が困難な理由等から、力学的な特徴に比べて、理解度が低い(Takahashi, 2006)。しかしながら、この対流雲の成長過程や微物理構造を詳しく理解することは雲微物理だけでなく、降水予測や、防災の観点からも意義がある。

このような背景から過去、雲の微物理構造を解明すべく、雲を対象とした航空機による観測や、ビデオゾンデによる観測が成されてきた (Churchill and Housze, 1984, Houze and Churchill, 1987, Takahashi et al., 1995a, b, 1999, Takahashi and Kuhara, 1993 など)。また雲の微物理構造を理解するためにモデルを用いた理想化実験も近年行われている (Takahashi and Kawano, 1998 など)。

Takahashi and Keenan(2004)は、オーストラリア北西部の Darwin から Tiwi 島付近に発生した対流雲をビデオゾンデによって観測し、対流雲から降る降水粒子は2種類の形成過程から形成されるとした。第1の形成過程は、比較的下層で、Frozen drop (Hail)と呼ばれる霰が生成し、それが上空0℃付近で融解・落下して降水が形成されるというもので、Warm rain-frozen drop process と呼称される。この過程によって形成される降水粒子は対流雲の中でも、対流が活発に起こっている領域で支配的である。第2の形成過程は、高層まで上昇した氷晶や雪が衝突して Graupel と呼ばれる霰が生成され (この霰が生成される過程を Graupel growth process と呼称している)、この霰が落下・融解して降水が生成されるというものである。この過程により形成される降水粒子は対流雲の中でも対流が活発な領域の後面で支配的になる。

また Takahashi(2006)では、Takahashi and Keenan(2004)も含めた1980年代からのビデオゾンデ観測 (Takahashi et al., 1995a, b, 1999, Takahashi and Kuhara, 1993)の結果を総合的に解析している。それによると、東-東南アジア域からオーストラリア、ミクロネシア域の対流雲において降水粒子生成に支配的な Process (Warm rain-frozen drop process または Graupel growth process) が地域によって異なることを示した。

図4-1は Takahashi(2006)が示した降水生成メカニズムの地域別分類図であり、IIの領域は Graupel growth process を介して形成される降水が、IVの領域では Warm rain-frozen drop process を介して形成される降水がそれぞれ支配的であった。また IIIの領域では双方の Process によって形成される粒子が共に存在することを示した。

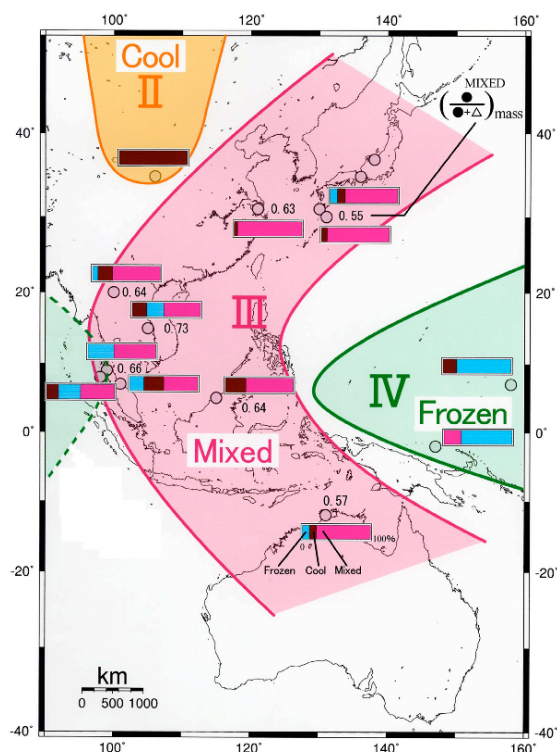


図4-1 : Takahashi(2006)で行われた、東~東南アジア域からオーストラリア、ミクロネシア域における対流雲の降水生成メカニズムの地域別分類図。II (Cool) の領域では降水粒子は主に Warm rain-frozen drop process を介して、IV (Frozen) の領域では Graupel growth process を介してそれぞれ生じ、III (Mixed) の領域では双方が関与することを示す (Takahashi, 2006)

Graupel growth process で重要な霰 (Graupel) は  $0[^\circ\text{C}]$  以下でも比較的気温の低い層で、過冷却水滴と氷粒子 (雪、氷晶、霰など) との衝突で生じる。

一方、Warm rain-frozen drop process で重要な雹 (Hail) は  $0[^\circ\text{C}]$  以下でも比較的気温の高い層での過冷却水滴と固相の粒子との衝突や、数  $100\ \mu\text{m}$  を超える大きな雲粒の凍結で生成すると言われている (Pruppacher and Klett, 1997)。

エアロゾルの数濃度は領域 II に対応する陸上で高く、領域 IV の海上で低い (Pruppacher and Klett, 1997)。またエアロゾルのサイズは陸上に比べ海上の方が系統的に大きく (1章参照)、粒径分布は海上のエアロゾルは Single mode の粒径分布になる傾向があるのに対して、陸上では比較的大きなサイズの粒子が小さいサイズの粒子と混在し Bi-modal な粒径分布をとる傾向がある (Pruppacher and Klett, 1997)。領域 III では比較的サイズの大きい海上起源のエアロゾルと、大陸から運ばれたエアロゾルが混在し、粒径分布は Bi-modal になる傾向がある

が、大陸性のエアロゾルが森林火災を起源とする炭素性のものや、工業地帯から排出されるエアロゾル、砂漠から輸送されるダストエアロゾルなど様々であるため数濃度は場所によって異なる。また力学場の観点からすると、領域 II は大陸性であり、その他は海洋性である。このように、図 4-1 の地域では力学場の条件や、エアロゾルの分布、種類など雲微物理に影響を与える条件が地域ごとに様々であり、それらが降水粒子生成システムに影響を及ぼしている可能性がある。

*Takahashi(2006)*では、領域 II は大陸性気団の砂漠であり、雲凝結核 (CCN) となるエアロゾルの数密度が高い。この領域では大陸性気団であり下層が乾燥しているため、下層で降水粒子が蒸発しやすく、**Warm Process** (氷過程を介さない雨) や **Warm rain-frozen drop process** を介して形成される降水粒子は卓越しない可能性があるとした。

*Takahashi(2006)*ではまた、領域 III、IV は共に海洋性気団であるが、しかし IV の領域は CCN となるエアロゾルのサイズが大きいいため、**Hail** がより多く形成されやすい可能性があるとしている。

従来の 2 次元のビン法モデルを用いた実験では、海上を仮定した条件では氷晶核を考慮に入れたときに **Graupel growth process** を介して形成された降水粒子が支配的となり、**Warm rain-frozen drop process** を介して形成される降水粒子は大粒子エアロゾルが上空で全て凍結する場合に支配的になった (*Takahashi and Kawano, 1998*)。また従来のビン法モデルを 3 次元モデルに用いた実験でも同様の報告が成された (*Takahashi and Shimura, 2004*)。

これらのモデルの実験設定では海上と陸上との差異はエアロゾルの分布と濃度だけであった。ところが前述のように図 4-1 の領域には多様なエアロゾルの分布が見られ、また力学場も場所により異なる。そのため、図 4-1 のように系統的な分類をモデルで考察するには様々な初期条件を用いて大量の計算を行わなければならない。本研究で開発した手法は計算コストが少なく押さえられ、使用するモデルは上記の実験と同じくビン法雲モデルであるため、CCN のサイズが雲微物理へ与える影響や、上述の **Graupel**、**Hail** それぞれ生成過程を陽に扱うことができる。

以上のような点から、本事例解析では、開発した計算コストの少ない統計的手法を用いたモデルを使って、降水粒子生成過程に影響を及ぼす様々な要因に関して感度実験を行った。また図 4-1 の降水粒子生成システムの地域差の原因についても考察した。

降水粒子生成システムのメカニズムの原因が明らかになり、さらに地域ごとの降水粒子生成システムが明らかになれば、降水予測の側面はもちろんのこと、現在、計算コスト等の問題で粒子種に関して例えば雪と氷だけ2種類しか考慮されていないモデルの改良に大きく貢献することができる。

#### 4-2、実験設定

実験に用いたモデルは2章で記述した2次元のビンモデル (Suzuki, 2004 に統計的手法を導入したもの) である。考慮されている雲微物理過程は、核生成 (水雲のみ)、凝結成長、衝突併合、凍結・融解である。本解析では CCN に焦点を当てるため、IN 生成過程は考慮に入れない。

計算領域は水平 30[km]、鉛直 15[km]で、解像度は水平 0.5[km]、鉛直 0.2[km] である。積算時間は2時間 ( $dt=1[s]$ で 7200 step) である。境界条件は側面で周期境界条件、上、下端は固定端である。統計的手法での積分回数に関しては、本実験は粒子種が重要になるため、粒子種選択に関する積分回数は従来のビン法と同じ( $R_{spc}=1$ )とし、ビン選択に関しては  $R=0.056$  として計算を行った。

力学場の初期値は、大陸性の大気としては、Takahashi et al.(1995b)で観測が行われた Pingliang の観測が行われた日のエマグラムを参考にして、図 4-2 (上) のように、海洋性の大気としては Takahashi and Kawano(1998)を参考にして図 4-2 (下) のように与えた。なお対流を発生させるための warm bubble は式(3-4) のように与える。なお大陸性の大気では  $\Delta \theta_0=1.5[K]$ 、 $x_0=9[km]$ 、 $z_0=1[km]$ 、 $x_r=5[km]$ 、 $z_r=4[km]$ 、海洋性の大気では  $\Delta \theta_0=1[K]$ 、 $x_0=9[km]$ 、 $z_0=1[km]$ 、 $x_r=5[km]$ 、 $z_r=1[km]$ とした。

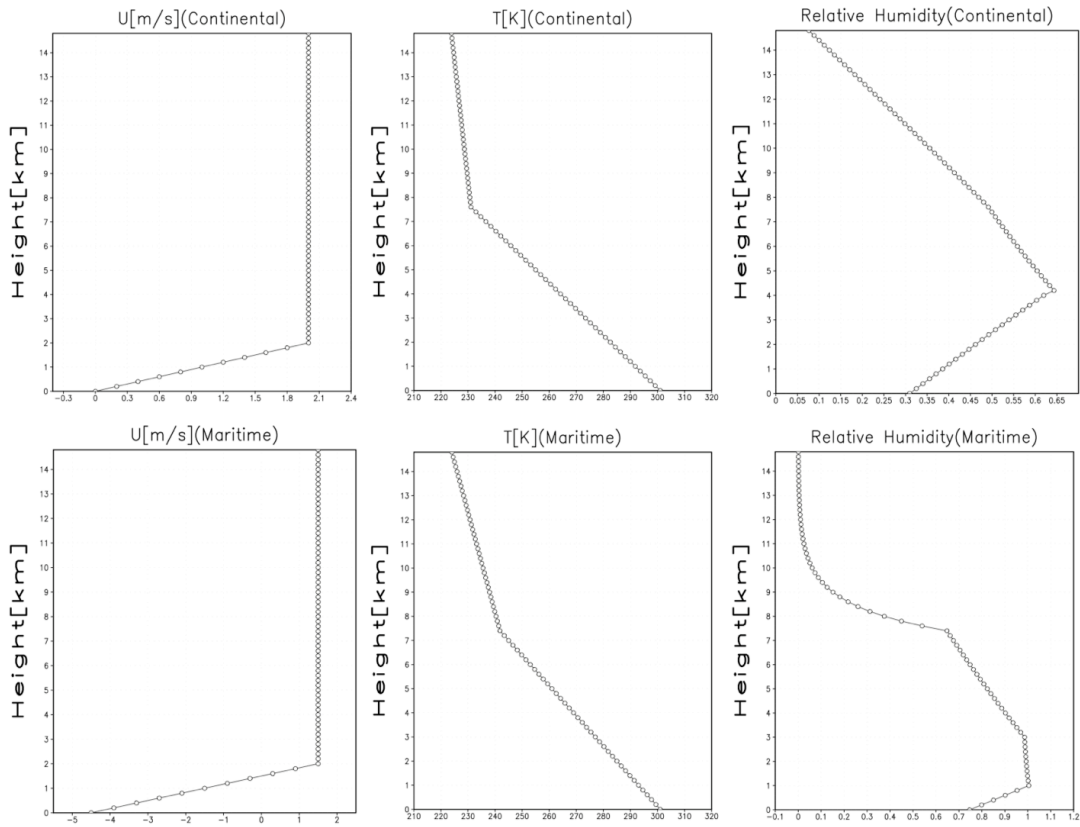


図 4-2 : 実験の力学場の初期条件。上段は大陸性を仮定した時の条件であり、  
下段は海洋性を仮定した時の条件である

また初期のエアロゾル粒径分布 ( $N_{aero}$ ) は式(4-1)の Log-Normal 分布で与える。

$$\frac{dN_{aero}(r)}{d(\ln r)} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln r - \ln r_{0i}}{\sigma_i}\right)^2\right] \dots(4-1)$$

