研 究 解 説
（公開講演）

UDC 519.6：681.31：303.725

科学技術計算と計算機シミュレーション

Engineering Calculation and Computer Simulation

川　井　忠　彦*
Tadahiko KAWAI

1．緒　　論—計算力学の発展—

一頃，アルビン・トフラーの“第三の波(the third wave)”という本がベストセラーになった．それによればワットの蒸気機関の発明によって産業革命が起こり，今日の工業化が実現した．産業革命を第二波と考えればその工業化社会は今や濤々として押し寄せる第三の波，すなわち情報革命の波に洗われ，揺れ動いているというのである．第三の波の主役は，いうまでもなく電子計算機である．電子計算機の技術革新に対する寄与は誠に測り知れないものがあるが，その中でも技術計算(engineering analysis)の精密化によりもたらされた設計合理化の成果は多言を要しないところであろう．

近年計算機の大形化，高速化ならびに多様化（ミニコンからスーパーコンピュータまで）は目覚ましく，それに呼応して差分法(finite difference method)，有限要素法(finite element method)や境界要素法(boundary element method)を中心とした“計算力学(computational mechanics)”と呼ばれる新しい学問分野が形成されつつある(図1，2参照)．よく知られるように有限要素法は本来航空宇宙工学の分野で開発され，育成されてきた数値計算技術であるが，最近その手法を一般化した重み付き残差法(method of weighted residuals)の出現によって，変分原理の必ずしも存在しない物理や工学の分野にまで応用の道が開けて，差分法と並んで理工学諸問題の数値解析に対する有力な方法としての地位を確保するに至った．差分法や有限要素法が微分方程式の解析法であるのに対し，境界要素法は積分方程式の数値解析法であり，比較的小さな計算機で3次元問題の解析が可能であり，前者の方法で取り扱い難い無限領域の問題が容易に取り扱えるなどいくつかの利点をもっており，流体力学や電磁気学への応用研究が現在活発に行われつつある．

計算力学とは従来の理論的研究（理論力学）や実験的研究（実験力学）では，その本質が十分理解できなかった力学現象を計算機の力を借りて解明しようとする新しい学問分野をいうもので，物理学の分野でもこれと同じように従来の理論や実験のほかに計算物理(computational physics)という分野が台頭しつつある．

物理学 ─┬─ 理論物理
　　　　├─ 実験物理
　　　　└─ 計算物理

力　学 ─┬─ 理論力学
　　　　├─ 実験力学
　　　　└─ 計算力学

図1　計算物理と計算力学

計算力学 ─┬─ 有限要素法 (Finite Element Method)
　　　　　├─ 差　分　法 (Finite Difference Method)
　　　　　└─ 境界要素法 (Boundary Element Method)

図2　計算力学を構成する三つの重要な手法

かくしてCAD/CAM技術やロボット工学の発展によりわが国産業界はあらゆる分野でコンピュータリゼーションへの対応を迫られる情勢になってきた．

2．計算力学発展小史[1)]

現在理工学の分野で広く使われている代表的な数値解析法は，差分法(finite difference method)，有限要素法(finite element method)と境界要素法(boundary element method)であろう．そこで本節では簡単にこれらの手法開発の歴史的経過について概説する．

2.1　差分法

差分法は材料力学の分野で馴染深いOtto Mohrが1868年に梁の撓みを求める多角形図式解法を開発したのに始まり，その思想は1次元差分の概念の出発点となったといわれている[2)]．その2次元問題への応用はC. Runge[3)]が1908年$\Delta u=C$の方程式の数値積分法について発表した論文が最初である．

爾来75年差分法は微分方程式の数値解析法の代名詞のごとく使われるようになり有限要素法の出現以前では完全に数値解析法の世界を制覇してきた．

特に流れ解析の分野では有限要素法の目覚ましい発展普及にもかかわらず，依然としてその数値解析法の主流

* 東京大学生産技術研究所　第2部

をなしており，スーパーコンピュータの使用による気象の数値予報や大気汚染，その他の環境問題の解析に幅広く使用されている．

2.2　有限要素法[4~7]

よく知られているように，有限要素法は1950年代のなかばに，欧米の航空機構造力学の研究者によって提案され“マトリックス構造解析法(matrix method of structural analysis)”という名のもとに，精力的な開発が行われたのに始まる．折からの宇宙開発競争はこれに拍車をかけ，やがてその主流となった変位法(displacement method)の実用化が，ボーイング社を中心に展開されていったのである．そしてこの手法は間もなく，土木，建築，造船，機械などのほかの構造工学の分野に導入され，ついで“重みつき残差法 (method of weighted residuals)”の開発によって流体力学，熱伝達，電磁気学，反応工学等いわゆる移動現象論(theory of transport phenomena)を解析するための有力な手法として，理工学のあらゆる分野に普及してゆくこととなった．

有限要素法の根幹は，“変分法(variational method)”とよばれる数学に求めることができよう．固体力学の数学的基礎はすでに今世紀の初頭，この変分法により確立されていたのであるが，“マトリックス構造解析法”として実用化に至るまで，実に半世紀の歳月を要したのである．ところが，この技術はコンピュータの発展を背景とし，また有限要素法と名を改めて，その後わずか30年間に，広範囲にわたる理工学諸問題の数値解析法として，差分法と並ぶ地位を確立するに至った．その発展の秘密は，マトリックス代数の導入によって手法の組織化に成功し，線形はもちろん非線形問題の大規模計算がコンピュータにより，驚くべき速さで行えるようになった点にあると思われる．

2.3　境界要素法[8,9]

