

重量機器免震用積層ゴムの静的加力実験

—第 3 報 剛性についての理論的検討—

Static Tests on Laminated Rubber Bearings for Earthquake Isolation of Heavy Equipment

—Part 3, Theoretical Study on Stiffness of Laminated Rubber Bearings—

藤 田 聡*・藤 田 隆 史*

Satoshi FUJITA and Takafumi FUJITA

1. ま え が き

第 1 報¹⁾ に述べた 10 トン用積層ゴムの実験により、剛性に関する従来の設計式²⁾ は必ずしも満足しうるものではないことが判明した。特に、従来は考慮されていなかった水平剛性の鉛直荷重依存性と鉛直剛性の水平変位依存性は無視しえない特性であることが示された。

本報告では、これらについて理論的検討を行っている。

2. 圧縮および曲げに対する縦弾性係数と圧縮性の考慮

図 1 (a) に示すように、上下面に剛な鉄板を接着し、圧縮力を加えた場合のゴム板の微小変形問題を考えるには、変形が体積一定 (ポアソン比が 0.5) で進行すると仮定したうえで、その総変形に要する力 P を 2 つの力の成分の和で表すと良い。すなわち、

$$P = P_1 + P_2 \quad (1)$$

とすると、 P_1 は両端面が接着されていないときの変形に要する力に等しく、円形ゴム板の場合次式で与えられる。

$$P_1 = E_0 \pi d_R^2 e / 4 \quad (2)$$

ここで、 d_R はゴム板の直径、 e は鉛直方向歪、 E_0 は真の縦弾性係数 (物性値) である。一方、 P_2 は両端面の接着による局所せん断変形 (はり出し) によってゴム内部に生じる圧力の積分値として与えられる力と考えられる。そこで、このような力 P_2 を導出するため、圧縮変形によるゴム内部の圧力分布について考えると、圧力 $p(x, y)$ に関し 2 次的に次式が得られる。

$$\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial y^2 = -4E_0 e / t_R^2 \quad (3)$$

ここで、 t_R はゴムの板厚である。式 (3) を満たし、境界条件 (ゴム側壁で圧力はゼロ) を満足する圧力分布関数は円断面の場合、次式で与えられる。

$$p = E_0 e \{ d_R^2 - 4(x^2 + y^2) \} / (4t_R^2) \quad (4)$$

P_2 は式 (4) を積分することにより、次のように求められる。

$$P_2 = E_0 \pi d_R^2 e S^2 / 2 \quad (5)$$

ここで、 $S (= d_R / (4t_R))$ は形状率である。以上より、圧縮

に対する見掛けの縦弾性係数 E_c は次式で与えられる³⁾。

$$E_c = E_0 (1 + 2\alpha S^2) = 3G (1 + 2\alpha S^2) \quad (6)$$

ここで導入した α はゴム硬度によって決まる定数である。

次に、図 1 (b) に示すようにゴム板上面に曲げ (こじり) を加えた場合を考えると、式 (1) と同様に、総曲げモーメントは、

$$M = M_1 + M_2 \quad (7)$$

と表せ、 M_1 は両端面が接着されていないときの変形に要する曲げモーメントに等しく、次式で与えられる。

$$M_1 = E_0 I \phi / t_R \quad (8)$$

ここで、 ϕ はゴム板上面の曲げ角、 $I (= \pi d_R^4 / 64)$ は円形ゴム板の断面 2 次モーメントである。一方、 M_2 も圧縮の場合の P_2 と同様に考え、位置 x での歪が $e = \phi x$ と表せることから、式 (3) より、

$$\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial y^2 = -4E_0 \phi x / t_R^2 \quad (9)$$

なる関係が得られ、圧縮の場合と同様に曲げに対する圧力分布関数は次式のようになる。

$$p = E_0 \phi x \{ d_R^2 - 4(x^2 + y^2) \} / (8t_R^2) \quad (10)$$

したがって、 M_2 は次式のように求められる。

$$M_2 = \iint x p dx dy = 2E_0 I \phi S^2 / (3t_R) \quad (11)$$

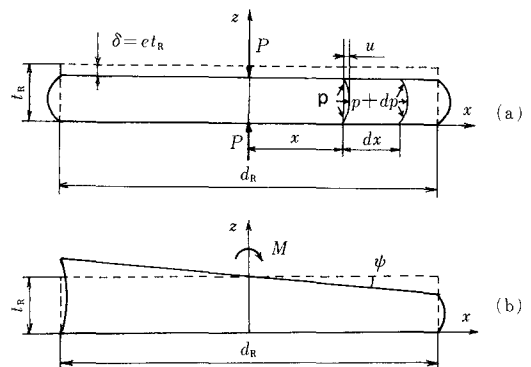


図 1 圧縮および曲げ (こじり) を受けたゴム板

*東京大学生産技術研究所 第 2 部

研究速報

以上より、曲げに対する見掛けの縦弾性係数 E_b は次式で与えられる⁴⁾。

$$E_b = E_0(1 + \frac{2}{3}\alpha S^2) = 3G(1 + \frac{2}{3}\alpha S^2) \quad (12)$$

