

## 論文の内容の要旨

論文題目 「Study on Mechanism of Vortex Breakdown from Aspects of Topology and Stability (トポロジー及び安定性の観点からの渦崩壊現象のメカニズムに関する研究)」

氏名 山田 健翔

渦崩壊現象は縦渦の回転軸付近で急減速や逆流領域が形成される現象で、デルタ翼上やタービンプレード翼端など航空宇宙分野の様々なアプリケーションで発生が認められる。この現象はデルタ翼における失速やタービンプレードにおける旋回失速の原因と考えられ、なるべく発生を抑えるための研究がなされる一方で、近年では物体境界を経由せずに強いシア領域を形成できる点から旋回燃焼器やバイオリクターへの応用を見据えた研究もなされている。

どちらの側面からも渦崩壊現象を制御下におくことが工学的に非常に重要であり、渦崩壊現象に関する研究の最大の目標である。この目標の達成には渦崩壊現象の基本的な性質の理解が必須であるため、基礎研究も盛んに行われている。渦崩壊現象の重要な基本的性質として流線トポロジーと流体安定性の二点が挙げられる。これは渦崩壊現象の分類と関わりが深い。

渦崩壊現象は流跡線の可視化からいくつかの種類に分類され、初めにバブル型が発生し次いでスパイラル型に遷移すると知られている。バブル型渦崩壊とは、縦渦の回転軸付近に球状の再循環領域が形成されることをいい、可視化結果の見た目が、バブル状に見えることからこの名がついている。一方スパイラル型渦崩壊とは、縦渦自体が旋回することをいい、可視化結果の見た目が、ねじれたリボンのような縦渦がさらにらせん状を描くように見えることからこの名がついている。

バブル型渦崩壊の発生は流線の幾何学的構造の変化であることから、流線のトポロジーに関する研究が盛んな一方で、スパイラル型渦崩壊への遷移はカルマン渦列への遷移と似た変化であることから、流体安定性に関する研究が盛んである。どちらも背景にある理論は力学系理論という時間発展方程式系の振る舞いを解析する理論であり、両者の違いは時間発展方程式の違いのみとなる。流れ場のトポロジーでは流線方程式を力学系として解析し、流体安定性では運動方程式を力学系として解析する。

過去に行われた研究によると、バブル型渦崩壊現象の流線トポロジーは非圧縮性流体について研究が進められている。Brøns らや Sotiropoulos らの研究によって、淀み点が鞍点一焦点型の構造を持つことや、球渦という閉じた構造、さらにはその球渦で起きるシルニコ

フ分岐と呼ばれるカオス的な分岐などが明らかにされており、今後は圧縮性流体におけるトポロジーを調べるのが期待される。また、流体安定性の観点からはバブル型からスパイラル型への遷移過程に関する研究が盛んに行われている。Gallaireら、MeligaらQadriらの研究によって、非圧縮性流体におけるバブル型の安定性の破れや感度などが明らかにされており、今後は圧縮性流体に拡張することで、熱力学的な擾乱の発展や、加熱・冷却に対する受容性の解明が期待されている。また、安定性や感度が調べられている渦崩壊は軸対称なものに限られているという問題もあり、現実に見られるような軸対称性の破れたバブル型の安定性や感度がどのような構造を持つかという点も、解明が望まれている。

以上を踏まえて本論文では、①バブル型渦崩壊現象の流線トポロジーを、非定常・非軸対称・圧縮性流れについて調べることを、②バブル型渦崩壊現象の流体安定性及び感度を、非軸対称・圧縮性流れについて解析すること、の2点を研究の目的とする。

これらの目的について行う解析は以下のとおりである。トポロジーの観点からは、①-1. 様々な渦崩壊のケースについてバブル型渦崩壊現象で見られる淀み点の速度勾配テンソルの固有値解析を行う。①-2. 非定常圧縮性流れの渦崩壊現象について流線のトポロジーを調べ、数学的な分岐モデルとの比較を行う。①-3. 非軸対称なバブル型について、淀み点対の不安定及び安定多様体とその交点 (chaotic saddle) をポアンカレ断面上で解析する。もう一方で、安定性の観点からは、②-1. 圧縮性流体におけるバブル型渦崩壊の全体安定性解析を行う。②-2. 随伴系について同様の解析を行う。②-3. 軸対称性が破れたバブル型について感度解析を行う。解析で用いられる手法の詳細については Chapter 2 に示されている。