境界要素法と積分方程式とは不可分の関係にあるのでその歴史的背景は積分方程式の発展のあとをたどることから始められよう．恐らく積分方程式の起源は1828年G. Greenの書いた“An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism”であろう．彼はこの論文で有名なGreenの定理を導出し，ポテンシャル論を展開しており，これが“特異点法(method of singularities)”の始まりである．

流体力学の分野では特異点法は古くからsource-sink methodとして知られ，流体中を運動する物体の周りの

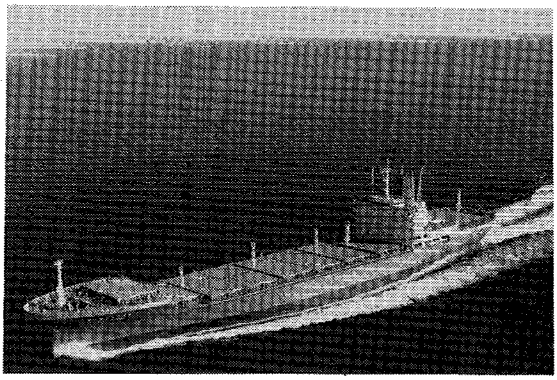


写真1　コンテナ船オーストラリア丸の全景
（三井造船玉野造船所建造）

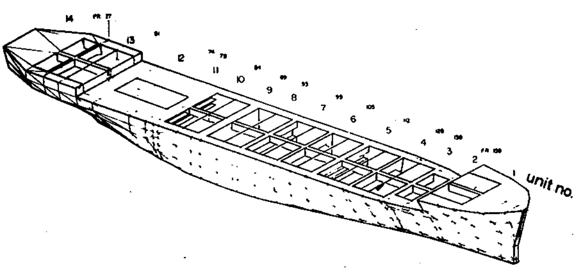


図3　船体要素分割図

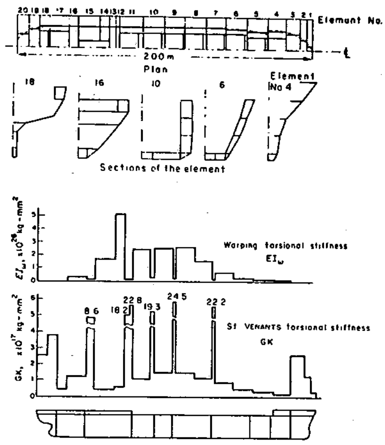


図4　オーストラリア丸の構造のモデル化と捩り剛性分布の計算結果

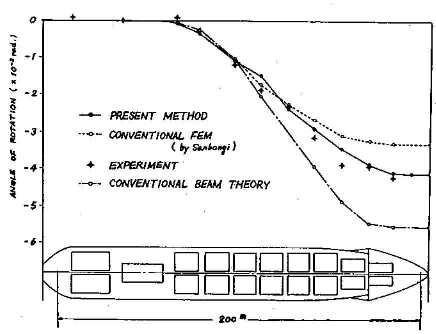


図5　オーストラリア丸の捩り試験結果と解析結果の比較

流れや翼理論に応用され数多くの成果があげられている．

このようにして発展してきた積分方程式は1960年代に入って，電子計算機の急速な発展に伴って大容量の高速演算を可能とし，その数値解析法は飛躍的に進歩した．

境界要素法はマトリックス代数を用いてこの積分方程式による解法を組織的にした方法で，手法自身が解析的であり，比較的小さな計算機でも3次元問題の解析が可能な場合があり特に無限領域を対象とする波動論や電磁界や流れ解析に有効である等優れた点が少なくないが，非線形問題への応用は今後の課題である．

以上現在使われている3つの代表的数値解析法の概要について述べた．

さて，これらの数値計算法が最も偉力を発揮するのは線形の世界であるが，幸いにも現代の科学技術は線形理論の上に構築されている．したがって自然科学の分野で働く科学者，技術者はまずこの手法をマスターする必要がある．

以下に有限要素法が現在どのように産業界において製品の設計に生かされているかを二，三の例を挙げて説明しよう．

写真1，図3～5は造船ブームに沸いていた昭和45年ごろ，著者の研究室において新たに開発した薄肉梁要素を用いて行ったコンテナ船のねじり解析の結果を示している．

すなわち船体を変断面薄肉梁とみなし，全体を20要素に分割し，僅か101元の剛性方程式を解いて得られた計算結果が実船試験の結果と驚くほどよく一致することを確認した．この事実は複雑な構造の実用的な有限要素解析のあり方について重要な示唆を与えるものである．

写真2と図6は日米共同開発が計画されている次期中型ジェット旅客機YXXのCFRP(Carbon Fibre Reinforced Plasticsの略，炭素繊維強化プラスティックス)製水平尾翼の有限要素解析結果ならびに写真3はその試作品の一例を示している．

写真4は2次元翼型を設計するCADシステムの例で層流についてはパネル法による風圧分布，幾何学的特性を計算するようになっている．

このようなCAD/CAMシステムの開発はアメリカの航空宇宙産業によって始められ，グラフィックディスプレー技術の進展に伴ってほかの産業分野に急速に普及していったのである．その中でも技術開発競争のし烈な自動車業界では巨大なデーターベースをもったCAD/CAMシステムをどの大手自動車メーカーも保有し，設計から生産までの工程の高度な自動化を達成している．