ただし、大陸性を仮定した実験では、 $k=1$ ,  $r_{01}=0.1[\mu m]$ ,  $\sigma_1=0.5$ ,  $N_1=3 \times 10^6 \sim 3 \times 10^9[m^{-3}]$ とした。また海洋性を仮定した実験では  $k=1$ ,  $N_1=3 \times 10^6 \sim 3 \times 10^9[m^{-3}]$ ,  $r_{01}=0.1 \sim 1[\mu m]$ ,  $\sigma_1=0.5$ (Single mode)、および  $k=2$ ,  $r_{01}=0.1[\mu m]$ ,  $\sigma_1=0.5$ ,  $r_{02}=1[\mu m]$ ,  $\sigma_2=0.5$ ,  $N_1=3 \times 10^5 \sim 3 \times 10^9[m^{-3}]$ ,  $N_2=3 \times 10^6 \sim 3 \times 10^{10}[m^{-3}]$ (Bi-Mode) の single-mode と Bi-mode の 2つの実験を行った。また上記の数濃度は地表面の値であり、エアロゾルの鉛直分布は、式(4-2)のようにスケールハイト  $H$  で減衰するように与えた。なお  $H=1[km]$ である。

$$N_{aero}(z, r) = N_{aero}(r) \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \dots(4-2)$$

### 4-3、結果

図4-3は  $k=2$ ,  $r_{01}=0.1[\mu m]$ ,  $\sigma_1=0.5$ ,  $r_{02}=1[\mu m]$ ,  $\sigma_2=0.5$ ,  $N_1=3 \times 10^7[m^{-3}]$ ,  $N_2=3 \times 10^6[m^{-3}]$ の条件での計算開始から40分後の計算結果のスナップショットである。上空9km付近まで雲が広がり、上層は雪や氷晶が支配的であること、雹や霰が4km付近で融解して水滴となっている様子が見て取れる。

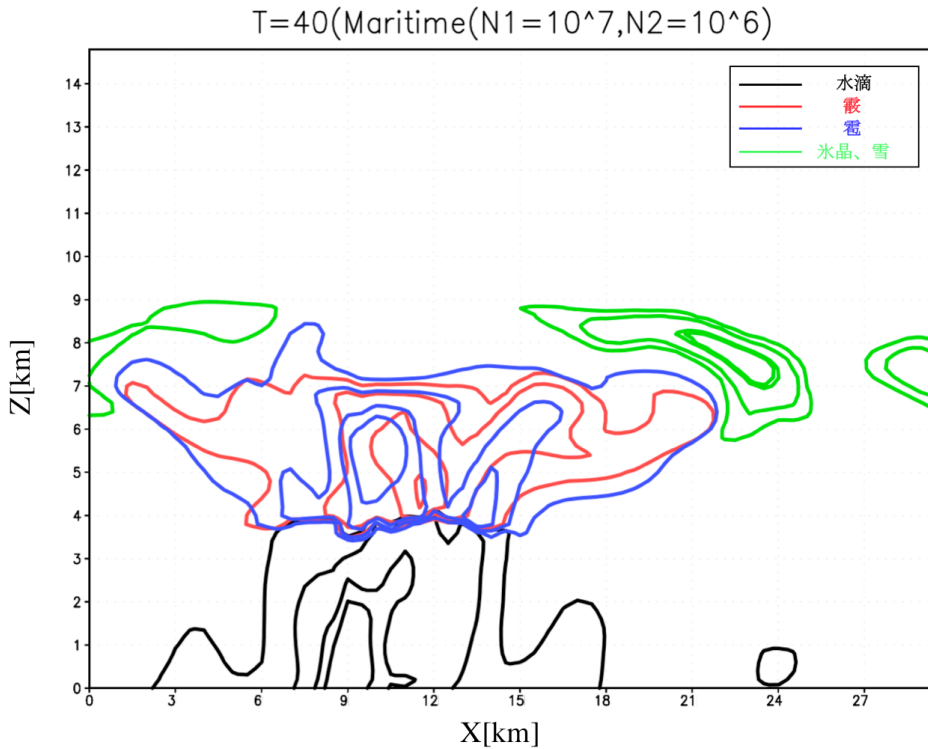


図4-3 :  $k=2$ ,  $r_{01}=0.1[\mu m]$ ,  $\sigma_1=0.5$ ,  $r_{02}=1[\mu m]$ ,  $\sigma_2=0.5$ ,  $N_1=3 \times 10^7[m^{-3}]$ ,  $N_2=3 \times 10^6[m^{-3}]$ の条件の計算開始から40分後のスナップショット。黒線は水滴、青線は雹、赤線は霰、緑線は雪と氷晶をそれぞれ表す。横軸は水平距離[km]、縦軸は高さ[km]を表す

図4-4は図4-3と同時刻に地表面の雨がピークとなった  $x=9[km]$ での各粒子種の質量の鉛直分布を示している。これを見ると図4-3と同様に雹と霰が4[km]付近で急激に減少し、それに変わって水滴が急激に増加している。このことから、4[km]付近で上空から落下した雹と霰が融解して水滴になっていると推察できる（気温はこの4[km]の高度付近が0 [°C]となっている）。

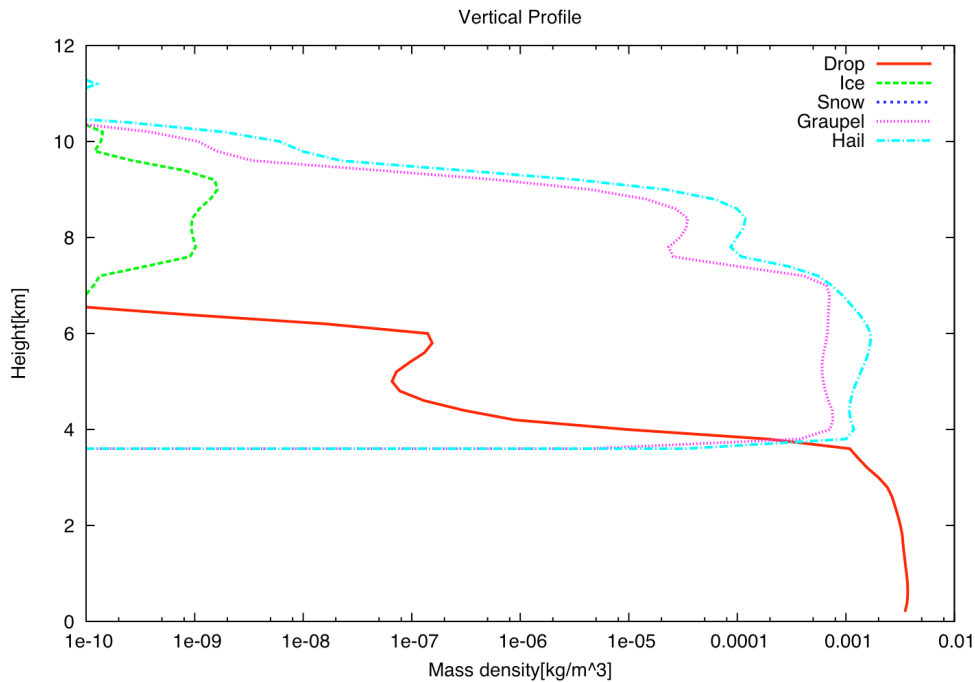


図 4-4 : 図 4-3 における  $x=9[\text{km}]$ での粒子種の鉛直分布。横軸は質量密度 $[\text{kg}/\text{m}^3]$ を、縦軸は高さ $[\text{km}]$ を表す。赤線が水滴を、緑線が氷晶を、青線が雪を、ピンク線が霰を、水色線が雹をそれぞれ表す

図 4-4 の事例では Graupel よりも Hail のピーク値が多く、降水粒子の形成には Graupel がより大きな寄与を与えていると言える。このように霰と雹の鉛直分布のピーク値の比をとることにより水滴形成に対して Graupel と Hail のどちらが降水粒子生成に支配的かが理解でき、Graupel が支配的なら Graupel growth process を介して形成される降水粒子が、Hail が支配的なら Warm rain-frozen drop process を介して形成される降水粒子が支配的であると言える(Takahashi, 2006)。

他の条件の実験でも同様に、地表の雨がピーク値となる時の鉛直分布を作成し、Hail と Graupel のピーク値をとり、描いた散布図が図 4-5 である。

図 4-5 は、降水粒子生成に関して、左上ほど Graupel が支配的になり、右下ほど Hail が支配的になることを意味する。この図は Takahashi(2006)の Figure 7 に対応する。

これを見ると、大陸性を仮定した実験では比較的図 4-5 左上部の Graupel が支配的な場合が多く、海洋性を仮定した実験では比較的図 4-5 右下部の Hail が支配的になる場合が多い。また海洋性、大陸性ともに Graupel、Hail 両方が寄与する領域 (図 4-5 の Graupel と Hail が 1:1 になる付近) にも点が存在する。



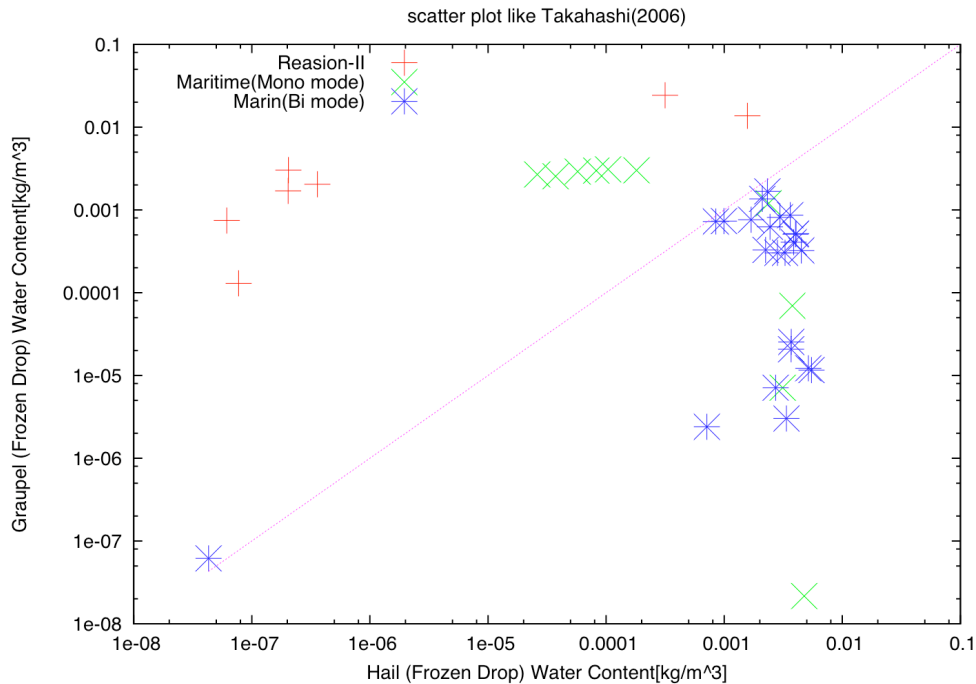


図 4-5 : それぞれの実験で、地表面の降水がピークをとる地点で鉛直方向に見た時の Graupel と Hail の質量密度のピーク値の散布図。赤は大陸性を仮定した実験、緑は海洋性で  $k=1$  の実験を、青は海洋性で  $k=2$  の実験をそれぞれ表す。なおピンク線は Graupel と Hail の比が 1:1 となる線を表す

