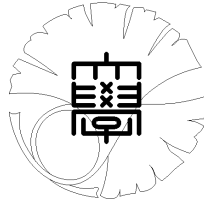


数理科学実践研究レター 2019–19 December 02, 2019

データ駆動型のエネルギー伝播吸収減衰モデルによる
地盤減衰率の推定

by

福澤 克俊、矢野 良輔、佐藤 一郎



UNIVERSITY OF TOKYO
GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES
KOMABA, TOKYO, JAPAN

データ駆動型のエネルギー伝播吸収減衰モデルによる 地盤減衰率の推定

福澤克俊¹ (東京大学大学院理学系研究科)

Katsutoshi Fukuzawa (Graduate School of Science, The University of Tokyo)

矢野良輔² (東京海上日動リスクコンサルティング株式会社)

Ryosuke Yano (Tokio Marine & Nichido Risk Consulting Co. Ltd.)

佐藤一郎³ (東京海上日動リスクコンサルティング株式会社)

Ichiro Satoh (Tokio Marine & Nichido Risk Consulting Co. Ltd.)

概要

地震は人間の生活に甚大な影響を及ぼす自然現象の一つであり、その発生予測は長年期待されてきたが、近年は予測の実現は困難であるとの見方もなされるようになってきた。地震を単純に「鹿おどし」のようにモデル化することは難しいということでもある。本研究では地震のモデル化を念頭におき、地震に伴うエネルギーに注目して地震現象を理解することを目指す。地震の発生に伴ってエネルギーは放射され、また一方で、いずこかで吸収される。両エネルギーの関係はエネルギーの伝播減衰過程に依存しており、本研究では地震に伴うエネルギーの伝播・吸収・減衰について、定量的な評価を試みる。

1 はじめに

地震は人間の生活に甚大な影響を及ぼす自然現象の一つであり、その研究は長きにわたって行われてきた。大森則や宇津・関則は、古くに提唱され未だ研究の根幹を担っている統計則であるが、その物理的な背景の説明はなされておらず、このことは地震という現象を説明する物理的なモデルの実現が未だに困難であることを意味する。

地震を説明する物理量の一つにエネルギーがある。地震の規模を表す量として用いられているマグニチュードはエネルギーと密接に関係する量であり、マグニチュードに比例したエネルギーがその地震によって放出される。地震に関わるエネルギーは歪を表すポテンシャルエネルギーの方が、動的な波動のエネルギーよりも大きいことが知られているが、本研究では後者のエネルギーのみに注目して、その減衰特性を評価する。

2 エネルギー計算

本節では地震に伴って放出される弾性波動の減衰を考慮して、球面における吸収・減衰を定義する。地震が発生すると、そのマグニチュードに応じたエネルギーの弾性波動が放出される。マグニチュード M と、放出される波のエネルギー E の関係は $\log_{10} E = 4.8 + 1.5M$ とされている [1]。ある場所から放出されたエネルギーは伝播する過程で地殻に部分的に吸収されると考え、球における吸収エネルギーと放出エネルギーをそれぞれ時々刻々計算する。震源から距離 $|\vec{x}|$ 離れた、単位面積を通過する波のエネルギーを実数 q を用いて $|\vec{f}(\vec{x})| = E/(4\pi r^2 \cdot (|\vec{x}|/r)^q)$ と表すことにし、半径 r の球の球面を通過するエネルギーについて議論を行う。2次元球面全体で積分し議論を進めることもできるが、簡単化のため、以下のようにエネルギーを定義する。

$$\varepsilon = \begin{cases} 2\pi \int_0^\pi [(-\vec{f}(\vec{x}) \cdot \vec{n})r^2 \sin \varphi] d\varphi & (l \leq r) \\ 2\pi \int_0^{\varphi_{max}} [(-\vec{f}(\vec{x}) \cdot \vec{n})r^2 \sin \varphi] d\varphi & (r < l). \end{cases} \quad (1)$$

ただし l は震源から球中心までの距離、 \vec{n} は球面上の外向き単位法ベクトル、 φ_{max} は $\vec{f}(\vec{x}) \cdot \vec{n} = 0$ となる角度 φ である (図 1)。すなわち、球に蓄積される正味のエネルギーではなく、球に入射する

¹fukuzawa@eps.s.u-tokyo.ac.jp

²ryosuke.yano@tokiorisk.co.jp

³i.satou@tokiorisk.co.jp

エネルギーを計算していることに注意する. この前提のもとでは r と l の大小関係で ε の符号が変化し, エネルギーの吸収・放出を正負の符号を変えて表現することができる. なお次元を一致させるため, 震源からの距離 $|x|$ を仮想球の半径 r で規格化している.

