

鉄筋コンクリート構造物の離散化極限解析 (その 1)

—鉄筋コンクリート剛体要素の定式化—

Discrete Limit Analysis of Reinforced Concrete Structures (I)

—Formulation of Rigid Body Spring Model for R/C Element—

川 井 忠 彦*・上 田 眞 稔**・竹 内 則 雄*

渡 辺 正 明*・樋 口 晴 紀***・毛 井 崇 博**

Tadahiko KAWAI, Masatoshi UEDA, Norio TAKEUCHI

Masaaki WATANABE, Haruki HIGUCHI and Takahiro KEI

1. は じ め に

鉄筋コンクリート構造物は、任意方向に配筋された鉄筋とコンクリートより構成された複合構造物で、通常、コンクリートのひび割れが先行し、鉄筋の降伏またはコンクリートの圧縮降伏が起こり、荷重条件によっては、せん断破壊や圧壊で耐力を失う等複雑な塑性現象を呈する。

有限要素法が1954年に発表され、1967年にNgoとScordelis¹⁾が初めて鉄筋コンクリート梁の解析を試みて以来、鉄筋コンクリート構造解析は大きく進歩してきたが、なお図-1に示すようにコンクリート構造物の非線

形解析は数多くの問題点を残す²⁾。コンクリート材料は粗骨材(砂利)、細骨材(砂)、セメントおよび水の化学変化により生成されたもので、混合、打ち込み、養生、周辺環境により大きく左右され、金属のような明確な塑性理論がないのが現状である。そこで、ミクロ的な観点に立った有限要素法によるアプローチとは異なり、コンクリートのかたまりが鉄筋で連結されているとするマクロ的アプローチに主眼をおき、鉄筋コンクリート構造物の保有耐力を算定する立場が必要となる。

川井により提案された剛体・ばねモデル(RBSM)³⁾は要素自体を剛体と仮定し、要素同士は各要素辺上に分布

したばねにより結ばれ、このばねにエネルギーが集中して蓄えられているとして評価される。したがって、要素間のすべりや分離等の塑性現象を簡単に取り扱うことができる。この手法は金属構造物⁴⁾や地盤⁵⁾の非線形解析に用いられ、大きな成果をあげている。ここでは、本モデルを鉄筋コンクリートの複合構造物に適用し、構造物の崩壊パターンをマクロ的に取り扱う方法として、鉄筋コンクリート要素のモデル化および降伏条件の設定について述べ、(その2, 3)で具体的な数値計算例について述べる。

2. 鉄筋コンクリート要素のモデル化

鉄筋コンクリート要素をモデル化する場合、鉄筋を棒要素とする方法と、等価な直交異方性板とする方法が考えられる。棒要素の場合、鉄筋とコンクリートとの界面の附着特性を導入しやすいが、構造物に多数の鉄筋が配置されてい