写真5はある国内のメーカーのCADシステムにおけ

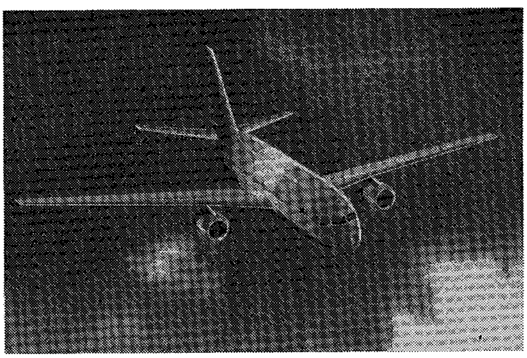


写真2　YXXの想像図

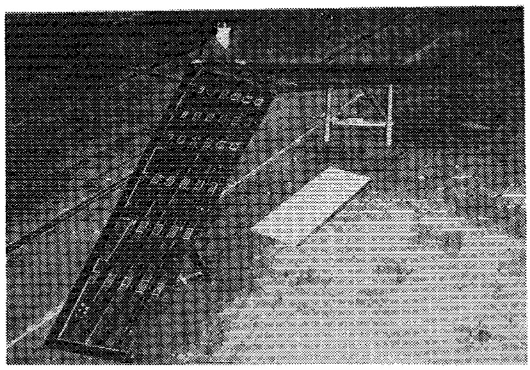


写真3　CFRPを用いた試作フレーム
(富士重工(株)宇都宮製作所提供)

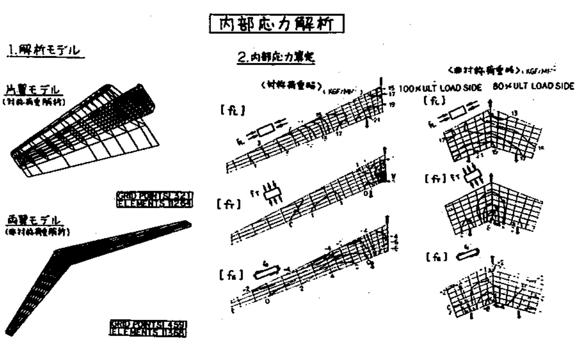


図6　水平尾翼の構造解析

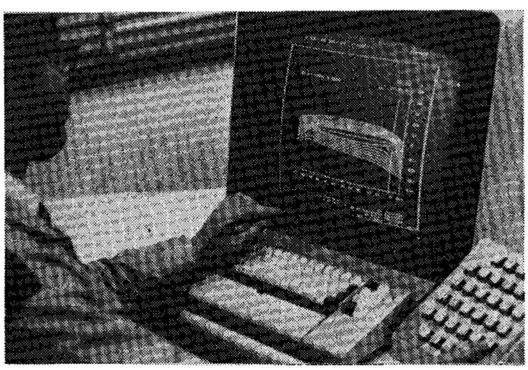


写真4　2次元翼型CAD

る端末の一例を示し，車の外板はすでにすべてCAD化されているという．この会社では図示の端末が設計部門で200台導入され稼動している．

図7は構造および振動解析のために作られた車体のFEMモデルで自由度数は40,000である．

図8はこのモデルを用いて行う動的解析のフローでモーダルアナリンスとNASTRAN(NASAが開発した世界最大の構造解析プログラム)による構造解析を示す．

振動解析は計算機の容量の関係から車体をいくつかのブロックに分けて，実験計測あるいはFEM解析を行って各ブロックの振動特性を捉え，その情報を基にして車体全体の解析を行ういわゆるビルディングブロック法が用いられている．

3.　技術革新は非線形現象との戦いである

今日理工学のあらゆる分野で技術革新の壁となっている問題は100％いわゆる非線形問題(nonlinear problems)である．原子炉の安全性，構造物の耐震強度，地下タンクの最終強度，トンネル，鉱山の掘削，超高圧送電における絶縁破壊，半導体工学の諸問題，核融合，内燃機関や溶鉱炉内の燃焼流，摩耗を扱うトライボロジー(tribology)，生物体内の力学や物理等と枚挙にいとまがない．

写真5　CADシステムの端末

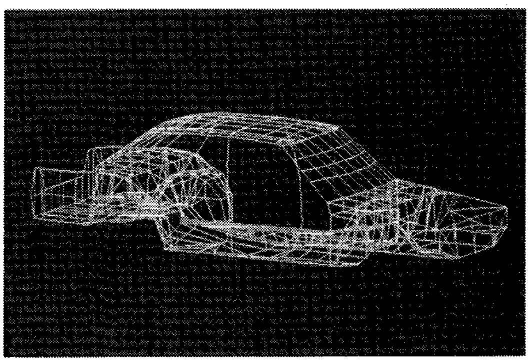


図7　車体のFEMモデル

航空工学の世界的権威Theodore von Kārmānは"The Engineer Grapples with Nonlinear Problems"と題しアメリカ数学会で行った有名な講演の中で技術革新は非線形現象との戦いであることを予言し，それを攻撃するための数学的戦略の手ほどきを行った[10]．それから45年われわれは電子計算機という強力な武器を得て漸く非線形現象に立ち向かうべき時機が到来したのである．

しかしながら有限要素法や差分法で代表される計算力学的手法は解の精度や計算時間の点で大きな壁につき当たり，その前途は多難である．その理由を詳しく述べることは紙面の関係でできないが，一口にいってそれは連続体力学の限界に由来すると著者は考える．物質を連続と考える巨視的立場は現実の世界の粗っぽい近似であって，現実にあるものはすべて粒子の集団で，その大きさによって図9のごとく微視的な立場から巨視的立場に至る階層的構造の物質像が考えられている．すなわち自然現象は連続体に理想化してよく説明できる面と粒子の集合体として考えないと説明し難い面がある．よく知られているように光の回折現象は波動論により説明されるが光電現象はアインシュタインの光量子説の提案により始めて説明されたのである．このような観点に立てばわれ