地震のデータは気象庁のカタログのうち 2000 年から 2016 年までの 17 年分を用いる. 球は $10^\circ - 50^\circ \text{ N}$, $100^\circ - 150^\circ \text{ E}$ の範囲で, 1° 刻みの座標に球の中心を置き, 半径 r を 100 km として計算を行う. q は 1.0 - 3.0 の範囲で 0.5 刻みで変化させ, 球外部で発生した地震によって各球に吸収されるエネルギーと, その球から放出されるエネルギーを時々刻々, 地震が発生するたびに計算を行う. より具体的には, $(10 + i, 100 + j, 0)$ ($i \in [0, 50] \cap \mathbb{Z}_+, j \in [0, 40] \cap \mathbb{Z}_+$) (単位: $^\circ \text{ E}$, $^\circ \text{ N}$, km) に中心を持つ球において吸収・放出されるエネルギーを, 震源から球面までの距離に注意しながら, 式 (1) に基づいて 17 年間計算する. 震源から球面までの距離は, 震源と球中心それぞれの緯度・経度から地球の球面上での距離を求め, さらに震源の深さを補正して定義する. ただし地震一つ一つを取り出し, その発生間に吸収されるエネルギーと放出するエネルギーの関係をすべて書き出して解析を行うためには大量の計算資源が必要であることから, 各球における両エネルギーの蓄積時系列をそれぞれ 1 日毎に取り出して解析する. つまり 1 日以上時間スケールで平均的に見た吸収・放出エネルギーの関係を解析する.

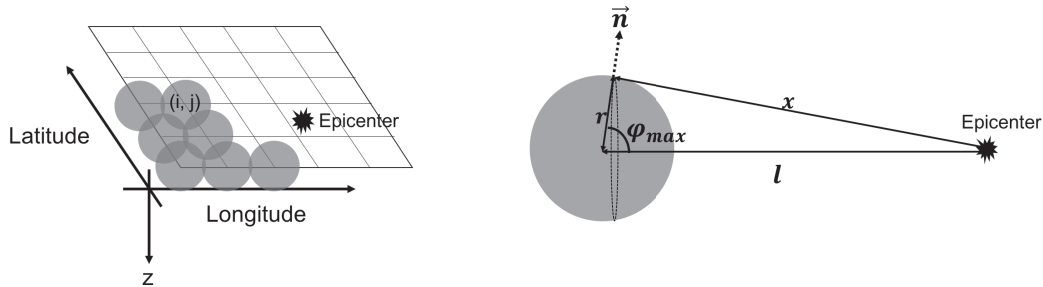


図 1: 吸収・放出エネルギー ε の計算過程の模式図. 灰色円はエネルギーの計算を行う仮想球を表す. 左図のように 1° 毎に仮想球の中心をとり, 震源との距離からエネルギーを計算する. 右図にエネルギー計算式で用いている各文字の定義を示す.

3 結果・議論

地震により吸収したエネルギーと, 放出したエネルギーを 1 日刻みで書き出し, その組み合わせを q の値ごとに散布図として図 2 に示す. ただし 1 日経っても放出エネルギーが 0 であれば, その 1 日に吸収したエネルギーは蓄積して次の 1 日に持ち越す. 1 日という時間スケールで見た平均的な吸収・放出エネルギーの関係を捉えていることに改めて注意する. データ点に対して回帰直線を求め, 散布図内に赤線で示している. 計算を行った q の範囲では回帰直線の傾きは正で, 吸収エネルギーが大きいときほど, 放出するエネルギーが大きい傾向にある.

