

博士論文

強磁性絶縁体における  
マグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン分光

久富 隆佑



# 目次

第1章	序論	1
1.1	研究背景と目的	1
1.2	本論文の構成	2
第2章	球状 YIG 単結晶中のマグノンモード	5
2.1	イットリウム鉄ガーネット (YIG) の物性	5
2.2	マグノン	7
2.3	Walker モード	9
2.3.1	Walker モードの導出の流れ	9
2.4	結晶磁気異方性による Walker モードの共鳴周波数変化	15
2.5	Walker モードの共鳴周波数の静磁場強度依存性	18
第3章	マグノン誘起ブリルアン散乱の理論	20
3.1	相互作用ハミルトニアン	20
3.2	磁性体の誘電率テンソル	21
3.3	YIG の誘電率テンソル	23
3.3.1	YIG の3階の係数テンソル $\tilde{K}_{klm}$	23
3.3.2	YIG の4階の係数テンソル $\tilde{G}_{klmn}$	24
3.3.3	YIG の誘電率テンソル	25
3.3.4	YIG の誘電率テンソルの既約分解 ( $\mathbf{e}_z // [001]$ )	25
3.3.5	YIG の誘電率テンソルの既約分解 ( $\mathbf{e}_z // [111]$ )	26
3.4	マグノン誘起ブリルアン散乱	27
3.4.1	1 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [001]$ )	28
3.4.2	1 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [111]$ )	30
3.4.3	2 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [001]$ )	32
3.4.4	2 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [111]$ )	35
3.5	観測可能な偏光の組み合わせ	37
第4章	マグノンポラリトンを用いた光-マイクロ波変換	39
4.1	マグノンポラリトンモード	40
4.1.1	結合系の実験	40
4.1.2	結合系の理論モデル	42
4.1.3	マイクロ波反射測定の測定系	44
4.1.4	実験	44
4.2	マグノンポラリトンモードの光での観測	47
4.2.1	理論モデル	47
4.2.2	マグノンポラリトンモードによるブリルアン散乱のヘテロダイン測定	51

4.2.3	ヘテロダイン測定におけるビート信号	52
4.2.4	実験	53
4.3	マグノンポラリトンを介した光からマイクロ波への変換	55
4.3.1	実験系	55
4.3.2	実験	57
4.4	異なる手法を用いた $\zeta$ の推定	59
4.4.1	コヒーレント光のショットノイズを用いた $G$ の推定	59
4.4.2	磁気光学定数を用いた $G$ の推定	63
4.4.3	$\zeta$ の推定	63
4.5	本章のまとめ	65
<b>第5章</b>	<b>2 マグノン散乱</b>	<b>66</b>
5.1	マグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定系	66
5.1.1	ヘテロダイン測定で得られるパワースペクトラム	69
5.2	FMR 測定	70
5.3	2 マグノン散乱のヘテロダイン測定	74
5.4	2 マグノン散乱の散乱効率 ( $\mathbf{k}_{\text{light}}//\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 100 \rangle$ )	76
5.5	2 マグノン散乱の散乱効率 ( $\mathbf{k}_{\text{light}}//\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 111 \rangle$ )	79
5.6	コヒーレンスの確認	82
5.7	本章のまとめ	84
<b>第6章</b>	<b>結晶の対称性が関与する 1 マグノン散乱</b>	<b>85</b>
6.1	1 マグノン散乱のヘテロダイン測定 ( $\mathbf{k}_{\text{light}}//\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 111 \rangle$ )	85
6.2	マグノン誘起ブリルアン散乱であることの確認	88
6.3	角運動量の収支が合わない遷移についての考察	89
6.4	コヒーレンスの確認	95
6.5	本章のまとめ	97
<b>第7章</b>	<b>結論</b>	<b>98</b>
<b>付録A</b>	<b>単一原子と光の相互作用</b>	<b>99</b>
A.1	相互作用ハミルトニアン	99
<b>付録B</b>	<b>磁気量子数と偏光の選択則 (単一原子の場合)</b>	<b>101</b>
<b>付録C</b>	<b>テンソルの定義</b>	<b>103</b>
<b>付録D</b>	<b>既約分解の一般論</b>	<b>105</b>
<b>付録E</b>	<b>磁化密度演算子</b>	<b>107</b>
<b>付録F</b>	<b>伝搬光の偏光状態記述</b>	<b>109</b>
F.1	電磁場の第二量子化	109
F.2	ストークス演算子	110
F.3	特殊ストークス演算子	112



---

付 録 <b>G</b> 特殊ストークス演算子の時間発展	<b>113</b>
付 録 <b>H</b> 伝搬マイクロ波による励起マグノン数の見積もり方法	<b>114</b>
付 録 <b>I</b> <b>EOM</b> を用いた較正	<b>116</b>
付 録 <b>J</b> 角運動量の収支が合わない遷移についての考察 ( $k_{\text{light}}//H_{\text{ext}}//\langle 100 \rangle$ )	<b>120</b>



# 第1章 序論

## 1.1 研究背景と目的

固体中には、様々な集団運動モードに対応してフォノン・マグノン・プラズモン・ポラリトンなどの素励起が存在する。その一つであるマグノンは、強磁性体の持つ巨視的な磁化の揺らぎを記述する調和振動子型の集団運動モードの量子である。典型的な強磁性絶縁体であるイットリウム鉄ガーネット（YIG）単結晶中のマグノンは、ギガヘルツオーダーで振動する外部磁場と磁気双極子相互作用により直接的に結合し、強磁性共鳴として観測される。同時にこのマグノンは、数百テラヘルツで振動する電磁場（光）とも電気双極子相互作用・スピン軌道相互作用を介し非共鳴的に相互作用する。

### マグノン誘起ブリルアン散乱

光とマグノンが非共鳴的に相互作用し、入射光が変調を受ける非線形現象は「マグノン誘起ブリルアン散乱」と呼ばれる。特にその中でも散乱光のエネルギーが入射光に比べ1マグノン分変化している散乱過程のことを「1マグノン散乱」と呼ぶ。1960年代に強磁性体中の熱マグノンやコヒーレントマグノンによる1マグノン散乱が観測されたことが契機となり、マグノン誘起ブリルアン散乱の研究が始まった[1, 2]。

### 波長変換器

一方、全く異なる研究として、複数の物理系を結合させた「結合系」を構築し、それぞれの特性を活かした系を新たに創出することにより、量子情報技術へと応用する研究が「量子情報科学」の分野において近年盛んに進められている。特に操作性の高いマイクロ波光子[3]と、長距離伝搬が可能な通信波長帯の光子とをコヒーレントに変換する物理系は量子波長変換器と呼ばれ、量子通信や量子インターネットの構築に向けた必須の構成要素として関心が持たれている。しかし、エネルギーにして4桁の違いがある2種類の電磁波をコヒーレントに繋ぐには、媒介となる物理系が必須となる。これまで、微小機械振動子[4, 5]や非線形光学結晶[6]、常磁性スピン集団[7]などがその候補として研究されてきたが、未だ実用レベルには達していない。

我々のグループでは近年、強磁性体中のスピン集団とマイクロ波共振器を結合した量子結合系の実現を報告している[8]。さらにその結合系に超伝導量子回路を結合させることにより、非調和性を持つ集団励起モードの構築にも成功している[9]。この結合系の実現は、マグノンと光を低温環境下において結合させることで、超伝導量子回路が強磁性スピン集団を媒体（インターフェイス）として光にリンクできる可能性を示唆する。そこで本研究では、強磁性マグノンとマイクロ波共振器が強結合した結合系（マグノンポラリトン）をインターフェイスとして用いて光-マイクロ波波長変換を実現することを目指す。そしてその変換効率を評価する枠組みを構築し、ヘテロダイン測定を用いた実験により定量的な評価を行う。

## 2 マグノン散乱

また近年、強磁性薄膜サンプル中に存在するマグノンの特徴的なエネルギー分散関係を利用し、マグノンの動的なボースアインシュタイン凝縮 (BEC) の実現が報告された [10]。将来的に2つの BEC 間での超スピン流の観測にも期待が持たれている [11]。現状のマグノン BEC 研究では、多量のマグノンをマイクロ波パルスで励起し、その後マグノン間の内在的な4体散乱を用いて自然に冷却させ、マグノンが動的 BEC を形成する様子を観測している [12]。しかし、C. Kittel によればその内在的な4体散乱の散乱断面積は約  $10^{-25} \text{ cm}^2$  と非常に小さい [13]。それゆえ、大半のマグノンは冷却される前に環境へと緩和してしまう。

そこで本研究ではそのマグノン冷却を、光のマグノン散乱過程を用いてアシストできないかと考えた。これまで観測されていないが、もし2マグノン散乱過程が存在するのであれば、光を用いたマグノン冷却を実現できる可能性がある。そこで本研究では、まずその第一歩として、1 マグノン散乱過程の理論を自然に拡張した形で2 マグノン散乱過程を予想し、ヘテロダイン測定を用いた実験からその定量的評価を行う。

### マグノン散乱における角運動量選択則

1 マグノン散乱、2 マグノン散乱の実験研究を行っている中で、その中に非自明な角運動量選択則をもつ散乱過程が存在することを偶然発見した。それは、これまで N. Bloembergen らが非線形結晶 [14] で、T. Higuchi らが多磁区構造をもつ反強磁性体 [15] で、K. Konishi らがメタマテリアルで観測した [16] いわゆる *umklapp* 過程の強磁性単結晶版であると考えられる。しかし、これまで強磁性体を用いたマグノン誘起ブリルアン散乱において、結晶の対称性の関与する角運動量選択則について系統的に調べている研究はない。そこで本論文ではヘテロダイン測定を用いた定量的な実験研究を行う。

## 1.2 本論文の構成

本論文の構成について述べる。

## 第2章 球状 YIG 単結晶中のマグノンモード

本研究では一貫して球状、ミリメートルサイズの強磁性絶縁体単結晶をサンプルとして使用する。物質はイットリウム鉄ガーネット (YIG) を用いる。

そこで、まずイットリウム鉄ガーネットの物質としての性質、そしてその選定理由をまとめる。その後、まずは一般論としてマグノンの分散関係を示し、マグノンが量子力学におけるボゾン演算子によって記述できることを説明する。さらに、球状サンプル特有のマグノンモード (Walker モード) の理論的な取扱いについて説明する。

最後に実際にマイクロ波を用いた強磁性共鳴実験を行い観測した、離散化したエネルギースペクトルの結果と共鳴周波数の結晶軸依存性の結果を示し、それらの結果から Walker モードのモード同定が可能であること、そして YIG 単結晶の結晶軸が決定できることを説明する。特に結晶軸の決定は、本論文の後半で述べる結晶の持つ角運動量の議論の際に重要となる。

### 第3章 マグノン誘起ブリルアン散乱の理論

マグノン誘起ブリルアン散乱を以下の現象論的な相互作用ハミルトニアンを用いて説明する。

$$H = \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^\tau \underbrace{(\mathbf{E}_{\text{sc}}^*(t) \tilde{\epsilon}(t) \mathbf{E}_{\text{in}}(t))}_{\mathcal{E}} A c' dt \quad (1.1)$$

ここで  $\epsilon_0$  は真空の誘電率を、 $\mathbf{E}_{\text{in}}$  は入力光電場、 $\mathbf{E}_{\text{sc}}$  は散乱光電場、 $\tau$  は相互作用時間、 $A$  は光の断面積、 $c'$  は物質中での光速、 $\mathcal{E}$  はエネルギー密度を表す。

上式中の誘電率テンソルに磁化の効果を摂動的に取り込むことで、マグノンと光の相互作用が記述できる。まず YIG の誘電率の導出方法を説明する。誘電率テンソルは結晶軸と座標系の関係によって変化する。その影響を反映した誘電率を導出する。

式(1.1)にその誘電率を代入することで1マグノン散乱が予想されることを始めに説明する。その後、自然な拡張によって2マグノン散乱の発生が予想されることを述べる。ここで1マグノン散乱および2マグノン散乱におけるいくつかの遷移において、角運動量の収支が合わない散乱過程が予想されることもまた明らかとなる。この問題は第5章、そして第6章の実験および考察によって解決される。

### 第4章 マグノンポラリトンを用いた光-マイクロ波変換

マグノンポラリトンは、マグノンとマイクロ波共振器モード中のマイクロ波光子が強く結合した際に発現するノーマルモードである。そのマグノンポラリトンを媒介とした光-マイクロ波変換実験について説明を行う。結合系を用いた場合の光-マイクロ波光子間の変換効率の表式を導出し、理論予測と得られた実験結果とが矛盾しないことを示す。変換効率には、1マグノン散乱過程の散乱断面積が含まれている。その大きさを実験から推定し、その部分の改善が必要であることを説明する。

### 第5章 2マグノン散乱

続いて2マグノン散乱の実験について説明する。

本章の実験において、第3章で理論的に予想した結果と矛盾しない結果が得られ、確かに強磁性体においても2マグノン散乱が存在することを実証した。しかし、第3章で予想した角運動量の収支が合わない遷移による散乱は、信号が弱くノイズに隠れてしまい明確な結果が得られなかった。

### 第6章 結晶の対称性が関与する1マグノン散乱

前章では、角運動量の収支が合わない2マグノン散乱過程の存在を実証することはできなかった。しかし、静磁場方向と結晶軸の関係をうまく選ぶことにより、1マグノン散乱過程にも角運動量の収支の合わない遷移が存在することが第3章において理論的に予想されている。そこで、実際にヘテロダイン測定を用いて行った観測の結果を示す。さらに、そのような角運動量の収支が合わないように見えるマグノン散乱が存在する理由について、考察を与える。

## 第 7 章 結論

本研究ではマグノン誘起ブリルアン散乱を基軸として様々な実験を行ってきた。そこから得られた結論とこれからの展望を最後にまとめる。

## 第2章 球状YIG単結晶中のマグノンモード

本研究では、一貫して球状のイットリウム鉄ガーネット（YIG）単結晶試料を用いてマグノン誘起ブリルアン散乱の研究を行った。そこで本章では、まずYIGの物性を紹介し、球状強磁性絶縁体中に存在するWalkerモードと呼ばれるマグノンモードについて説明する。本研究ではその中のKittelモードを主に使用する。

また、マグノン誘起ブリルアン散乱実験の準備として、Walkerモードの指標の推定の仕方や、YIG単結晶の結晶軸の推定方法についても詳述する。

### 2.1 イットリウム鉄ガーネット（YIG）の物性

本研究ではフェリ磁性絶縁体中であるイットリウム鉄ガーネット  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  (Yttrium iron garnet : YIG) を用いている<sup>\*1</sup>。YIGは化学式  $\text{A}_3\text{B}_2\text{C}_3\text{O}_{12}$  で表されるガーネット構造を持ち、立方晶系に属し、空間群  $O_h$  に属する。図2.1に示したように1単位胞あたり160個の原子が存在し<sup>\*2</sup>、24個の  $\text{Fe}^{3+}$  がdサイト（酸素陰イオン  $\text{O}^{2-}$  の四面体配位）に、16個の  $\text{Fe}^{3+}$  がaサイト（酸素陰イオン  $\text{O}^{2-}$  の八面体配位）に存在する。

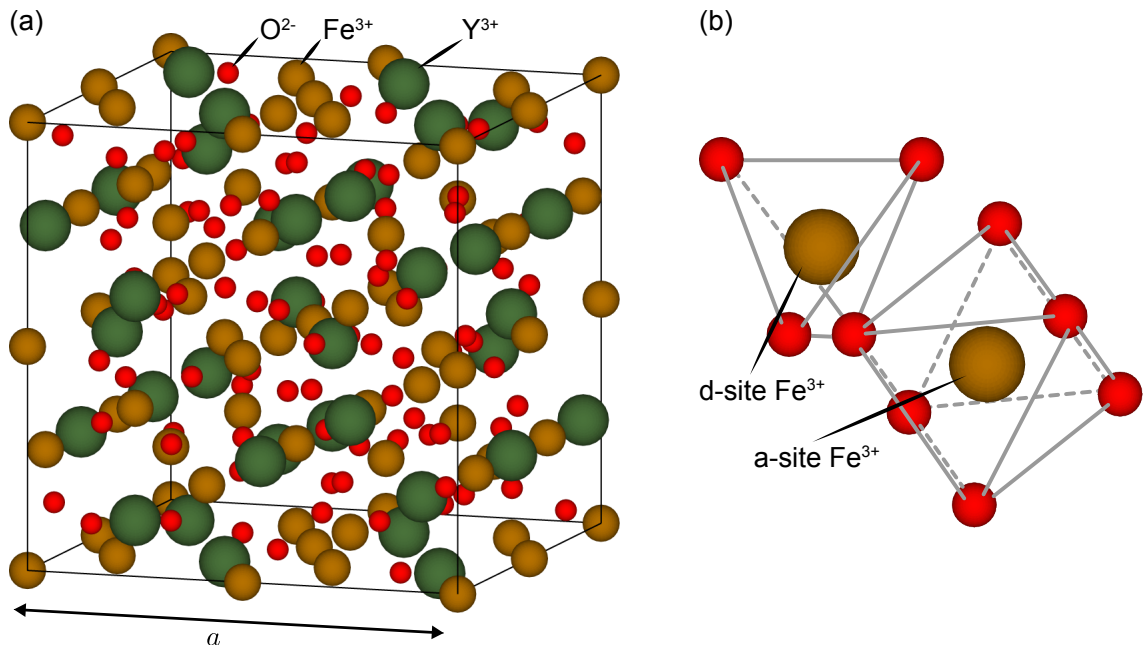


図 2.1: (a) YIG 単結晶中の 1 単位胞。  $a$  は格子定数。 (b) a サイトを占める Fe イオンと、 d サイトを占める Fe イオン。

<sup>\*1</sup>YIG は天然には存在せず、地球上に存在する物は全て人工物である。

<sup>\*2</sup>つまり単位胞あたり 8 つの化学式が含まれている。

表 2.1: YIG の物性値 [17]

物理量	記号	値
格子定数	$a$	12.376 Å
質量密度		5172 kg/m <sup>3</sup>
a サイトの Fe <sup>3+</sup> の全角運動量	$J_a$	5/2
a サイトの Fe <sup>3+</sup> の軌道運動量 (基底状態)	$L_a$	0
a サイトの Fe <sup>3+</sup> の g 因子	$g_a$	2
d サイトの Fe <sup>3+</sup> の全角運動量	$J_d$	5/2
d サイトの Fe <sup>3+</sup> の軌道運動量 (基底状態)	$L_d$	0
d サイトの Fe <sup>3+</sup> の g 因子	$g_d$	2
磁気回転比	$\gamma$	$2.8 \times 10^{10}$ Hz/T
飽和磁化 (298 K)	$M_s$	140 kA/m
Curie 温度		559 K
1 次の異方性定数 (295 K)	$K_1$	-610 J/m <sup>3</sup>
Faraday 回転角 (1.2 μm)	$\nu$	240 deg/cm
吸収係数 (1.2 μm)		0.069 cm <sup>-1</sup>
Cotton-Mouton テンソル成分 (1-3 μm)	$G_{44} M_s^2$	$-1.14 \times 10^{-4}$
Cotton-Mouton テンソル成分 (1-3 μm)	$\Delta g M_s^2$	$5.73 \times 10^{-5}$