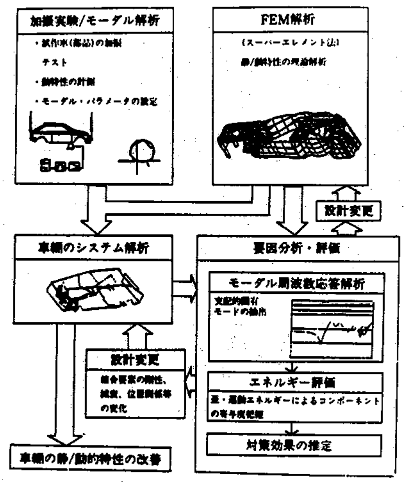
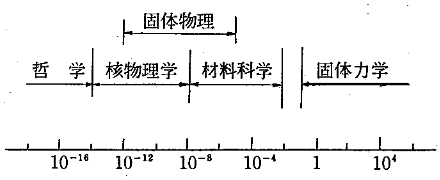


図8　車体の動的解析の流れ図（マツダ株式会社提供）



(パレット，ニックス，テテルマン共著
"材料科学1"，培風館1979，p.5)

図9　固体力学と他の学問分野との関係

われが遭遇している古典力学や古典物理学における非線形問題は連続体仮説の力学や物理学の適用限界を越えた問題を無理矢理にその枠内で説明しようとするために生ずる数学上の問題であると著者は考える．

したがって連続体力学の立場に飽くまで立とうとするならば，この問題を克服する道は明らかに，非線形微分方程式や代数方程式を一般的に解析する方法を辛抱強く確立するか，それとも，連続体力学の枠内で物理量の不連続性を考慮しうる新解析法を展開するほかない．

後者の方法はすでに数理塑性学や圧縮性流体力学の分野で特性曲線法(method of characteristics)として大きな成果があげられているし，また乱流解析で最近今井の提案している超関数の方法も一つの流れを示すものであろう．

これに対して全く異なる問題解決法は，連続体仮説を棄ててマクロの粒子集団の挙動を扱う“不連続体力学”とでも言うべき新しい離散系の力学や物理理論を構築し，自然現象を研究する方法であろう．著者はこの立場に立って10年前に“剛体—バネ”モデルと自称する新離散化モデルを開発し固体力学非線形問題を研究する一方法を提案した．しかしながらいずれの立場に立つにせよ非線形現象を研究する方法を考えてゆく場合，次の二点について慎重に考慮しなければならない．

(i) 自然現象はいくつかの複合連成場の問題が多い．

(ii) 計算に必要な材料常数や構成則(constitutive law)は必ずしも十分な精度でもとめられていない．

第一の論点は現状の解析法ではいかに計算機が高速化，大容量化しても，複合連成場の解析を実用化するメドが立つであろうかという疑問である．第二の論点は現象の解明と信頼性の高い構成則の導出とは鶏と卵の関係にあり，したがって現象の数値解析は常に限られた精度しかない構成則を用いて行わねばならない宿命をもっている．

このように考えてくると未知の非線形現象の解明にはまず現象の本質を衝いた物理モデルあるいは力学モデルを考えた計算機シミュレーションによる定性的研究の方法が問題解決の第一歩となるのでなかろうか．“定性的研究”というと数値計算結果の厳密性を重視する数理科学の世界では“雑な，荒っぽい研究”という印象に受けとめられ，その価値がなかなか評価されないのが普通である．しかしながら現在数理科学が理工学の分野でどのくらい完成された設計や研究の道具として通用しているであろうか？この問題はたとえば金属材料の疲労や流体力学における乱流の問題を考えてみれば十分である．また連続体力学において重要な役割を果たす構成方程式が限られた精度でしか得られないという事実は定量的研究を進めるうえで致命的といわざるをえないのである．数学の専門でない著者には到底その蘊奥を極めることは不可能であるが，ここにフランスの数学者ルネ・トム(René

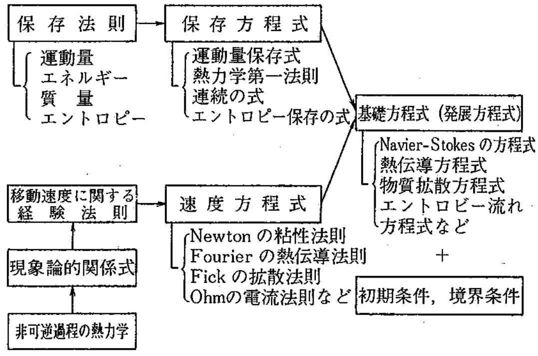


図10　移動現象の数学的定式化
(平田正勝・田中幹也著「移動現象論」(朝倉書店))

Thom)が非線形現象の定性的研究を標榜した“カタストロフィーの理論”の真意があると思われる[11)12)]．

次の第4節では各種物理量や物質の移動が連成するいわゆる移動現象を取り扱う一般的方法について私見を紹介し，第5節は荷重を受けて変形する固体におけるカタストロフィーを捉える一つの方法について述べる．

4. 移動現象の計算機シミュレーション[13)]

