

双一次 degenerate シェル要素による板殻構造の非線形解析 (その 2)

Nonlinear Analysis of Plate and Shell Structures by Using Bilinear Degenerate Shell Element (II)

都 井 裕*・正 岡 典 夫**・川 井 忠 彦*
Yutaka TOI, Norio MASAOKA and Tadahiko KAWAI

1. 序

前報¹⁾では、次数低減積分法による双一次 degenerate シェル要素の定式化を述べ、数値例として円筒シェル屋根の非線形解析を実施した。その結果、本要素が構造物の静的崩壊挙動に対する効率的な解析手法としての有用性を有することを示した。

本報では、本要素を用いて横荷重を受ける平板の弾塑性解析を行う。この問題は、すでに著者の一人が同一要素を用いて断面方法により解析しているか²⁾、ここでは層分割法を用いて同じ問題の解析を行い、両者の数値解を比較するとともに詳細な塑性域の進展状況について調べることにする。また、要素分割数による弾塑性解の収束性についても数値結果を紹介する。

2. 横荷重を受ける平板の弾塑性解析

前報¹⁾で紹介した一点積分による双一次 degenerate シェル要素を用いて、増分法により正方形板および長方形板の曲げ崩壊解析を実施した。材料は完全弾塑性体を仮定し、層分割法により板厚方向へガウス 10 点積分を行った。また、降伏関数としては、次式の Mises の降伏条件を仮定した。

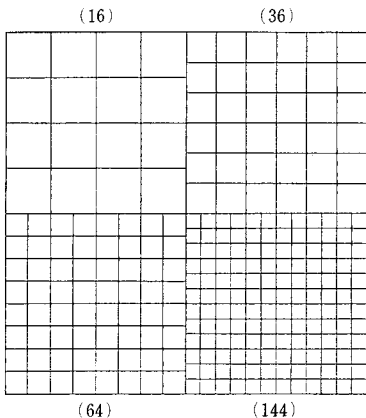


図 1 正方形板の要素分割

$$f = \bar{\sigma} = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} = \sigma_y \quad (1)$$

なお、本報の解析は有限変形の影響を無視した極限解析解との比較を主目的としているため、幾何学的非線形性は考慮しないこととした。

2.1 正方形板の曲げ崩壊解析

中央集中荷重あるいは一様分布荷重を受ける周辺支持あるいは周辺固定の正方形板 (辺長 a) の解析結果について以下で説明する。計算はすべて対称性を考慮した 1/4 解析とし、次の定数値を仮定した。

辺長	$a=8$	[in]
板厚	$t=0.8$	[in]
ヤング率	$E=1.09 \times 10^7$	[psi]
ポアソン比	$\nu=0.3$	
降伏点	$\sigma_y=45000$	[psi]
有効せん断係数	$\alpha=5/6$	
アワーグラスパラメータ	$r_m=r_w=r_\beta=0.03$	

また、要素分割数による解の収束性を検討するため図 1 に示す 4 種類 (要素数 16, 36, 64, 144) の要素分割を仮定した。

図 2 と図 3 は、それぞれ集中荷重を受ける周辺固定平板および分布荷重を受ける周辺支持平板に対する解析結果である。ここで図 (a) は、各要素分割に対する荷重と中央点横たわみの関係であり、縦軸は極限解析解 (上界

表 1 正方形板の崩壊荷重 (P_{max}/P_{cr})

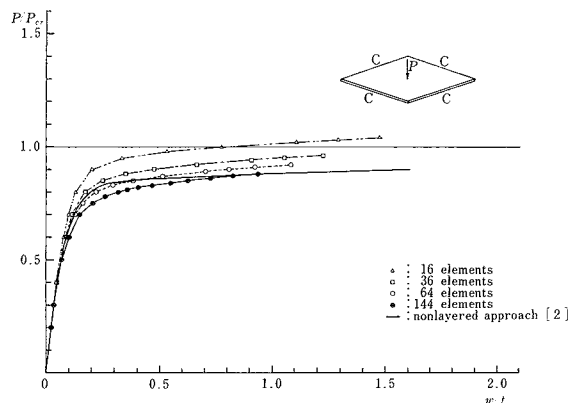
number of elements		16	36	64	144	limit analysis (P_{cr})
concentrated load	simply supported	1.10 (1.05)	1.06 (1.00)	1.04 (0.99)	1.02	$8\sigma_y t^2/4$
	clamped	1.04 (0.99)	0.96 (0.91)	0.92 (0.90)	0.88	$4\pi\sigma_y t^2/4$
uniform load	simply supported	1.03	1.02	1.01 (0.98)	1.01	$26.4\sigma_y t^2/4a^2$
	clamped	1.15	1.08	1.04 (1.00)	1.00	$49.5\sigma_y t^2/4a^2$