YIG の持つ物性値を表 2.1 にまとめる。YIG の磁性を担う磁性イオンは Fe<sup>3+</sup> イオンである。Fe<sup>3+</sup> イオンは 3d 電子を 5 つ持つが、YIG 中では配位子場の存在により a サイトならびに d サイトの Fe<sup>3+</sup> イオンの軌道角運動量はほぼ消失している<sup>\*3</sup>。そのため Fe<sup>3+</sup> イオンの全角運動量  $J$  ならびに g 因子はスピンからの寄与のみとなり、 $J = 5/2$ ,  $g = 2$  となっている。すなわち、YIG のもつ磁気モーメントは Fe<sup>3+</sup> イオンの基底状態<sup>6</sup> $S_{5/2}$  に由来する [18]。これらのスピン角運動量は酸素陰イオンを介した超交換相互作用によって結合している。d サイト同士、a サイト同士の電子スピンは強磁性的に結合し、d サイトと a サイトの電子スピンは反強磁性的に結合していることが知られている。これより、1 単位胞あたり正味 8 個の磁気モーメントが存在し、いわゆるフェリ磁性体に分類される。本研究ではフェリ磁性体特有の現象は取り扱わないため、これ以降、YIG を強磁性体として取り扱う。

表 2.1 中の  $\Delta g$  の定義は  $\Delta g := G_{11} - G_{12} - 2G_{44}$  である。 $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{44}$  の定義は第 3 章で YIG の誘電率テンソル成分を導出する際に明らかになる。

そのほか YIG がもつ大きな特徴として、次の点が挙げられる。

- FMR の線幅が、室温においても 1 MHz 程度と比較的細いこと。
- 通信波長帯の光に対し、ほぼ無吸収（透明）であること。
- キュリー温度が 560 K であり、室温での実験も可能であること。
- 質の良い単結晶を購入可能であること。

本研究で用いた直径約 1 mm の球状 YIG 試料は、全て米国 Ferrisphere 社から購入した。使用したサンプルには酸化アルミ製のロッドが YIG の (110) 面に垂直に接着されている。実験

<sup>\*3</sup>実際には完全には消失していない。2.4 節で観測している結晶磁気異方性は軌道角運動量がゼロでないことから生じる効果であると考えられる。



にはそのロッドを適切な治具に固定することで用いている。図 2.2 は実際の直径 1 mm の YIG 球の写真である。

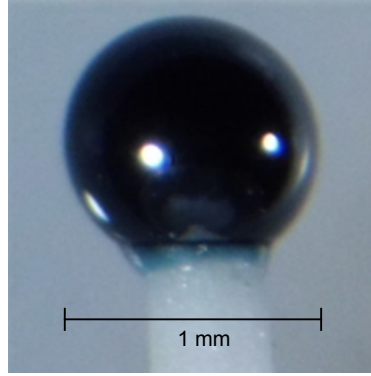


図 2.2: 直径 1 mm の球状 YIG サンプル。

## 2.2 マグノン

本節では、強磁性体中に存在する素励起マグノンの一般論について説明する。

強磁性体中のスピンは、隣接スピン同士が強く交換相互作用で結合しているため、外部から均一な強い静磁場を印加することで単一磁区にすることが可能であり、巨視的な磁化を発現する。交換相互作用のエネルギーは非常に高いため、熱エネルギー程度のエネルギーでは偏極したスピン集団中のひとつの局在スピンを反転させることはできない。しかし、低温領域においても磁化が微妙に変化している事実が古くから知られていた。この現象の起源を定量的に説明したのが Bloch のスピン波理論である [19]。ここでは後に Holstein と Primakoff によって提案された手法を用いてスピン波励起の準粒子であるマグノンを導出する [20]。

$z$  方向に静磁場  $H$  をかけた状況での強磁性体のハイゼンベルグ模型のハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = -2J \sum_{\langle ij \rangle} (\hat{S}_i \cdot \hat{S}_j) + g\mu H \sum_i \hat{S}_i^z \quad (2.1)$$

である。 $J$  は交換積分で、強磁性体のため正の値をもつ。 $\hat{S}_i$  は  $i$  番目の格子点上の原子のスピン演算子、 $g$  は  $g$  因子、 $\mu$  はボーア磁子、 $\sum_{\langle ij \rangle}$  は最近接の格子点对に関する和、 $\sum_i$  は全ての格子点における和である。第一項が交換相互作用、第二項がゼーマンエネルギーを表す。ここでは異方性エネルギーは考えない。基底状態は、静磁場に対して全てのスピンの反平行になっている状態であり、単純に考えると、このうちのひとつのスピンが反転した状態が次の励起状態と考えられる。しかし、前述したように  $J$  の値が非常に大きいためそのエネルギーコストは莫大である。そうではなく、全てのスピンの少しずつ傾くことで、全体としてスピンの一つ減ったような集団励起状態が低エネルギー領域に存在する。この励起のことをスピン波と呼ぶ。

スピン波励起を準粒子として捉えるために、Holstein-Primakoff 変換を行う。

$$\hat{S}^z = S - \hat{n} \quad (2.2)$$

$$\hat{S}^+ = \sqrt{2S - \hat{n}} \hat{c} \quad (2.3)$$

$$\hat{S}^- = \sqrt{2S} \hat{c}^\dagger \quad (2.4)$$

$S$  はスピンの大きさ、 $\hat{S}^\pm = \hat{S}^x \pm i\hat{S}^y$ 、 $\hat{n} = \hat{c}^\dagger \hat{c}$  であり、 $\hat{c}^\dagger, \hat{c}$  はスピン波の生成消滅演算子を表す。この演算子はボーズ粒子の演算子であり、 $[\hat{c}, \hat{c}^\dagger] = 1$  を満たす。このとき、Holstein-Primakoff 変換の演算子は  $[\hat{S}^+, \hat{S}^-] = 2\hat{S}^z$ 、 $[\hat{S}^\pm, \hat{S}^z] = \mp \hat{S}^\pm$  という交換関係を満たすことを示せる。式 (2.1) をこの変換を用いて生成消滅演算子によって書き下すと

$$\mathcal{H}_0 = 4JS \sum_{\langle lm \rangle} (\hat{c}_l^\dagger \hat{c}_l - \hat{c}_l^\dagger \hat{c}_m) - g\mu H \sum_l \hat{c}_l^\dagger \hat{c}_l \quad (2.5)$$

となる。低励起状態を考えるため、演算子の 4 次以上の項は無視した。ここで、このハミルトニアン固有値を求めるために  $\hat{c}_l, \hat{c}_l^\dagger$  をフーリエ変換する。

$$\hat{c}_l = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}} \hat{c}_{\mathbf{k}} \quad (2.6)$$

$$\hat{c}_l^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}} \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \quad (2.7)$$

この変換で新たに出てきた  $\hat{c}_{\mathbf{k}}, \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger$  もボーズ粒子の演算子の交換関係を満たす。この式 (2.6)、(2.7) を式 (2.5) に代入して計算すると、

$$\mathcal{H}_0 = \sum_{\mathbf{k}} (2aJS(1 - \gamma_{\mathbf{k}}) + g\mu H) \hat{n}_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}} \quad (2.8)$$

となる。ここで、 $\hat{n}_{\mathbf{k}}$  は  $\hat{n}_{\mathbf{k}} = \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}}$  を満たす個数演算子であり、 $a$  は再隣接の格子点数、 $\gamma_{\mathbf{k}}$  は結晶構造によって決まる  $\mathbf{k}$  のみの関数である。この結果から、スピン波の励起は、波数  $\mathbf{k}$ 、エネルギー  $E_{\mathbf{k}}$  を持ったボーズ粒子の励起と等価であることがわかる。この準粒子のことを「マグノン」と呼ぶ。

結晶構造が立方晶である場合  $\gamma_{\mathbf{k}}$  は

$$\gamma_{\mathbf{k}} = \frac{1}{3} (\cos ak_x + \cos ak_y + \cos ak_z) \quad (2.9)$$

である。ただし  $a$  は格子定数を表す。これよりエネルギー  $E_{\mathbf{k}}$  の表式は次のように書き下すことができる。

$$E_{\mathbf{k}} = 2aJS \left( 1 - \frac{1}{3} (\cos ak_x + \cos ak_y + \cos ak_z) \right) + g\mu H \quad (2.10)$$

これによりマグノンの分散関係がわかる。 $k_y = 0$  かつ  $k_z = 0$  の場合のマグノンの分散関係は図 2.3 のようになる。

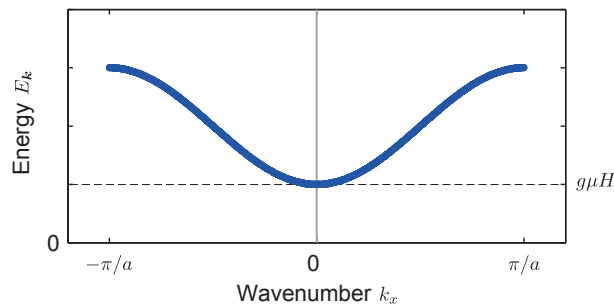


図 2.3: マグノンの分散関係。

分散関係から波数が小さい領域では交換相互作用の影響がほぼゼロになることがわかる。この領域では、ここで取り込んでいない磁気双極子相互作用の影響を強く受けることになる。ただし交換相互作用が近距離相互作用であることに對し、磁気双極子相互作用は長距離相互作用であるため、強磁性体の形状を考慮する必要があり難しい問題となる。そのような波数の小さい領域での固有エネルギー・固有状態は、2.3 節で述べるように Maxwell 方程式と磁化振動を記述する Landau-Lifshitz 方程式を適切な境界条件のもとで解くことで求めることができる。

## 2.3 Walker モード

本節では、形状が球状で<sup>\*4</sup>、そして物質が絶縁体であるという状況に限った場合に導出される、Walker モード（または静磁モード）と呼ばれるマグノンモードについて説明を行う。

### 2.3.1 Walker モードの導出の流れ

#### Maxwell 方程式

本論文では一貫して MKSA 有理単位系を用いる。また、電磁気学的パラメータは E-B 対応の単位系を用いて記述する。

Maxwell 方程式を書き下すと

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J} \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (2.14)$$

$\mathbf{D}$  は電束密度を表し、 $\mathbf{H}$  は磁場の強さを表す。これらは分極  $\mathbf{P}$  と磁化  $\mathbf{M}$  を用いて

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (2.16)$$

と表される。以上 6 本の式に含まれる 8 つの物理量と単位を表 2.2 にまとめた。すべて位置と時間に依存する量である。関連する物理定数については表 2.3 にまとめた。電流の定義から真空の透磁率の値が定まり、長さの定義から光速の値が定まる。さらに真空中の Maxwell 方程式 ( $\rho = 0, \mathbf{J} = 0, \mathbf{P} = 0, \mathbf{M} = 0$ ) を解くと電磁波が  $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  で伝搬することがわかり、そこから真空の誘電率が求まる。

表 2.2、2.3 中の組み立て単位を、基本単位 {m (メートル), kg (キログラム), s (秒), A (アンペア)} で記述すると表 2.4 のようになる。次章以降の次元解析で必要となるジュール J についても最後に加えた。

<sup>\*4</sup>実際には球体に限らず、回転楕円体形状であれば本節の議論は成り立つ。

表 2.2: Maxwell 方程式中の物理量とその単位についてのまとめ

記号	物理量	単位
$D$	電束密度	$C/m^2 = A \cdot s/m^2$
$\rho$	電荷密度	$C/m^3 = A \cdot s/m^3$
$H$	磁場の強さ	$A/m$
$J$	電流密度	$A/m^2$
$B$	磁束密度	$T \text{ (テスラ)} = Wb/m^2$
$E$	電場	$V/m$
$P$	分極	$C/m^2 = A \cdot s/m^2$
$M$	磁化	$A/m$

表 2.3: Maxwell 方程式中の物理定数の値とその単位についてのまとめ

記号	物理定数	値	単位
$\mu_0$	真空中の透磁率	$4\pi \times 10^{-7}$	$H/m = \Omega \cdot s/m$
$c$	真空中の光速	299792458	$m/s$
$\epsilon_0$	真空中の誘電率	$1/(\mu_0 c^2)$	$F/m = s/(m \cdot \Omega)$

表 2.4: 組み立て単位のまとめ

記号	名称	組み立て単位
Wb	ウェーバー	$kg \cdot m^2/(s^2 \cdot A)$
V	ボルト	$kg \cdot m^2/(s^3 \cdot A)$
F	ファラッド	$A^2 \cdot s^4/(kg \cdot m^2)$
$\Omega$	オーム	$kg \cdot m^2/(s^3 \cdot A^2)$
H	ヘンリー	$kg \cdot m^2/(s^2 \cdot A^2)$
J	ジュール	$kg \cdot m^2/s^2$

## 媒質の応答

周波数領域において、分極と磁化が場に線形に応答する場合、それらは次のようにかける。

$$P(\omega) = \epsilon_0 \overline{\chi_e}(\omega) E(\omega) \quad (2.17)$$

$$M(\omega) = \overline{\chi_m}(\omega) H(\omega) \quad (2.18)$$

比例係数  $\overline{\chi_e}(\omega)$  と  $\overline{\chi_m}(\omega)$  はそれぞれ誘電感受率、磁気感受率と呼ばれる無次元量であり、一般に 2 階の複素テンソルである<sup>\*5</sup>。これらの値は一般に物質固有の値をもち、周波数に依存

<sup>\*5</sup>電場や磁場が強く線形性が成り立たない場合にはそれらをテイラー展開した形が用いられる。

する。式 (2.15)、(2.16) にこれらの関係を代入すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \epsilon_0 \bar{\chi}_e \mathbf{E} \\ &= \epsilon_0 (\bar{\mathbf{I}} + \bar{\chi}_e) \mathbf{E} \\ &= \bar{\epsilon} \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mu_0 (\bar{\mathbf{I}} + \bar{\chi}_m) \mathbf{H} \\ &= \bar{\mu} \mathbf{H} \end{aligned} \quad (2.20)$$

となる。ここで定義した  $\bar{\epsilon}$ 、 $\bar{\mu}$  はそれぞれ物質中の誘電率、物質中の透磁率と呼ばれる。 $\bar{\mathbf{I}}$  は単位行列を表す。

### 周波数領域での Maxwell 方程式

単一周波数の平面波解のみを考えると、各場の空間及び時間発展は  $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$  という形で表すことができる。ここで  $\mathbf{k}$  は波数 ( $2\pi$  を波長で割った量)、 $\mathbf{r}$  は位置ベクトル、 $\omega$  は角周波数である。これにより、Maxwell 方程式は次のように書き換わる。

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.21)$$

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{H} + i\omega \mathbf{D} = \mathbf{J} \quad (2.22)$$

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.23)$$

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{E} - i\omega \mathbf{B} = 0 \quad (2.24)$$

ここで  $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{E}$  はすべて複素ベクトルである。

### 静磁近似

物質が絶縁体 ( $\mathbf{J} = 0$ ) であることを仮定し、式 (2.22) に式 (2.19) を、式 (2.24) に式 (2.20) を代入してそれぞれ整理すると

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} + \omega \bar{\epsilon} \mathbf{E} = 0 \quad (2.25)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} - \omega \bar{\mu} \mathbf{H} = 0 \quad (2.26)$$

が得られる。さらに式 (2.26) の左から  $\mathbf{k}$  をクロス積でかけ、ベクトル解析の公式<sup>\*6</sup>の使用と式 (2.25) の代入によって次の式が得られる。

$$(\omega^2 \bar{\epsilon} \bar{\mu} - k^2 \bar{\mathbf{I}}) \mathbf{E} = -\mathbf{k} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) \quad (2.27)$$

また、式 (2.12) に式 (2.19) を代入し平面波解のみ考えることで、 $\nabla \times \mathbf{H} = i\omega \bar{\epsilon} \mathbf{E}$  という関係が得られる。この関係を使うことで、式 (2.27) は

$$(\omega^2 \bar{\epsilon} \bar{\mu} - k^2 \bar{\mathbf{I}}) \nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \bar{\epsilon} \mathbf{k} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) \quad (2.28)$$

---

<sup>\*6</sup>  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$

と書くことができる。ここでは、媒質の無吸収性を仮定し、そこから要請される誘電率テンソル  $\bar{\epsilon}$  と透磁率テンソル  $\bar{\mu}$  がエルミートであることを用いた<sup>\*7</sup>。ここでとても波長の長い電磁場を考えることにする。つまり、波数の大きさ  $|\mathbf{k}|$  がほぼゼロの極限を考えると、

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (2.29)$$

という方程式を考えれば良いことになる。この近似式は  $\mathbf{H}$  が保存場となっていることを示唆しており、それゆえ静磁近似と呼ばれる。

### Landau-Lifshitz 方程式

外部磁場によって駆動される磁化振動は、Landau-Lifshitz 方程式によって記述できる。これにより式 (2.18) における磁気感受率テンソル  $\bar{\chi}_m$  に制限を加えることができる。 $z$  方向に外部静磁場を印加し、振動磁場がそれに垂直な成分のみ持つとき、異方性磁場<sup>\*8</sup>を無視した条件下で Landau-Lifshitz 方程式を解くと、磁気感受率テンソル  $\bar{\chi}_m$  の形は

$$\bar{\chi}_m = \begin{pmatrix} \chi & -i\kappa & 0 \\ i\kappa & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

となる [18]。テンソルは直交基底で表現しており、 $\chi$  と  $\kappa$  は実数である。

### Walker 方程式

Maxwell 方程式に含まれる式 (2.13) に、媒質の応答を表す式 (2.20) を代入することで、磁場の強さ  $\mathbf{H}$  が満たすべき方程式を導くことができる。

$$\nabla \cdot (\mu_0 (\bar{I} + \bar{\chi}_m) \mathbf{H}) = 0 \quad (2.31)$$

さらにベクトル解析の公式  $\nabla \times (\nabla \psi) = 0$  を用いることで、静磁近似のもとでの  $\mathbf{H}$  (式 (2.29)) はスカラーポテンシャル  $\psi$  を用いて  $\nabla \psi$  と書き換えることができる。この  $\psi$  は静磁ポテンシャルと呼ばれる。静磁ポテンシャルを用いて上式を書き換えると、

$$\nabla \cdot (\mu_0 (\bar{I} + \bar{\chi}_m) \nabla \psi) = 0 \quad (2.32)$$

となる。磁気感受率の形は Landau-Lifshitz 方程式から式 (2.30) のように決まる。これを上式に代入して整理すると、

$$\left[ (1 + \chi) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi = 0 \quad (2.33)$$

となる。この方程式は Walker 方程式と呼ばれ、その解は静磁近似のもとでの Maxwell 方程式と、Landau-Lifshitz 方程式を共に満たすものとなっている。そしてその解は静磁モードと呼ばれる。注意しなければならないのはこの方程式は厳密に静磁場だけを扱っているわけではないという点である。