#### 4-4、考察 2

##### 4-4-1、降水粒子生成に支配的な粒子種

図 4-5 において赤でプロットされた点は大陸性の条件を仮定した実験の結果である。大陸性を仮定した時のほとんどは Graupel が支配的であり、一部 Graupel、Hail とともに支配的になる結果も得られた。実験では初期の CCN 濃度、および初期時刻における高度 4[km]以下の下層の湿度を一様に変化させた実験をそれぞれ行っている。

図 4-6 は大陸性を仮定した実験での鉛直分布における Graupel のピーク値の割合  $\left( \frac{Peak\ Graupel\ mass}{(Peak\ Graupel\ mass) + (Peak\ Hail\ mass)} \right)$  と CCN 濃度および初期時の高度 4[km]以下の下層の相対湿度のプロットである。この図は縦軸の値が大きいほど Graupel のピーク値の割合が大きく、図 4-5 で左上に移動することを意味する。

図 4-6 を見ると CCN 濃度を変化させても Graupel の割合はほとんど変化しないのに対して、下層の湿度が増加すると Graupel の割合が大きく減り、Hail の割合が多くなっている。すなわち、実験結果から Graupel が降水粒子生成に支配的

となるには下層の乾燥が重要であることが示唆される。

Hail は前述のように 0[°C]以下の層でも比較的暖かい層(本モデルでは-2~0[°C]に設定)で生成される。よって実験結果から下層が乾燥していると、この比較的暖かい層(0[°C]付近の層)で生成された Hail は落下中に蒸発してしまうため降水粒子とはならず、上層で大量にできた Graupel が落下してできる降水粒子が支配的になるということが示唆される。このことは *Takahashi(2006)*の主張と整合的である。

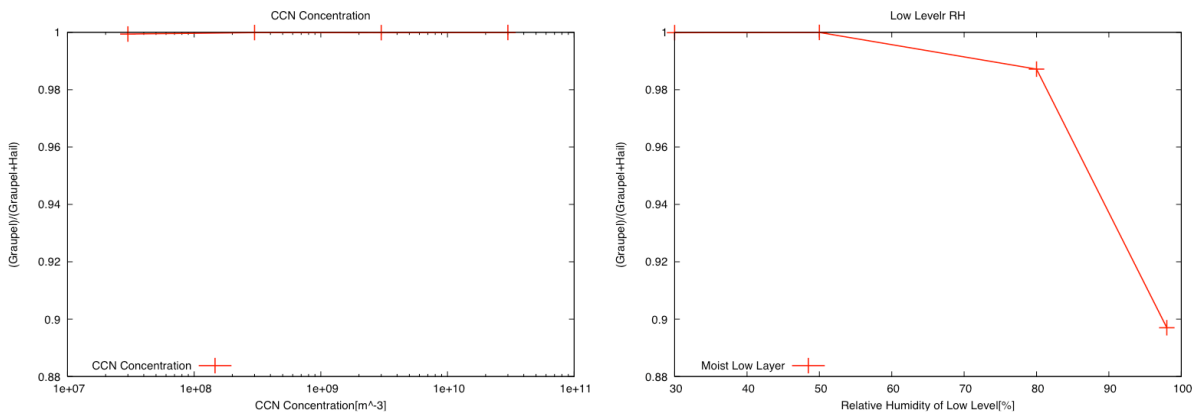


図 4-6 : 大陸性を仮定した実験での鉛直分布における Graupel のピーク値の Hail に対する割合とエアロゾル数濃度(左)および初期時の高度 4[km]以下の下層の相対湿度(右)のプロット。縦軸は Graupel のピーク値の Hail に対する割合であり、横軸はそれぞれエアロゾルの数濃度[m<sup>-3</sup>] (左)、4[km]以下の下層の相対湿度[%] (右) である

次に図 4-5 の緑で表されたプロットは海洋性を仮定した実験 (エアロゾルは single モード) での結果であり、これは降水粒子生成に関して主に Hail が支配的な場合と Hail、Graupel とともに支配的な場合の結果が得られた。実験ではエアロゾル濃度を Single mode の Log-Normal 分布で与えた、モード半径を変化させた実験と、モード半径は固定し、エアロゾル濃度を変化させた実験を行った。

図 4-7 は海洋性を仮定した実験での Graupel の割合と横軸にエアロゾルのモード半径と CCN の数濃度のプロットである。これをみると CCN 濃度を変化させても Graupel の割合はほとんど変化しないのに対して、モード半径が小さくなると Graupel の割合が大きく増えており (すなわち Hail が減少している)、モード半径が 1[μm]の時は Graupel がほとんど形成されていない。従って、Hail が支配的になるには CCN が大粒子であることが必要であると示唆される。

CCN が大きい場合、生成される雲粒も大きく、比較的大きな雲粒が凍結する

場合は Hail が生成される（モデルでは半径が  $200[\mu\text{m}]$ 以上の粒子が凍結すると Hail ができそれより小さいときは氷晶が生成される）。従って CCN が大粒子の場合には生成される雲粒も大きく、Hail ができやすい場になっているといえる。このことは *Tahakashi(2006)*の議論と整合した結果である。

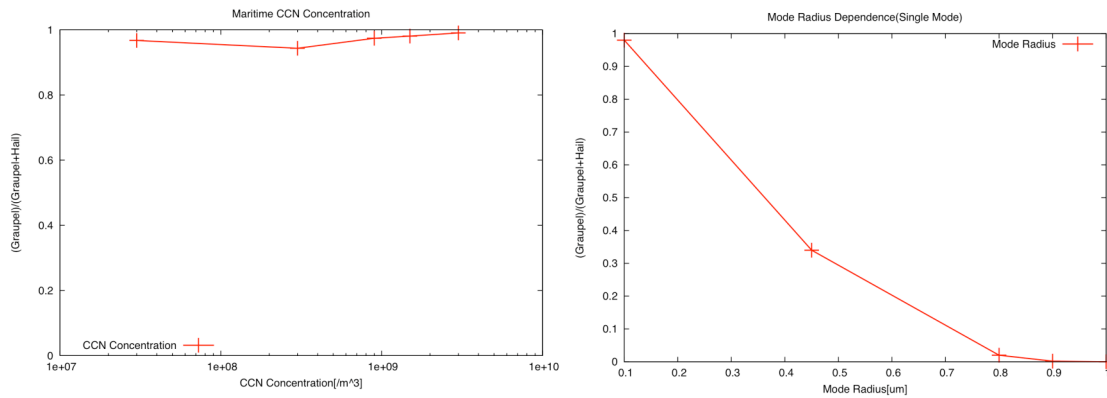


図 4-7：海洋性を仮定した実験（エアロゾルの分布は Single-Mode）での Graupel の割合とエアロゾルの数濃度（左）とモード半径（右）のプロット。縦軸は図 4-6 と同じであり、横軸はそれぞれエアロゾル数濃度 $[\text{m}^{-3}]$ （左）、モード半径  $[\mu\text{m}]$ （右）である

また図 4-5 の青でプロットされた点は、CCN となるエアロゾルが大粒子( $1[\mu\text{m}]$ )と小粒子( $0.1[\mu\text{m}]$ )が共存する場合 (Bi-modal な分布) の実験結果である。図 4-8 は小粒子エアロゾルのモード半径、数濃度を一定として、大粒子エアロゾルの数濃度とモード半径を変化させた実験での、図 4-7 と同様のプロットを示す。

これをみると、小粒子エアロゾルの存在に関わらず、大粒子エアロゾルの数濃度が大きくなったとき、Graupel の割合が減少し（すなわち Hail が増加している）、降水粒子生成に関して Hail が支配的になるという結果が得られている。また、大粒子エアロゾルのサイズが大きいほど、より少ない数密度で Hail が支配的になるという結果が得られている。これは、半径が  $0.1[\mu\text{m}]$ 程度の小粒子が存在していても、大粒子が存在すれば Hail が支配的になり、モード半径が大きいほど少量で Hail が支配的になることを示している。

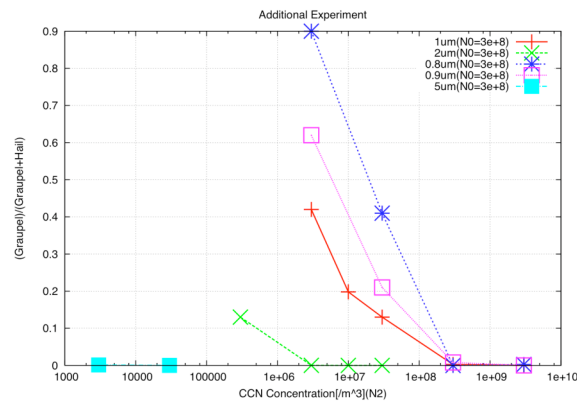


図 4-8 : 海洋性を仮定した実験 (エアロゾルの分布関数は Bi-Mode) での大粒子エアロゾルの数濃度と Graupel の割合のプロット。青、ピンク、赤、緑、水色線はそれぞれ  $N_l=3 \times 10^8 [m^{-3}]$  で大粒子のモード半径が 0.8、0.9、1、2、5 [ $\mu m$ ] の場合を表す。縦軸は図 4-6 と同じで、横軸は大粒子エアロゾルの数濃度 [ $m^{-3}$ ] である

Takahashi(2006)では Hail が降水粒子生成に支配的になる地域では Aitken モード ( $\sim 0.2 [\mu m]$ 、(Rogers and Yau, 1989)) のエアロゾルが存在せず、CCN が大きいと、氷晶ではなく Hail ができやすいとしている。しかしながら本研究の実験結果からは、Aitken モード (本研究では  $0.1 [\mu m]$ ) の粒子が存在していても、大粒子エアロゾルの数濃度が大きくなり、CCN として働くと、Aitken モードの粒子が存在していても Hail が支配的になるという結果になった。

Takahashi(2006)は Hail が支配的になるのは上述のような理由だとした上で、いまだ原因ははっきりしてないとも述べている。そのため、今後このように Hail が支配的になる原因が大粒子の存在によるものだけであるのか、詳細な議論が必要である。

また図 4-5 左下部に点が存在するが、これは、図 4-2 で与えられる初期条件で、気温の鉛直減率のみを小さくした実験であり、他の実験に比べ背の低い雲が形成され、降水強度も弱い実験である。

以上の考察から、降水粒子生成に関して Graupel が支配的になるには (Graupel growth process を介して形成される降水粒子が支配的になるには)、大陸性大気のように下層が乾燥していることが、一方、Hail が支配的になるには (Warm rain-frozen drop process を通して形成される粒子が支配的になるには)、大粒子エアロゾルの存在が重要であることが示唆される。以上を図 4-9 のようにまとめることができる。