* () : nonlayered approach [2]

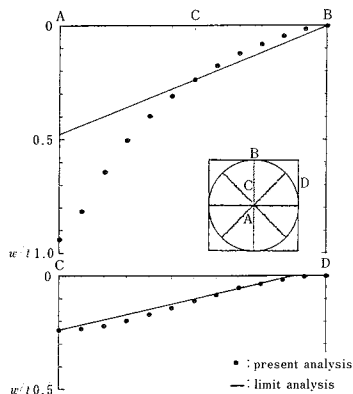
*東京大学生産技術研究所 第 2 部

**(株)巴組技研

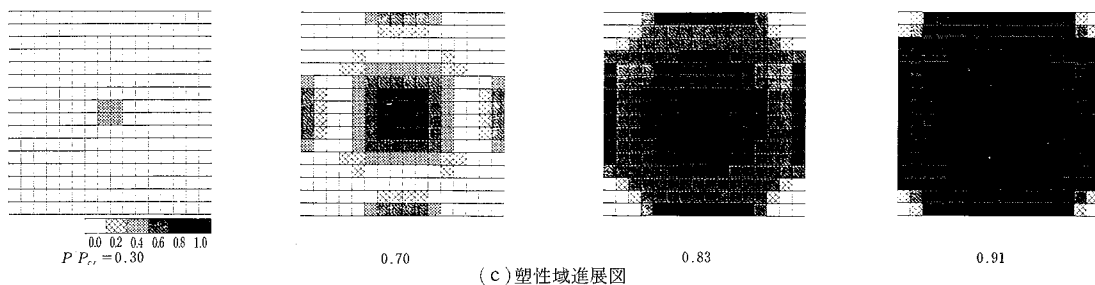
研 究 速 報



(a) 荷重—たわみ関係

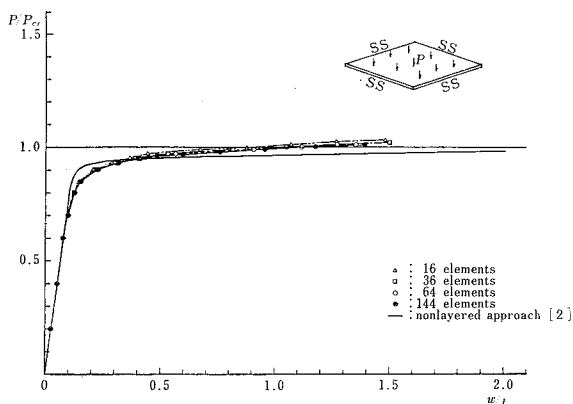


(b) 崩壊モード

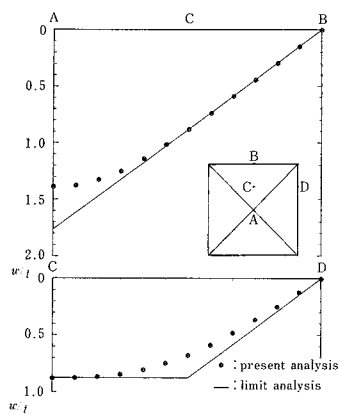


(c) 塑性域進展図

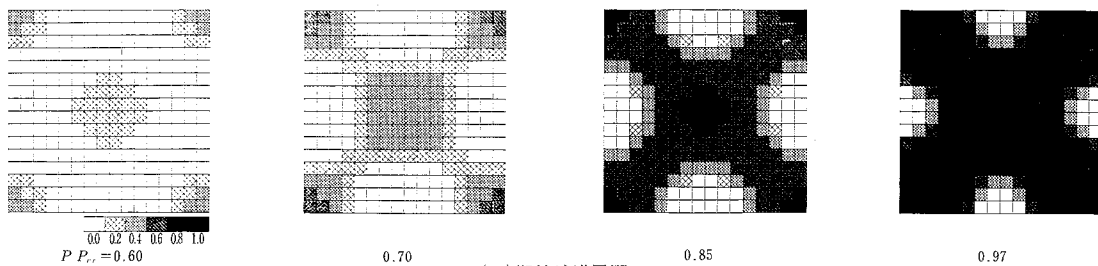
図 2 集中荷重を受ける周辺固定正方形板の弾塑性解析



(a) 荷重—たわみ関係



(b) 崩壊モード



(c) 塑性域進展図

図 3 分布荷重を受ける周辺支持正方形板の弾塑性解析

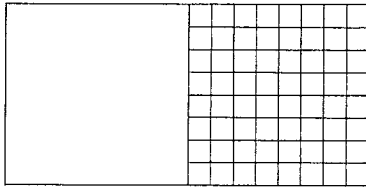


図 4 長方形板の要素分割

解) に対する無次元化荷重, 横軸は無次元化横たわみを表している. 図(b)はC点における横たわみを一致させて描いた有限要素解と極限解析解の崩壊モード比較図である. また, 図(c)は, 板厚方向の進展過程を考慮した塑性域進展図であり, ハッチングの濃淡により断面方向の塑性域進展状況を見ることができる.