<sup>\*7</sup>それにより誘電率テンソルと透磁率テンソルの積が可換となる。

<sup>\*8</sup>結晶磁気異方性と、交換相互作用からくる異方性

### Walker モードの共鳴周波数

球状の強磁性絶縁体に Walker 方程式を適用しモード解析を行ったのが L. Walker や P. Fletcher である。その解は導出した物理学者の名前をとり、Walker モードと呼ばれる<sup>\*9</sup>[21, 22]。

スカラーポテンシャル  $\psi$  は、球の内部では式 (2.33) に従い、球外では  $\bar{\chi}_m$  がゼロとなるため  $\nabla^2\psi = 0$ 、つまりラプラス方程式に従う。さらに球表面における連続条件を課すことで解を求めることが可能となる。ここでは彼らの求めた典型的な解を紹介する。

水素原子のエネルギー準位と同様に、Walker モードは3つの整数値の組  $(nmr)$  で特徴づけることができる。最も基本的なモードは  $(110)$  モードで、全ての磁気モーメントが同相かつ同振幅で歳差運動するモードである。これは Kittel モードと呼ばれる。Kittel モードの共鳴周波数は

$$\frac{\omega_{\text{Kittel}}}{2\pi} = \gamma\mu_0 |\mathbf{H}_{\text{ext}}| \quad (2.34)$$

と書ける。ここで  $\gamma$  は磁気回転比と呼ばれる量である。角運動量と磁気モーメントを繋げる役割を果たす。本論文で使用するイットリウム鉄ガーネットでは電子スピンに対する値と同じく約  $2.8 \times 10^{10}$  Hz/T を用いる<sup>\*10</sup>。それ以外の高次のモードは無数に存在するが、Kittel モードと指標が近い  $(mm0)$  モードと  $(m+1m0)$  モードの共鳴周波数  $\omega_{\text{Higher}}/2\pi$  は、

$$\frac{\omega_{\text{Higher}}}{2\pi} = \gamma \left[ \mu_0 |\mathbf{H}_{\text{ext}}| + \mu_0 M_s \left( \alpha - \frac{1}{3} \right) \right] \quad (2.35)$$

と書ける。 $M_s$  はイットリウム鉄ガーネットの飽和磁化を表す。 $\alpha$  の値は P. Fletcher によって求められており、各 Walker モードごとに決まった実数である (表 2.5)。この式より、これらのモードの差周波数は外部磁場強度に依存しないことがわかる<sup>\*11</sup>。

表 2.5: いくつかの Walker モードにおける  $\alpha$  の値 [21]

$(mm0)$	$\alpha$	$(m+1m0)$	$\alpha$
$(110)$	1/3	$(210)$	1/5
$(220)$	2/5	$(320)$	2/7
$(330)$	3/7	$(430)$	3/9
$(440)$	4/9	$(540)$	4/11
$(550)$	5/11	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$		

Kittel モードとこれらの高次モードの共鳴周波数の関係を図 2.4 に示す。飽和磁化の値は、文献値として 140 kA/m という室温における値を用いた。横軸は Kittel モードの周波数をとっている。YIG 中の Kittel モードと高次モードとの差周波数は 100 MHz オーダーになることが見て取れる。ここでは描いていないが、その他多くの高次のモードの共鳴周波数は横ばいにならず、Kittel モードの周波数との差分は一般に一定とはならない。

<sup>\*9</sup>一方、強磁性薄膜に Walker 方程式を適用して求められる解は、そのモードの特徴から表面波や体積波と呼ばれる。

<sup>\*10</sup>イットリウム鉄ガーネットの磁性を担う  $\text{Fe}^{3+}$  は軌道量子数がゼロでスピン量子数しかもたないため。

<sup>\*11</sup>ただし、一般には印加する静磁場強度に依存する。

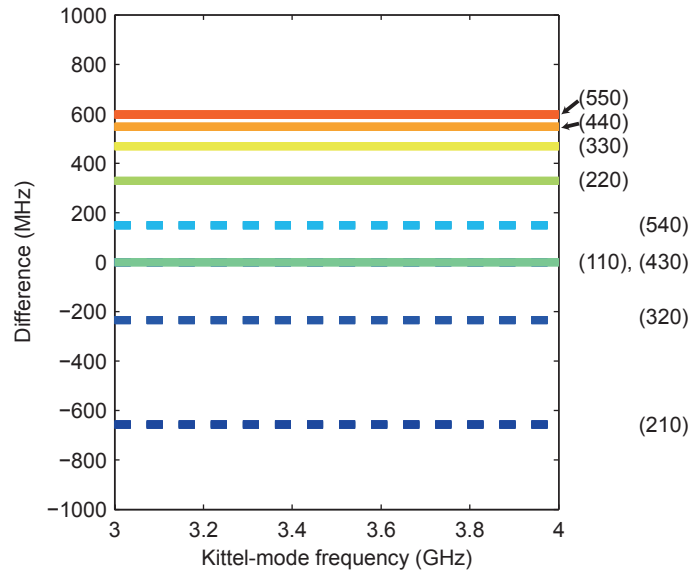


図 2.4: Kittel モードに対する高次モードの共鳴周波数。

### Walker モードの横磁化分布

ある瞬間における  $(mm0)$  モードと  $(m+1m0)$  モードの横磁化成分の分布を示したものが図 2.5 である。 $(mm0)$  モードの横磁化成分は印加磁場方向  $z$  の位置に依存しない。赤道面上での横磁化分布を示したのが図 2.5(a) である。一方で  $(m+1m0)$  モードは  $z$  方向の依存性を持ち、図 2.5(b) 図にあるように赤道面上での横磁化分布はゼロであり、北極と南極で最大値をとる。赤道面ではない適当な面（図 (b) の最も左に位置する球中で赤く示した面）での横磁化分布は同じ指数  $m$  をもつ  $(mm0)$  モードと同様の分布をとることがわかる。本論文で用いる主要なモードはこの中の (110) モード（Kittel モード）である。



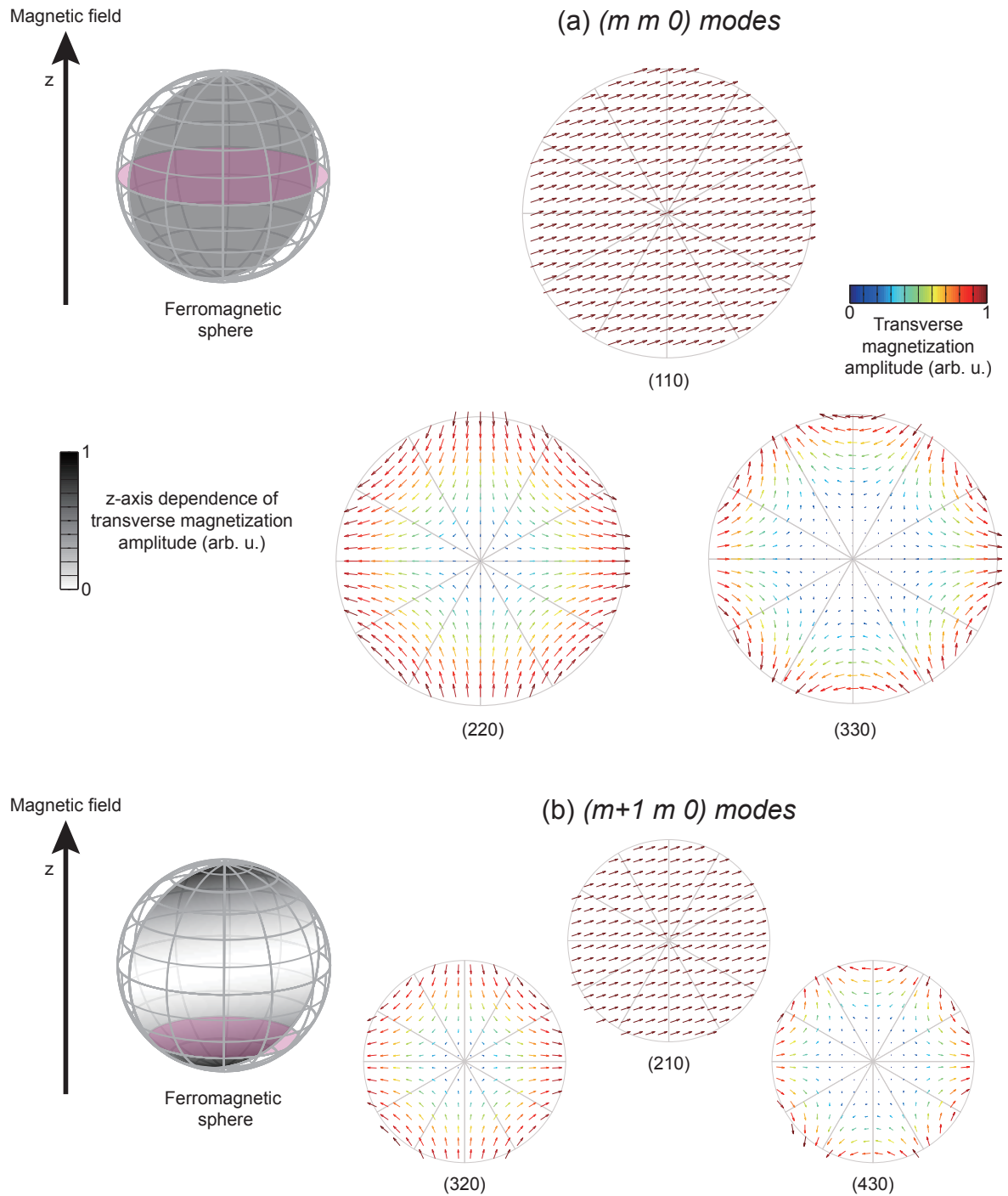


図 2.5: いくつかの Walker モードの横磁化分布。

## 2.4 結晶磁気異方性による Walker モードの共鳴周波数変化

ここまで、YIG 単結晶のもつ磁気異方性の影響を無視して説明を行ってきた。しかし実際には YIG 単結晶には弱い結晶磁気異方性が存在する。そこで結晶磁気異方性を考慮に入れた場合に、Walker モードの共鳴周波数がどのように変化するか本節で説明する。この共鳴周波数の結晶軸依存性を用いることで、YIG 単結晶の結晶軸を特定することが可能となる。

一般に結晶磁気異方性の起源を辿るのは難しい問題である。現在でも様々な物質において

結晶磁気異方性の起源がわかっていないものが多い。磁気双極子相互作用の影響であるのか、スピン軌道相互作用による異方的交換相互作用によるものであるのか、はたまた異なる起源からくるものなのか結論が出ていないのである。そこで結晶磁気異方性による影響は、通常第一原理的にはなく現象論的に異方性エネルギーとして取り込む。その上で結晶の持つ対称性を課すことにより、現象論的に導入した異方性エネルギーの形が定まり、その性質を議論することが可能となる。

立方晶に属する場合、対称性から異方性エネルギーに2つの要請が課される。一つは磁化の反転（時間反転）によって異方性エネルギーが変化しないという要請。もう一つは、任意の2つの結晶軸を入れ替えても異方性エネルギーが不変であるという要請である。これにより異方性エネルギー密度  $W_a$  ( $\text{J/m}^3$ ) は磁化の  $[100]$ 、 $[010]$ 、 $[001]$  軸に対する方向余弦<sup>\*12</sup>  $\alpha_{1,2,3}$  を用いて

$$W_a = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) + \dots \quad (2.36)$$

と表せる [17]。  $K_1$ 、 $K_2$  は物質ごとに定まるパラメータでありエネルギー密度の次元をもつ。

この結晶磁気異方性は、強磁性共鳴 (Ferromagnetic resonance: FMR) によって測定が可能である。結晶磁気異方性の寄与は、実効的な磁場  $H_A$  (A/m) として取り込む。結晶磁気異方性を考慮した球状強磁性体における FMR 周波数 (Kittel モードの共鳴周波数) は、式 (2.34) に余分な項が加わることになり、次のように書ける [23]。

$$\frac{\omega_{\text{Kittel, an}}}{2\pi} = \gamma\mu_0 \left( |\mathbf{H}_{\text{ext}}| + H_A \left( -\frac{3}{16} + \frac{5}{4} \cos 2\theta + \frac{15}{16} \cos 4\theta \right) \right) \quad (2.37)$$

$\theta$  は (110) 面内における静磁場印加方向と  $[001]$  軸との間の角度を表し (図 2.6(a))、

$$H_A = \frac{K_1}{\mu_0 M_s} \quad (2.38)$$

である。  $M_s$  はある温度における対象物質がもつ飽和磁化の大きさである。この式の導出にあたっては、 $K_2$  を無視し、さらに異方性磁場  $H_A$  が  $|\mathbf{H}_{\text{ext}}|$  に比べ非常に小さいという仮定をおいて近似している。同様にして、 $(mm0)$  モードと  $(m+1m0)$  モードの共鳴周波数には、式 (2.35) に余分な項が加わる。

$$\frac{\omega_{\text{Higher, an}}}{2\pi} = \gamma\mu_0 \left[ \left( |\mathbf{H}_{\text{ext}}| + H_A \left( -\frac{3}{16} + \frac{5}{4} \cos 2\theta + \frac{15}{16} \cos 4\theta \right) \right) + M_s \left( \alpha - \frac{1}{3} \right) \right] \quad (2.39)$$

本研究で用いている YIG は立方晶に属し、使用した全ての YIG の球状サンプルは、YIG の (110) 面に垂直に酸化アルミ (非磁性) 製ロッドが接着されている (図 2.6(a))。印加する静磁場中で、そのロッドを回転軸として、FMR 周波数の  $\theta$  依存性を観測することは容易である。それゆえ上式では FMR 周波数の  $\theta$  依存性をあらわに書き下した。式 (2.37) は、結晶磁気異方性を考慮に入れなかった場合の周波数  $\omega_{\text{Kittel}}$  (式 (2.34) 参照) と、考慮にいれたことによる変調成分  $\omega_{\text{an}} := \gamma\mu_0 H_A$  を用いて次のように書き直せる。

$$\frac{\omega_{\text{Kittel, an}}}{2\pi} = \frac{\omega_{\text{Kittel}}}{2\pi} + \frac{\omega_{\text{an}}}{2\pi} \left( -\frac{3}{16} + \frac{5}{4} \cos 2(\theta + \theta_0) + \frac{15}{16} \cos 4(\theta + \theta_0) \right) \quad (2.40)$$

$\theta_0$  は、 $[001]$  軸と実験で定めた軸との角度のずれを表す。この式から FMR 周波数の極大・極小は、 $\langle 111 \rangle$  軸と  $\langle 100 \rangle$  軸という典型的な結晶軸と平行に静磁場を印加したときにとることが

\*12 無次元量

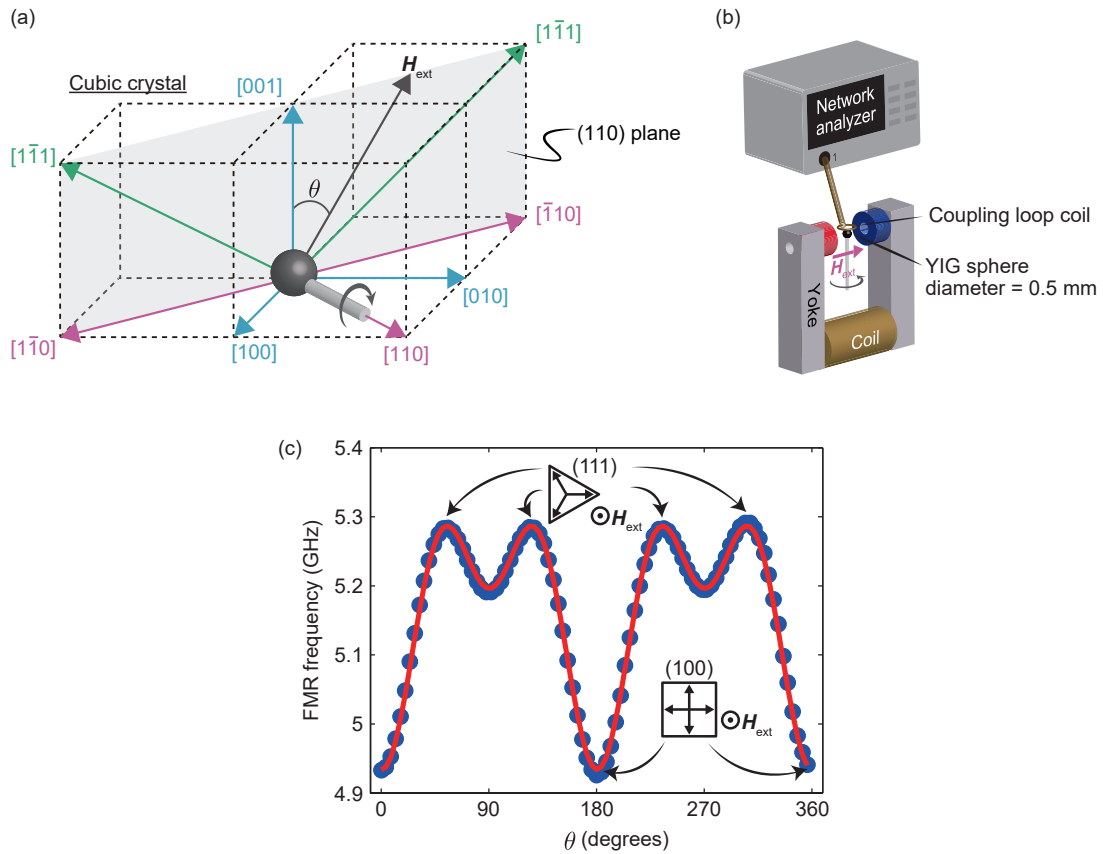


図 2.6: FMR 測定を用いた立方晶結晶の結晶軸推定法。(a) 球状 YIG サンプルの (110) 面に垂直に接着されたロッドを回転軸とし、(110) 面内に静磁場  $H_{\text{ext}}$  を印加する。(b) FMR 測定系。永久磁石、コイル、そしてヨークで構成される磁気回路を用いる。磁気回路のギャップ中心に YIG 球サンプルを設置する。ネットワークアナライザに接続された一巻きコイルを YIG サンプルの直上に設置し、マイクロ波反射測定によって FMR を観測しながら一巻きコイルの位置を固定する。(c) FMR 周波数の  $\theta$  依存性。

予想できる。この性質により、使用する YIG 単結晶の結晶軸を推定することが可能となる。同様に、 $(mm0)$  モードと  $(m+1m0)$  モードの共鳴周波数（式 (2.39)）についても、結晶磁気異方性を考慮に入らなかった場合の周波数  $\omega_{\text{Higher}}$ （式 (2.35) 参照）と、考慮に入れたことによる変調成分  $\omega_{\text{an}}$  を用いて次のように書き直せる。

$$\frac{\omega_{\text{Higher,an}}}{2\pi} = \frac{\omega_{\text{Higher}}}{2\pi} + \frac{\omega_{\text{an}}}{2\pi} \left( -\frac{3}{16} + \frac{5}{4} \cos 2(\theta + \theta_0) + \frac{15}{16} \cos 4(\theta + \theta_0) \right) \quad (2.41)$$