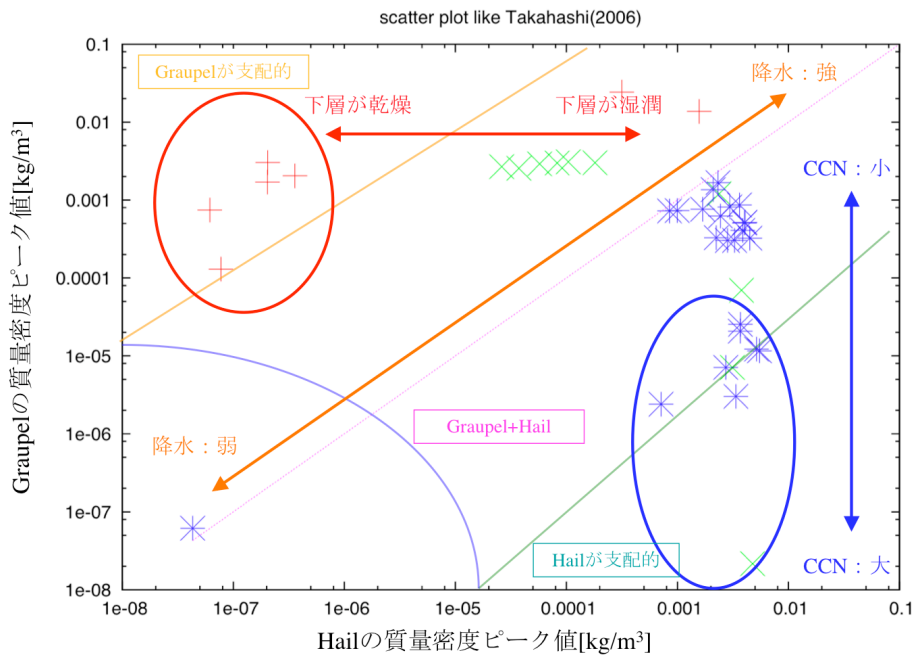


図4-9：本研究で得られた考察の結果のまとめ。グラフの軸は図4-5と同じである

#### 4-4-2、本研究で用いたモデルの考察

本研究では *Takahashi(2006)* で議論された Graupel と Hail を中心に実験結果をまとめ、図4-9を得た。しかし、図の中心付近の点がほとんど得られていないのは不自然である。また降水粒子形成過程の理解には Graupel と Hail 以外の固相の粒子についても議論をしなければならない。

図4-4をみると、8[km]より上層の氷や雪が再現できず、雲頂は8[km]程度である。しかし観測によれば上層に氷晶や雪は存在し(*Takahashi, 2006*、*Takahashi and Kuhara, 1993*)、雲頂も11[km]付近であり、この点では本研究で用いたモデルには問題がある。

本研究で用いたモデルは前述のように、雲微物理過程の計算は核生成、凝結成長、衝突併合、融解凍結を考慮している。ところが分裂過程や、氷晶核生成などの過程は考慮に入られていない。

分裂過程は Hallet-Mossop のメカニズムというものが代表的であり、それによると-3°C~-8°Cで 24[ $\mu$ m]以上の氷粒子が過冷却水滴と衝突することで分裂が起こる(*Hallet and Mossop, 1974*)。この過程を通し、比較的大きな Hail が分裂によってサイズの小さい粒子となり、上昇流によって上層に運ばれる可能性が高い。

また氷晶核生成の過程も本実験では考慮に入れていないが、氷晶核によって氷晶が生成した場合も氷晶が上昇に運ばれる。氷晶核を考慮に入れると、考慮

に入れない場合に比べ雲頂が高くなるというモデルの計算結果も報告されている(Takahashi and Kawano,1998)。

そのため、氷晶核生成や、分裂過程を考慮に入れた場合には上層の氷晶や雪が再現できないことは解消することが見込まれる。また分裂によって Hail や Graupel が少なくなり、図 4-9 の Graupel と Hail の比が 1:1 になる直線付近の点も得られることが見込まれる。そのため、今後分裂過程や氷晶核生成等を考慮に入れて再現実験を行い、氷晶核が及ぼす影響等を調べる必要がある。

またモデルの中でエアロゾルの化学種は海塩の 1 種類のみであったが、II の領域では砂漠から巻き上げられた dust 粒子が多い。また III の領域では場所により様々であり、例えば東シナ海では様々な化学種のエアロゾル粒子が存在している(Higurashi and Nakajima, 2002)。エアロゾルは化学種によって雲の微物理構造に作用する仕方が異なり、海塩以外の化学種を考慮した場合に異なる結果が得られることも推測される。

#### 4-5、事例解析のまとめ

以上から、降水粒子生成に関わる物理量に関して、以下のことが示唆される。

- 1、 降水粒子生成に対して Graupel growth process を介して形成過程される降水粒子が支配的になるための 1 つの要因は下層が比較的乾燥することで、Warm rain-frozen drop process や warm Process (氷過程を介さない雨) を介して形成される降水粒子が蒸発してしまうことであり、これは Takahashi(2006)と整合的である。
- 2、 降水粒子生成に対して Warm rain-frozen drop process を介して形成される降水粒子が支配的になる 1 つの要因は、CCN として働く巨大粒子 ( $1[\mu\text{m}]$ ) が存在することであり、この点では Takahashi(2006)と整合的である。しかし、Aitken モードのエアロゾル粒子が存在しないことは Graupel growth process を介して形成過程される降水粒子が支配的になる主な要因ではない。この点では Takahashi(2006)の主張とは異なる。
- 3、 モデルには分裂過程や氷晶核生成過程を考慮していないこと、エアロゾルの化学種が 1 種類しか考慮していないことなど様々な問題点があり、これらに関しては将来的に議論の必要がある。

## 5、まとめと今後の課題

### スキーム開発

本研究では、雲粒の粒径分布関数を陽に予報し、放射収支、雲-エアロゾル相互作用を扱うことのできるビン法雲モデルを、将来的には全球実験に適用することも視野にいれ、前半部でビン法雲モデルの高速化を目的としたスキーム開発を行った。

従来のビン法の雲微物理過程において取り扱われている雲粒子成長過程は様々ある。そのなかで計算の高速化が必要とされる成長過程の計算モジュールは凝結成長過程と衝突併合過程であり、後者を効率よく計算すべくモンテカルロ法を基にした統計的手法を導入した。

従来のビン法では衝突併合過程を計算する際に、考慮する全ての粒子サイズ、および粒子種の相互作用を計算するが、統計的手法は乱数を用いて選択された、いくつかの粒子サイズ、粒子種の組み合わせの計算のみで代替する方法であり、効率よく計算できる。

本研究の見積もりによれば、この統計的手法の導入によって粒子サイズに関する組み合わせの積分回数はビン選択に関して従来のビン法の6%程度まで削減することが可能になった。このとき計算コストは衝突併合過程に関して10%程度まで削減できている。

この統計的手法は乱数を用いて計算を行うため、乱数の初期値によって計算結果が異なるという特徴を持っており、特に固相の粒子種に関してこの傾向は顕著である。しかしながら、本研究で見積もった結果によれば、この乱数の初期値が計算結果に及ぼす影響は、モデルに与える力学場の初期値などの誤差が計算結果に及ぼす影響に比べれば十分小さく、乱数の初期値が異なることによって計算結果が決定的に崩れることにはない。以上より、統計的手法の導入によって衝突併合過程を効率よく計算することが可能になった。

また凝結成長過程の計算は方程式を移流方程式に帰着させ、移流問題として扱うが、その計算効率を下げている最大の要因はCFL条件である。そこで本研究では従来のビン法では陽解法で計算されていた凝結成長過程に陰解法を適用して計算の高速化を図った。

その結果、 $dt=1[s]$ の計算では陰解法の適用によって計算コストの削減が見込まれる結果となった。しかしながら $dt$ が長くなると、移流速度( $U$ )が過飽和度に依存することが原因で、 $dt$ 間に変化するため、安定に計算はできるが、計算結果が崩れてしまう結果になった。

しかしながら凝結過程の計算高速化が実現すればビン法雲モデルの計算効率が飛躍的に向上することが見込まれる。そのため凝結成長過程の計算高速化を目指したスキーム開発等の取り組みが今後必要不可欠となる。

### 事例解析

また後半部では、前半部で開発された統計的手法を適用したモデルを用いて、東-東南アジア域、西部太平洋のミクロネシア域、オーストラリアにかけての降水粒子生成システムに関する事例解析を行った。

上記の領域では、対流雲の降水粒子生成に2つのプロセスがあると考えられており、それぞれ Warm rain-frozen drop Process、Graupel growth Process と呼称される(Takahashi and Keenan, 2004)。Warm rain-frozen drop process では降水粒子生成には主に Hail (雹) が関わり、Graupel growth process では主に Graupel (霰) が関わる。上述の領域では地域によって支配的なプロセスが異なることがビデオゾンデ観測から報告されている(Takahashi, 2006)。

本研究では、開発されたモデルを用いてこの2つのプロセスのどちらが支配的になるかを決定づける要因について、主に CCN の粒径分布や濃度、観点から考察した。

それによると、Warm rain-frozen drop process を介して形成される降水粒子が支配的になるために重要な要因の1つは Giant CCN( $\sim 1[\mu m]$ )と呼ばれる巨大粒子の存在であることが示唆された。またこの傾向は小粒子と巨大粒子が混在している条件下でもみられ、この点は Takahashi(2006)の主張と異なる結果となった。一方 Graupel growth process を介して形成される降水粒子が支配的になるために重要な要因の1つは、大陸性気団のような下層が乾燥していることであることが示唆された。この点は Takahashi(2006)の主張と整合的であった。

しかしながら、本研究で行った実験では IN を考慮に入れなかったこと、モデルが分裂過程を考慮していないこと等が原因となり、モデルでは特に上層の氷晶や雪の再現ができなかった。また CCN の化学種を1種類しか考慮しなかった点など、実験設定に関して考察の余地が多分にある。

そのため、今後 IN を考慮に入れた実験や、CCN の化学種を多数考慮に入れた計算などを再度行い、降水粒子生成システムを理解してゆく必要がある。



## 付録

### A、付録 1（本研究で用いた雲微物理モデルの詳細）

ここでは2章と重複する部分もあるが、本研究で用いたモデルの雲微物理過程について記述する。なお、以下では特に記述のない限りモデル中の数式や、物理量の取り扱いは *Suzuki(2004)*、*Iguchi et al.(2007)* で同じとする。

本研究で用いた2つのモデルは、共に雲微物理過程は HUCM (Hebrew University Cloud Model : *Khain and Sednev, 1996*) をベースに作られたビン法雲モデルである。粒子サイズを有限個のビンに分割する時、数  $\mu m$  から数  $mm$  までの広範囲にわたる粒子を取り扱う必要があるため、ビンへの離散化は粒子質量の対数スケールに対して等間隔になるように行われる。考慮されている雲粒成長過程は核生成過程、凝結成長過程、衝突併合過程、凍結・融解過程、移流および重力落下過程である。以下それぞれについて詳しく記述する。

#### A-1、核生成過程

雲の成長過程は空気中の水蒸気から雲核が生成されることで始まる。この過程を **Nucleation** (核生成) という。モデル中では、この過程では雲粒および、氷晶を生成する。