一般に、形状率 S が大きくなると(本10トン用積層ゴムでは18.2)、ゴムの圧縮性を考慮する必要が生じ、見掛けの縦弾性係数と体積弾性係数 E_∞ を直列にしたモデルで補正する方法が通常用いられる。すなわち、ゴムの圧縮性を考慮した見掛けの縦弾性係数は、圧縮に対するものを E'_c 、曲げに対するものを E'_b とすると、それぞれ次式で与えられる。

$$E'_c = E_c E_\infty / (E_c + E_\infty) \quad (13)$$

$$E'_b = E_b E_\infty / (E_b + E_\infty) \quad (14)$$

3. 水平剛性の鉛直荷重依存性

図2に示すように、鉛直荷重(軸力)を考慮した積層ゴムの微小変形に関して、以下の関係式が得られる。

$$M = M_0 - Py - Fz \quad (15)$$

$$F_s = F + P\psi \quad (16)$$

$$M = S_b \cdot d\psi/dz \quad (17)$$

$$F_s = S_s \cdot \gamma \quad (18)$$

ここで、 M_0 は上下端部における曲げモーメント、 P は鉛直荷重、 F は水平力、 F_s は曲げ角 ψ によって決定される平面上に働くせん断力、 γ はせん断角である。また、 S_b 、 S_s はおのおの曲げ剛性、せん断剛性であり、 G を真の横弾性係数、 $A_R (= \pi d_R^2/4)$ を受圧面積として次式で与えられる。

$$S_b = E'_b I (t_R + t_s) / t_R \quad (19)$$

$$S_s = G A_R (t_R + t_s) / t_R \quad (20)$$

ここで、 t_s は鉄板の厚さである。式(16)、(18)よりせん断角は、

$$\gamma = (P/S_s)\psi + F/S_s \quad (21)$$

と表せ、 $dy/dz = \psi + \gamma$ なる関係より次式が与えられる。

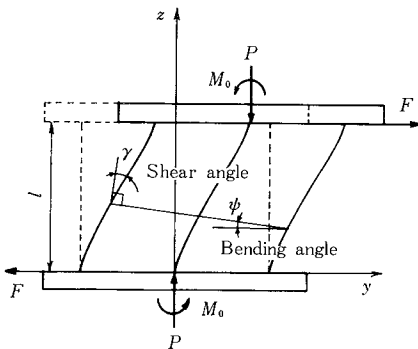


図2 解析モデル

$$dy/dz = (1 + P/S_s)\psi + F/S_s \quad (22)$$

式(22)の両辺を z で微分し、式(17)を代入して整理すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} d^2y/dz^2 + q^2y - (q^2/p)(M_0 - Fz) &= 0 \\ q^2 &= (P/S_b)(1 + P/S_s) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(23)の解は、 A, B, M_0 を未知定数として次式で与えられる。

$$y = A \sin qz + B \cos qz - (F/P)z + M_0/P \quad (24)$$

境界条件は、 $l (= nt_R + (n-1)t_s)$ を積層ゴム総高さとして、

$$\left. \begin{aligned} z=0 \quad \text{において} \quad y &= 0 \\ z=0, l \quad \text{において} \quad \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

であるから、これを式(24)に代入すれば未知定数 A, B, M_0 が決定され、次式が得られる。

$$y = (S_b q F / P^2) \{ \sin qz + \tan(ql/2) \cdot (1 - \cos qz) \} - (F/P)z \quad (26)$$

積層ゴムの水平剛性 K_{H0} は、 $K_{H0} = F/y_{z=l}$ より、次式で与えられる⁴⁾。

$$K_{H0} = \frac{P^2}{2qS_b \cdot \tan(ql/2) - Pl} \quad (27)$$

式(27)において、分母中の $\tan(\cdot)$ をテイラー展開し3次項までを取ったうえで $P=0$ と置くと従来の設計式²⁾に一致する。

図3は本研究で試作した10トン用積層ゴムの水平剛性(併記された振動数は10,000kgに対するもの)の鉛直荷重依存性を示したもので、実線は実験結果¹⁾であり、破線はゴムの圧縮性を考慮した場合(細破線)としない場合に対して式(27)を用いて計算した結果である。ただし、計算に用いた諸元は次に示すとおりである。