ここから、結晶磁気異方性を考慮にいたった場合でも、Kittel モードと高次モード（ $(mm0)$  モード、 $(m+1m0)$  モード）間の共鳴周波数の差分の大きさは変わらず一定であることがわかる。

$$\frac{\omega_{\text{Higher,an}}}{2\pi} - \frac{\omega_{\text{Kittel,an}}}{2\pi} = \frac{\omega_{\text{Higher}}}{2\pi} - \frac{\omega_{\text{Kittel}}}{2\pi} = \gamma\mu_0 M_s \left( \alpha - \frac{1}{3} \right) \quad (2.42)$$

実際に Kittel モードの共鳴周波数の変化を観測するための FMR 観測系を図 2.6(b) に示す。静磁場と垂直な方向に振動磁場が発生するように自作の単巻きコイルを YIG 球サンプル直上に設置し、ネットワークアナライザを用いてマイクロ波反射測定を行うことで Kittel モードの

FMR を観測した。本実験で用いた球状 YIG サンプルの直径は 0.5 mm である。角度  $\theta$  を  $4^\circ$  ずつ変更し、FMR 周波数の  $\theta$  依存性を観測した結果を図 2.6(c) 中の青丸で示した。式 (2.40) を用いて、 $\omega_{\text{Kittel}}/2\pi$ ,  $\omega_{\text{an}}/2\pi$ ,  $\theta_0$  をフィッティングパラメータとしてフィッティングした結果を赤線で示した。フィットで得られた  $\omega_{\text{an}}/2\pi$  の値は  $-0.11$  GHz であった。この結果は、式 (2.38) に表 2.1 中の  $K_1$  と  $M_s$  の文献値を代入して導出した  $-0.12$  GHz と矛盾しない値となっている。

## 2.5 Walker モードの共鳴周波数の静磁場強度依存性

Walker モードの共鳴周波数の静磁場強度依存性の観測から、Walker モードの指標が推定できることを説明する。本節では、前節での技術を用いることで YIG の (100) 面を特定し、その面に垂直に静磁場を印加し FMR 測定を行った。

実際の実験系の様子を図 2.7 に載せる。使用した電磁石は、ギャップが 2 cm でホール直径が 5 cm である。この電磁石に電流を流し、図 2.7(a) のように中心付近に試料を設置することで、ミリメートルサイズの磁性体に対しほぼ均一な静磁場を印加することができる。さらに図 2.7(b) のように単巻コイルを球状試料の下に設置する。この単巻コイルにマイクロ波を入力することで、主に  $z$  方向に振動する振動磁場が発生する<sup>\*13</sup>。

単巻コイルはネットワークアナライザにつながっており、マイクロ波反射測定を行うことで FMR 信号を観測することが可能となる。電磁石に入力する電流を変化させながら FMR 信

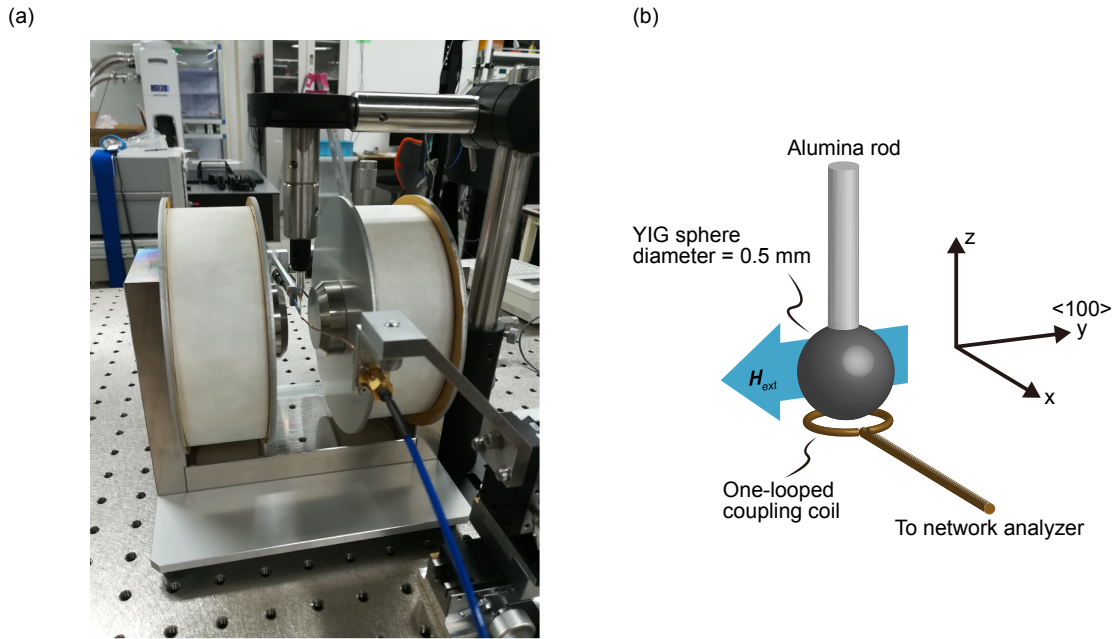


図 2.7: (a) 球状 YIG サンプルの FMR 測定系。サンプル位置の直近に静磁場の強さを測るためのガウスメータを設置している。(b) 電磁石のギャップ間に発生する静磁場の向きは直径 0.5 mm の球状 YIG サンプルの  $\langle 100 \rangle$  軸と平行になるよう調整している。単巻コイルによって発生する振動磁場は主に  $z$  方向に振動する。

<sup>\*13</sup> 実際には振動磁場は  $x$  や  $y$  成分も持っているため、試料のサイズとコイル直径の比率を適切に設定することが大切となる。Kittel モードのみ選択的に励起を行いたければコイル直径はサンプルサイズと同程度かそれ以上に、高次のモードも励起したい場合はコイル直径をサンプルサイズより小さくする必要がある。

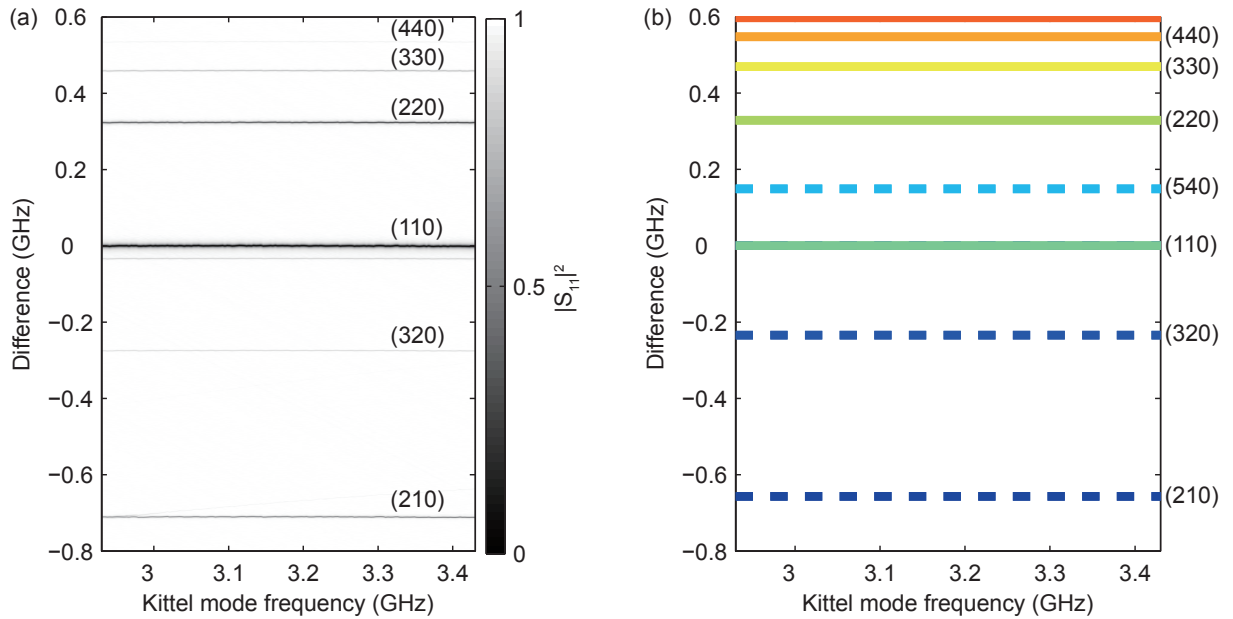


図 2.8: (a) 球状 YIG 単結晶の  $\langle 100 \rangle$  軸に平行に静磁場を印加した際に観測された FMR 周波数の磁場強度依存性。いくつかの Walker モードが観測されている。(b) 式 (2.42) と文献値を用いて求めた Walker モードの共鳴周波数分布。

号を観測することで、得られた 2 次元マップが図 2.8(a) である。Kittel モードの共鳴周波数を横軸にとり、Kittel モードの共鳴周波数との差分を縦軸にとっている。カラーマップの黒い部分が反射測定におけるディップを表す。

まず Kittel モードの共鳴周波数について考察する。Kittel モードの共鳴周波数が 3 GHz のとき、電磁石によってサンプルに印加されている静磁場の磁束密度は  $B^{\text{expr}} = \mu_0 |\mathbf{H}_{\text{ext}}^{\text{expr}}| = 0.118 \text{ T}$  であった。これはサンプルと同じ位置にガウスメータを置くことで測定した実測値である。式 (2.37)(2.38) に  $\omega_{\text{Kittel, an}}/2\pi = 3 \text{ GHz}$ ,  $\theta = 0$ 、そして表 2.1 中の  $M_s$ ,  $\gamma$ ,  $K_1$  の値を代入して磁束密度の値を求めると、 $B = \mu_0 |\mathbf{H}_{\text{ext}}| = 0.116 \text{ T}$  となり、実測値と矛盾しない値となる。

次に高次モードについて考察する。Kittel モードの共鳴周波数と高次モード ( $mm0$  モード、 $(m+1m0)$  モード) 間の共鳴周波数の差分の大きさは、式 (2.42) で表される。表 2.5 中の  $\alpha$  値、表 2.1 中の  $M_s$  の大きさを用いて各 Walker モードの共鳴周波数分布を描いたのが図 2.8(b) である。実験結果と比較すると特に ( $mm0$ ) モードに関してはよく一致しているのが見て取れる。 $(m+1m0)$  モードに関しては多少のズレが見受けられる。これは印加している静磁場の不均一性によるものであると考えられる。

このようにして球状 YIG 単結晶試料における FMR 周波数の印加磁場強度依存性を計測することにより Walker モードの指標を推測することが可能となり<sup>\*14</sup>、モードを選択してマグノン誘起ブリルアン散乱実験に使用することができる。

<sup>\*14</sup>注意すべきことは、振動磁場を単巻きコイル（直径が球直径と同程度）を用いて発生させているため、比較的指数の小さな Walker モードのみ選択的に観測しているという点である。指数の大きな高次モードは横磁化分布が空間的に細かく変動するため、その観測を望む場合はより直径の小さなコイルないしはストリップラインなどを用いることが必要となる。



## 第3章 マグノン誘起ブリルアン散乱の理論

本章では、本研究を通じて使用する、マグノン誘起ブリルアン散乱の理論について説明する。

### 3.1 相互作用ハミルトニアン

付録 A にまとめたように、単一原子のスピン状態と光の相互作用は微視的な議論から導出され、かつ実験をよく説明することが知られている [24]。ではこの微視的な議論を単純に拡張することで、結晶中の強磁性スピン集団と光との相互作用を考えることができるであろうか。

1 原子のエネルギー固有状態を考える際、我々は球対称な中心力ポテンシャル中に電子が存在していると考えエネルギー固有状態を求める [25]。しかし、図 3.1 に描いたように、結晶中の原子やイオンでは当然周囲の状況が異なる。結晶中の注目している原子（またはイオン）の直近には配位子と呼ばれる他の原子（またはイオン）が多数存在し、それらの影響を取り込んでエネルギー固有状態を求めなければならない。しかしこの第一原理的な計算の遂行は困難であり、通常は配位子のもつ対称性を用いて定性的に議論を進める。

本研究で用いる YIG 単結晶中でも、図 3.1(b) のように磁性を担う Fe イオンの周りに配位子として O イオンが存在する。Fe イオンに対する配位子の存在の仕方には 2 種類あり、Fe イオンが感じる配位子場ポテンシャルの対称性は、正八面体対称または正四面体対称となる。それにより、球対称ポテンシャルだけを仮定していた場合に縮退していた軌道状態が、低対称な配位子場ポテンシャルにより分裂する。さらに、Fe イオンの持つ電子の  $d$  軌道と配位子である O イオンの持つ電子の  $p$  軌道とが混成する可能性も考慮に入れなければならない、この Fe

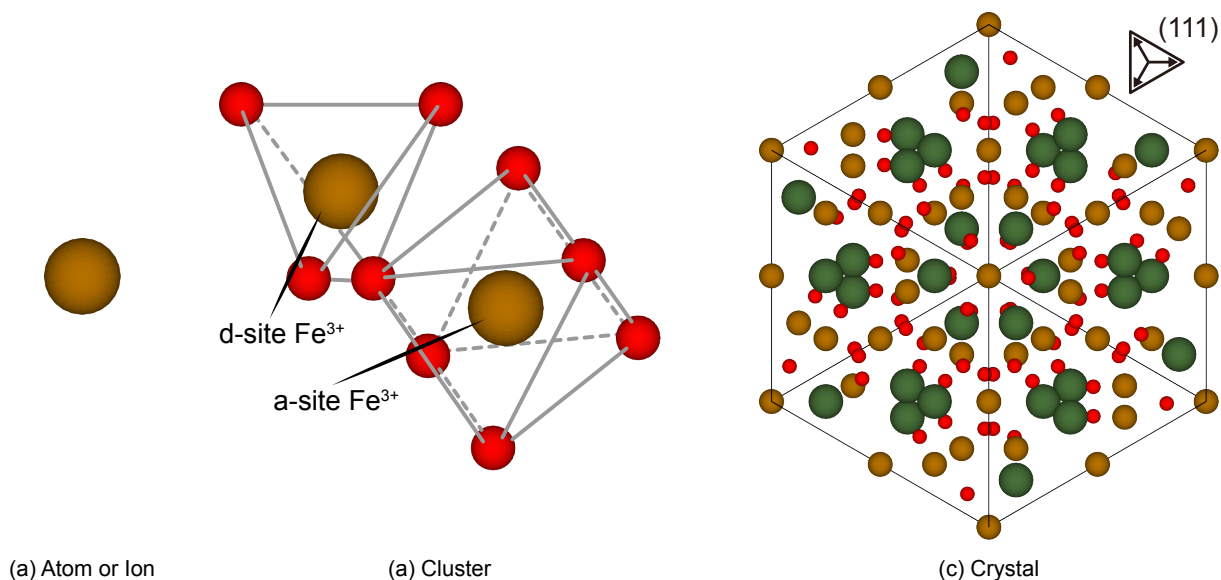


図 3.1: (a) 単一 Fe 原子（イオン）。(b) 配位子に囲まれた Fe イオン。(c) YIG 単結晶中の Fe イオン。紙面と (111) 面が平行。

イオンと配位子 O イオンとによって構成されるクラスターの複雑な多電子状態を正確に求めることは難しい問題であるとされる [26]。つまり、付録の式 (A.4) を用いて YIG 単結晶と光の相互作用を記述することは現状では不可能である。

一方で実験的には、YIG の吸収分光の結果から通信波長帯には光学遷移がなく、可視光領域（波長 400 nm 付近）において最も強い吸収があることがわかっている。加えて、ファラデー回転角の波長依存性の観測結果においても同様の波長付近で最大になることが明らかになっているため、この波長 400 nm 付近の光学遷移が YIG の磁気光学効果に主に寄与していると考えられている [27, 28]。

そこで、通常我々は、微視的な理解から出発するのではなく、巨視的観点から光とマグノンの相互作用の物理を記述する。その際にまず次のような仮定をおき、状況を簡単化する。

- 前方散乱のみを考える。いま、Walker モードは波数がほぼゼロのモードであるため、入力光と散乱光の波数の変化が無視できる。そのため妥当な仮定である。
- 近軸光線を仮定し、伝搬方向の 1 次元のみを考えてモデルを構築する。
- 伝搬光が強磁性体を透過する際の伝搬効果は無視する。つまり、伝搬光が強磁性体中に入ってから出るまで集団スピン状態は変化しないという仮定をおく。強磁性体のサイズは約 1 mm であることから、伝搬光の透過時間は約 7 ps と計算できる<sup>\*1</sup>。YIG 中の Kittel モードの典型的な共鳴周波数は 10 GHz であり、磁化ベクトルが 1 周歳差運動するのに約 100 ps かかる。それゆえこの近似が妥当となる。

さらに現象論的なパラメータとして、誘電率テンソル  $\epsilon$  ないしは電気感受率テンソル  $\chi$  を導入し、相互作用ハミルトニアンを次のように書く [29, 30]。

$$H = \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^\tau \underbrace{(\mathbf{E}_{\text{sc}}^*(t) \tilde{\epsilon}(t) \mathbf{E}_{\text{in}}(t))}_{\mathcal{E}} A c' dt \quad (3.1)$$

ここで  $\epsilon_0$  は真空の誘電率を、 $\mathbf{E}_{\text{in}}$  は入力光電場、 $\mathbf{E}_{\text{sc}}$  は散乱光電場、 $\tau$  は相互作用時間、 $A$  は光の断面積、 $c'$  は物質中での光速、 $\mathcal{E}$  はエネルギー密度を表す。この誘電率テンソルに摂動的に磁化の影響を取り入れることで、マグノン誘起ブリルアン散乱過程が記述される。

## 3.2 磁性体の誘電率テンソル

物質のもつ誘電率テンソルはその物質固有の物理量である。そこで本節では、YIG のもつ誘電率テンソルを導出する。

物質の誘電率は、式 (2.19) に示したように電束密度 (1 階のフィールドテンソル) と電場 (1 階のフィールドテンソル) の関係を決める物理量である。それゆえ一般に 2 階の複素テンソルで表現できる。物質中のスピンが誘電率テンソルに与える影響は、誘電率テンソル中の磁化依存項として取り込まれる。以下ではまず一般に、誘電率テンソルのどの成分にどのような形で磁化依存性が摂動的に取り込まれるのか、順を追って説明する。

<sup>\*1</sup>屈折率を 2 とした。

## 1, エルミート性

まず前提として、物質と非共鳴な光との相互作用を考える。つまり吸収損失が無視できる状況を考える。それにより誘電率テンソルにエルミート性が課される。本研究では、約 400 nm に存在する光学遷移に対し、非共鳴な波長 1550 nm の光を入力するため、この仮定は妥当である。

$$\tilde{\epsilon}_{kl} = \tilde{\epsilon}_{lk}^*, \quad \{k, l\} = \{x, y, z\} \quad (3.2)$$

これより、対角成分が実数であること、非対角成分の実数部分が対称かつ虚数部分が反対称であることが要請される。つまり誘電率の各成分は

$$\tilde{\epsilon}'_{kl}(M) = \tilde{\epsilon}'_{lk}(M) \quad (3.3)$$

$$\tilde{\epsilon}''_{kl}(M) = -\tilde{\epsilon}''_{lk}(M), \quad \tilde{\epsilon}''_{kk} = 0 \quad (3.4)$$