各条件下での崩壊荷重値(極限解析解で無次元化した値)を表1にまとめて示す. 本数値解は, 集中荷重を受ける周辺固定平板の場合を除いて, それぞれ基準とした極限解析上界解³⁾へ要素数の増加に伴って, おおむね良好に収束していることがわかる. 集中荷重下の周辺固定平板については, 図2(b)の崩壊モードからもわかるように集中荷重による局部崩壊の影響が見られ, 特に要素分割数の増加に伴ってその傾向が強くなり, 比較した極限解析解³⁾よりも10%以上低い崩壊荷重値が得られた.

以上の結果は, 文献2)の断面法による解とも十分良好に対応している. すなわち, 崩壊荷重の収束値および

表 2 長方形板の崩壊荷重 (P_{max}/P_{cr})

	present	Kusuda(P_{cr})
concentrated load	0.87 (0.85)	$12\sigma_y t^2/4$
line load	1.21 (1.17)	$9.66\sigma_y t^2/4b$
uniform load	1.31 (1.26)	$17.2\sigma_y t^2/4ab$

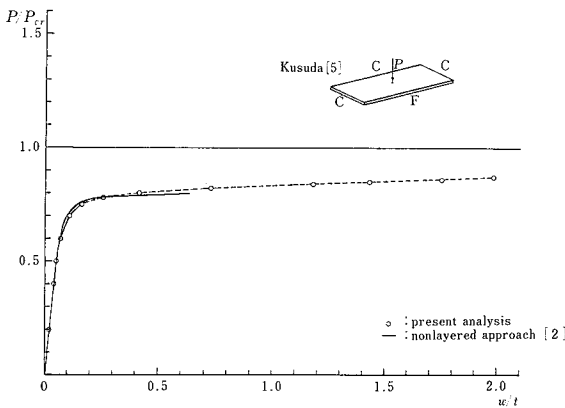
*() : nonlayered approach [2]

崩壊モードにおいて両者の結果に大きな相違はない.

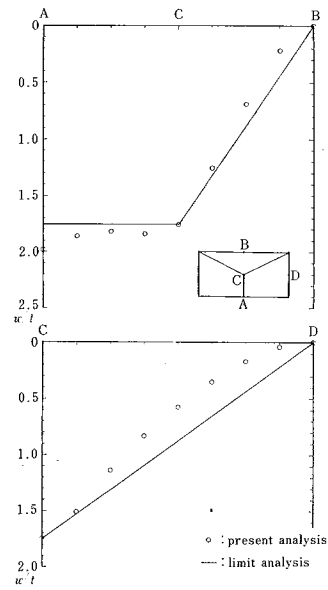
2.2 長方形板の曲げ崩壊解析

続いて, 3 辺固定・1 辺自由の境界条件下で集中荷重, 線分布荷重あるいは一様分布荷重を受ける長方形板の塑性崩壊解析を行った. これらの問題に対しては, 任意の長方形板に対する極限解析解が楠田によって与えられている³⁾. 計算は, 長辺 $a = 8$ [in], 短辺 $b = 4$ [in] の長方形板に対して図4の要素分割により1/2解析を行った. 他の定数値は前節の正方形板と同様に仮定した.