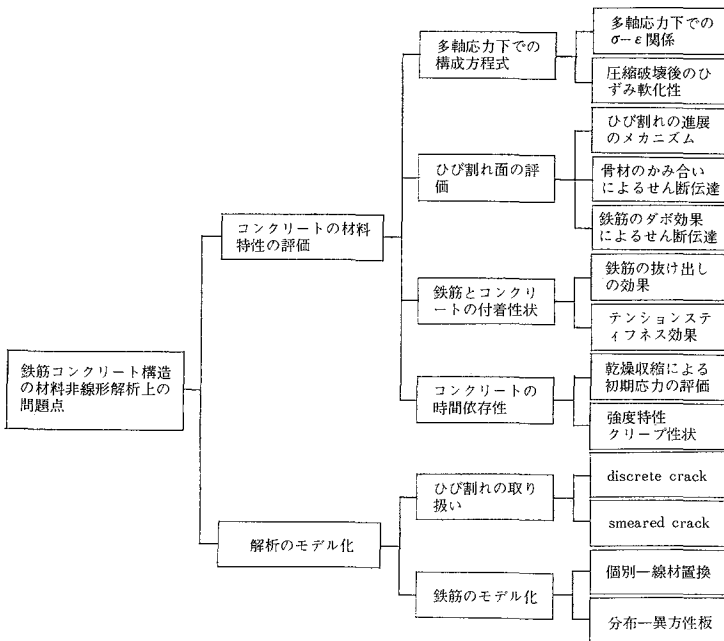


図-1 コンクリート構造物の非線形解析の問題点

* 東京大学生産技術研究所 第2部

** (株)竹中工務店 技術研究所

*** (株)安部工業所

研究速報

ときには要素の分割が細くなり、自由度が増大するという欠点が生ずる。ここではある方向に配筋された鉄筋を一層と考えた多層の直交異方性板として取り扱い、ひび割れ後はコンクリートにテンション・スティフネス効果を持たせて付着効果を表した。ゆえに、鉄筋コンクリート剛体要素として、一層のコンクリート層要素と数層の鉄筋異方性要素の重ね合わされた要素として定義される(図-2参照)。

2.1 コンクリート要素の剛性行列

平面問題における剛体・ばねモデルは各剛体要素が境界で分布した垂直ばねとせん断ばねで結合されており、ひずみエネルギーが要素間のばね系にランプして蓄えられていると考える。

図-3に示す三角形要素を考えると、要素境界上の点Pの変形後における相対変位 $\delta = [\delta_a \ \delta_s]^T$ は、重心点の変位 $U_i = [u_i, v_i, \theta_i]^T$ を用いて、次式で表される。

$$\delta = M \cdot R \cdot Q \cdot U_i \quad (1)$$

ここに、 M は局所座標系における変位差を与えるマトリックス、 R は座標変換マトリックス、 Q は剛体変形を表す変換マトリックスである。相対変位と対応する仮想ひずみ成分 $\epsilon = [\epsilon_a, \gamma_s]^T$ を定義する。

$$\epsilon = 1/h \cdot \delta \quad (2)$$

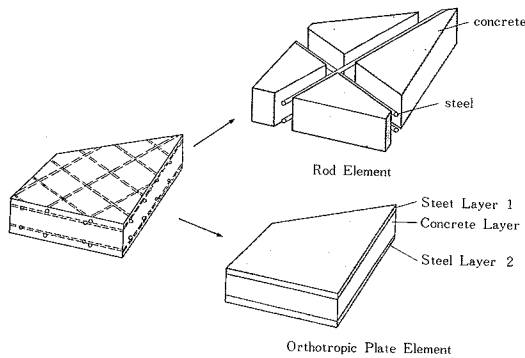


図-2 鉄筋コンクリート要素のモデル化

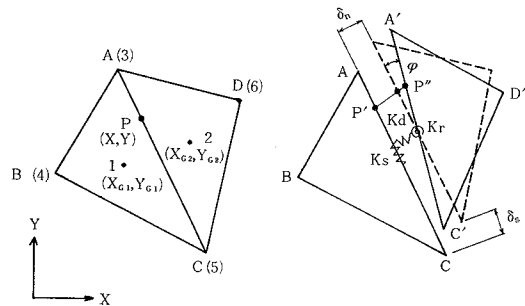


図-3 面内三角形要素

ここで、 h は要素の重心 G_1, G_2 から境界線上に下ろした垂線の長さの和である。平面応力場における要素境界上の弾性時表面力を次のように仮定する。

$$\sigma_n = \frac{E}{1-\nu^2} \epsilon_a = \frac{E}{h(1-\nu^2)} \delta_n = K_a \cdot \delta_n \quad (3)$$

$$\tau_s = \frac{E}{1+\nu} \gamma_s = \frac{E}{h(1+\nu)} \delta_s = K_s \cdot \delta_s$$

ゆえに、表面力 $\sigma = [\sigma_n, \tau_s]^T$ と相対変位 δ がばね定数 K_a, K_s を用いて次式で表される。

$$\sigma = D \cdot \delta \quad (4)$$

$$\text{diag. } D = \{K_a, K_s\}$$

以上より、変形後の分布ばねに蓄えられるポテンシャルエネルギーは次式で与えられる。

$$V = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{35}} \delta^T D \delta ds = \frac{1}{2} u_i^T \int_{\Gamma_{35}} (B^T D B) ds \cdot u_i \quad (5)$$