( $\tilde{\epsilon}'_{kl}$ : 実数部分、 $\tilde{\epsilon}''_{kl}$ : 虚数部分) という関係を満たさなければならない。

## 2, オンサーガーの相反性

式 (3.3)(3.4) に、いわゆるオンサーガーの相反性を課す。

$$\tilde{\epsilon}_{kl}(M) = \tilde{\epsilon}_{lk}(-M) \quad (3.5)$$

その結果、

$$\tilde{\epsilon}'_{kl}(M) = \tilde{\epsilon}'_{lk}(M) = \tilde{\epsilon}'_{kl}(-M) \quad (3.6)$$

$$\tilde{\epsilon}''_{kl}(M) = -\tilde{\epsilon}''_{lk}(M) = -\tilde{\epsilon}''_{kl}(-M) \quad (3.7)$$

という関係が成り立たなければならない。すなわち各成分の実数部分には  $M$  の偶数次の項のみが、虚数部分には奇数次の項のみが入ることが帰結される。あらわに書くと次のようになる。

$$\tilde{\epsilon}'_{kl} = \epsilon_0 \tilde{G}_{klmn} \Sigma_{mn}, \quad \{k, l, m, n\} = \{x, y, z\} \quad (3.8)$$

$$\tilde{\epsilon}''_{kl} = \epsilon_0 \tilde{K}_{klm} M_m, \quad \{k, l, m\} = \{x, y, z\} \quad (3.9)$$

ここで  $\epsilon_0$  は真空中の誘電率であり、アインシュタインの縮約を使って表記している。 $\Sigma_{mn}$ , ( $\{m, n\} = \{x, y, z\}$ ) は以下のように定義した磁化テンソルである。

$$\Sigma_{xx} := M_x M_x \quad (3.10)$$

$$\Sigma_{yy} := M_y M_y \quad (3.11)$$

$$\Sigma_{zz} := M_z M_z \quad (3.12)$$

$$\Sigma_{xy} := 2M_x M_y \quad (3.13)$$

$$\Sigma_{yz} := 2M_y M_z \quad (3.14)$$

$$\Sigma_{xz} := 2M_x M_z \quad (3.15)$$

$M_m$  と  $M_n$  は交換するので、 $\Sigma_{mn}$  は対称テンソルとなっている。誘電率テンソル成分中で磁化に依存する量は、依存しない量に比べ非常に小さいため、ここでは磁化についての2次の項までしか考慮していない [28]。  $\tilde{G}_{klmn}$ ,  $\tilde{K}_{klm}$  は、磁化と誘電率テンソルの関係を定める実数係数テンソルである。

この  $\tilde{G}_{klmn}$ ,  $\tilde{K}_{klm}$  は、応力とひずみの関係を表すスティフネステンソルやコンプライアンステンソルのようにその物質がもつ物性を反映する量である。次節以降では、物質を YIG に限った場合に、この  $\tilde{G}_{klmn}$ ,  $\tilde{K}_{klm}$  がどのような形になるのか、具体的に説明する。



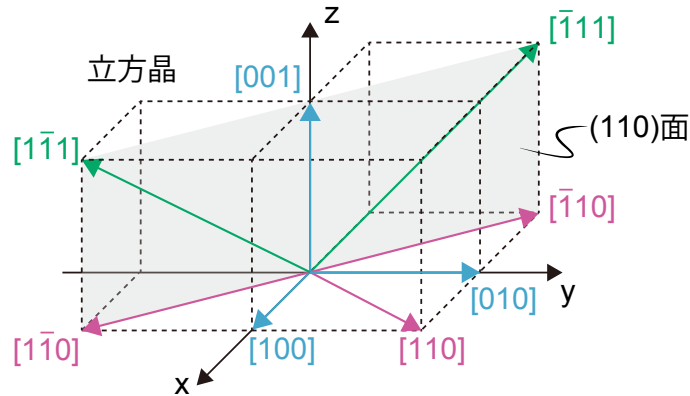


図 3.2: 立方晶の主な対称軸。座標系は 3 次元直交座標系  $(x, y, z)$  をとる。YIG の  $[100]$  軸は  $x$  軸と平行に、 $[010]$  軸は  $y$  軸と平行に、そして  $[001]$  軸は  $z$  軸と平行になっている。

### 3.3 YIG の誘電率テンソル

結晶に対称操作を施しても、もともとの結晶と区別できず、それゆえ物性も変化しない。この考え方はノイマンの原理として広く知られているが、ここでもこの性質を利用することで誘電率テンソル中の独立変数の数を削減することが可能となる。誘電率テンソル中の独立変数の数やテンソル中での位置は、考えている結晶が属する点群によって一意に決定される。そして、それぞれの独立変数の値が、その物質固有の値となる。

YIG の結晶構造は立方晶であり、「直交する 3 つの結晶面に対する鏡映対称性」と「直交する 3 つの結晶軸に対する 4 回回転対称性」が存在する。まず初めに、図 3.2 に示したように YIG 単結晶の直交する 3 つの結晶軸  $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$  と実験室に設定した直交座標系  $(x, y, z)$  とが一致している状況を考え、誘電率テンソルの導出過程を説明する。その後、YIG 単結晶の  $[111]$  軸と直交座標系の  $z$  軸が一致している場合の誘電率テンソルの形も示す。

#### 3.3.1 YIG の 3 階の係数テンソル $\tilde{K}_{klm}$

本節では YIG がもつ 3 階の実数係数テンソル  $\tilde{K}_{klm}$  の形について説明する。簡単のため、YIG 単結晶の直交する 3 つの結晶軸  $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$  と実験室に設定した直交座標系  $(x, y, z)$  とが一致している状況で議論を進める。

誘電率テンソルの虚数部分  $\epsilon''_{kl}$  は、式 (3.4) に示したように対角項が全てゼロで、非対角項は反対称である。つまり、誘電率テンソルの 9 個の成分中、独立な成分は非対角成分のたった 3 個となる。また、磁化ベクトルの添字の自由度は 3 であるから、それらの関係を決める実数係数テンソル  $\tilde{K}_{klm}$  の独立な成分の数は  $3 \times 3 = 9$  個となる。この独立な成分の数は、結晶の対称性（立方晶）を課すことで 1 個にまで減少し、存在箇所も一意に決まる<sup>\*2</sup>[1, 18, 31]。

<sup>\*2</sup>これは 3 階の実数係数テンソルに立方晶の対称性を課した場合一般に成り立つ事実である。例えば電場（1 階テンソル）をかけることによって結晶に歪み（2 階テンソル）が生じる結晶が存在するが、その関係を与える 3 階の実数係数テンソルの独立な成分は、結晶が立方晶の場合 1 個となる。式 (3.16) 中の  $\tilde{K}_{klm}$  中と同様の位置にその成分をもつ。

その結果、式(3.9)を行列表示で示すと以下の式(3.16)のように書ける。YIG固有の実数係数の値を $f$ と表した。左辺の誘電率テンソルは本来2階テンソルであり、 $kl$ の組み合わせで9個の成分がある。しかし反対称行列であることから、非対角項の独立成分は実質3個しかなく、その性質を用いてサフィックス $i(=1, \dots, 6)$ でまとめて表している。右辺の実数係数テンソル $\tilde{K}_{klm}$ は本来3階のテンソルであるが、こちらもサフィックスでまとめることで $6 \times 3$ 行列で表現している。

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{xx}'' \\ \tilde{\epsilon}_{yy}'' \\ \tilde{\epsilon}_{zz}'' \\ \tilde{\epsilon}_{xy}'' \\ \tilde{\epsilon}_{yz}'' \\ \tilde{\epsilon}_{zx}'' \end{pmatrix}}_{\tilde{\epsilon}_{kl}'' = \tilde{\epsilon}_i''} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f \\ f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \end{pmatrix}}_{\tilde{K}_{klm} = \tilde{K}_{im}} \underbrace{\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}}_{M_m} \quad (3.16)$$

立方晶の結晶軸と直交座標系とが今のように揃っていない場合は、式(3.16)中の実数係数テンソル $\tilde{K}_{klm}$ を式(C.4)を用いて基底変換することにより、誘電率テンソルと磁化ベクトルの間の関係を決定することが可能となる。

### 3.3.2 YIGの4階の係数テンソル $\tilde{G}_{klmn}$

次にYIGがもつ4階の実数係数テンソル $\tilde{G}_{klmn}$ の形について説明する。ここでも簡単のため、YIG単結晶の直交する3つの結晶軸 $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$ と実験室に設定した直交座標系 $(x, y, z)$ とが一致している状況で議論を進める。

誘電率テンソルの実数部分 $\tilde{\epsilon}_{kl}'$ は、式(3.3)に示したように、非対角項が対称である。つまり、誘電率テンソルの9個の成分中、独立な成分は6個となる。これもサフィックス $i(=1, \dots, 6)$ でまとめる。また、磁化テンソル $\Sigma_{mn}$ の添字の組み合わせは9個あるが、磁化成分が交換することから独立な成分はこちらも6個となり、これをサフィックス $j(=1, \dots, 6)$ でまとめる。これにより、誘電率テンソルと磁化テンソルの関係を決める実数係数テンソル $\tilde{G}_{klmn}$ の独立な成分の数は $6 \times 6 = 36$ 個となる。この独立な成分の数は、結晶の対称性（立方晶）を課す<sup>\*3</sup>ことで3個にまで減少し、存在箇所が一意に決定する[1, 18, 31]。

その結果、式(3.8)を行列表示で示すと式(3.17)のように書ける。YIG固有の独立な3つの実数係数をそれぞれ $G_{11}$ 、 $G_{12}$ 、 $G_{44}$ とした。この表記法や行列中での位置は既存の研究で使われてきた伝統的な表記法に則っている[18]。左辺の誘電率テンソル $\tilde{\epsilon}_{kl}'$ 、右辺の磁化テンソル $\Sigma_{mn}$ ともに、前節と同様それらのもつ対称性を使ってサフィックスを取り直しベクトル表示している。

<sup>\*3</sup> こちらも4階の実数係数テンソルに立方晶の対称性を課した場合一般に成り立つ事実である。

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}'_{xx} \\ \tilde{\epsilon}'_{yy} \\ \tilde{\epsilon}'_{zz} \\ \tilde{\epsilon}'_{xy} \\ \tilde{\epsilon}'_{yz} \\ \tilde{\epsilon}'_{zx} \end{pmatrix}}_{\tilde{\epsilon}'_{kl}=\tilde{\epsilon}'_i} = \underbrace{\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{11} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{12} & G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{44} \end{pmatrix}}_{\tilde{G}_{klmn}=\tilde{G}_{ij}} \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{xx} \\ \Sigma_{yy} \\ \Sigma_{zz} \\ \Sigma_{xy} \\ \Sigma_{yz} \\ \Sigma_{zx} \end{pmatrix}}_{\Sigma_{mn}=\Sigma_j} \quad (3.17)$$

立方晶の結晶軸と直交座標系とが今のように揃っていない場合は、式 (3.17) 中の実数係数テンソル  $\tilde{G}_{klmn}$  を式 (C.4) を用いて基底変換することにより、誘電率テンソルと磁化テンソルの間の関係を決定することが可能となる。

### 3.3.3 YIG の誘電率テンソル

ここまでで YIG のもつ実数係数テンソル  $\tilde{G}_{klmn}$ ,  $\tilde{K}_{klm}$  の形が明らかとなった。これらの結果を用いることで YIG の誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}$  を次のように直交基底で書き下すことができる。

$$\tilde{\epsilon} = \underbrace{\begin{pmatrix} \epsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_r \end{pmatrix}}_{\text{Non-magnetic}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & ifM_z & -ifM_y \\ -ifM_z & 0 & ifM_x \\ ifM_y & -ifM_x & 0 \end{pmatrix}}_{i\tilde{\epsilon}''_{kl} \text{ (Faraday)}} + \underbrace{\begin{pmatrix} G_{11}\Sigma_{xx} + G_{12}\Sigma_{yy} + G_{12}\Sigma_{zz} & G_{44}\Sigma_{xy} & G_{44}\Sigma_{xz} \\ G_{44}\Sigma_{xy} & G_{12}\Sigma_{xx} + G_{11}\Sigma_{yy} + G_{12}\Sigma_{zz} & G_{44}\Sigma_{yz} \\ G_{44}\Sigma_{xz} & G_{44}\Sigma_{yz} & G_{12}\Sigma_{xx} + G_{12}\Sigma_{yy} + G_{11}\Sigma_{zz} \end{pmatrix}}_{\tilde{\epsilon}'_{kl} \text{ (Cotton-Mouton)}} \quad (3.18)$$

磁化に依存しない部分は等方的であると考えられるため対角成分にのみ位置し、比誘電率  $\epsilon_r$  で表した。(本節以降はこの磁化に依存しない項は無視することにする。)

いわゆるファラデー効果は、この誘電率の虚数成分 (右辺第二項) によって記述される。係数  $f$  はファラデー回転角  $\nu$  と  $f = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{k_0 M_s} \nu$  という関係にある [18]。ここで  $k_0$  は真空中での光の波数を表す。また、誘電率の実数成分 (右辺第三項) によってコットンムートン効果が記述される [28]。そのため、各係数値  $f$ ,  $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{44}$  の値は実験から得ることができ、文献値 (表 2.1) が存在する。

### 3.3.4 YIG の誘電率テンソルの既約分解 ( $\mathbf{e}_z // [001]$ )

誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}$  (式 (3.18)) は 2 階の直交テンソルである。一般に、2 階の直交テンソル  $\tilde{D}$  は、座標系の回転によって互いに移り変わらない 3 つの部分に分解することができ、それは既約分解と呼ばれる (付録 D 参照) [32, 33]。座標系の回転と角運動量とは密接に関係しており、光との相互作用における角運動量のやりとりが見やすくなる。そこで本節では、ここまでの議論で得られた誘電率テンソルを既約分解した結果を示す。まずは立方晶の結晶軸と直交座標系とが揃っている場合 ( $\mathbf{e}_z^* // [001]$ ) について説明する。

\*4  $\mathbf{e}_z$  は、直交座標系  $z$  軸と平行な単位ベクトルを表す。

付録Dに従い、2階の直交テンソルである誘電率テンソルは

$$\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}^{(0)} + \tilde{\epsilon}^{(1)} + \tilde{\epsilon}^{(2)} \quad (3.19)$$

と3つのパートに分解することができる。各パートの表式を既約球面テンソル  $T_q^{(k)}$  の線型和として以下に示す。

### 1. スカラーパート

$$\tilde{\epsilon}^{(0)} = \frac{G_{11} + 2G_{12}}{\sqrt{3}} (M^+ M^- + M_z^2) T_0^{(0)} \quad (3.20)$$

### 2. ベクトルパート

$$\tilde{\epsilon}^{(1)} = -\sqrt{2}fM_z T_0^{(1)} + fM^+ T_{+1}^{(1)} + fM^- T_{-1}^{(1)} \quad (3.21)$$

### 3. テンソルパート

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}^{(2)} = & -\frac{1}{\sqrt{6}} (G_{11} - G_{12}) (M^+ M^- - 2M_z^2) T_0^{(2)} \\ & + 2G_{44}M_z M^+ T_{+1}^{(2)} + 2G_{44}M_z M^- T_{-1}^{(2)} \\ & - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^+ M^+ \right) + \left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^- M^- \right) \right] T_{+2}^{(2)} \\ & - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^+ M^+ \right) + \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^- M^- \right) \right] T_{-2}^{(2)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$M^+$ 、 $M^-$  は次のように定義した。これは  $xy$  面内での磁化振動を表す。

$$M^+ = M_x + iM_y \quad (3.23)$$

$$M^- = M_x - iM_y \quad (3.24)$$

### 3.3.5 YIG の誘電率テンソルの既約分解 ( $e_z // [111]$ )

ここまで、YIG 単結晶の直交する3つの結晶軸と直交座標系  $(x, y, z)$  とが一致している状況で議論を進めてきたが、本節では、YIG 単結晶の  $[111]$  軸と直交座標系の  $z$  軸が一致している場合の誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}_{111}$  の形を示す。

直交座標系の単位ベクトル  $e_x, e_y, e_z$  と YIG 単結晶の結晶軸の関係が以下の場合を考える。

$$e_x // [11\bar{2}], e_y // [\bar{1}10], e_z // [111] \quad (3.25)$$

誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}_{111}$  は、式(3.16)中の  $\tilde{K}_{klm}$  および式(3.17)中の  $\tilde{G}_{klmn}$  を基底変換することで求めることができる<sup>\*5</sup>。

付録Dに従い、2階の直交テンソルである誘電率テンソルは

$$\tilde{\epsilon}_{111} = \tilde{\epsilon}_{111}^{(0)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(1)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(2)} \quad (3.26)$$

と3つのパートに分解できる。この事実を用いて、各パートの表式を既約球面テンソル  $T_q^{(k)}$  の線型和として以下に示す。

<sup>\*5</sup>テンソルの定義式 (C.4) を用いる。

## 1. スカラーパート

$$\tilde{\epsilon}_{111}^{(0)} = \frac{G_{11} + 2G_{12}}{\sqrt{3}} (M^+ M^- + M_z^2) T_0^{(0)} \quad (3.27)$$

## 2. ベクトルパート

$$\tilde{\epsilon}_{111}^{(1)} = -\sqrt{2}fM_z T_0^{(1)} + fM^+ T_{+1}^{(1)} + fM^- T_{-1}^{(1)} \quad (3.28)$$

## 3. テンソルパート

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{111}^{(2)} = & -\frac{\sqrt{2}G_{44}}{\sqrt{3}} (M^+ M^- - 2M_z^2) T_0^{(2)} \\ & + \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{6} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M^- M^- \right) + \left( \frac{2}{3} (G_{11} - G_{12} + G_{44}) M_z M^+ \right) \right] T_{+1}^{(2)} \\ & + \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{6} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M^+ M^+ \right) + \left( \frac{2}{3} (G_{11} - G_{12} + G_{44}) M_z M^- \right) \right] T_{-1}^{(2)} \\ & + \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{3} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_z M^- \right) - \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} M^+ M^+ \right) \right] T_{+2}^{(2)} \\ & + \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{3} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_z M^+ \right) - \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} M^- M^- \right) \right] T_{-2}^{(2)} \quad (3.29) \end{aligned}$$

$M^+$ 、 $M^-$  はこれまで通り、次のように定義している。これは  $xy$  面内での磁化振動を表す。

$$M^+ = M_x + iM_y \quad (3.30)$$

$$M^- = M_x - iM_y \quad (3.31)$$

## 3.4 マグノン誘起ブリルアン散乱

磁化振動項を含む YIG の誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}$ ,  $\tilde{\epsilon}_{111}$  が前節までの議論で導出された。相互作用ハミルトニアン  $\hat{H}$  (式 (3.1)) にこの YIG の誘電率テンソルを代入することで、マグノン誘起ブリルアン散乱における各過程を記述することが可能となる [34]。