まず雲粒の生成の取り扱いについて説明する。雲粒は大気中の水蒸気量が飽和水蒸気量を超えたとき、水蒸気が凝結することで生じる水滴である。この水滴が雲粒として成長を続けるか、蒸発して水蒸気に戻るかは周囲の水蒸気圧が水滴—水蒸気間の平衡蒸気圧より大きいか小さいかにより決まる。平面の水に対する飽和水蒸気圧を  $e_s(\infty)$  としたとき、大気中の蒸気圧  $e$  と  $e_s(\infty)$  との比を飽和比( $S$ )と呼び、過飽和度は  $(S-1) \times 100[\%]$  で表される。半径  $r$  の水滴に対する平衡蒸気圧を  $e_s(r)$ , ( $= e_s(\infty) \exp[2\sigma/rR_v\rho_L T]$ ) とした時、半径  $r$  の水滴に対する平衡蒸気圧の飽和比( $S_r$ )は、式(A-1)で表される。なお  $\sigma$  は水の表面張力、 $R_v$  は水蒸気の気体定数、 $\rho_L$  は液体水密度、 $\rho_L$  は溶質の密度、 $T$  は気温を表す。 $S$  が一定の場合は  $r$  が大きいほど平衡蒸気圧は小さく、周囲の水蒸気圧が水滴に対して過飽和であるので、 $r$  が大きいほど水滴が成長する。ある  $S$  に対して成長できる最小の半径を臨界半径  $r_{crit}$  とよぶ。

$$S_r = \frac{e_s(r)}{e_s(\infty)} = \exp\left[\frac{2\sigma}{rR_v\rho_L T}\right] \dots (A-1)$$

ところが純粋に水蒸気のみで  $1[\text{個}/\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}]$  の核が生成されるとすると (この過程を **Homogeneous nucleation** という)、 $273[\text{K}]$  では  $4.3\%$  程度という高い過飽和度が必要となる (*Miller et al., 1983*)。しかし観測ではこれより低い過飽和度で雲核

は生成される。

これはエアロゾルの溶質効果によるものである。ラウールの法則によれば溶解性の物質を含んだ水の平衡蒸気圧は純粋な水の平衡蒸気圧よりも低い。溶液の平衡蒸気圧  $e'$  は式(A-2)のように表され、結局溶液の水滴に対する飽和比( $S'$ )は式(A-3)のようになる(Rogers and Yau, 1989)。

$$\frac{e'(r)}{e_s(r)} \approx 1/(1+B/r^3), \quad B = i \frac{m_v \rho_s}{m_s \rho_L} \dots (A-2)$$

$$S' = \frac{e'(r)}{e_s(\infty)} = \exp[A/r]/(1+B/r^3) \approx 1 + \frac{A}{r} - \frac{B}{r^2}, \quad A = \frac{2\sigma}{R_v \rho_L T} \dots (A-3)$$

ここで  $m_v$ 、 $m_s$  はそれぞれ水とエアロゾルの分子量、 $i$  は溶質のファントホッフ係数である。

式(A-3)の第3項が溶質効果に相当し、溶質の効果によって平衡蒸気圧が下がる。そのため、溶液でできた水滴は、過飽和度が一定とすると純粋な水でできた水滴に比べ、より半径の小さい水滴まで成長できる（この溶質を含んだ過程を **Heterogeneous nucleation** という）。この式(A-3)の近似式をケーラー曲線と呼ぶ。

大気中では、このような溶質の役割をエアロゾルが果たすことにより雲核生成が行われている。そのためエアロゾルは前述の雲凝結核 (CCN) として働いている。

以上のように、雲粒はエアロゾル粒子が CCN となることで生成されるため、その過程をモデル中で詳細に取り扱うためには、エアロゾル粒子についても粒径分布の変化を陽に扱うモデルが必要となる。本研究で用いたモデルは共にエアロゾル粒子の粒径分布の変化も陽に取り扱っている。またエアロゾル粒子は本来球形ではないが、本モデルでは全て同じ質量を持つ球形の粒子半径（バルク半径）を仮定してエアロゾルの粒径分布を取り扱っている。

モデル中でエアロゾル粒子からの雲核の生成は次のように計算される。まず力学過程の計算から得られる水蒸気量  $q$  と気温  $T$  から液面に対する過飽和度  $S_w$  が計算される。この過飽和度に依存して、雲核として活性化するエアロゾルの最小半径である、臨界半径が(A-4)のように表される。

$$r_{crit} = \left( \frac{4}{27} \frac{A^3}{B S_w^2} \right)^{1/3}, \quad A = \frac{2\sigma}{R_v \rho_L T}, \quad B = i \frac{m_v \rho_s}{m_s \rho_L} \dots (A-4)$$

$B$  はエアロゾルの物質に依存して決まるパラメータである。この臨界半径を求める式によれば、過飽和度  $S_w$  が高いほど臨界半径  $r_{crit}$  は小さい値となり、より小さいエアロゾルまで活性化できることが示されている。

また、活性化したエアロゾル粒子は雲核に液滴に取り込まれるので、エアロゾルの粒径分布はそのサイズの部分が削られることになる。この削られた部分のエアロゾル粒子の総数密度が液滴粒子（雲粒）の最小ビンに加えられる。

次に、氷晶の生成について説明する。*Meyers et al.(1992)*によれば、氷晶数濃度  $N_{IN}$  は、氷に対する過飽和度  $S_i$  に依存して、経験的に

$$N_{IN} = N_{IN0} \exp(A + BS_i) \quad [m^{-3}] \dots (A-5)$$

と与えられる。 $N_{IN0}=10^3[m^{-3}]$ 、 $A=-0.639$ 、 $B=12.96$  である。モデルにおいて氷晶生成を計算する際には、空気塊の動きに沿った Lagrange 的な過飽和度の変化  $\Delta S_i$  を式(A-6)のように計算し、

$$\Delta S_i = \left( \frac{\partial S_i}{\partial t} + u \frac{\partial S_i}{\partial x} + v \frac{\partial S_i}{\partial y} + w \frac{\partial S_i}{\partial z} \right) \Delta t \dots (A-6)$$

その  $\Delta S_i$  に応じて  $\Delta N$  を以下のように計算する。

$$\Delta N_{IN} = \begin{cases} BN_{IN} \exp(A + BS_i) \Delta S_i & (\Delta S_i > 0) \\ 0 & (\Delta S_i \leq 0) \end{cases} \dots (A-7)$$

このようにして計算された数濃度の変化分  $\Delta N_{IN}$  を質量濃度に変換して氷晶の最小ビンに加える。その際、氷晶がどの種類であるかは、*Takahashi et al. (1991)* に従い、気温  $T$  に依存して

$-8^\circ C > T \geq -14^\circ C$ 、 $-18^\circ C > T \geq -22.4^\circ C$  のとき平板上

$-4^\circ C > T \geq -8^\circ C$ 、 $-22.4^\circ C > T$  のとき柱状

$-14^\circ C > T > -18^\circ C$  のとき樹枝状

のようにして決定される。

## A-2、凝結、蒸発、昇華過程

核生成によって生成された雲粒や氷晶は、水蒸気と相互作用しながら成長していく。それが凝結、蒸発、昇華である。その成長速度は、粒子質量を  $m$  として、(A-8)のように書き表される。

$$\frac{dm}{dt} = C^{(\mu)}(m) G^{(\mu)}(T) S^{(\mu)} \dots (A-8)$$

ここで、 $C^{(\mu)}$  は粒子の形状とサイズに依存するパラメータであり、capacitance と呼ばれる。 $G^{(\mu)}$  は気温  $T$  の関数、 $S^{(\mu)}$  は過飽和度であり、粒子が液相か固相かに依存して以下のように与えられる。

$$G^{(\mu)}(T) = \begin{cases} G_w(T) & (\mu: liquid) \\ G_i(T) & (\mu: ice) \end{cases} \quad S^{(\mu)} = \begin{cases} S_w & (\mu: liquid) \\ S_i & (\mu: ice) \end{cases}$$

$$G_w(T) = \frac{4\pi}{\frac{R_v T}{e_w(T) D_v} + \frac{L_w}{KT} \left( \frac{L_w}{R_v T} - 1 \right)}, \quad G_i(T) = \frac{4\pi}{\frac{R_v T}{e_i(T) D_v} + \frac{L_i}{KT} \left( \frac{L_i}{R_v T} - 1 \right)}$$

ただし、 $S_w$ 、 $S_i$ はそれぞれ液面、氷面に対する過飽和度であり、 $L_w$ 、 $L_i$ はそれぞれ蒸発、昇華の潜熱、 $D_v$ は水蒸気の拡散係数、 $K$ は空気の熱伝導率、 $e_w$ 、 $e_i$ はそれぞれ液面、氷面に対する飽和水蒸気圧である。

式(A-8)を見ると明らかなように、過飽和度  $S^{(\mu)}$ が正の時は凝結によって粒子は成長し、負の時は蒸発によって粒子は縮小する。

すなわち、過飽和度  $S$ が凝結、蒸発過程を決定づける1つの要因である。この過飽和度は、第ゼロ近似的には、1つ前の時間ステップのものを用いて計算する。しかし、厳密には粒子の蒸発、凝結に伴って水蒸気量や気温が変化するため、各粒子種、各ビンに対して式(A-8)を計算している最中にも過飽和度が増加することになる。この変化は、水蒸気と凝結生成物粒子との相互作用に伴って(A-9)のように表現される。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} S_w \\ S_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_w \\ S_i \end{pmatrix} \dots (A-9)$$

ここで  $a \sim d$  は粒径分布関数に依存して以下のように決まる。

$$\begin{aligned} a &= -(S_w + 1) \left( \frac{1}{q} + \frac{L_w}{R_v T^2} \frac{L_i}{C_p} \right) \int_0^\infty f^{(w)}(m) C^{(w)}(m) dm G_w(T) \\ b &= -(S_w + 1) \left( \frac{1}{q} + \frac{L_w}{R_v T^2} \frac{L_i}{C_p} \right) \sum_{\mu \in \text{ice}} \int_0^\infty f^{(\mu)}(m) C^{(\mu)}(m) dm G_i(T) \\ c &= -(S_i + 1) \left( \frac{1}{q} + \frac{L_i}{R_v T^2} \frac{L_w}{C_p} \right) \int_0^\infty f^{(w)}(m) C^{(w)}(m) dm G_w(T) \\ d &= -(S_i + 1) \left( \frac{1}{q} + \frac{L_i}{R_v T^2} \frac{L_w}{C_p} \right) \sum_{\mu \in \text{ice}} \int_0^\infty f^{(\mu)}(m) C^{(\mu)}(m) dm G_i(T) \end{aligned}$$

このようにして求まる過飽和度の時間変化の式(A-9)と、凝結成長の式(A-8)を交互に解くことによって凝結、蒸発、昇華過程を計算する。その際に、凝結、蒸発、昇華過程は力学過程のタイムステップより遥かに短い時間スケールであるので、それに適用するようにタイムステップを短くにとって凝結、蒸発、昇華過程の計算を行う。

### A-3、衝突併合過程

凝結成長によって成長した雲粒、雲氷は衝突併合過程によって雨粒、雹、霰などに成長していく。衝突併合による粒径分布の変化は *Khain et al.(2000)* に従い、(A-10)のように与えられる。

$$\frac{\partial f(m)}{\partial t} = 2 \int_0^{m/2} f(m')f(m-m')K(m',m-m')dm' - f(m) \int_0^{\infty} f(m'')K(m,m'')dm'' \cdots (A-10)$$