したがって、(5)式より最小ポテンシャルエネルギーの定理を用いて剛性マトリックス K が求められる。

2.2 鉄筋要素の剛性行列

図-4に示すように鉄筋を異方性の等価な薄板と仮定し、軸剛性および鉄筋のダボ効果によるせん断剛性を考慮して、鉄筋軸に沿った座標系 $X'-Y'$ で応力-ひずみ関係は次式で与えられる。

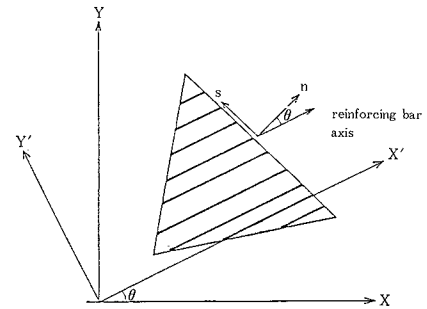


図-4 鉄筋要素

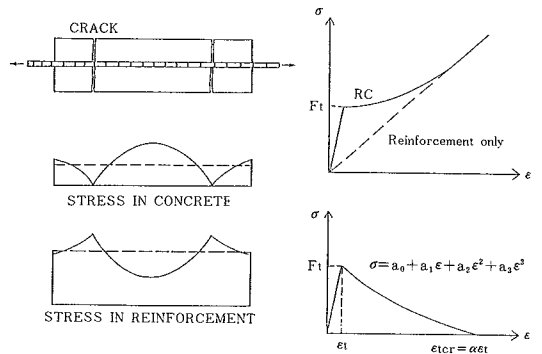


図-5 テンションスティフネス効果

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x'} \\ \tau_{xy'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & \beta E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{x'} \\ \gamma_{xy'} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 β は鉄筋のダボ効果を表す係数である。応力およびひずみの座標変換より、要素境界面の局所座標系におけるばねマトリックスは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_n &= D_s \cdot \delta \\ &= \frac{E \cos^2 \theta}{h} \\ &\times \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \beta \sin^2 \theta & (\beta - 1) \cos \theta \cdot \sin \theta \\ (\beta - 1) \cos \theta \cdot \sin \theta & \sin^2 \theta + \beta \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

3. 鉄筋コンクリート材料の構成則

剛体・ばねモデルは、要素間の境界に存在するばねに、降伏、ひび割れ、せん断すべり、圧壊等の物理現象を直接導入することができる。そこで、本モデルに適した非線形構成則について述べる。

3.1 コンクリートの引張特性

鉄筋コンクリートのはりの引張試験を行うと、ひび割れがある間隔で発生し、図-5で示す応力とひずみの関係が得られる。ひび割れと直交方向の応力はひび割れ間で鉄筋との付着により引張応力を負担し、急激な応力低下を起ささないことが知られている。このテンション・スティフネス効果を考慮してコンクリートの残存応力を軸ひずみの減少関数としている。この効果は鉄筋が降伏すれば完全に無くなるが、減少のしかたは配筋量や鉄筋の方向により異なり明らかでないが、ここでは3次関数として与えた。

3.2 コンクリートの圧縮特性

コンクリートの1軸圧縮試験での応力-ひずみ曲線は図-6の点線となる。この曲線を近似してトリリニアで表し、ひずみ ϵ_{cu} ($\approx 0.3\%$) で圧壊とし、 $2\epsilon_{cu}$ まで徐々に応力解放し、その後 $0.2F_c$ を保持するとしている。通常は、圧縮1次降伏 $F_{c1} = 0.5F_c$ 、圧縮2次降伏 $F_{c2} = 0.95F_c$ 、剛性低下率 $\beta = 0.5$ としている。

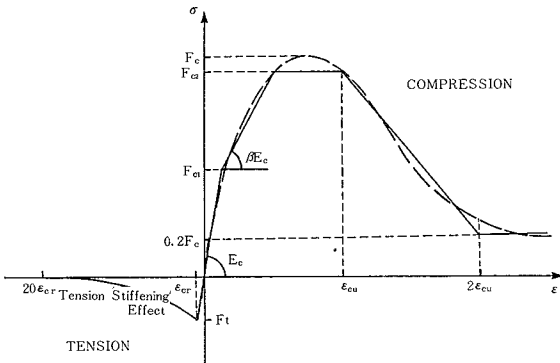


図-6 コンクリートの応力とひずみ関係

3.3 コンクリートのひび割れ面のせん断特性

コンクリートのひび割れ面でのせん断剛性は、ひび割れ幅が増加すると急激に低下する傾向にある。図-7はひび割れ面と直交方向の平均ひずみとせん断剛性低下率の関係を、既往の実験結果より提案された関係式である。剛体・ばねモデルではひび割れ面に直交方向のひずみの関数として、ひび割れ境界面のせん断ばね K_s の導入が容易である。ここでは Cedolin and Dei Poli⁷⁾ の関係式を採用した。