解析に用いる渦崩壊の流れ場には数値計算を援用した。2種類の流れ場について計算を行った。1つは実験と検証可能で且つ最もシンプルな渦崩壊現象として知られる円筒容器内の渦崩壊現象で、軸対称非圧縮性流体、軸対称低マッハ数流体の二種類の流れについてのCFDである。もう1つはパイプ内の回転流れを理想化した、計算空間内に1つの縦渦（旋回噴流）が存在する状況下での渦崩壊現象で、こちらは三次元圧縮性流体についてのCFDとなる。本計算では、これまで用いられてきた旋回噴流のモデルに非軸対称なパラメータを一つだけ加えることで、軸対称性が破れたバブル型渦崩壊の計算を行う。この詳細は Chapter 3 に示されている。

トポロジーに関する研究について得られた結果及び考察は Chapter 4 に述べられている。主な結果は以下のとおりである。速度勾配テンソルの固有値解析をすることで、淀み点周辺の流れ場の幾何学的構造を全てのケースについて調べ上げた。ほとんどの淀み点は既知の鞍点一焦点型だが、非双曲型不動点と呼ばれる特殊な淀み点が非圧縮性流体のバブル型発生時に得られると示された。この不動点は圧縮性流体中のバブル型の発生時には、確認することが難しいであろうことも示された。(Section 4.1 から Section 4.3) 続いて、非定常圧縮性流れの数値計算により、数学的に存在が示唆されるものの物理的には観測されていなかったトポロジーが、バブル型渦崩壊の瞬間流線において実際に発見された。(Section 4.2)

また、旋回噴流の数値計算で、非軸対称的なパラメータを一つ導入することで、旋回噴流中の軸対称性が破れたバブル型渦崩壊の流れ場が得られた。この際、流線に非軸対称な分岐が起り、バブル内部に入り込む軌道と周辺を回って通り過ぎる軌道に分かれることが示された。この流れ場について、ポアンカレ断面において上流側淀み点から発する軌道（不安定多様体）と下流側淀み点に向かう軌道（安定多様体）の可視化を行うと、円筒容器内の渦崩壊現象の可視化実験などで見られるカオスの移流に顕著な構造が旋回噴流中の渦崩壊についても見られることも示されている。（Section 4.3）

続いて、安定性に関する研究について得られた結果及び考察は Chapter 5 に示されている。主な結果は以下のとおりである。バブル型渦崩壊について圧縮性流体の全体線形安定性解析を行うことで、温度といった熱力学的変数の擾乱が発展する際の空間的構造が得られた。それは、ほかの運動学的変数の擾乱の発展の空間的構造と同様、再循環領域の後方で、縦渦の回転方向とは反対の向きのらせん構造を持つことが示された。（Section 5.1）随伴系についても同様に安定性解析を行うことで、加熱・冷却に対する受容性の空間的構造が得られ、他の受容性同様バブルの上流で高い値を取る点は共通しているが、半径方向の分布には違いがみられることを示した。（Section 5.1）最後に、軸対称性が破れたバブルについて感度解析を行い、感度の高い領域と流線の幾何学的構造の間に見られる関係性を議論した。感度は上流側淀み点付近の不安定多様体近辺で高い値を取っており、バブル内部を通る軌道と通らない軌道の境界線上で最も高い値を取っていることが確認された（Section 5.2）

Chapter 6 にて本論文で得られた知見がまとめられている。①-1. バブル型渦崩壊に見られる淀み点対は鞍点一焦点型であるが、非圧縮流体における渦崩壊発生時の淀み点は特殊な非双曲型不動点であり、渦崩壊の流線トポロジーを調べる上で核となる情報を持っている。①-2. 非定常圧縮性流れの瞬間流線では、吸い込みや湧き出しを持つバブル型渦崩壊が存在する。①-3. 軸対称性が破れた旋回噴流中に発生するバブル型渦崩壊は軸対称なバブル型と異なり、バブル型の内部に入り込んでその後出てくるといような流線が得られる。ポアンカレ断面でこれらの流線を観測すると、カオス的な移流が確認される。②-1. バブル型渦崩壊からスパイラル型渦崩壊へと遷移する際の不安定化に伴って、熱力学的変数の擾乱は、他の運動学的変数の擾乱と同様に、バブル後方でスパイラル型の旋回方向に大きく発展する。②-2. バブル型渦崩壊の外部加熱・冷却に対する受容性は、低いマッハ数では当然ながら他の受容性にたいして低いものの、その空間的構造は他の受容性と異なり半径方向にバブル型渦崩壊の幅と同程度離れた位置で大きな値となっている。②-3. 軸対称性が破れたバブル型渦崩壊の感度は、上流側淀み点の不安定多様体に存在する、バブル内部を通る流線と通らない流線の境界線において高い値を取る。

最後に補助的な情報として、随伴系の安定性解析を行うにあたり必要となる、内積の定義、随伴 Navier-Stokes 方程式の導出、随伴モードの直交性が Appendix A から Appendix C にて述べられている。