ここで、各過程を詳述する前に、1 マグノン散乱そして2 マグノン散乱という言葉の定義をしておく。

## 1 マグノン散乱の定義

$\omega_{\text{in}}$ ,  $\omega_{\text{sc}}$ ,  $\omega_{\text{m}}$  をそれぞれ入力光、散乱光、マグノンの角周波数とした場合、

$$\omega_{\text{sc}} = \omega_{\text{in}} \pm \omega_{\text{m}} \quad (3.32)$$

のような周波数関係をもつ散乱光が発生する過程を、本論文では「1 マグノン散乱」と呼ぶことにする。

## 2 マグノン散乱の定義

さらに

$$\omega_{\text{sc}} = \omega_{\text{in}} \pm 2 \times \omega_{\text{m}} \quad (3.33)$$

のような周波数関係をもつ散乱光が発生する過程を「2 マグノン散乱」と呼ぶ。

以下では各散乱の理論的導出を行う。

### 3.4.1 1 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [001]$ )

誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}$  (式 (3.21)、式 (3.22)) の中で、磁化振動を表す  $M^+$  または  $M^-$  を1つだけ含む項を抜き出す。それを  $\tilde{\epsilon}^{\text{1magnon}}$  と表すことにする。

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}^{\text{1magnon}} = & f(M^+ e^{-i\omega_{\text{m}}t}) T_{+1}^{(1)} + f(M^- e^{i\omega_{\text{m}}t}) T_{-1}^{(1)} \\ & + 2G_{44}M_z(M^+ e^{-i\omega_{\text{m}}t}) T_{+1}^{(2)} + 2G_{44}M_z(M^- e^{i\omega_{\text{m}}t}) T_{-1}^{(2)} \end{aligned} \quad (3.34)$$

ここで、 $M^+ e^{-i\omega_{\text{m}}t} = M_x(t) + iM_y(t)$ 、 $M^- e^{i\omega_{\text{m}}t} = M_x(t) - iM_y(t)$  とした。そして、式 (D.7) から

$$\begin{aligned} T_{+1}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{-1}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ T_{+1}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{-1}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

である。既約球面テンソルを球面基底 (D.6) で表現している。式 (3.34) の右辺の最初の2項は式 (3.21) から、最後の2項は式 (3.22) からの寄与である。この誘電率を用いて式 (3.1) 中のエネルギー密度  $\mathcal{E}$  を、電場  $E_+ \mathbf{e}_+$  と  $E_- \mathbf{e}_-$  の重ね合わせを入力電場として計算してみる。ここで  $\mathbf{e}_+$ 、 $\mathbf{e}_-$  は以下の球面基底である。

$$\left\{ \mathbf{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (3.35)$$

このような入力光を考えた場合、エネルギー密度  $\mathcal{E}$  は、散乱電場が  $E_0^* \mathbf{e}_0^*$  の場合のみ非ゼロとなるので、

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \begin{pmatrix} 0 & E_0^* e^{-i\omega_{\text{sc}}t} & 0 \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}^{\text{1magnon}} \begin{pmatrix} E_+ e^{i\omega_{\text{in}}t} \\ 0 \\ E_- e^{i\omega_{\text{in}}t} \end{pmatrix} \\ &= \frac{2G_{44}M_z - f}{\sqrt{2}} M^+ e^{-i\omega_{\text{m}}t} E_0^* e^{-i\omega_{\text{sc}}t} E_+ e^{i\omega_{\text{in}}t} \\ &\quad + \frac{2G_{44}M_z + f}{\sqrt{2}} M^- e^{i\omega_{\text{m}}t} E_0^* e^{-i\omega_{\text{sc}}t} E_- e^{i\omega_{\text{in}}t} \\ &= \frac{2G_{44}M_z - f}{\sqrt{2}} \underbrace{M^+ E_0^* E_+}_{\text{Stokes scattering (Red sideband)}} e^{-i(\omega_{\text{m}} + \omega_{\text{sc}} - \omega_{\text{in}})t} \\ &\quad + \frac{2G_{44}M_z + f}{\sqrt{2}} \underbrace{M^- E_0^* E_-}_{\text{Anti-Stokes scattering (Blue sideband)}} e^{-i(-\omega_{\text{m}} + \omega_{\text{sc}} - \omega_{\text{in}})t} \end{aligned} \quad (3.36)$$

となる。このエネルギー密度  $\mathcal{E}$  を時間積分した際にハミルトニアンがゼロとならないための必要条件として、最右辺第一項からは  $\omega_{sc} = \omega_{in} - \omega_m$  が、第二項からは  $\omega_{sc} = \omega_{in} + \omega_m$  が導かれる。よって、最右辺第一項がストークス散乱を表し、第二項がアンチストークス散乱を表すことがわかる。

それぞれの過程の係数を比較すると、ファラデー係数  $f$  とコットンムートン係数  $G_{44}$  の間のプラスマイナスが異なるため、ストークス散乱とアンチストークス散乱とで効率が異なることが導かれる。このストークス散乱、アンチストークス散乱間での散乱効率の非対称性は、古くから熱マグノン誘起ブリルアン散乱によって観測されており、W. Wettling らによってコットンムートン係数を考慮にいれることで説明できることが初めて示された [35]。また、入力光と散乱光の偏光関係についてもここで導いたものと矛盾しない結果が得られている。

式 (3.36) 中の 1 マグノン散乱の素過程をエネルギーダイアグラム上で図示すると、図 3.3 (a) のように書ける。同様に、入力電場を  $E_0 e_0$  とした場合、エネルギー密度は散乱電場が  $E_+^* e_+$  ないしは  $E_-^* e_-$  の場合にのみ非ゼロとなり、起こる散乱は、図 3.3(b) のようになることを示すことができる。

### 偏光とスピン角運動量の対応

1 マグノンの生成は、その定義からスピン角運動量を  $\hbar$  減らすことに対応する。一方、円偏光状態の光子は  $\hbar$  分のスピン角運動量をもつ。「光」と「マグノン」の間で角運動量保存則が成り立つと仮定すると、図 3.3 から、偏光状態とスピン角運動量に次のような関係があることがわかる。

$$e_+ : -\hbar \quad (3.37)$$

$$e_- : +\hbar \quad (3.38)$$

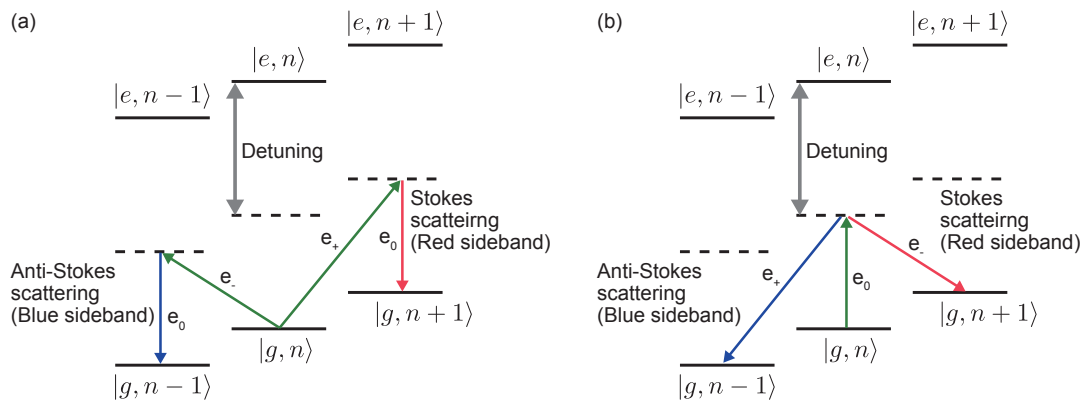


図 3.3: YIG のエネルギーダイアグラム。  $|g\rangle$ ,  $|e\rangle$  は約 400 nm に存在する光学遷移の基底状態・励起状態を表し、  $|n\rangle$  はマグノンのフォック状態を表す。(a) 入力光が  $E_+ e_+$ ,  $E_- e_-$  の場合に起こる 1 マグノン散乱。(b) 入力光が  $E_0 e_0$  の場合に起こる 1 マグノン散乱。

既約球面テンソル  $T_q^{(\kappa)}$  と対応する角運動量変化  $\Delta J_{\text{light}}$

この関係と、既約球面テンソル  $T_q^{(\kappa)}$  の球面基底での表現（式 (D.7)）から、各既約球面テンソルに対応する光のスピン角運動量変化  $\Delta J_{\text{light}}$  が求まる。それを表 3.1 にまとめる。

表 3.1: 既約球面テンソル  $T_q^{(\kappa)}$  と対応する角運動量変化  $\Delta J_{\text{light}}$

既約球面テンソル	スピン角運動量変化 $\Delta J_{\text{light}}$
$T_0^0$	0
$T_{+1}^1$	$+\hbar$
$T_0^1$	0
$T_{-1}^1$	$-\hbar$
$T_{+2}^2$	$+2\hbar$
$T_{+1}^2$	$+\hbar$
$T_0^2$	0
$T_{-1}^2$	$-\hbar$
$T_{-2}^2$	$-2\hbar$

### 3.4.2 1 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [111]$ )

前節と同様にして、YIG 単結晶の  $[111]$  軸が直交基底  $\mathbf{e}_z$  と平行な状況下での 1 マグノン散乱を導出する。

誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}_{111}$  の中で、磁化振動を表す  $M^+$  または  $M^-$  を 1 つだけ含む項を抜き出す。それを  $\tilde{\epsilon}_{111}^{\text{magnon}}$  と表す。

$$\begin{aligned}
\tilde{\epsilon}_{111}^{\text{magnon}} = & f(M^+ e^{-i\omega_m t}) T_{+1}^{(1)} + f(M^- e^{i\omega_m t}) T_{-1}^{(1)} \\
& + \frac{2(G_{11} - G_{12} + G_{44})}{3} M_z (M^+ e^{-i\omega_m t}) T_{+1}^{(2)} + \frac{2(G_{11} - G_{12} + G_{44})}{3} M_z (M^- e^{i\omega_m t}) T_{-1}^{(2)} \\
& + \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z (M^- e^{i\omega_m t}) T_{+2}^{(2)} + \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z (M^+ e^{-i\omega_m t}) T_{-2}^{(2)}
\end{aligned} \tag{3.39}$$

ここで、 $M^+ e^{-i\omega_m t} = M_x(t) + iM_y(t)$ 、 $M^- e^{i\omega_m t} = M_x(t) - iM_y(t)$  とした。そして、式 (D.7) から

$$\begin{aligned}
T_{+1}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{-1}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
T_{+1}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{-1}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
T_{+2}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{6} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{-2}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sqrt{6} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$



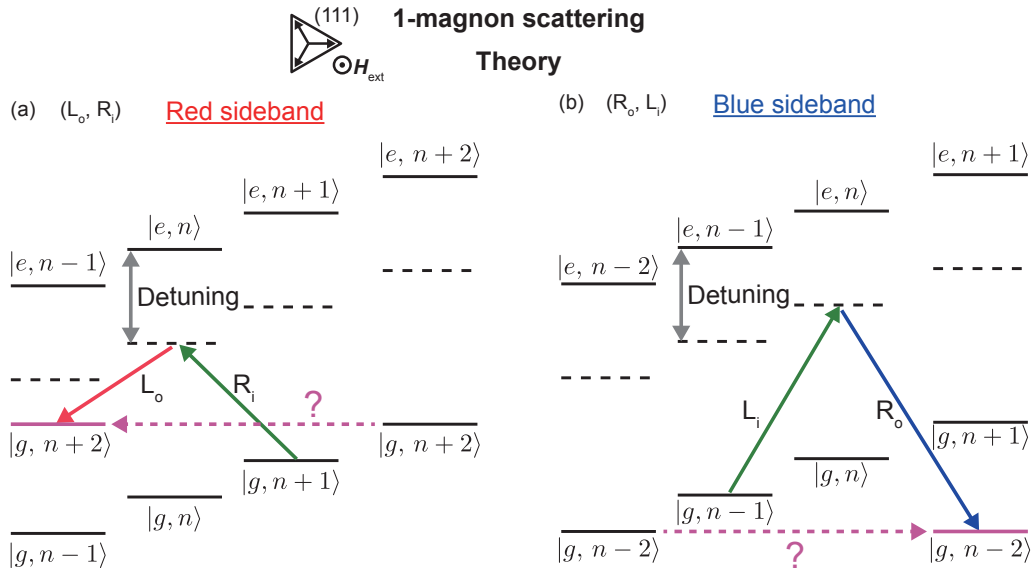


図 3.4: (111) 面に垂直に静磁場を印加した場合に発現すると予想される、角運動量の収支が合わない 1 マグノン散乱過程。|g>, |e> は約 400 nm に存在する YIG の光学遷移の基底状態・励起状態を表し、|n> はマグノンのフォック状態を表す。

である。既約球面テンソルを球面基底 (D.6) で表現している。式 (3.39) の右辺の最初の 2 項は式 (3.28) から、残りの 4 項は式 (3.29) からの寄与である。誘電率 (式 (3.39)) を式 (3.1) 中のエネルギー密度  $\mathcal{E}$  に代入し、入力光電場を  $E_+e_+$  とし、散乱光電場を  $E_-^*e_-$  として計算をすると、 $T_{+2}^{(2)}$  を含む項のみが値をもつ。

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & E_-^*e^{-i\omega_{sc}t} \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{111}^{\text{1-magnon}} \begin{pmatrix} E_+e^{i\omega_{in}t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z (M^- e^{i\omega_m t}) E_-^* e^{-i\omega_{sc}t} E_+ e^{i\omega_{in}t} \quad (3.40)$$

$$= \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z \underbrace{(M^- E_-^* E_+)}_{\text{Anti-Stokes scattering (Blue sideband)}} e^{-i(-\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \quad (3.41)$$

$$(3.42)$$

となる。ハミルトニアンがゼロとならないための必要条件として、 $\omega_{sc} = \omega_{in} + \omega_m$  という関係が導かれる。つまり散乱光の時間依存項は

$$e^{-i\omega_{sc}t} = e^{-i(\omega_{in} + \omega_m)t} \quad (3.43)$$

となり、アンチストークス散乱を表す。同様にして、入力光電場を  $E_-e_-$  とし、散乱光電場を  $E_+^*e_+$  としてエネルギー密度を計算することによって、以下のようにストークス散乱が導か

れる。

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \begin{pmatrix} E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{111}^{\text{1magnon}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_- e^{i\omega_{in}t} \end{pmatrix} \\ &= \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z \left( M^+ e^{-i\omega_m t} \right) E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} E_- e^{i\omega_{in}t} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$= \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z \underbrace{(M^+ E_+^* E_-)}_{\text{Stokes scattering (Red sideband)}} e^{-i(\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \quad (3.45)$$

$$(3.46)$$

### 偏光とスピン角運動量の対応

式(3.39)中の最後の2項は  $T_{\pm 2}^{(2)}$  を含むため、光の角運動量の変化は表3.1より  $\Delta J_{\text{light}} = \pm 2\hbar$  である。それゆえ、通常マグノンの生成ないしは消滅が2回起こらなければならない項である。しかし式中の該当の項を見るとわかるように、マグノンの生成消滅は1回しか起こらない。つまり  $\Delta J_{\text{magnon}} = \pm 1\hbar$  である。対応すると考えられる素過程を図3.4に示した。これらの1マグノン散乱は、角運動量の収支が合わないように見える過程であるが、予想される入力光・散乱光の偏光状態の関係は、ファラデー配置のヘテロダイン測定系で測定可能なものである。観測結果と考察は第6章で示す。

### 3.4.3 2マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [001]$ )

次に、2マグノン散乱について述べる。こちらの過程は、強磁性体におけるマグノン誘起ブリルアン散乱についてのどの論文、文献内でもことごとく無視されてきた散乱である。それは、1マグノン散乱に比べより高次の非線形過程であるため散乱効率が低く、伝統的な熱マグノン誘起ブリルアン散乱観測手法では観測ができなかったためであると考えられる。一方、今回本論文で用いているコヒーレントマグノン誘起ブリルアン散乱をヘテロダイン測定で観測する手法では、マグノンをコヒーレントに励起しているため、非常に高効率にこの散乱を観測することが可能となる。

本節では、2マグノン散乱過程が、前節で述べた1マグノン散乱を記述する理論の自然な拡張として予想できる現象であることを説明する。

まず、YIG単結晶の[001]軸が直交基底  $\mathbf{e}_z$  と平行な状況を考える。1マグノン散乱を考察した場合と同様にして、誘電率テンソルの中に存在する磁化振動を表す  $M^+$ ,  $M^-$  を2つ含む項を式(3.19)から抜き出す。それを  $\tilde{\epsilon}^{\text{2magnon}}$  とする。

$$\begin{aligned}\tilde{\epsilon}^{\text{2magnon}} &= - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^+ M^+ e^{-i2\omega_m t} \right) + \left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^- M^- e^{i2\omega_m t} \right) \right] T_{+2}^{(2)} \\ &\quad - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^+ M^+ e^{-i2\omega_m t} \right) + \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^- M^- e^{i2\omega_m t} \right) \right] T_{-2}^{(2)} \end{aligned} \quad (3.47)$$

ここで、前節と同様に  $M^+e^{-i\omega_m t} = M_x(t) + iM_y(t)$ 、 $M^-e^{i\omega_m t} = M_x(t) - iM_y(t)$  とした。そして、式 (D.7) より

$$\begin{aligned} T_{+2}^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ T_{-2}^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.48)$$

である。既約球面テンソルを球面基底 (3.35) で表現している。式 (3.47) 右辺の 2 項とも、テンソルパート (式 (3.22)) からの寄与である。この誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}^{2\text{magnon}}$  を式 (3.1) 中のエネルギー密度  $\mathcal{E}$  に代入すると、 $\mathcal{E}$  が非ゼロとなる入力光偏光と出力光偏光の組み合わせは  $(e_+^*, e_-)$  または  $(e_-^*, e_+)$  に限られることがわかる。入力光電場を  $E_+e_+$  とし、散乱光電場を  $E_-^*e_-^*$  とした場合、エネルギー密度は

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & E_-^*e^{-i\omega_{sc}t} \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}^{2\text{magnon}} \begin{pmatrix} E_+e^{i\omega_{in}t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^+ M^+ e^{-i2\omega_m t} E_-^* e^{-i\omega_{sc}t} E_+ e^{i\omega_{in}t} \\ &\quad + \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^- M^- e^{i2\omega_m t} E_-^* e^{-i\omega_{sc}t} E_+ e^{i\omega_{in}t} \\ &= \frac{(G_{11} - G_{12}) + 2G_{44}}{4} \underbrace{M^+ M^+ E_-^* E_+}_{\text{Stokes scattering (Red sideband)}} e^{-i(2\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \\ &\quad + \frac{(G_{11} - G_{12}) - 2G_{44}}{4} \underbrace{M^- M^- E_-^* E_+}_{\text{Anti-Stokes scattering (Blue sideband)}} e^{-i(-2\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \end{aligned} \quad (3.49)$$

となる。ハミルトニアンがゼロとならないための必要条件として、最右辺第一項からは  $\omega_{sc} = \omega_{in} - 2\omega_m$  が<sup>\*6</sup>、第二項からは  $\omega_{sc} = \omega_{in} + 2\omega_m$  が<sup>\*7</sup> 導かれる。つまり、最右辺第一項はマグノンを 2 個生成するストークス散乱を表し、第二項はマグノンを 2 個消滅させるアンチストークス散乱を表すと考えることができる。