3.4 コンクリートのせん断すべり

コンクリートのせん断すべりに対する降伏条件として、地盤や岩盤等で用いられているモール・クーロン式を採用した。図-8に示すように剛体要素境界面に作用する法線応力 σ_n とせん断応力 τ_s の関係でせん断すべりが生ずる。ここで c は粘着力であり、 ϕ は内部摩擦角を表す。せん断すべり面では完全弾塑性の流れ則を用いている。

3.5 コンクリートの破壊曲面

前項4項のコンクリートの構成則より、剛体・ばねモデルにおける降伏破壊曲面を各応力状態の特性より、図-8に示す7つの領域に分け、各状態コードを設定した。状態①は弾性、①はひび割れが発生で、②はその残留応力が零になった状態を示す。状態③は圧縮第1降伏、④は圧縮第2降伏で、⑩は法線方向ひずみ ϵ_n が限界ひず

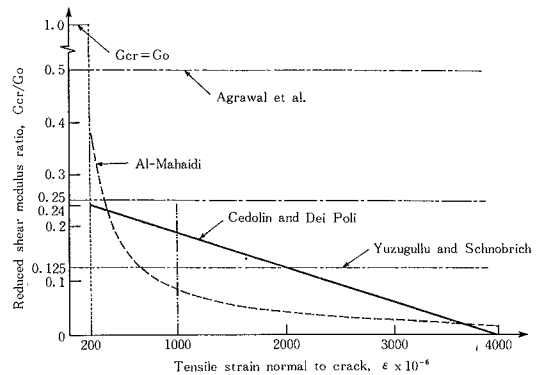


図-7 せん断剛性低下率

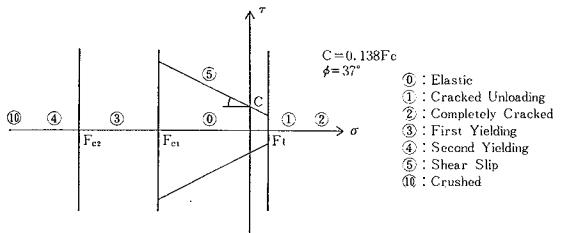


図-8 降伏破壊曲面

研究速報

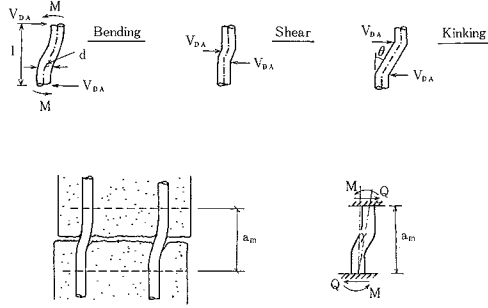


図-9 鉄筋のダボ作用とモデル化

み ϵ_{cu} に達した状態である。状態⑤はモール・クーロンのせん断すべりが生じた状態である。せん断すべりが生じた後、要素境界面のせん断ひずみが一定値 γ_u に達したとき、境界面のばね剛性はすべて零とした。また、限界せん断ひずみ γ_u は圧縮限界ひずみ ϵ_{cu} の2倍とした。

3.6 鉄筋の応力とひずみ関係

鉄筋の応力とひずみ関係は軸方向応力およびダボ効果によるせん断応力いずれの場合も完全弾塑性とし、ひずみ硬化は無視した。せん断応力は鉄筋の軸方向応力が降伏またはひび割れ面のせん断ひずみが限界値 γ_u に達すると降伏すると仮定し、軸応力とせん断応力のカップリングは無視した。