$$G = 0.58 \text{ MPa}, E_\infty = 2.029 \text{ GPa}, \alpha = 0.85,$$

$$d_R = 255 \text{ mm}, t_R = 3.5 \text{ mm}, t_s = 1.2 \text{ mm}, n = 57$$

計算結果は微小変形 ($A=0 \text{ cm}$ 近傍) に対するものであるが、定格荷重 ($P=98 \text{ kN}$) での実験結果(最小変位振

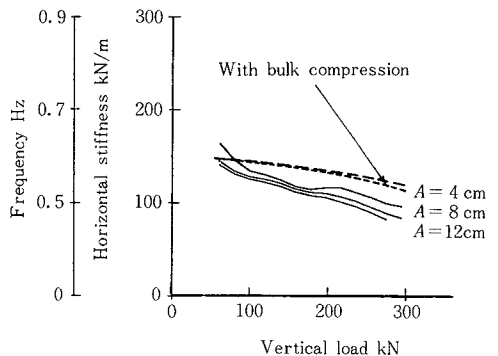


図3 水平剛性の鉛直荷重依存性

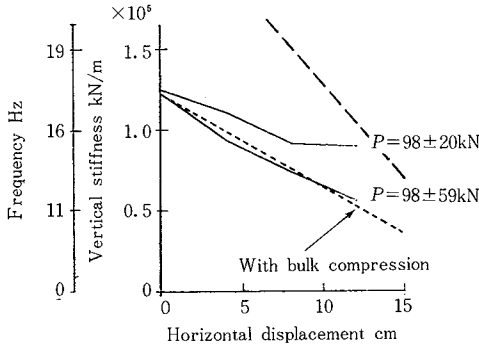


図 4 鉛直剛性の水平変位依存性

幅は 4 cm) と比較して、ほぼ満足しうるものであり、荷重を増大していった際の傾向も示しているといえる。また、水平剛性に対してはゴムの圧縮性の影響は少ないといえる。

4. 鉛直剛性の水平変位依存性

積層ゴムが水平変形を生じた場合、上下に端面の重なる部分(有効支持面積)で主に鉛直荷重を支持すると考えると(この仮定の妥当性は、最近行った 100 トン用積層ゴムの実験で確認されている)、水平変位を生じた場合の鉛直剛性は次式で与えられる。

$$K_{ve} = E_c A_{ef} / (n t_R) \tag{28}$$

ここで、 n はゴム板の層数、 A_{ef} は有効支持面積で円形ゴム板の場合、次式で与えられる。

$$A_{ef} = \{d_k^2 \sin^{-1}(\sqrt{d_k^2 - X^2}/d_R) - X\sqrt{d_k^2 - X^2}\} / 2 \tag{29}$$

ただし、 X は水平変位を表し、 $X < d_R$ である。さらに、水平変位が生じた場合の沈み込み量は、鉛直荷重を P とすると次のようになる。

$$\delta = P / K_{ve} \tag{30}$$

図 4 は積層ゴムの鉛直剛性の水平変位依存性を示したもので、実線は実験結果¹⁾であり、破線はゴムの圧縮性を考慮した場合(細破線)としない場合に対して式(28)

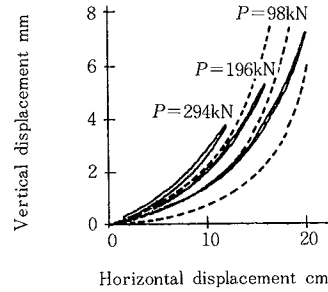


図 5 水平変位による沈み込み量

用いて計算した結果である。本積層ゴムのように比較的大きな形状率 S (薄くて断面の大きなゴム) を有するものの鉛直剛性に対しては、ゴムの圧縮性を考慮することが必須の条件であることがわかる。図 5 は水平変位による沈み込み量を示したもので、計算結果は定性的には大略実験結果の傾向をとらえている。

5. あとがき

従来考慮されていなかった水平剛性の鉛直荷重依存性と鉛直剛性の水平変位依存性を設計時にある程度検討しうる設計式が導出された。また、鉛直剛性に関しては、ゴムの圧縮性を考慮する必要があることが示された。

(1986 年 1 月 17 日受理)

参 考 文 献

- 1) 藤田, 津田, 鈴木, 生産研究, 38 卷, 3 号(1986-3)
- 2) 藤田(隆), 藤田(聡), 芳沢, 積層ゴムによる重量機器の免震支持(第 1 報, 実大免震支持装置についての基礎実験), 機論, 50 卷, 454 号, C 編(1984-6)
- 3) Gent, A. N., Lindley, P. B., The Compression of Bonded Rubber Blocks, Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, 1959, Vol. 173, No. 3, pp. 111-122.
- 4) Thomas, A. G., The Design of Laminated Bearings I, Proc. of the Conference on NR for Earthquake Protection of Buildings, 1982.