われわれをとりまく自然環境においては，絶えず運動量，物質，エネルギーをはじめ種々の物理量の移動，変換が行われる．またわれわれはこの移動現象(transport phenomena)を積極的に利用して，今日みられるような種々の重工業，すなわち化学工業，鉄鋼業，火力，水力，原子力発電などを起こしてきたのである．またわれわれ人間をも含む生物体内においても運動量，物質，エネルギーの移動変換が非常に巧妙な機構によって行われ，生命の営みがなされている．これらの問題は従来の流体力学，伝熱工学，物質移動論の複合した典型的な境界領域の問題で，近年移動現象論という新しい学問分野として再編成されつつある．

移動現象論の数学的定式化は図10に示すような流れに従って行われる．一つの流れは移動現象が起こってもその状態を示す種々の物理量，すなわち物質，運動量，エネルギー，エントロピーなどは保存されるという保存則が存在することと，もう一つの流れは移動現象を示す物理量の流れの割合(flux)とその推進力(generalized force)との間の関係を示す現象論的関係式(phenomenological relations)あるいは速度法則があるということで，これら二つの流れを結びつけることによって，図示のごとく移動現象の起きている場の発展方程式(evolution equation)が与えられる．これに初期条件や境界条件をつけ加えると，移動現象の数学的定式化が完了するのである．今ある物理量 ϕ について，流れの場の中における保存式を求めてみると次式のような積分形で与えられる．

$$\frac{D}{Dt}\int_{r}\rho\phi dv=-\int_{s}\boldsymbol{J}_{G}\cdot\boldsymbol{n}ds+\int_{V}\bar{\boldsymbol{Q}}_{G}dv \qquad (1)$$

ここに D/Dt はいわゆる実質微分(substantial derivative), $\boldsymbol{J}_G$ は閉曲面を通って流出する ϕ の流速, $\bar{\boldsymbol{Q}}_G$ は内部で発生する ϕ の単位当たりの生成量である.

(1)式に Gauss の発散定理

$$\int_{S}\boldsymbol{J}_{G}\cdot\boldsymbol{n}ds=\int div\boldsymbol{J}_{G}dv \qquad (2)$$

および速度ベクトル J_G に関する速度方程式

$$\boldsymbol{J}_{G}=-\boldsymbol{D}\,grad\,\phi \qquad (3)$$

を導入することにより次のような ϕ に関する発展方程式が得られる.

$$\rho\frac{D\phi}{Dt}=div(\boldsymbol{D}\,grad\,\phi)+\bar{\boldsymbol{Q}}_{G} \qquad (4)$$

あるいはテンソル記号を用いて

$$\rho(\dot{\phi}+v_{j}\phi_{,j})=(k_{ij}\phi_{,j}),j+q_{i} \qquad (5)$$

ここに (k_{ij}) は現象論的関係式における比例定数マトリックス, q_i は ϕ の移動を引き起こす一般化された体積力である.

この方程式において,定常で対流項 $v_j\phi_{,j}$ の存在しない場合の微分方程式を準調和方程式(quasi-harmonic equation)と呼び, 熱伝導, 多孔性物体内における物質の拡散, 理想流体の渦無し流れ, 静電あるいは磁気ポテンシャル場の解析などにおいて現れる重要な方程式である. またその特別な場合としてよく知られた Laplace や Poisson の方程式が含まれており, 物理や工学の諸問題の解析に大きな貢献がなされていることはいうまでもない.

さて(5)式の導出過程からわかるように場の方程式(5)は(1)式と等価である. すなわち微分方程式(5)は求めようとしている各種の物理量(変位, 応力, 温度, 圧力, 電磁界の強さ等) の移動, 変換の場においてそれらの量が保存されるという保存則(law of conservation)を無限小(infinitesimal)のスケールで書き表したものであり, これらの式は Gauss の発散定理(Divergence Theorem)を介して積分表示された物理量の保存則と図11のごとく結ばれているのである.

したがって, 微分方程式を精度よく解くことが極めて困難な場合とか, 微分方程式表示することができない場合でも積分表示された物理量の保存則は必ず成立している筈である. すなわちすべての現象の解析はこの保存則をベースにして直接離散化する方法を考えていけばおのずから道が開けるのではなかろうか.

また一般に移動現象は複雑な連成場であり, エネルギーの散逸を伴ういわゆる非保存力系(non-conservative system)では固体力学の世界におけるような変分原理(仮想仕事の原理等)は存在しない. しかし重みつき残差法(the method of weighted residuals)を用いれば変分原理に対応するような Galerkin 方程式を与えられた場の支配方程式と境界条件とから構成することが図11に示すように可能である. このようにして固体力学問題の新しい解析法として展開された有限要素法は固体力学以外の分野への応用の道を見いだすことになったのである.