3.7 鉄筋のダボ効果

鉄筋のダボ作用としては図-9に示すように、鉄筋の曲げ、せん断、および折り曲げの3つの作用が考えられる。既往の実験によれば、ダボ効果は主に最大耐力近傍で生じ、その時点ではひび割れ幅も大きく、内部には附着ひび割れも発生している状態である。この状態ではせん断や折り曲げによるダボ効果は小さく、曲げによる効果が大部分と考えられる。そこで、ひび割れ発生後の終局近傍の曲げによるダボ作用のみを考慮して、ダボ効果をあらわす係数 β を次のように設定する。

ひび割れ間隔を a_m とし、ひび割れ間中央で回転角が零と仮定した丸棒のたわみ角法より、端曲げモーメント M は

$$M = 6E \frac{I}{a_m} \cdot \gamma \quad (8)$$

となる。ここで I は丸棒の断面二次モーメント、 γ は部材角である。よって、せん断応力 τ とせん断ひずみ γ の関係は次式で与えられる。

$$\tau = \frac{Q}{A} = \frac{1}{A} \cdot \frac{2M}{a_m} = \frac{3}{4} \left(\frac{d}{a_m} \right)^2 E \cdot \gamma = \beta E \gamma \quad (9)$$

ここで d は鉄筋径である。一般的に、鉄筋コンクリート壁のひび割れ間隔 a_m および鉄筋径 d は、 $a_m = 10 \sim 20$ cm、 $d = 4 \sim 13$ mm であるので、 $\beta = 0.01 \sim 0.005$ 程度となる。

4. むすび

川井により提案された剛体・ばねモデルは、要素間のすべりや分離を容易に取り扱うことができ、また材料定数を任意の関数として導入できるので、鉄筋コンクリートのような塑性理論が明確ではない材料を単純に取り扱うことにより、崩壊荷重および崩壊形態を表現することができる。今後、鉄筋コンクリート構造物の数値解析法として極限解析法のマクロモデルと有限要素法等のミクロモデルの中間に位置した有効な手段と本解析法はなる。

本研究にあたり、川井研究室の椎名章二氏に有効な御助言および御協力をいただいた。また、琉球大学土木工学科伊良波繁雄氏にはプログラム開発に御協力をいただいた。ここに記して深く感謝します。

(1986年1月10日受理)

参考文献

- 1) Ngo, D. and Scordelis, A. C., Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, Vol. 64, No. 3, March, 1967
- 2) Scordelis, A. C., Past, Present and Future Developments, seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Tokyo, May, 1985
- 3) Kawai, T., New Element Models in Discrete Structure Analysis, 日本造船学会論文集, 第141号, 1977
- 4) 近藤: 低次形状関数モデルを用いた梁および平板構造要素解析の基礎的研究, 東京大学提出学位論文, 1977
- 5) 都井: 簡易化された要素モデルによる板殻構造解析に関する研究, 東京大学提出学位論文, 1978
- 6) Kawai, T. and Takeuchi, N., A Discrete Method on Limit Analysis with Simplified elements, ASCE, International Conference on Computing in Civil Engineering, New York, May, 1981
- 7) Cedolin, L. and Dei Poli, S., Finite Element Non-Linear Plane Stress Analysis of Reinforced Concrete, Studi e Rendiconti, Costruzioni in Cement Armato, Vol. 13, Politecnico di Milano, pp. 3-33, 1976
- 8) Collins, M. P. and Vecchio, F., Stress-Strain Characteristic of Reinforced Concrete in Pure Shear, IABSE, Delft, 1981
- 9) Ueda, M., Takeuchi, N., Higuchi, H. and Kawai, H., A Discrete Limit Analysis of Reinforced Concrete Structures, International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, Split, Yugoslavia, pp. 1369-1384, Sept., 1984
- 10) 上田・川井: 新しい離散化モデルによる軸対称問題の解析, 日本建築学会大会, 昭和55年9月
- 11) 上田・毛井・川井: 離散化極限解析法による鉄筋コンクリート構造物の非線形解析, 日本コンクリート工学協会 RC構造の有限要素法に関するコロキウム, 1984年12月
- 12) 毛井・上田・川井: RBSM法による鉄筋コンクリート壁の非線形解析, 日本コンクリート工学協会 コンクリート工学年次講演会, 1985年