散布図の特徴を考察するため, 各軸での頻度分布を, それぞれ散布図の右と下に描いている. q が大きいほど短い距離で大きくエネルギーが減衰し, 結果として吸収エネルギーまたは放出エネルギーが大きいケースが相対的に増加し, 積算分布の裾野が広がっていく様子が見られる. 散布図の形状はガンマ分布 $f(x; u, v, x_1) = \frac{v^u}{\Gamma(u)}(x - x_1)^{u-1} \cdot \exp(-(x - x_1)/v)$ と似ていることからフィッティングを行い図中に赤線で描いている. 吸収エネルギーに対してフィッティングしたガンマ分布のパラメータ値は表 1 に, 放出エネルギーに対してフィッティングしたガンマ分布のパラメータ値は表 2 にまとめている.

表 1, 表 2 に示しているように, 各軸平均値に注目すると, 放出エネルギーの方が平均値が大きくなっている. 本研究では 1 日毎のエネルギー変化を解析しており, 直近でエネルギーを放出したよりも以前から蓄積され, 残っている吸収エネルギーは考慮していないために, 放出エネルギーの方が大

きな値をとっている可能性がある。そこで、解析を行った 17 年間に蓄積される平均的な吸収エネルギーを、エネルギーの時間減衰を考慮して計算する。ある地震の後続する地震への影響、すなわち吸収エネルギーの蓄積は、大森則と同様に、時間減衰のパラメータ p を用いて $(t+c)^{-p}$ の形で時間とともに減衰することを仮定する。時刻 $t=0$ から $t=t_0$ までの平均的なエネルギー減衰は、

$$\gamma = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} \frac{1}{(t+c)^p} dt = \frac{1}{t_0} \frac{1}{1-p} [(t_0+c)^{1-p} - c^{1-p}] \quad (2)$$

と書ける。地震の発生時刻 $t=0$ では減衰がないと考えるので $c=1.0$ day である。いま用いるデータは 17 年間のデータであるので、 $t_0=17$ years とする。そこで 1 日あたりの平均的な吸収エネルギーを $\bar{\varepsilon}_a$ とすると、時刻 $t=0$ から $t=t_0$ までの平均的な吸収エネルギーの蓄積は、

$$\bar{\varepsilon}_a \times \gamma \times t_0 = \frac{\bar{\varepsilon}_a}{1-p} [(t_0+c)^{1-p} - c^{1-p}] \quad (3)$$

と表される。こうして計算される蓄積エネルギーが、図 2 でプロットしている吸収エネルギーに加算されることで、放出エネルギーと同程度の大きさになると仮定する。表 1、表 2 に示されているように、ガンマ分布のパラメータは近い値はとっておらず、必ずしも両エネルギーの分布が似た形状であるとはいえないが、それぞれのエネルギーの「頻度が最大となるエネルギー値の差異」を上式で記述される蓄積エネルギーで埋めることにする。両エネルギーにはおよそ 2 桁以上の差異があり、結果推定される p 値は表 3 のようになる。 $\bar{\varepsilon}_a$ は 1 日あたりの吸収エネルギーの平均値を計算して用いており、表 3 に示す。

ここで推定される p 値は用いるデータ長に依存しており、地震そのものの時間スケールでないことなどの問題があるが、エネルギーに関する考察が余震発生回数に関する統計則である大森則と同じ枠組みで行われうことは、今後、統計則の物理的な背景が説明される可能性を示唆する。

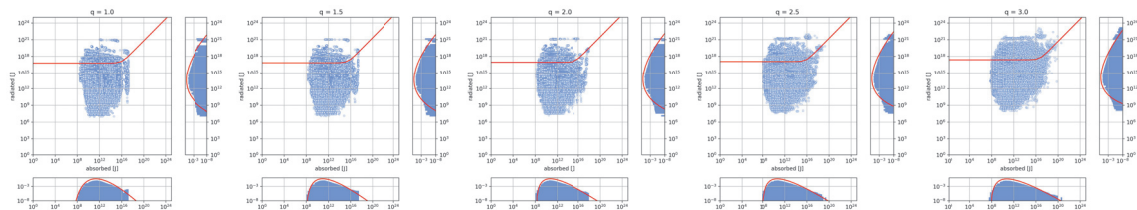


図 2: 左から $q = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ とした場合の、吸収・放出エネルギーの組み合わせ散布図。横軸が吸収エネルギー、縦軸が放出エネルギー。それぞれの軸で見た頻度分布をそれぞれ散布図の下側と右側に示している。散布図内の赤線は回帰線、頻度分布内の赤線はフィッティングしたガンマ分布を示す。

