

論文審査の結果の要旨

氏名 坂井 亮介

量子コンピュータの構成要素となる量子ゲートを実現する上で、系に関する情報や制御の不完全性をどのように克服するかが問題となるが、本学位論文は、この問題に関する数理的な研究成果をまとめたものである。より具体的には、量子ダイナミクスのロバスト制御と呼ばれるカテゴリの問題を考察している。これは、系を記述するハミルトニアンに、制御も測定も不可能な時間に依存しない連続パラメータ（以下、不定パラメータ）と時間依存性も含めてコントロール可能な連続パラメータ（以下、制御パラメータ）が含まれている場合に、制御パラメータをうまくとることによって、不定パラメータを含まない指定されたユニタリ演算が実現できるかどうかという問題である。別の言い方をすると、制御パラメータを使って、不定パラメータの効果を消去できるかという問題になっている。先行研究では、1量子ビット系に関するロバスト制御問題が研究されており、完全なロバスト制御が可能である、すなわち1量子ビット系に対する任意のユニタリ変換が実現可能であるような系が存在することが知られていた。本学位論文では新たに2量子ビット系、 d -値量子自由度系 ($d>2$) を扱った。一般に、汎用量子コンピュータを実現するためには2量子ビットのユニタリ変換を構成する必要があるため、この問題設定は重要である。本論文では、1量子ビットより大きい自由度をもつハミルトニアンのいくつかのタイプを考察し、任意のユニタリ変換が実現可能（完全ロバスト制御可能）な系があることを解析的に示した。さらに、完全ロバスト制御可能性が解析的には判定できないケースについて、数値計算によって検討した結果、そのようなケースの中にも実際には完全ロバスト制御可能な場合が存在することが明らかになった。

1章と2章は研究の背景の説明、先行研究の紹介、および用語の定義・解説に充てられている。本論文の中心となるのは、3章、4章であり、5章はまとめになっている。

3章と4章において解析的議論の中心になるのは、リー代数を用いた議論である。これは実現可能なユニタリ演算の集合がリー群の構造を持つことから来ている。まず、3章では、いくつかの2量子ビット系に関して、不定パラメータがある範囲に収まっていれば完全ロバスト制御が可能であることを解析的に示した。証明に使った手法は多項式近似法と呼ばれる手法である。原理的には、このような2量子ビット系を実験的に実現することができれば、汎用量子コンピュータを実現することができる。特に、この章で考察されたケースのうちの一つは、NMRの核スピンを利用した量子ビット系の簡単なモデルになっており、その場合の不定パラメータは、核スピン分布の不均一性に対応しているために、応用上も重要である。逆に、この章で扱ったケースについては、完全ロバスト制御が原理的に

不可能であることを示すことができる不定パラメータの領域も存在していることが分かった。さらに3章では、定数ハミルトニアン（ドリフトハミルトニアン）の反転が実装できるかどうか不明であるようなケースを考察している。このようなケースでは、上記の例で使ったリー代数の方法をそのままでは使うことができないため、完全ロバスト制御の可能性・不可能性を解析的に証明することができない。このケースについて、数値的に誤差を最小化するような経験的アルゴリズムを利用して制御パラメータの時間依存性を最適化したところ、誤差が非常に小さくなり、完全ロバスト制御が可能であることを強く示唆するケースを発見した。第3章までは、量子ビットとしては2値であるものを考察してきたが、第4章では、考察の対象を、 d 値 ($d>2$) の量子自由度に拡張している。ここでは、ドリフトハミルトニアンの反転が実現可能であることを前提とすると、完全ロバスト制御可能であるケースが存在することを解析的に示した。

以上のように、論文提出者は本論文において、単一の量子ビットを超える量子自由度を考察し、それぞれの自由度の範囲内において任意の量子演算を構成する可能性を、多くの事例の解析的・数値的検討を通じて明らかにした。かつ、取り上げられた事例のうちいくつかは、量子ビットを実験的に構成しようとした場合に、必然的に含まれてしまう不定性を表現したモデルになっているため、本論文の結果は、量子情報処理における基本的なデバイス要素を構成するための要件を明らかにしたものといえ、当該分野の発展に重要な寄与をなすものと評価できる。また、共同研究の成果である部分についても主として坂井氏の寄与によって得られたものと認められ、論文の内容と形式は東京大学大学院理学系研究科における博士論文に関する指針に則っている。

これらの理由により、博士（理学）の学位を授与できるものと認める。