この式は stochastic-collection-equation (*Pruppacher and Klett, 1997, Khain et al., 2000*) と呼ばれる。この式中に現れる  $K(m,m')$  は Collection カーネル関数とよばれ、質量  $m$  の粒子と質量  $m'$  の粒子が衝突する確率を表している。本研究で使ったモデルのうち、*Suzuki(2004)* ではこの  $K$  は *Golovin(1963)* に基づいたもの、*Long(1973)* に基づいたもの、および式(A-11)で表される Kernel の 3 種類を用いた。また *Iguchi et al.(2007)* では式(A-11)の Kernel のみを用いている。

$$K(m,m') = \pi \{r(m) - r(m')\}^2 |V(m) - V(m')| E_{col}(m,m') E_{coal}(m,m') \cdots (A-11)$$

ただし、 $r$  は粒子の半径、 $V$  は粒子の終端速度、 $E_{col}$  は衝突係数、 $E_{coal}$  は捕獲係数である。なお Kernel についての詳細は付録 2 (B-3) に記述した。

これまでの *Suzuki(2004)*、*Iguchi et al.(2007)* ではこれらの式数値的に解く際に *Bott(1998)* のスキームが用いられていたが、本研究では新たに *Bott(2000)* を採用することにした。*Bott(2000)* は *Bott(1998)* に比べ数値拡散が少ないという利点がある。数値拡散はスキーム開発や、計算コストの点からも好ましくないため、数値拡散の少ない *Bott(2000)* を採用した。

また式(A-10)は粒子種として液滴のみの 1 種類を扱ったときの計算式であため、モデル中で扱われている他の粒子種間での衝突併合まで計算する形に拡張すると、式(A-10)' のようになる。その際、異なる粒子間で衝突が起こった場合に生じる粒子種に関しては表 A-1 に従って決められる。

$$\frac{\partial f^{(\lambda)}(m)}{\partial t} = \sum_v \sum_{\mu} 2 \int_0^{m/2} f^{(v)}(m')f^{(\mu)}(m-m')K(m',m-m')dm' - f^{(\lambda)}(m) \sum_{\sigma} \int_0^{\infty} f^{(\sigma)}(m'')K(m,m'')dm'' \cdots (A-10)'$$

表 A-1 : 衝突によって生成する粒子種の一覧。X は衝突する粒子のうち小さい粒子を、Y は大きいものを表す。DR は液滴を、IC は氷晶 3 種を、SN は雪片を、GR は霰を、HA は雹をそれぞれ表す (Iguchi et al., 2007)

Y \ X	DR	IC	SN	GR	HA
DR	DR	GR/HA	GR/HA	GR/HA	GR/HA
IC	IC	SN	SN	IC	IC
SN	SN	SN	SN	SN	SN
GR	GR/HA	GR/HA	GR	GR	GR/HA
HA	GR/HA	GR/HA	GR/HA	GR/HA	HA

#### A-4、凍結過程

気温が 0 °C 以上の空気塊で生成された液滴粒子が上昇流によって上層に運ばれ気温が 0 度以下に達すると液滴が氷晶に変換される。本研究で用いたモデルではパラメタリゼーションを用いて凍結過程を計算する。このパラメタリゼーションは Suzuki(2004)、Iguchi et al.(2007)で異なる。

気温  $T$  が  $-38^{\circ}\text{C}$  より低いときは純粋な水だけで生じる Homogeneous Nucleation が支配的となる。このときは、両モデルともに、Bigg(1953)のパラメタリゼーションを用いる。これは凍結によって減少する液滴粒子の粒径分布関数  $f^{(\mu)}$  の減少を次のように与える。

$$\frac{\partial}{\partial t} f^{(\mu)}(m) = \frac{f^{(\mu)}(m)}{\tau_{fr}}, \quad \tau_{fr} = \frac{\exp(b_{fr}(T_0 - T))}{a_{fr}m} \dots (A-12)$$

ここで、 $a_{fr}$ 、 $b_{fr}$  は経験的なパラメータであり、それぞれ  $a_{fr}=10^4[\text{s}^{-1}]$ 、 $b_{fr}=0.66[^{\circ}\text{C}^{-1}]$  である。また式中の  $\tau_{fr}$  は過冷却水が凍結する時定数を表し、時定数は気温が低いほど、サイズが大きいほど短い。

気温  $T$  が  $-38^{\circ}\text{C}$  より高いときは、IN を介した Heterogeneous nucleation が支配的となる。このとき Suzuki(2004)のモデルでは Vail(1975)のパラメタリゼーションを用いる。これは単位体積中の雲液水中に含まれる凍結核の数を式(A-13a)に基づき計算する。

$$N_{im} = N_{im0}(0.1(T_0 - T)^{\gamma}) \dots (A-13a)$$

ここで  $N_{im0}$ 、 $\gamma$  は経験的なパラメータで、 $N_{im0}=10^7[m^{-3}]$ 、 $\gamma=3.3$ 、 $T_0=273[K]$ である。

*Iguchi et al.*(2007)のモデルでは *Ovtchinnikov and Kogan*(2000)のパラメタリゼーションを用いる。このパラメタリゼーションは、単位体積中の凍結核の数を式(A-13b)式に基づき計算する。

$$N_{im} = N_{im0}(0.1T^{4.4}) \dots (A-13b)$$

式(A-12)~(A-13a,b)によって生成される粒子種は過冷却水滴のサイズで決まる。過冷却水滴の半径が  $200[\mu m]$ 以下なら平板状の氷晶が、 $200[\mu m]$ 以上なら雹が生成される。

さらに凍結がおこると潜熱の出入りも生じるため、内部エネルギーの変化も同時に計算する。

#### A-5、融解過程

固相の粒子が気温  $0[^\circ C]$ ( $273[K]$ )以上の領域に達すると、融解して液滴になる。本研究で用いたモデルは気温が  $273[K]$ になると即座に融解して、液滴になるように計算を行っている。融解がおこった場合にはすべての種類の固相粒子が同質量の液滴粒子になるように変換される。

また融解に伴う潜熱の出入りによる内部エネルギーの変化も凍結のときと同様に計算する。

#### A-6、重力落下および移流過程

前述のさまざまな過程で生成された粒子は風によって移流され、また重力によって落下する。この移流、落下による粒径分布の時間変化は、移流方程式の鉛直成分に重力落下の項を含めた形で式(A-14)のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} f^{(\mu)}(m,t) = -\frac{\partial}{\partial x} (uf^{(\mu)}(m,t)) - \frac{\partial}{\partial y} (vf^{(\mu)}(m,t)) - \frac{\partial}{\partial z} ((w - V^{(\mu)}(m))f^{(\mu)}(m,t)) \dots (A-14)$$

$V^{(\mu)}(m)$ は粒子種  $\mu$ 、質量  $m$  の粒子の終端落下速度であり、粒子サイズと粒子の種類に依存する。この(A-14)式を数値的に解く際には *Suzuki*(2004)では *van Leer*(1977)のスキームを用いる。*Iguchi et al.*(2007)では *Saito et al.*(2006)のものを用いている。

## B、付録 2

### B-1、スキーム開発に関する過去の事例

本研究では前半部で衝突併合過程に関するスキーム開発を行った。ここでは衝突併合過程スキームを中心にスキーム開発に関する過去の事例を紹介する。

#### B-1-1、衝突併合過程のスキームについて

衝突併合過程を数値的に解いて粒径分布の時間変化を計算する方法は一般に、2通りに大別される。1つは *Gillespie(1975)* によって開発されたモンテカルロ法による計算法である。もう1つは式(A-10)の衝突併合の方程式を数値的に解くものであり、これは本研究で用いたモデルを含め様々な数値モデルに現在使われている。

前者の方法は凝集体モデルと言われる1つのボックスのみを考えるモデルに、モンテカルロ法を組み合わせた方法である。この方法は、もう一方の方法に比べ厳密な計算ができ、かつ非常に柔軟性が高く、粒子の形状や密度までも取り扱うことができるという長所があるため、粒子の形状を考慮するエアロゾルやダストの形成に応用されている。一方で計算コストがもう一方に比べ、高いという欠点がある。

後者の方法は前者に比べると計算コストが低いため、本文で述べた通り、2次元ビンモデルや領域モデルに用いられているが、一般に粒子を球形に近似するため、粒子の形状を扱うことができないという欠点を持つ。

*Gillespie(1975)*の方法は、微小時間内に2つの粒子が衝突する確率を衝突カーネルなどで定義する。次に乱数を用いて考えている体積内に存在する粒子がそれぞれ衝突までに要する時間を決定し、衝突させるという方法である。この方法は *SeeBelberg et al.(1996)*で改良され、*Maruyama and Fujiyoshi(2007)*では雪の形成過程に応用された。

式(A-10)を解く方法は、これまで *Berry(1967)*をはじめとして *Berry and Reinhardt(1974)*、*Bott(1998)*、*Bott(2000)*などのスキームが開発された。

両者の方法とも計算コストが膨大であることは大きな問題である。そのため、開発されたスキームは計算コストの削減を目的として作られているものが多い。

計算コストを削減するには、粒径分布関数の解像度を下げる、すなわちビンの数を減らす手法が最も容易だが、この手法を用いた場合は数値拡散と呼ばれる現象が起り、計算結果が崩れてしまう。またそれ以外にも質量の保存性も重要な問題である。

衝突によって粒径分布関数が時間変化した後、粒径分布関数を限られたビ



ンだけの点で補完するがここで数値拡散が生じる。*Bott(1998)*、*Bott(2000)*では質量が完全に保存する形で、かつ数値拡散が少なくなるような補間を行うことでビン数を減らすことが可能なスキームを開発した。

また *Suzuki(2004)*では粒径分布関数を基底関数によって展開することで、粒径分布関数の自由度を下げ、ビン数を減らすことを可能にした。

しかしながら、いずれの場合もビン数を減らしすぎた場合は数値拡散が生じ、計算結果を崩す。本研究を行うにあたって著者が行った感度実験では *Bott(2000)*の方法では 20 ビン程度、*Suzuki(2004)*の方法では 15 ビン程度までビンを減らした場合、数値拡散による影響が顕著になる。

本研究で開発した統計的手法は、*Bott(2000)*のスキームをそのまま使用し、積分回数をモンテカルロ法によって削減するので、数値拡散は *Bott(2000)*のスキームを利用した時と同程度しか起こらない。その点ではこの統計的手法は有用である。

### B-1-2、凝結成長過程のスキームについて

数値拡散は 3-5-4 章で触れた凝結成長過程を数値的に解く際にも問題となる。凝結成長による質量の変化を計算するとき、質量の時間変化の方程式を移流方程式に帰着させて解く。そのため、移流スキームを利用することになる。

移流スキームは、様々なものが存在するが、雲微物理過程を計算する上で重要になるのは非負性である。というのも質量の変化を移流方程式で計算するため、負値が出ると雲粒子が負の質量を持つことになり、これによって計算結果が崩れてしまうからである。*Bott(1989)*のスキームは質量の保存性、非負性が非常に高いため、*Suzuki(2004)*ではこのスキームが用いられた。

しかしながら本文の通り、CFL 条件の制約が大きく、凝結成長過程が計算コストを増加させるひとつの要因となっている。

そのため、近年では CFL 条件の制約を受けにくく、かつ数値拡散が比較的生じにくい CIP 法という移流スキームが開発され(*Yabe et al., 2001*)、現在この手法を凝結成長に適応する取り組みが成されている(*Sugimura et al., Personal Communication*)。

### B-1-3、超水滴法

また、上述の 2 種類の計算法とは別に「超水滴法」とよばれる手法が最近になり開発された(*Shima et al., 2007*)。この手法は 2 つの特徴を持つ。1 つは、空

間上に存在する雲粒や雨粒、CCN などの粒子に関して、物理量（粒子半径、電荷、質量など）の属性が似た多数の粒子を超水滴という仮想的な 1 つの計算粒子として扱う点。もう一つは、疑似乱数を用いて粒子同士の衝突併合過程を確率的に計算する点である。