表 1: $q = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ とした場合の、吸収エネルギーの平均値と、頻度分布に対してフィッティングしたガンマ分布のパラメータ u, v, x_1 の値。

| q | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 2.50 | 3.00 |
|---------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 平均値 [J] | 3.49×10^{13} | 2.45×10^{13} | 2.56×10^{13} | 4.80×10^{13} | 2.67×10^{14} |
| u | 32.1 | 14.7 | 10.6 | 10.4 | 10.8 |
| v | 0.159 | 0.230 | 0.277 | 0.292 | 0.309 |
| x_1 | 6.41 | 7.81 | 8.08 | 7.92 | 7.75 |

4 終わりに

本論文では球状のセルを仮定し、地震によってそのセルで吸収、放出される波のエネルギーを定義し、両者のバランスをエネルギーの距離減衰のファクターに応じて議論した。散布図の各軸につい

表 2: $q = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ とした場合の, 放出エネルギーの平均値と, 頻度分布に対してフィッティングしたガンマ分布のパラメータ u, v, x_1 の値.

| q | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 2.50 | 3.00 |
|---------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 平均値 [J] | 6.22×10^{16} | 6.95×10^{16} | 8.33×10^{16} | 1.16×10^{17} | 2.43×10^{17} |
| u | 116 | 107 | 84.9 | 56.3 | 44.9 |
| v | 0.110 | 0.114 | 0.127 | 0.153 | 0.169 |
| x_1 | 0.989 | 1.60 | 3.11 | 5.38 | 6.65 |

表 3: 吸収エネルギーと放出エネルギーの差異を蓄積エネルギーによって説明する時間減衰パラメータ p 値と, 計算に用いた 1 日あたりの吸収エネルギー平均値 $\bar{\epsilon}_a$.

| q | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 2.50 | 3.00 |
|------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\bar{\epsilon}_a$ [J / day] | 1.94×10^{13} | 1.67×10^{13} | 2.07×10^{13} | 4.36×10^{13} | 2.57×10^{14} |
| p | 1.50 | 1.43 | 1.27 | 1.63 | 3.09 |

て積算分布はガンマ分布のような形状をしており, q の値に応じて分布は形状を変える. 過去の地震が後続する地震の発生確率に与える影響が距離に応じて小さくなると仮定すると, 同様の距離減衰を仮定したエネルギーバランスの関係は, 地震発生確率の議論に発展しうるのはないかと期待している. 地震発生確率をよく説明すると言われている ETAS (Epidemic Type Aftershock Sequence) モデル [2] との関連も今後議論をしたいと考えている.

球の半径 r は 100 km に固定して計算を行っていたが, 分布の形状を変えうることから, 値を変えて実験を行うことも今後必要である. 地殻の地学的な性質の違いと対応させローカルな地殻の性質による分布傾向の違いを議論することもできるかもしれない.

なお, 本研究は著者のみならず, 数理科学研究科の岩井雅崇氏, 平良晃一氏, 田森宥好氏, 柏原崇人氏, 田中雄一郎氏, 理学系研究科の千草颯氏との議論を通じて成し遂げられたものです. 深く感謝いたします. また気象庁の震源データ (<https://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/bulletin/hypo.html>) を利用させていただきましたことを付記いたします.

参考文献

- [1] Beno Gutenberg and Carl F. Richter, “Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration”, Bulletin of the seismological society of America 46.2 (1956): 105-145.
- [2] Yoshihiko Ogata and Jiancang Zhuang, “Space-time ETAS models and an improved extension”, Tectonophysics 413.1-2 (2006): 13-23.