流れ問題の有限要素解析の一例として二次元空洞流れ

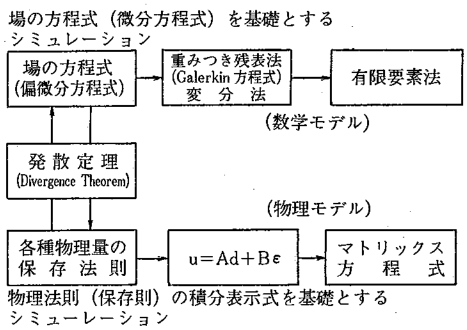


図11　有限要素法における計算機シミュレーション技術の2つの流れ

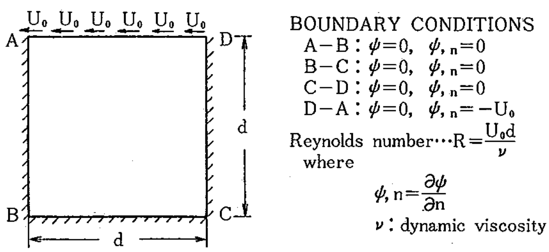


図12　2次元正方形空洞流れの境界条件

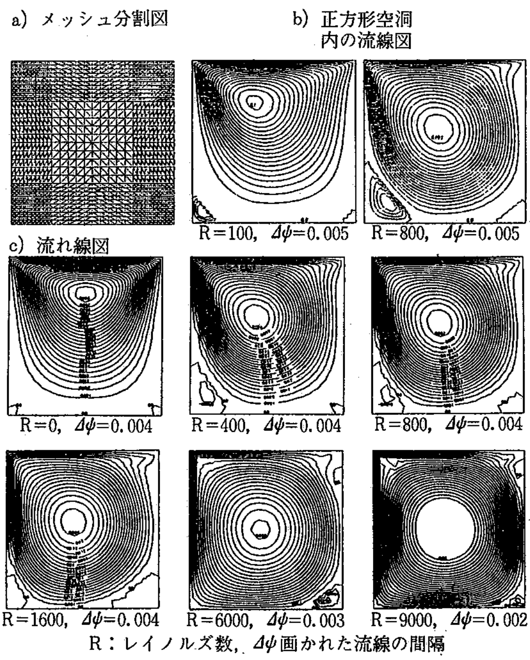
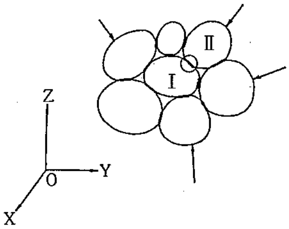
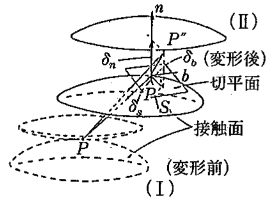


図13　メッシュ分割の一例とそれによる流れ線図



（a）有限個の“剛体―バネ”モデルによる3次元物体（ロックフィルダム，石垣等）の理想化



δ_n：要素（I），（II）の点Pにおける垂直相対変位（体積変化）
δ：要素（I），（II）の点Pにおける相対変位

（b）要素（I）および（II）の接触境界面上における結合バネの変形
（(a)図円で囲った部分の拡大図）

図14　3次元“剛体―バネ”モデル

の解析結果を紹介する．

二次元のクリープ流れ問題はしばしば流れ関数ϕに関する重調和方程式$\Delta\Delta\phi=0$を解くことが要求される．これは原理的に板曲げ問題と同じである．渡辺は近藤が提案した剛体-バネ板曲げ要素を修正した新板曲げ要素を用い，空洞流れ問題をレイノルズ数R＝9000まで計算し，差分法あるいは従来の有限要素法による結果と比較した．その結果R＝800までの流れの様子は差分法で行った精度の高い計算結果とよく一致した．図12は与えられた問題の境界条件，図13はメッシュ分割の一例とそれによる流線図を示す．左下隅Bにおける二次渦の大きさはRの増加とともに減少することがわかり，また第三次渦の発生生長も明確に捉えられている[14]．

5．固体に起こるカタストロフィ現象の計算機シミュレーション[14]

有限要素法が今日あらゆる理工学分野において注目されている原因の一つは，超大型電子計算機を駆使して，多自由度の構造物の静的および動的変形が驚くべき精度と速さで計算できるようになったことと，増分法(incremental method)の概念を導入することによってほとんど未知のベールに閉ざされていた固体の非線形問題(非弾性，大変形および破壊の問題)の解析が現実化してきた点にあると思われる[13][14]．

ところが現実の構造物の非線形解析となると超多元連立一次方程式または常微分方程式を数百回，数千回と繰り返して解く必要があり，原理的には可能であっても経済性の厚い壁にはばまれて実用化には程遠い段階にある．

現在この難問題を解決するため，世界中で活発な研究が続けられているが，その前途は極めて多難である．著者はこの問題を解決する道は全く新しい要素モデルの開発以外にはないと考え，数年前から現状のますます高級化していく数学的モデルの開発から脱却し，全く次元の異なる物理モデルの開発へと発想の転換を試みてきた．

その結果得られたのがここに紹介する“剛体―バネ”モデル（Rigid Bodies-Spring Model，RBSMを略記）である．

すなわち固体が崩壊あるいは破壊して行く過程で，有限個の剛体要素が塑性関節，塑性関節線，あるいはもっと一般的にに辷り面で互いに連結された可動機構になるという実験的事実に着目し，与えられた固体を始めから有限個の任意形状の微小3次元要素に分割し，それ自身は剛体であると考え，要素同志はその境界面上に連続的に分布されたスプリングによって連結され，これらのバネの変形によって固体の変形や内力の伝達が行われるモデルを提案したのである．

このようなモデルの最も一般的なものは図14に示すような任意形状の数多くの，しかし有限個の剛体が互いにある接触境界面上に分布した境界面の鉛直方向の相対変位（体積変化）と水平方向の相対変位（辷り変位）に抵抗する2種の分布バネ系によって連結され，外荷重を受け互いに接触しながら，釣り合っているモデルである．このようなモデルでは，要素の変位はその重心の剛体変位（一般に6成分）だけで記述され，要素間の相対的変位が始めから許されることになり，塑性変形や接触問題の本質である境界面上の辷りの表現が可能となってくる．