理論的な見積もりによれば、扱う物理量が 2~4(種類)以上となったときには、従来のビン法より計算コストが低くなり、かつ取り扱う物理量が多いほどその差が顕著となる。そのため今後粒子の化学組成、電荷など多数の物理量をモデルに取り入れる際には有用であると期待される。

## B-2、移流スキームについて

本研究では 3-5-4 章で記述したように、凝結成長過程の解く際に、成長の式を移流方程式に帰着させて取扱った。移流方程式を解く際に、空間方向の離散化には風上差分を用いた。本研究では最終的に 5 次の風上差分を用いたが、それ以外の差分方法として、1 次、3 次の風上差分を用いてスキームの検証を行った。以下ではその結果を述べる。

差分スキームのベンチマークテストとして、周期境界条件を仮定した 1 次元の移流問題を解いた。初期条件は *Yabe et al.(2001)* に従って式(B-1)の矩形波を設定し、移流速度  $c$  は一定とした。

$$f(0,x) = \begin{cases} 1 & (40 \leq x \leq 60) \\ 0 & (otherwise) \end{cases} \quad (B-1)$$

図 B-1 は CFL 数( $|c dt/dt|$ )=0.1 で 1000step 計算を繰り返した時の波形である。これを見ると、3 次、5 次の風上差分を用いた場合、波形の保存性は 1 次の上流差分に比べよいが、オーバーシュート、アンダーシュートが生じ、負値が発生している。

一方 1 次の上流差分を用いた場合、アンダーシュート、オーバーシュートなどは起こらず、負値の発生は無いが、波形の保存性が非常に悪い。

波形の保存の悪さのために、1 次風上差分を用いて凝結成長を計算した場合、地表面の雨のピーク値が小さくなり、雨を降る時間が長くなるという問題が生じる。一方 3 次、5 次風上差分を用いて凝結成長を計算した場合はピーク値、雨の降る時間は従来のビン法を用いた場合と比較的近いが得られるが、負値が生じ、数値不安定を引き起こす。そのため、本研究では負値が発生した場合は強制的に 0 にするという対策をとったが、これは本文で触れたとおり適切な方法ではない。そのためスキームの改良が必要となる。

なお本論文では挙げないが、CIP法という移流スキームがある。このスキームは *Xiao and Yabe(2001)*、*Yabe et al.(2001)*などで用いられている方法で保存性、非負性共によりスキームであり、CFL 条件の制約も受けにくい。このスキームを適用することは将来的な課題として意義がある。

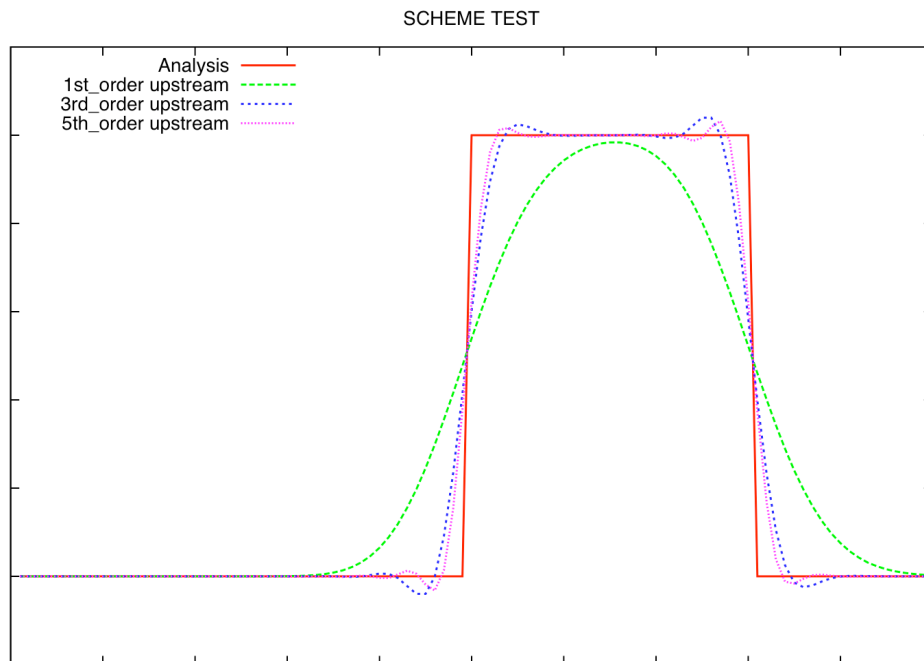


図 B-1 : 移流速度一定で 1000step 移流計算を繰り返した後の矩形波の波形。赤線が理論解、緑線が空間差分に関して 1 次の上流差分を用いた場合、青線が 3 次の上流差分を用いた場合、ピンク線が 5 次の上流差分を用いた場合の結果である

### B-3、Kernel 関数について

2 章で記述した 3 つの Kernel 関数についてここでは説明する。本研究で用いたモデルに使用される Kernel 関数は 3 つの物がある。1 つは *Golovin(1963)* の Kernel 関数、2 つ目は *Long(1974)* で導かれた Kernel 関数、3 つ目は式(3-3)で与えられる Kernel 関数である。

*Golovin(1963)* で与えられる関数は式(3-2)で与えられる。ここでは表記のしやすさのため式(3-2)を式(B-1)のように置く。

$$K(m_i, m_j) = b(m_i + m_j) \cdots (B-1)$$

この Kernel 関数を用いた時、式(A-10)は解析的に解くことができ、初期条件を式(B-2)のように与えると、その解は式(B-3)で与えられる (*Golovin, 1963*)。

$$f(m,0) = \frac{N_0 \rho}{m_0} \exp\left(-\frac{m}{m_0}\right) \dots (B-2)$$

$$f(m,t) = \frac{m_0(1-\tau)}{m\sqrt{\tau}} I_1\left(\frac{2m\sqrt{\tau}}{m_0}\right) \exp\left[-\frac{(1+\tau)m}{m_0}\right] \dots (B-3)$$

$$\tau = 1 - \exp\left[-N_0 m_0 K(m_i, m_j) t\right]$$

ここで、 $I_1(x)$ は第1種ベッセル関数、 $m_0$ は平均質量、 $N_0$ は初期の全数濃度、 $\rho$ は密度、 $b$ は定数である。

また Long(1974)の Kernel 関数は、式(B-4)で与えられる。

$$\begin{cases} \frac{9.44 \times 10^3}{\rho^2} (m_i^2 + m_j^2) \\ \frac{5.78 \times 10^{-3}}{\rho} (m_i + m_j) \end{cases} \dots (B-4)$$

この Kernel と式(3-3)で与えられている Kernel は 100[ $\mu$ m]付近で急激に Kernel が大きくなるという特徴を持つ (図 B-2)。またこれら2つの Kernel を用いたときは式(A-10)を解析的に解くことはできない。

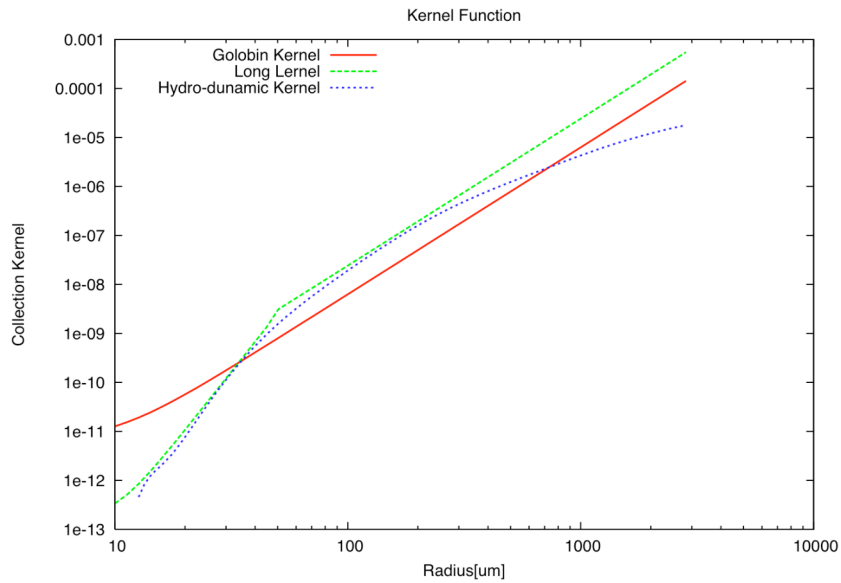


図 B-2 : 本研究で用いられている Kernel 関数のプロット。横軸は衝突する粒子の半径であり、衝突される小粒子の半径は 10[ $\mu$ m]で一定である。赤線が Golovin(1963)の Kernel、緑線が Long(1974)の Kernel、青線が式(3-3)で与えられる Kernel をそれぞれ表す

## 謝辞

本研究を行うにあたり、素晴らしい研究テーマを与えていただき、非常に充実した研究環境を用意していただいた気候システムセンター・センター長の中島映至教授に心から感謝します。いつもフランクに接していただき、研究以外でも大変お世話になりました。

本論文の審査委員になっていただいた新野宏教授、佐藤正樹准教授には論文について細かいところまで目を通していただき、アドバイスをいただきました。

気象研究所の村上正隆先生には研究に必要な航空機データを提供していただいただけでなく、雲物理の専門家の観点からさまざまなアドバイスをいただきました。気象研究所の木下宣幸博士には鉄塔観測データを提供していただき、東海大学の中島孝教授には MODIS 画像を提供していただきました。また海洋開発機構・地球シミュレータセンターの島伸一郎博士には乱数についての知識と研究に関するコメントをいただきました。

気候システム研究センターの今須准教授をはじめとした放射グループの方々にはいつもコロキウムで有益なコメントをいただき、同センターの先生方には重要なコメントをいただきました。同研究センターOB で現コロラド州立大学の鈴木健太郎博士には、研究に用いるモデルについて細部まで丁寧に教えていただきました。また井口享道氏、向井真木子氏をはじめとする研究室の先輩、後輩の方々、および研究室のスタッフの方々には研究に対する取り組みから人間としてのあり方に至るまで、さまざまなアドバイスをいただきました。心より感謝致します。同センターの先輩方にも研究だけでなく様々な面で私をバックアップしていただきました。

気候システムセンターの同期の皆さんにはいくら感謝しても足りないほどです。波瀾万丈な2年間を乗り切ることができたのは彼らのおかげです。特に浦川昇吾君は2年前計算機関係について知識の全くなかった私に計算機について0から教えてくれました。彼がいなければこのような修士論文を書くことはできなかつたと確信しています。京都大学大学院理学系研究科の伊藤耕介君には学会を通して様々なアドバイスをいただき、統計学に関して有益なコメントをいただきました。