それぞれの過程の係数を比較すると、 $(G_{11} - G_{12})$  と  $G_{44}$  間のプラスマイナスの違いから、ストークス散乱とアンチストークス散乱に非対称性がでることが示唆される。式 (3.49) 中の 2 マグノン散乱の素過程をエネルギーダイアグラム上で図示すると、図 3.5 の (a)(b) のように書ける。

同様にして、入力電場を  $E_-e_-$  とした場合、エネルギー密度は散乱電場が  $E_+^*e_+^*$  の場合にの

<sup>\*6</sup> つまり散乱光の時間依存項は

$$e^{-i\omega_{sc}t} = e^{-i(\omega_{in} - 2\omega_m)t} \quad (3.50)$$

<sup>\*7</sup> つまり散乱光の時間依存項は

$$e^{-i\omega_{sc}t} = e^{-i(\omega_{in} + 2\omega_m)t} \quad (3.51)$$

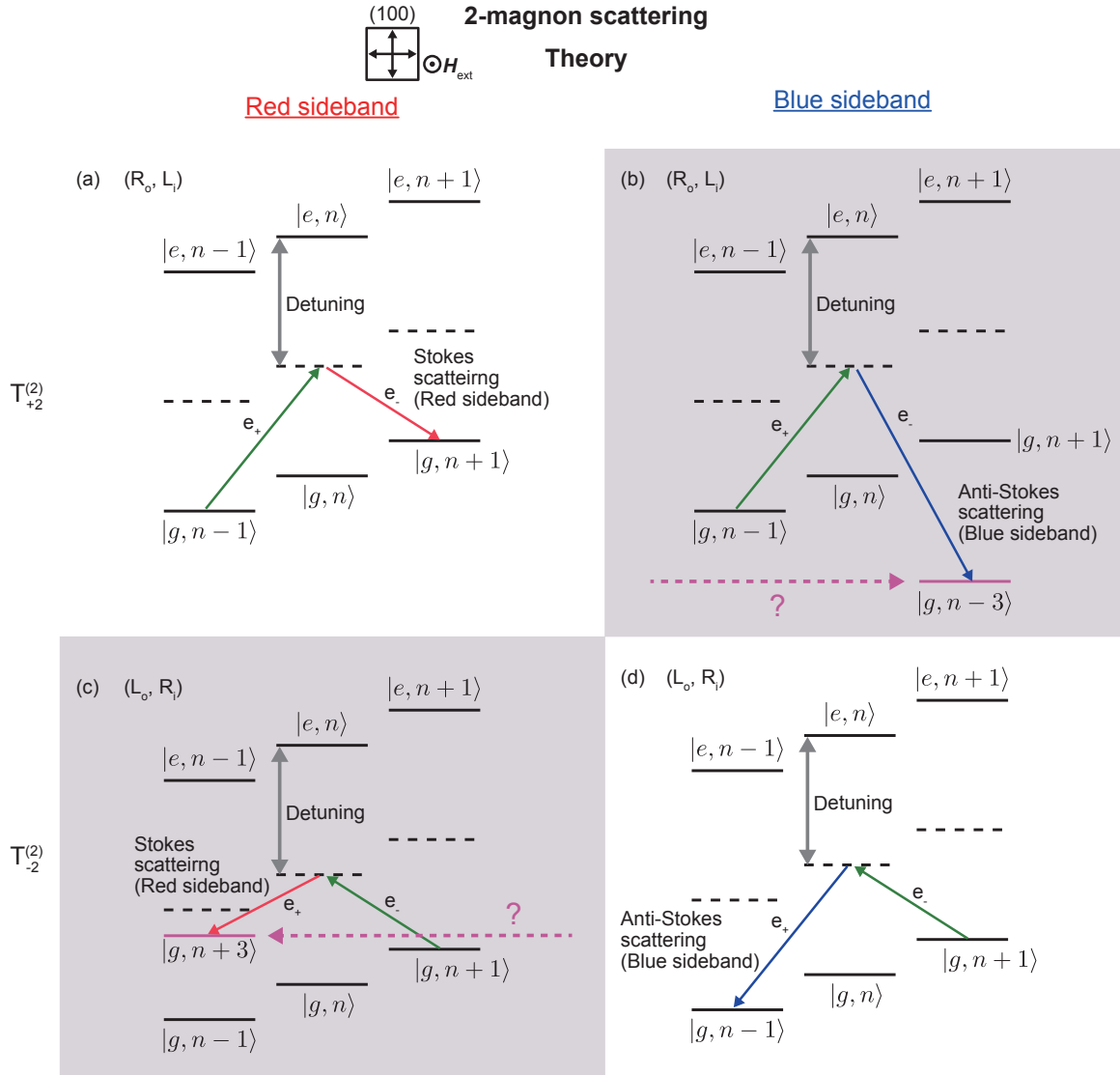


図 3.5:  $|g\rangle, |e\rangle$  は約 400 nm に存在する光学遷移の基底状態・励起状態を表し、 $|n\rangle$  はマグノンのフォック状態を表す。(a)(b) 入力光が  $E_+e_+$  の場合に起こる 2 マグノン散乱。(c)(d) 入力光が  $E_-e_-$  の場合に起こる 2 マグノン散乱。(b)(c) 角運動量の収支が合わない 2 マグノン散乱過程。

み非ゼロとなり、

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} &= \begin{pmatrix} E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}^{2\text{magnon}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_- e^{i\omega_{in}t} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^+ M^+ e^{-i2\omega_m t} E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} E_- e^{i\omega_{in}t} \\
 &\quad + \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^- M^- e^{i2\omega_m t} E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} E_- e^{i\omega_{in}t} \\
 &= \frac{(G_{11} - G_{12}) - 2G_{44}}{4} \underbrace{M^+ M^+ E_+^* E_-}_{\text{Stokes scattering (Red sideband)}} e^{-i(2\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \\
 &\quad + \frac{(G_{11} - G_{12}) + 2G_{44}}{4} \underbrace{M^- M^- E_+^* E_-}_{\text{Anti-Stokes scattering (Blue sideband)}} e^{-i(-2\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t}
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

よって、起こる散乱の素過程は図 3.5(c)(d) のようになることが予想される。

### 偏光とスピン角運動量の対応

1 マグノンの生成はその定義からスピン角運動量を  $1\hbar$  減らすことに対応し、一方、円偏光状態をもつ光子が  $\hbar$  分のスピン角運動量をもつことから、「光」と「マグノン」の間で角運動量保存則が成り立つと仮定した場合の偏光状態とスピン角運動量の間を関係をもとめたのが式 (3.37)(3.38) である。それに従うと、図 3.5 の背景を灰色で示した (b)(c) において角運動量の保存則が成り立っていないようにみえる。実験結果ならびに考察を第 5 章、そして付録 J で与える。

#### 3.4.4 2 マグノン散乱 ( $\mathbf{e}_z // [111]$ )

前節と同様にして、YIG 単結晶の  $[111]$  軸が直交基底  $\mathbf{e}_z$  と平行な状況における 2 マグノン散乱についてもここで導出しておく。

誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}_{111}$  中で、磁化振動を表す  $M^+$ ,  $M^-$  を 2 つ含む項を式 (3.26) から抜き出す。それを  $\tilde{\epsilon}_{111}^{2\text{magnon}}$  と表すことにする。

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{111}^{2\text{magnon}} = & -\left[\frac{\sqrt{2}}{6}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})M^-M^-e^{i2\omega_m t}\right]T_{+1}^{(2)} \\ & -\left[\frac{\sqrt{2}}{6}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})M^+M^+e^{-i2\omega_m t}\right]T_{-1}^{(2)} \\ & -\left[\frac{1}{6}(G_{11} - G_{12} + 4G_{44})M^+M^+e^{-i2\omega_m t}\right]T_{+2}^{(2)} \\ & -\left[\frac{1}{6}(G_{11} - G_{12} + 4G_{44})M^-M^-e^{i2\omega_m t}\right]T_{-2}^{(2)} \end{aligned} \quad (3.53)$$

前節と同様に  $M^+e^{-i\omega_m t} = M_x(t) + iM_y(t)$ 、 $M^-e^{i\omega_m t} = M_x(t) - iM_y(t)$  とした。そして、式 (D.7) より

$$\begin{aligned} T_{+1}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}, \\ T_{-1}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ T_{+2}^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ T_{-2}^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.54)$$

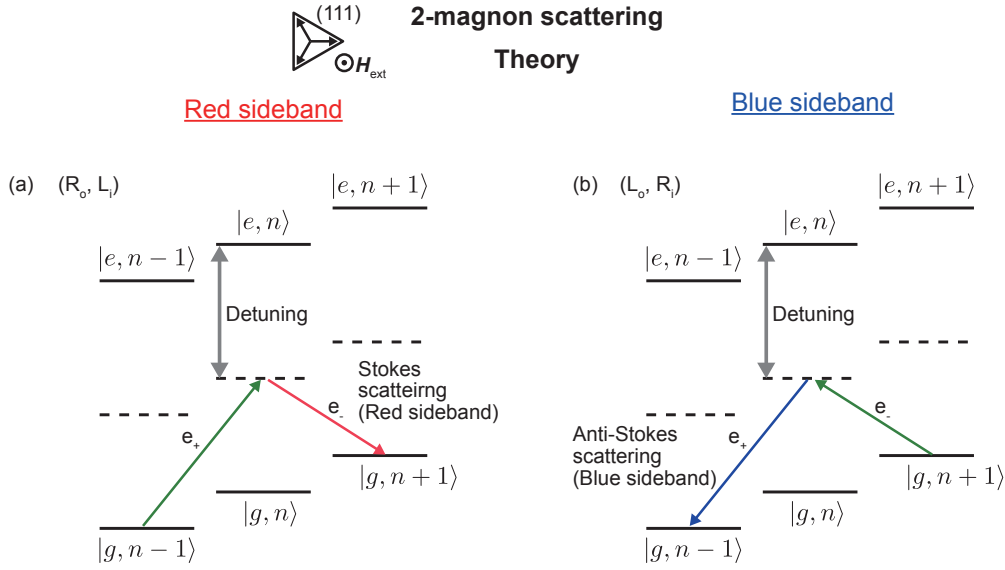


図 3.6:  $|g\rangle, |e\rangle$  は約 400 nm に存在する光学遷移の基底状態・励起状態を表し、 $|n\rangle$  はマグノンのフォック状態を表す。(a) 入力光が  $E_+e_+$  の場合にかかる 2 マグノン散乱。(b) 入力光が  $E_-e_-$  の場合にかかる 2 マグノン散乱。

である。既約球面テンソルを球面基底 (3.35) で表現している。式 (3.53) 右辺の 4 項とも、テンソルパート (式 (3.29)) からの寄与である。この誘電率テンソル  $\tilde{\epsilon}_{111}^{2\text{magnon}}$  を式 (3.1) 中のエネルギー密度  $\mathcal{E}$  に代入すると、 $\mathcal{E}$  が非ゼロとなる入力光偏光と出力光偏光の組み合わせは  $(e_+, e_-)$  または  $(e_-, e_+)$  に限られることがわかる。入力光電場を  $E_+e_+$  とし、散乱光電場を  $E_-e_-$  とした場合、エネルギー密度は

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & E_-^* e^{-i\omega_{sc}t} \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{111}^{2\text{magnon}} \begin{pmatrix} E_+ e^{i\omega_{in}t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) M^+ M^+ e^{-i2\omega_m t} E_-^* e^{-i\omega_{sc}t} E_+ e^{i\omega_{in}t} \\
 &= \frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) \underbrace{M^+ M^+ E_-^* E_+}_{\text{Stokes scattering (Red sideband)}} e^{-i(2\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \quad (3.55)
 \end{aligned}$$

となる。ハミルトニアンがゼロとならないための必要条件として、 $\omega_{sc} = \omega_{in} - 2\omega_m$  が導かれる。つまり、ストークス散乱を表す。

同様に、入力電場を  $E_-e_-$  とした場合、エネルギー密度は散乱電場が  $E_+^*e_+$  の場合にのみ非ゼロとなり、

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} &= \begin{pmatrix} E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{111}^{2\text{magnon}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_- e^{i\omega_{in}t} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) M^- M^- e^{i2\omega_m t} E_+^* e^{-i\omega_{sc}t} E_- e^{i\omega_{in}t} \\
 &= \frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) \underbrace{M^- M^- E_+^* E_-}_{\text{Anti-Stokes scattering (Blue sideband)}} e^{-i(-2\omega_m + \omega_{sc} - \omega_{in})t} \quad (3.56)
 \end{aligned}$$

となる。ハミルトニアンがゼロとならないための必要条件として、 $\omega_{sc} = \omega_{in} + 2\omega_m$  が導かれる。つまり、アンチストークス散乱を表す。これらの計算によって導出された2マグノン散乱の素過程は図3.6のようになることが予想される。これらの過程はファラデー配置で観測可能な量であり、その観測結果を第5章で示す。

### 3.5 観測可能な偏光の組み合わせ

本論文におけるマグノン誘起ブリルアン散乱の実験は、図3.7(b)に示すように2つの配置で行う。一つは強磁性サンプルを飽和させるための静磁場の方向と、伝搬光の伝搬方向が平行の場合である。この配置はファラデー配置と呼ばれる。もう一つの配置は静磁場方向と伝搬光の伝搬方向を直交させた配置で、こちらはフォークト配置と呼ばれる。

静磁場印加方向を $z$ 方向とし、量子化軸も同じく $z$ 方向にとる。光の偏光状態は、図3.7(a)のように定義する。フォークト配置の場合、この $Z$ 偏光を入力、そして観測が可能となるが、ファラデー配置の場合は不可能<sup>\*8</sup>になるという違いがある。一方で、フォークト配置では、 $R$ 偏光・ $L$ 偏光を弁別することはできず、常にそれらの重ね合わせ状態を入力・観測することになる。しかし、ファラデー配置ではそれら円偏光を弁別して入力・観測できる。このように、配置によって観測可能な偏光の組み合わせが異なる。

それぞれの配置において、マグノン誘起ブリルアン散乱を観測する際に、入力可能な入力偏光と観測可能な偏光の組み合わせによって誘電率テンソルのどの成分を観測できるのかを図3.7(c)(d)に示した。誘電率テンソルは球面基底で表現している。同じアルファベットで示した誘電率テンソル成分は弁別不可能である。フォークト配置ではDで示した成分が4成分あり、弁別不可能であるが、ファラデー配置ではそれらが全て弁別可能となることが大きな違いである。

第4章のマグノンポラリトンモードを用いた1マグノン散乱の研究ではフォークト配置を用いるが、第5章、第6章ではファラデー配置を用いて実験を行っている。

<sup>\*8</sup>光を波長オーダーに絞る特殊な状況を考えると、 $z$ 方向に伝搬する光が $Z$ 偏光成分をもつことがある。本研究ではそのような特殊な状況は考えない。

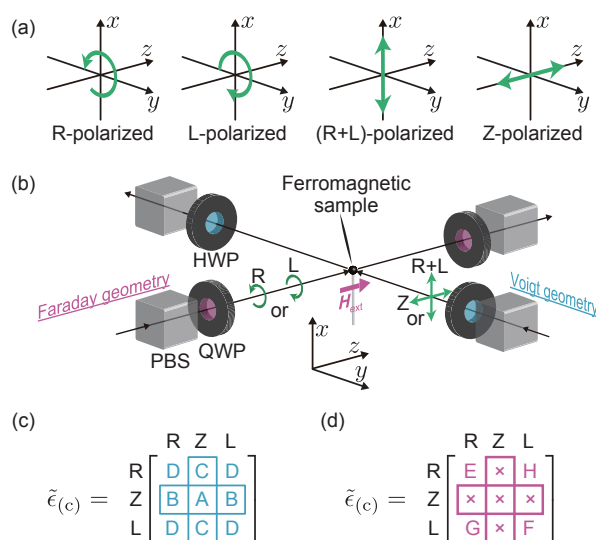


図 3.7: ファラデー配置、フォークト配置で観測できる誘電率テンソル成分。(a) 偏光状態の定義。(b) ファラデー配置とフォークト配置における、光の伝搬方向と静磁場の関係。フォークト配置では、偏光依存ビームスプリッター (Polarization beam splitter: PBS) と半波長板 (Half-wave plate: HWP) を用いることで、Z 偏光ないしは (R+L) 偏光を作り出すことが可能である。さらに観測側でもそれらのセットを用いることで、観測する偏光を選択することが可能となる。ファラデー配置の場合も同様にして、PBS と 1/4 波長板 (Quarter-wave plate: QWP) のセットを使用することで、R 偏光ないしは L 偏光を生成でき、観測も選択的に行うことが可能となる。(c) フォークト配置の実験で弁別可能な誘電率テンソル成分。球面基底で表現している。同じアルファベットで示した成分は弁別不可能な成分である。(d) ファラデー配置で弁別可能な誘電率テンソル成分。球面基底で表現している。×で示した成分は、 $z$  方向に伝搬する光が Z 偏光成分をもつことがないため観測不可能な成分である。



## 第4章 マグノンポラリトンを用いた光ーマイクロ波変換

球状の YIG 単結晶試料をマイクロ波空洞共振器内の適切な位置に設置することにより、Kittel モードとマイクロ波共振器モードとが強く結合した状況を実現することが可能となる。そのような状況下では「マグノンポラリトンモード」が固有モードとなる。このマグノンポラリトンモードの観測は Y. Tabuchi らによって極低温下（10 mK 程度）で初めて実現された [8]。さらに Tabuchi らは、マイクロ波共振器に量子二準位系である超伝導量子ビットを導入し、マグノンと超伝導量子ビット間のノーマルモード分裂を初めて観測した。これは非調和性をもつ集団励起モードの実現を意味する [9]。その模式図を図 4.1 に示した。

この結合系の実現は、マグノンと光を結合させることで、超伝導量子回路と光とが強磁性体を媒体としてリンクできる可能性を示唆している。これは量子情報科学分野で実現が期待されている量子中継機や量子波長変換器の実現に繋がる [36]。そこで、マグノン誘起ブリルアン散乱過程を用いて、マグノンポラリトンモードを媒体とした光ーマイクロ波波長変換器を構築し、原理実証研究を行った [37]。

本章では、実験結果の詳細と、我々の構築した波長変換器の変換効率について説明し、1 マグノン散乱の散乱効率が低いことがボトルネックになっていることを述べる。

はじめにマグノンポラリトンモードについて説明し、マイクロ波を用いたマグノンポラリトンモードの観測結果を示す。その後、マグノンポラリトンモードを介した光ーマイクロ波双方向変換について説明する。