構造非線形問題は，非弾性，大変形と亀裂発生，生長の3つの非線形パラメータを多くの場合同時に取り扱うことが要求される複雑な不連続場の問題である．連続体力学に基礎をおく有限要素法はこの不連続場の取り扱いがはなはだ苦手であるが，この離散化解析法は始めから変位の不連続性（辷り）を考慮に入れたモデルであるため，辷り面生成や接触問題の解析には誠に適しており，トポロジーの立場から考えると荷重を受ける固体に起こるカタストロフィーを表現できる離散化モデルとも受け取れるようである．事実，バネの外にダッシュポットを入れた系で境界面上のバネ系を置き換えることにより，金属転位論で最近話題となっている結晶粒界における超塑性問題(superplasticity problems)や，地震学におけるプレートテクトニックス説のシミュレーションモデルに

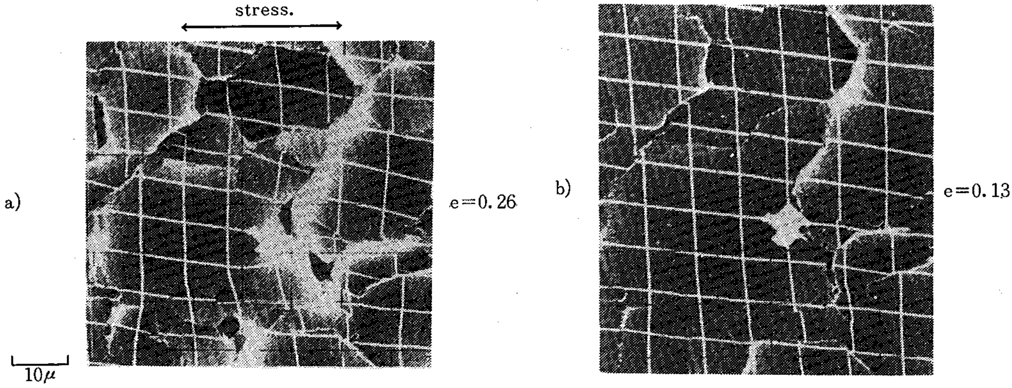


写真6　6（a），（6）マグネシウム合金引張り試験片の電顕写真（Atwood and Hazzledine, (1975)）（本所石田教授提供）

もなりうるものである．

以下に本モデルを用いて行った多結晶金属材料の微視的挙動の計算機シミュレーションの結果を示す．

RBSMモデルにおける剛体要素を結晶粒，剛体要素を結合するバネーダッシュポットを結晶粒界強度を表現する力学モデルと考えれば，本離散化モデルは多結晶体の微視的挙動の解析に適用可能であることは直ぐに理解されるであろう．ここに紹介する例題は金属工学の分野で注目を集めていると聞いている「超塑性現象」に関連する問題である．写真6（a）および（b）はマグネシュウム合金（Mg－6％，Zr－0.5％，Zn Alloy）の引張り試験片の負荷前後における電子顕微鏡写真である．図15は写真6（a）の微細構造を“剛体－バネ”モデルに分割した図であり，図16はそれを引張り応力下に置いたときの各結晶粒の回転変位の分布につき解析結果と電顕写真による実測結果と比較したものである．この解析で都井は結晶粒界を4要素流体モデルに理想化した．図16からわかるようにあらっぽいモデルで行った解析にもかかわらず計算結果と実測結果との間にかなりの相関性が見られ，今後この方面の解析にRBSMモデルを有効に活用しうるものと思われる．

一方地盤力学の分野で竹内は土や岩石を引張り強度の極めて小さい材料と考え，従来の荷重増分法の計算過程にき裂の発生と一旦口の開いた（つまり接触面の離れた）要素同志が再接触するかどうかを判定する2つのサブルーチンを追加したRBSMを用いた非線形解析プログラムを開発し“TENSION-CRACK METHOD”と名付けた．この方法はZienkiewiczの開発したNO TENSION METHODを一歩進めたもので基礎の支持力，斜面安定やトンネルの掘削等地盤力学の諸問題に応用してその実用性をすでに立証しえたようである．また最近はその動的解析法の開発も進み，地震時における地盤構造の動的崩壊解析に応用し，長野県西部地震（昭和59年9月14日発生）による御嶽山大崩壊や伊豆近海沖地震（昭和53年

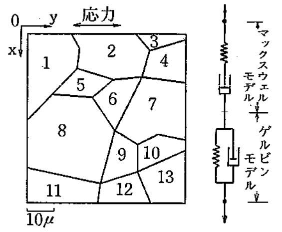


図15　マグネシゥム合金微視的構造のモデル化

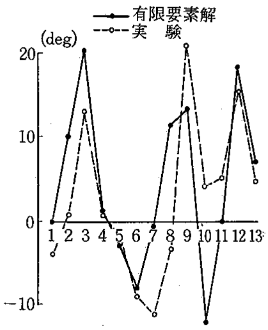


図16　粗大結晶の回転角分布（前図において1を完全固定，11はY方向の変位と回転は拘束）

1月14日発生）による崖崩れの計算機シミュレーションを行って興味ある結果を得ている．この方法は又固体の接触問題の解析にそのまま応用でき，曲げを受ける水圧鉄管フランジ継手におけるボルトのゆるみ挙動や整形外科領域における各種関節における疼痛，脱臼現象の力学的解明に応用され見通しの明るい結果を得ているし，このプログラムをさらに発展させることによりリベット，ボルト継手の挙動や歯車，軸受けにおける固体接触問題の解析が一歩前進するものと思われ，機械工学における宿命的課題となっているトライボロジー（Tribology）問題の解明からロボット工学（Robotics）への応用などその将来の発展は大いに期待されている．