その他にも私の研究や私生活において数えきれないほどの方に支えられ今日までたどり着くことができました。この場を借りて感謝致します。

最後に、いつも支えてくれる両親と家族に感謝致します。

## 参考文献

- Albrecht, B. A., 1989: Aerosols, cloud microphysics, and fractional cloudiness., *Science*, **245**, 1227-1230.
- Ackerman, A. S., O. B. Toon, D. E. Stevens, A. J. Heymsfield, V. Ramanathan, and E. J. Welton, 2000: Reduction of tropical cloudiness by soot., *Science*, **288**, 1042-1047.
- Berry, E. X., 1967: Cloud droplet growth by collection., *J. Atmos. Sci.*, **24**, 688-701.
- Berry, E. X., and R. L. Reinhardt, 1974: An analysis of cloud drop growth by collection: Part I. Double Distribution., *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1814-1824.
- Bigg, E. K., 1953: The formation of atmospheric ice crystals by the freezing of droplets., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **79**, 510-519.
- Bott, A., 1989: A positive definite advection scheme obtained by nonlinear renormalization of the advective fluxes., *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1006-1015.
- Bott, A., 1998: A flux method for the numerical solution of the stochastic collection equation., *J. Atmos. Sci.*, **55**, 2284-2293.
- Bott, A., 2000: A flux method for the numerical solution of the stochastic collection equation: extension to two-dimensional particle distributions., *J. Atmos. Sci.*, **57**, 284-294.
- Churchill, D. D., and R. A. House. Jr., 1984: Development and structure of winter monsoon cloud clusters on 10 December 1978., *J. Atmos. Sci.*, **41**, 933-960.
- Gallus, W. A. Jr., and M. Rancic, 1996: A non-hydrostatic version of the NMC's regional Eta model., *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **122**, 465-497.
- Gillespie, D. T., 1975: An exact method for numerically simulating the stochastic coalescence process in a cloud., *J. Atmos. Sci.*, **32**, 1977-1989.
- Golovin, A. M., 1963: The solution of the coagulation equation for cloud droplets in a rising air current., *Bull. Acad. Sci., USSR, Geophys. Ser. X*, **5**, 482-487.
- Han, Q., W. B. Rossow, and A. A. Lacis, 1994: Near-global survey of effective droplet radii in liquid water clouds using ISCCP data., *J. climate*, **7**, 465-497.
- Higurashi, A., and T. Nakajima, 2002: Detection of aerosol types over the east China sea near Japan from four-channel satellite data., *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 1836, doi:10.1029/2002GL015357.
- Hobbs, P. V., J. L. Stith, and L. F. Radke, 1980: Cloud-active nuclei from coal-fired electric power plants and their interactions with clouds., *J. Appl. Meteor.*, **19**,

439-451.

- Houze, R. A. Jr., and D. D. Churchill, 1987: Mesoscale organization and cloud microphysics in a bay of Bengal depression., *J. Atmos. Sci.*, **44**, 1845-1867.
- Iguchi, T., T. Nakajima, A. P. Khain, K. Saito, T. Takemura, and K. Suzuki, 2007: A study of the cloud microphysical properties in the East Asia region by a bin cloud microphysics coupled with a meso-scale model., *J. Geophys. Res.*, submitted.
- Intergovernmental Panel of Climate Change (IPCC), *Climate Change 2007, 2007: The physical Science Basis*, Solomon, S., D. Qin, M. Manning, M. Marquis, K. Aveyt, M. M. B. Tignor, H. L. Miller Jr., and Z. Chen, 881pp., Cambridge University Press
- Kawamoto, K., T. Nakajima, and T. Y. Nakajima, 2001: A global determination of cloud microphysics with AVHRR remote sensing., *J. Climate*, **14**, 2054-2068.
- Kiehl, J. T., and K. E. Trenberth, 1997: Earth's Annual Global Mean Energy Budget., *Bull. American. Meteorol. Soc.*, **78**, 197-208.
- Kinoshita, N., 2003: Nonuniform distribution of high-frequency turbulence in the unstable boundary layer., *Bound.-Lay. Meteorol.*, **106**, 61-91.
- Khain, A. P., and I. Sednev, 1996: Simulation of precipitation formation in the Eastern Mediterranean coastal zone using a spectral microphysics cloud ensemble model., *Atmos. Res.*, **43**, 77-110.
- Khain, A. P., M. Ovtchinnikov, M. Pinsky, A. Plkrovsky, and H. Krugliak, 2000: Notes on the state-of-the-art numerical modeling of cloud microphysics., *Atmos. Res.*, **55**, 159-224.
- Krishnamurti, T. N., 1985: Summer Monsoon Experiment – A Review., *Mon. Wea. Rev.*, **113**, 1590-1626.
- Liou, K. N., 1992: *An introduction to atmospheric radiation.*, 2nd ed., 583pp, Academic Press, New York.
- Long, A., 1974: Solutions to the droplet collection equation for polynomial kernels., *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1040-1052.
- Lynn, B. H., A. P. Khain, J. Dudhia, D. Rosenfeld, A. Pokrovsky, and A. Seinfeld, 2005a: Spectral (bin) microphysics coupled with a mesoscale Model (MM5). Part I: Model description and first results., *Mon. Wea. Rev.* **133**, 44-58.
- Lynn, B. H., A. P. Khain, J. Dudhia, D. Rosenfeld, A. Pokrovsky, and A. Seinfeld,

- 2005b: Spectral (bin) microphysics coupled with a mesoscale Model (MM5). Part II: Simulation of a CaPE rain event with a squall line., *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 59-71.
- Maruyama, K., and Fujiyoshi Y., 2007: *気象研究ノート (in Japanese)*, **207**, 59-73, Meteorological Society of Japan.
- Matsumoto, M., and T. Nishimura, 1998: Mersenne Twister A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator., *ACM Trans. on Modeling and Computer Simulation*, Vol. 8, No1. pp.3-30.
- Meyers, M. P., P. J. DeMott, W. R. Cotton, 1992: New primary ice-nucleation parameterizations in an explicit cloud model., *J. Appl. Meteorol.*, **31**, 708-721.
- Miller, R. C., R. J. Anderson, J. L. Kassner Jr., and D. E. Hagen, 1983: Homogeneous nucleation rate measurements for water over a wide range of temperature and nucleation rate., *J. Chem. Phys.*, **78**, 1651-1664.
- Murakami, M., 1999: *気象研究ノート (in Japanese)*, **196**, 57-84., Meteorological Society of Japan.
- Nakajima T., A. Higurashi, K. Kawamoto, and J. E. Penner, 2001: A possible correlation between satellite-derived cloud and aerosol microphysical parameters., *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 1171-1174.
- Numaguchi, A., M. Takahashi, and A. Sumi, 1995: Development of an atmospheric general circulation model., *Climate System Dynamics and Modeling*, edited by T. Matsuno, pp 1-27, Center for Climate System Research, University of Tokyo, Tokyo.
- Ovtchinnikov, M. and Y. L. Kogan, 2000: An investigation of ice production mechanism using a 3D cloud model with detailed microphysics. Part I: Model description., *J. Atmos. Sci.*, **57**, 2989-3003.
- Pruppacher, H. R., and J. D. Klett, 1997: *Microphysics of Clouds and Precipitation.*, 2nd ed., 954pp., Springer, New York.
- Rogers, R. R., and M. K. Yau, 1989: *A short course in cloud physics.*, 3rd ed., pp293, Pergamnon Press, Oxford.
- Rosenfeld, D., 2000: Suppression of Rain and Snow by Urban and Industrial Air Pollution., *Science*, **287**, 1793-1796.
- Saito, K., T. Fujita, Y. Yamada, J. Ishida, Y. Kumagai, K. Aranami, S. Ohmori, R. Nagasawa, S. Kumagai, C. Muroi, T. Kato, H. Eito, and Y. Yamazaki, 2006:



- The operational JMA nonhydrostatic mesoscale model., *Mon. Wea. Rev.* **134(4)**, 1266-1298, doi: 10.1175/MWR3120.1.
- SeeBelberg, M., T. Trautmann, and M. Thorn, 1996: Stochastic simulations as a benchmark for mathematical methods solving the coalescence equation., *Atmos. Res.*, **40**, 33-38.
- Shima, S., K. Kusano, A. Kawano, T. Sugiyama, and S. Kawahara, 2007: Super-Droplet method for the numerical simulation of clouds and precipitation: a particle-based microphysics model coupled with non-hydrostatic model., *e-print physics/0701103*.
- Squires, P., 1958a: The microstructure and colloidal stability of warm clouds Part I – The relation between structure and stability., *Tellus*, **10**, 256-261.
- Squires, P., 1958b: The microstructure and colloidal stability of warm clouds Part II – the causes of the variations in microstructure., *Tellus*, **10**, 262-271.
- Stone, J. M. and M. L. Norman, 1992: ZEUS-2D: A radiation hydrodynamics code for astrophysical flows in two space dimensions. I. The hydrodynamic algorithms and tests., *Astrophysical J.*, **80**, 753-790.
- Suzuki, K., 2004: A study on numerical modeling of cloud microphysics for calculating the particle growth process., (in Japanese) *Univ. Tokyo. Doctorial Dissertation*.
- Suzuki, K., T. Nakajima, T. Y. Nakajima, and A. P. Khain, 2006: Correlation pattern between effective radius and optical thickness of water clouds simulated by a spectral bin microphysics cloud model., *SOLA*, **2**, 116-119, doi:10.2151/sola.2006-030.
- Takahashi, T., 2006: Precipitation mechanism in east Asian monsoon: Videosonde study., *J. Geophys. Res.*, **111**, D09202, doi:10.1029/2005JD006268.
- Takahashi, T., T. Endoh, G. Wakahama, 1991: Vapor diffusional growth of free-falling snow crystals between  $-3$  and  $-23^{\circ}\text{C}$ ., *J. Meteor. Soc. Jpn.*, **69**, 15-30.
- Takahashi, T., and K. Kuhara, 1993: Precipitation mechanisms of cumulonimbus clouds at Pohnapei, Micronesia., *J. Meteorol. Soc. Jpn.*, **71**, 21-31.
- Takahashi, T., K. Suzuki, M. Orita, M. Tokuno, and Robert de la Mar, 1995a: Videosonde observation of precipitation processes in equatorial cloud cluster., *J. Meteorol. Soc. Jpn.*, **73**, 509-534.
- Takahashi, T., Y. Nagao, and Y. Kushiya, 1995b: Precipitation mechanisms of cloud

- systems developed in semi arid area of Pingliang, China-Videosonde observation., *J. Meteorol. Soc. Jpn.*, **73**, 1191-1211.
- Takahashi, T., and T. Kawano, 1998: Numerical Sensitivity Study of Rainband Precipitation and Evolution., *J. Atmos. Sci.*, **55**, 57-87.
- Takahashi, T., T. Tajiri, and Y. Sonoi, 1999: Charges on graupel and snow crystals and electric structure of winter thunderstorms., *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1561-1578.
- Takahashi, T., and K. Shimura, 2004: Tropical Rain Characteristics and Microphysics in a Three-Dimensional Cloud Model., *J. Atmos. Sci.*, **61**, 2817-2845.
- Takahashi, T., and T. D. Keenan, 2004: Hydrometeor mass, number, and space charge distribution in a “Hector” squall line., *J. Geophys. Res.*, **109**, D16208, doi: 10.1029/2004JD004667.
- Twomey, S., 1974: Pollution and the planetary albedo., *Atmos. Environ.*, **8**, 1251-1256.
- Twomey, S. and P. Squires, 1959: The influence of cloud nucleus population on the microstructure and stability of convective clouds., *Tellus*, **11**, 408-411.
- Vail, G., 1975: Remarks on the mechanism of atmospheric ice nucleation. In Gaivoronsky. I.I. (Ed.), Proc. 8th Int. Conf. On Nucleation, Leningrad, 23-29. Sept. pp.. 265-269.
- Van Leer, B., 1977: Towards the ultimate conservative difference scheme. IV. A new approach to numerical convection., *J. Comput. Phys.*, **23**, 276-299.
- Xiao, F., and T. Yabe., 2001: Completely Conservative and Oscillation-less Semi-Lagrangian Schemes for Advection Transportation., *J. Comput. Phys.*, **170**, 498-522.
- Yabe, T., R. Tanaka, T. Nakamura, and F. Xiao, 2001: An Exactly Conservative Semi-Lagrangian Scheme (CIP–CSL) in One Dimension., *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 332-344.