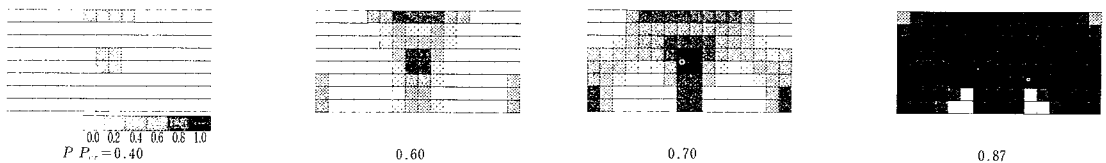
図5と図6は, それぞれ集中荷重および一様分布荷重



(a) 荷重-たわみ関係



(b) 崩壊モード



(c) 塑性域進展図

図 5 集中荷重を受ける3 辺固定・1 辺自由長方形板の弾塑性解析

研 究 速 報

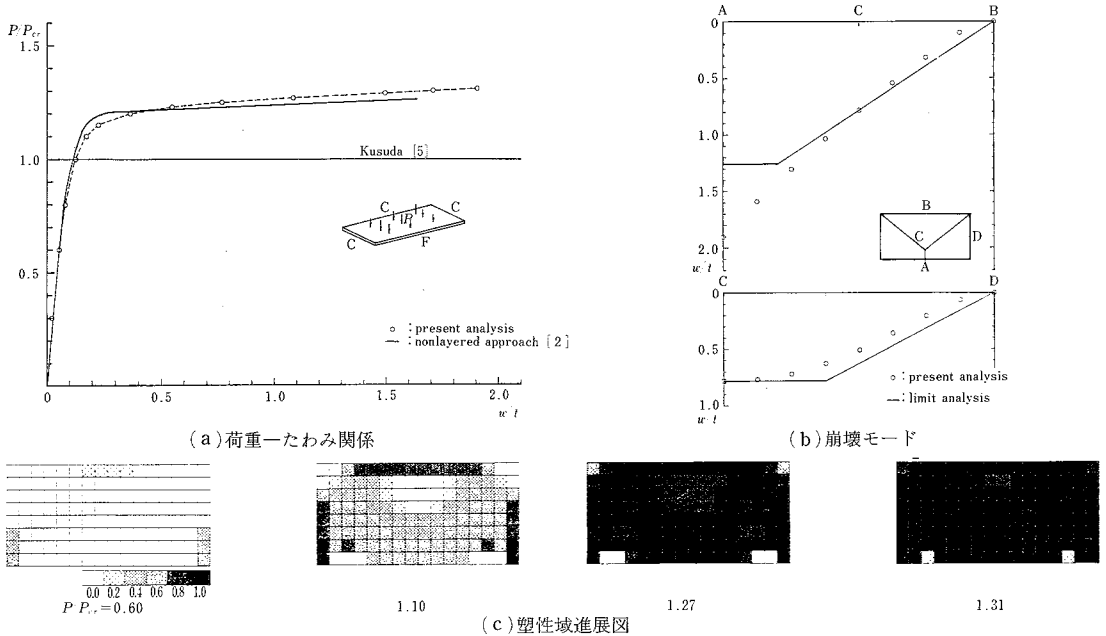


図 6 分布荷重を受ける 3 辺固定・1 辺自由長方形板の弾塑性解析

を受けた場合の解析結果である。ここで、図(a)は自由辺中央での荷重・横たわみ線図、図(b)は崩壊モード図、図(c)は塑性域進展図である。表 2 にも示すように本解析による崩壊荷重値と楠田による上界値との間には相当の隔りがあり、本計算値の楠田の解に対する比は、集中荷重の場合で 0.87、線分布荷重の場合で 1.21、一様分布荷重の場合で 1.31 であった。この隔りについては、次のことが原因として上げられる。すなわち、楠田の解析では、図(b)中に示すような塑性関節線による単純な崩壊モードを仮定して、全体的な崩壊機構に対する極限解析解が求められており、集中荷重による局所的な崩壊の影響が考慮されていない。また、Mises の降伏条件についても厳密に適用されているとは言えない。したがって、本解析のほうがより信頼度の高い解を与えていると判断される。

また、本節の解析結果は、前節の正方形板に対する解析結果と同様に、文献 2) で実施した断面力法による計算結果と崩壊荷重、崩壊モードともに大きな相違はない。

3. 結 言

次数低減積分法 (一点積分法) に基づく双一次 degenerate シェル要素を、層分割法により横荷重を受ける平板の塑性崩壊問題に応用した。

正方形板および長方形板に対する解析結果は以前に著者の一人が実施した断面力法による計算結果と、荷重・た

わみ曲線、崩壊荷重値、崩壊モードに関し、良好に一致あるいは対応しており、両者の解の信頼性が裏付けられた。さらに、既存の極限解析解との比較に関しては次のことが明らかとなった。すなわち、正方形板については周辺固定・集中荷重の場合を除き、既知の極限解析解は妥当と判断される。また、長方形板に対する楠田の解は 15~30% 程度の誤差を含んでおり、本数値解のほうが正解に近いと考えられる。

なお、文献 2) に示した線分布荷重を受ける長方形板に対する断面力法の解は入力データに誤りがあり表 2 に示した数値は修正された解であることを付言しておく。

(1986 年 4 月 2 日受理)

参 考 文 献

- 1) 都井 裕, 正岡典夫, 川井忠彦: 双一次 degenerate シェル要素による板殻構造の非線形解析 (その 1), 生産研究, 第 38 卷, 第 5 号 (1986), 225
- 2) 都井 裕: 定モーメント四辺形要素による平板の塑性解析, 日本造船学会論文集, 第 155 号 (1984), 277
- 3) M. A. Save and C. E. Massonet: Plastic Analysis and Design of Plates, Shells and Disks, North-Holland (1972)
- 4) B. Mercier: Computation of the Limit Load and Elasto-Plastic Bending of Thin Plates, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol 14 (1979), 235
- 5) 楠田忠雄: 垂直荷重を受ける板の塑性設計について, 造船協会論文集, 第 107 号 (1960), 195