またこの方法を用いて金属構造物の動的崩壊や圧壊解析の開発が都井によってなされており，円筒殻や構造形材の圧壊挙動について色々興味ある結果が得られつつある．

以上の議論は，固体の非弾性問題に限らず粘性流体における層流から乱流への遷移，過冷却現象，電気的な絶縁破壊，超伝導等々，いずれも材料の移動変換におけるカタストロフィー現象にあてはまる．このような材料の

構成方程式はマクロな立場からのアプローチだけでは，その非線形特性の把握が難しくミクロに一歩踏み込んだ立場からの検討がなければ，究明が困難なものと思っている．もっと具体的に言えば固体力学の場合に考えた“剛体—バネ”モデルのような，現象の本質をつく物理モデルを提示することがまず必要である．次いでこの物理モデルによる計算機シミュレーションを行って実験や実測結果の説明がつくようになれば，工学的にはかなり現象の解明が進むものと思っている．

6．結　　論

電子計算機の驚異的進歩により，科学技術計算の世界は着実に拡がりつつある．しかし，現在の数学や計算技術で果たしてどこまで未知の世界の謎が解けるであろうか？この問題を検討するために科学技術計算の意義について，原点に立ち帰って考えてみる必要があることを力説した．最近の超大型電子計算機の使用を前提とした計算物理(computational physics)あるいは計算力学(computational mechanics)の目覚ましい発展を否定するものではないが，高度な数学を駆使して解析しえる工学的問題は極限されており，むしろ数式を用いて解析しえない問題のほうが遙かに多いのが現実の姿である．このような現状に鑑み科学技術計算の将来を考えるとき，その展開は次のような線に沿ってなされるべきであると考える．

（i）　自然現象は複雑で多面的であり，定性的研究の段階を経て定量的研究に向かうのが賢明な研究態度であろう．

（ii）　連続体物理や力学は人類の築き上げた素晴らしい叡知の世界であり，今日の科学技術の進展はそれに負うところ大であるが，物理現象は本質的には離散的(discrete)であり，その振舞いを完全に連続体力学や物理の枠内で記述しようとしても限界がある．これが“非線形の壁”である．

（iii）　したがって従来の連続体力学や物理の立場に立ってこの非線形の壁を破ろうとすれば，その根本にある連続体仮説を必要ならば局所的に棄てて，不連続性を導入しうるような理論の展開が必要でないだろうか．

塑性学における辷り線場理論や粘性流体力学における境界層理論や圧縮性流体の特性曲線法などはその方向に沿った代表的な理論といえよう．この方向の研究はしかし不連続性を容易に導入記述しえる新しい数学の出現を見ない限り飛躍的発展の見通しはほとんど期待しえないものと思われる．

（iv）　“非線形の壁”を破るもう一つの方法がこれまで著者が力説してきた計算機シミュレーションの方法である．この方法の固体力学への応用についてはすでに“剛体—バネ”モデルがあることを述べたが，移動現象の場合にも，その考えを拡張して空間に切られた3次元メッシュの境界面上で固体力学の場合と同様速度不連続条件の積極的導入を考えている．

結論として自然界の現象は本質的に不連続性が内在する．著者はこのような不連続性を容易に表現しえる物理モデルを開発し，計算機シミュレーションによってその謎をときほぐしてゆく方法が最も将来性のある科学技術計算の手法であると信じている．

（1985年10月7日受理）

参　考　文　献

1) 川井忠彦：技術革新と有限要素法, Engineerdng, 5, (1978) No. 356, (日科技連)
2) O. Mohr：Beitrag zur Theorie der Holz und Eisen Konstruction, Z. Arch.-u. Ing. Ver. Hannover (1868)
3) C. Runge：Über eine Methode die Partielle Differentialgleichung Δu=constants numerisch zu integrieren, Z. Math, u. Phys., 56, 225-232, (1908)
4) H. C. Martin：Introduction to Matrix Methods of Structural Analysis, McGraw-Hill, (1966). (邦訳：吉識雅夫監訳“マトリックス法による構造力学の解法”, 1967), [培風館]
5) O. C. Zienkiewicz and Y. K. Cheung：The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw-Hill, (1967). (邦訳：吉識雅夫監訳“マトリックス有限要素法”,1970), [培風館]
6) R. H. Gallagher：Finite Element Analysis, Fundamentals, Prentice, Hall, Englewood Cliff, N. J., (1975). (邦訳：川井忠彦監訳“有限要素解析”, 1980, 5), [丸善]
7) R. K. Livesley：Matrix Method of Structural Analysis, (1964), [Pergamon Press]. (邦訳：山田嘉昭・川井忠彦共訳“マトリックス構造解析入門”, 1968), [培風館]
8) C. A. Brebbia：The Boundary Element Methods for Engineers, (1978), [Pentech Press]
9) C. A. Brebbia (ed)：Progress in Boundary Element Methods, 1, (1981), [Pentech Press]
10) Theodore von Kármán：The Engineer Grapples with Nonlinear Problems, Bulletin of the American Mathematical Society, 46, No. 7-12, (1940)
11) 野口広著：カタストロフィーの理論〈その本質と全貌〉, (1973), [講談社]
12) R. トム著 弥永昌吉，宇敷重広訳：構造安全性と形態形成, (1980), [岩波書店]
13) 川井忠彦編：コース57：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析（第3回）, 生研セミナーテキスト, 昭和55年10月7日～9日, [財団法人生産技術研究奨励会]
14) 川井忠彦編：コース76：固体力学諸問題の離散化極限解析，生研セミナーテキスト，昭和57年1月18日～22日, [財団法人生産技術研究奨励会]