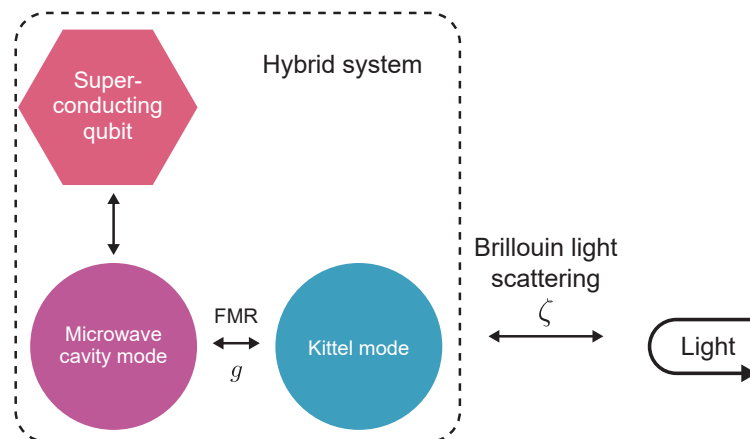


図 4.1: 結合系の模式図。超伝導量子ビットと Kittel モードとがマイクロ波共振器モードを介して結合系を構成している。

## 4.1 マグノンポラリトンモード

まず初めに、マグノンポラリトンモードについて説明する。結合系を構成する要素の実際を説明し、その後にマグノンポラリトンモードの理論モデルを説明する。最後に、マイクロ波反射測定を用いたマグノンポラリトンモード観測の結果を示す。

### 4.1.1 結合系の実際

結合系は、マイクロ波共振器と球状 YIG 単結晶によって構成される。実際の実験では球状 YIG 単結晶を磁気飽和させ、さらに Kittel モードの共鳴周波数を調整するための磁気回路も必須となる。本節ではマイクロ波共振器と磁気回路について説明する。

#### マイクロ波共振器

本研究で用いた、無酸素銅製のマイクロ波空洞共振器の写真を図 4.2(a)(b)(c) に示す。空洞のサイズは  $21 \times 19 \times 3 \text{ mm}^3$  である。マイクロ波共振器は2つに分割される構造にしてあり、内部が見えるように置いて撮影した写真が(c)図である。実際に使用する際には見えている面同士を密着させ、ネジを用いて固定する。この金属全体で矩形マイクロ波共振器となっている。Bottom part には溝が掘ってある。通常のマイクロ波共振器にこのような空隙は必要ないが、本章での研究では(d)図に模式的に示したように、自由空間を伝搬する光を YIG サンプルに照射し、さらに透過光を取得するため、このような穴を設けている。

このマイクロ波共振器に関して、COMSOL® を用いて電磁界シミュレーションを行った結果が図(d)のカラーマップである。色はマイクロ波共振器モードの磁束密度の強さの度合いを表しており、赤い部分が最も強い部分である。YIG サンプルの設置位置は、磁束密度最大点となっており、印加している均一な静磁場に対して直交する方向に磁場が振動している。そのため、マイクロ波共振器モードとキッテルモードは選択的に、かつ強く結合することになる。また、伝送線路とマイクロ波共振器モードは SMA コネクタを通してキャパシティブに結合する。コネクタのピンの長さを調整することで、伝送線路上の伝搬マイクロ波モードと共振器モードの結合の強さを変えることができる。ただし、長くしすぎると内部の共振器モードに大きな影響を与えることになり、YIG 球位置での振動磁場の不均一性に寄与しかねないので注意が必要となる。

#### 磁気回路

磁気回路は純鉄製の継鉄 (Yoke) と、2つの直径 12 mm の円盤型の永久磁石、そして電磁石の役割を果たすエナメル線を巻いて作製したコイル<sup>\*1</sup> でできている。ギャップ間隔は 5 mm であり、電流を流さない場合の磁気回路のギャップ中心での磁束密度の値は約 310 mT である。コイルに電流を流すことで、ギャップ中心での磁束密度の値を変えることが可能となる。変調量と電流の関係は  $dB/dI = 50 \text{ mT/A}$  であるが、 $2.4 \Omega$  の抵抗を持つコイルの発熱が無視できないため、印加電流はせいぜい  $\pm 1 \text{ A}$  程度が限度となる。

<sup>\*1</sup>456 巻してある。

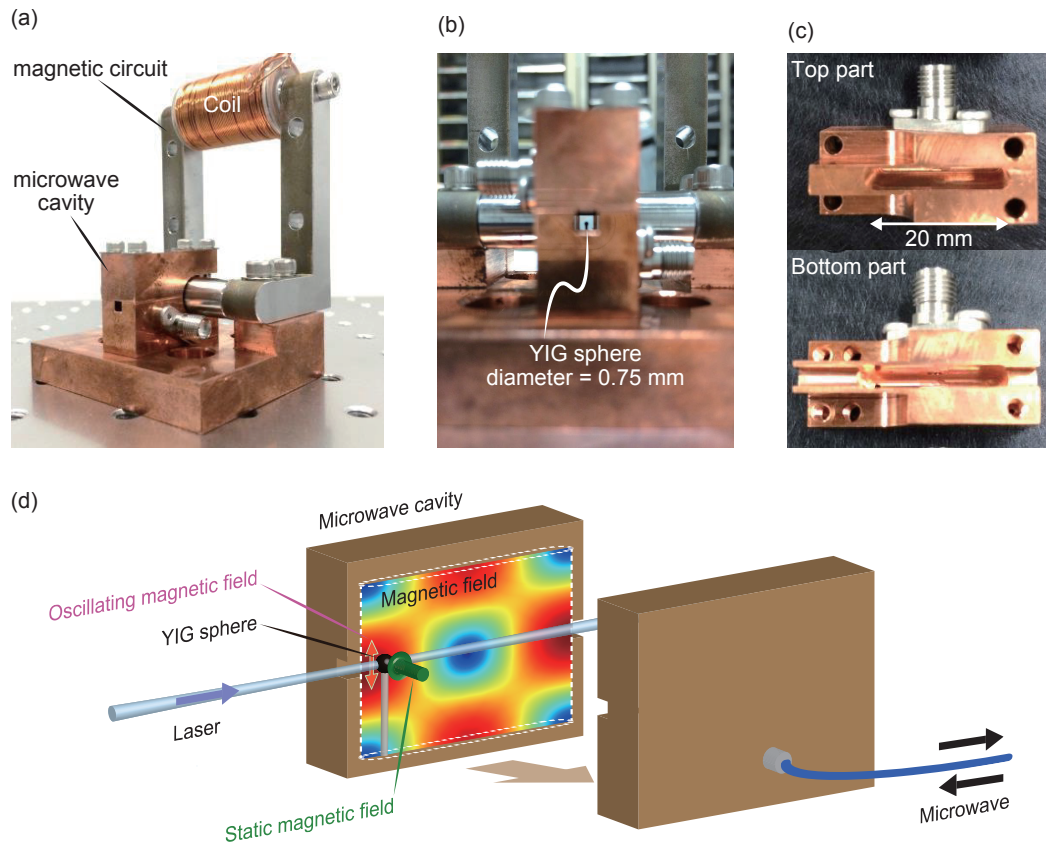


図 4.2: 実験系の全体像。(a) マイクロ波共振器と磁気回路、及び電磁石用のコイルを組み合わせた状態の写真。(b) レーザーを入出力するための穴から直径 0.75 mm の球状 YIG サンプルが確認できる。(c) 無酸素銅製のマイクロ波共振器の構成部品。基本モード ( $TE_{101}$  モード) の共鳴周波数は約 10.45 GHz。下側の部品には、球状 YIG サンプルの  $\langle 110 \rangle$  軸に平行となるよう接着されている酸化アルミ製（非磁性）ロッドを挿入するための穴と、伝搬光を入射するための溝が掘ってある。上下の部品にはマイクロ波共振器モードと外部伝送線路とを結合させるための SMA コネクタが取り付けられている。(d) YIG サンプル、静磁場、振動磁場、レーザー光の関係を示した模式図。共振器内部のカラーマップは、電磁界シミュレーションにより求めた  $TE_{101}$  モードの振動磁場（磁束密度）の分布を表す。赤い部分が強く、青い部分が弱い。YIG サンプルは最も振動磁場（磁束密度）強度が強い部分に設置している。磁束密度の分布の見やすさのため、実際とは異なる面で共振器を 2 つに分離して描いている。

### 4.1.2 結合系の理論モデル

#### 結合系のハミルトニアン

伝搬マイクロ波モード・マイクロ波共振器モード・Kittel モードはともに調和振動子として扱うことのできるボゾニックなモードである。それぞれのハイゼンベルグ描像における消滅演算子と角周波数を図 4.3 のように定義する<sup>\*2</sup>。

マイクロ波共振器モード  $\hat{a}$  と Kittel モード  $\hat{c}$  は磁気双極子相互作用により結合し、相互作用ハミルトニアンは次のように書ける [38]。

$$\begin{aligned} H_I &= \hbar g (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \hat{c}^\dagger \hat{a}) \\ g_m &= \frac{\gamma B}{2} \sqrt{2S} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$\gamma$  は磁気回転比、 $B$  は単一マイクロ波共振器モードの磁束密度の大きさ、 $S$  は総スピン数を表す。 $g_m$  はその定義からもわかるように実数である。続いて伝搬マイクロ波とマイクロ波共振器モードとの相互作用ハミルトニアンは

$$H_c = -i\hbar \sqrt{\kappa_e} \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{a}^\dagger \hat{a}_{\text{in}}(\omega) - \hat{a}_{\text{in}}^\dagger(\omega) \hat{a}] \frac{d\omega}{2\pi} \quad (4.2)$$

で与えられる。 $\kappa_e$  は実数であり、結合の強さを特徴づける量である。すなわち全系のハミルトニアンは次のように書ける。

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_m \hat{c}^\dagger \hat{c} + H_I + H_c \quad (4.3)$$

#### マグノンポラリトンモード

ここで、 $\kappa_e = 0$  の状況を考えると、ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_m \hat{c}^\dagger \hat{c} + \hbar g_m (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \hat{c}^\dagger \hat{a}) \quad (4.4)$$

と書き下せる。この結合系のハミルトニアンは、 $\omega_c = \omega_K$  の条件下において次のようなノーマルモード

$$\hat{b} := \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a} - \hat{c}) \quad (4.5)$$

$$\hat{d} := \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a} + \hat{c}) \quad (4.6)$$

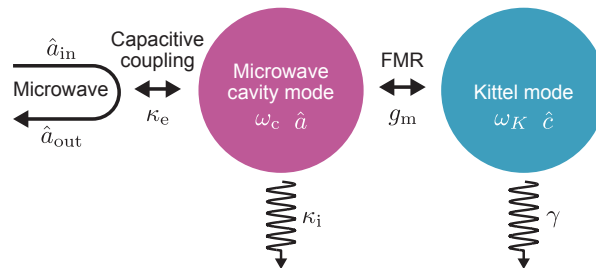


図 4.3: 伝搬マイクロ波、マイクロ波共振器、Kittel モードの 3 者が結合しているモデル。

<sup>\*2</sup>伝搬マイクロ波の角周波数は  $\omega$  とする。

を用いることで、対角化できる。

$$\mathcal{H} = (\hbar\omega_c - \hbar g_m) \hat{b}^\dagger \hat{b} + (\hbar\omega_c + \hbar g_m) \hat{d}^\dagger \hat{d} \quad (4.7)$$

もともと縮退していたエネルギー固有値が、 $\hbar\omega_c$  から  $\pm\hbar g_m$  だけシフトしていることがわかる。この現象はノーマルモード分裂と呼ばれる。

我々の結合系で現れるノーマルモードは、Kittel モードとマイクロ波共振器モード（電磁場）によって形成される。そのようなノーマルモードのことをマグノンポラリトンモードと呼ぶ。

### マイクロ波反射測定の理論モデル

マグノンポラリトンモードは、マイクロ波反射測定で観測することが可能である。もう一度全系のハミルトニアン（式 (4.3)）に立ち戻り、ハイゼンベルグの運動方程式を  $\hat{a}$  についてたてると、式 (4.1)、(4.2) より、

$$\dot{\hat{a}} = -i\omega_c \hat{a}(t) - ig_m \hat{c}(t) - \frac{\kappa_i + \kappa_e}{2} \hat{a}(t) - \sqrt{\kappa_e} \hat{a}_{in}(t) \quad (4.8)$$

となる。ここで、 $\kappa_{in}$  はマイクロ波共振器の内部損失レートを表し、現象論的に導入した量である。同様に、 $\hat{c}$  について運動方程式をたてると、

$$\dot{\hat{c}} = -i\omega_m \hat{c}(t) - ig_m \hat{a}(t) - \frac{\gamma}{2} \hat{c}(t) - \sqrt{\gamma} \hat{c}_n(t) \quad (4.9)$$

となる。最後の項はノイズによる揺動を表し、現象論的に導入したパラメータである。これら  $\hat{a}$  と  $\hat{c}$  についての運動方程式を周波数領域で解き、連立することでマイクロ波反射係数  $S_{11}(\omega) = \langle \hat{a}_{out} / \hat{a}_{in} \rangle$  を求めることが可能となる。式 (4.9) の最後の項を無視して計算を行うと、 $\hat{a}(\omega)$  と  $\hat{c}(\omega)$  の間に次の関係があることが導ける。

$$\hat{c}(\omega) = \frac{ig_m}{i(\omega - \omega_c) - \frac{\gamma}{2}} \hat{a}(\omega) \quad (4.10)$$

この関係式を式 (4.8) に代入し、入出力理論から定まる境界条件 [39]

$$\hat{a}_{out}(t) = \hat{a}_{in}(t) + \sqrt{\kappa_e} \hat{a}(t) \quad (4.11)$$

を課すことで、マイクロ波反射係数は次のように書ける。

$$S_{11}(\omega) = \frac{i(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2}(\kappa_i - \kappa_e) + \frac{g_m^2}{i(\omega - \omega_m) - \frac{\gamma}{2}}}{i(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2}(\kappa_i + \kappa_e) + \frac{g_m^2}{i(\omega - \omega_m) - \frac{\gamma}{2}}} \quad (4.12)$$

特に  $g_m = 0$  の状況は、YIG サンプルがない場合、つまりマイクロ波共振器のみの場合に対応する。その際のマイクロ波反射係数は次のようになる。

$$S_{11}(\omega) = \frac{i(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2}(\kappa_i - \kappa_e)}{i(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2}(\kappa_i + \kappa_e)} \quad (4.13)$$

このマイクロ波反射係数はネットワークアナライザを用いることで観測可能な量である。実験結果をこの理論モデルを用いてフィッティングすることにより、結合系の各パラメータを推定することが可能となる。

## 電気長補正と位相オフセット

実際の実験で得られるデータは、上記の式に  $\exp(i(\alpha\omega + \beta))$  という位相項をかけた式を用いてフィッティングしなければならない。 $\alpha\omega$  は各角周波数  $\omega$  に対する測定系の電気長の違いによって発生する位相差を表し、 $\beta$  は位相のオフセットを表す。本論文におけるネットワークアナライザを用いた全てのマイクロ波測定の結果のフィッティングにおいて、この位相項を加味してフィッティングを行っている。しかしこの効果は我々の興味の対象ではないため、この効果を補正したデータを実験データとして示している。

### 4.1.3 マイクロ波反射測定の測定系

図 4.4 のような測定系を用いて反射測定を行った。磁気回路に組み込まれているコイルは電流源とつながっており、電流値を変化させることで磁気回路のギャップ中の静磁場の強さを変えることが可能となる。測定にはベクトルネットワークアナライザを使用し、マイクロ波共振器にねじ止めしている SMA コネクタ直前で較正<sup>\*3</sup>を行っている。次節で行う実験は、全て VNA のポート 1 からマイクロ波を入力し、その反射信号を測定する  $S_{11}$  測定を行っている。マイクロ波共振器にはもうひとつ SMA コネクタを取り付けてある。この SMA コネクタは他の較正作業を行う際に役割を果たすが、今回は使用しないため不要な反射を抑えるために  $50\Omega$  ターミネータを装着し、終端してある。

### 4.1.4 実験

マイクロ波共振器モードの共鳴周波数は、共振器の形状から一意に決まるが、Kittel モードの共鳴周波数は、式 (2.34) に示したように印加する静磁場の強さに比例する。そこで、Kittel モードの共鳴周波数を共振器モードのそれから離すことで、実効的に Kittel モードの存在を無視することが可能となる。まず初めに、そのような状況下<sup>\*4</sup>におけるマイクロ波反射測定を行った結果が図 4.5(a) の青点である。この実験結果を式 (4.13) のモデル関数でフィットした

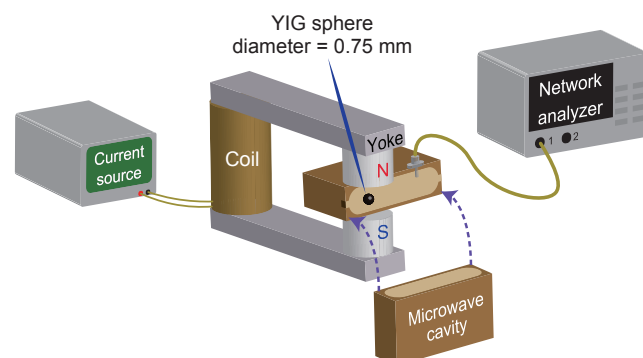


図 4.4: マイクロ波反射測定系の全体。

<sup>\*3</sup> どの測定周波数のマイクロ波に関しても、設定したパワーが SMA コネクタ直前まで到達するように調整している。

<sup>\*4</sup> 実際の離調の大きさは約 1 GHz。



表 4.1: フィッティングによって得られた各パラメータ

パラメータ	記号	値
伝送線路と共振器モードとの結合強度	$\kappa_e/2\pi$	24.5 MHz
共振器モードの内部損失	$\kappa_i/2\pi$	3.59 MHz
共振器モードの共鳴周波数	$\omega_c/2\pi$	10.45 GHz
Kittel モードの内部損失	$\gamma/2\pi$	1.10 MHz
Kittel モードの共鳴周波数	$\omega_K/2\pi$	10.45 GHz
Kittel モードと共振器モードとの結合強度	$g_m/2\pi$	62.9 MHz

結果が赤線である。このフィッティングにより、共振器の特性を表すパラメータ  $\kappa_e$ ,  $\kappa_i$ ,  $\omega_c$  の値が推定できる。結果は表 4.1 にまとめる。

次に、Kittel モードの共鳴周波数がマイクロ波共振器モードに近い周波数になるよう、静磁場の強さを調整しマイクロ波反射測定を行った。その結果が図 4.5(b) の青点である。既に得られている共振器モードのパラメータ  $\{\kappa_e, \kappa_i, \omega_c\}$  を既知として、Kittel モードのもつ特性  $\{\gamma, \omega_K\}$  と、Kittel モードとマイクロ波共振器モードの結合の大きさを表す  $g$  をフィッティングパラメータとして式 (4.12) を用いて評価した。得られた結果は以下の表 4.1 にまとめる。

$g_m \gg \gamma, \kappa_i$  であることから、Kittel モードとマイクロ波共振器モードはいわゆる強結合の領域にあることがわかる。さらに  $\omega_c = \omega_K$  であるにも関わらず、図 4.5(b) では  $\omega_c/2\pi$  とは異なる周波数部分に 2 つのディップが観測されている。式 (4.7) で述べたように、これは 2 つのボゾンモードが強く結合した際に発現する固有モードであり、これこそがマグノンポラリトンモードである。

ここまで静磁場の強さを固定して実験を行ってきたが、続いて、静磁場の強さを变化させた場合にどのようにノーマルモードの固有エネルギーが変化するか観測を行った。結果を図 4.6 に示す。電流値に対し周波数が一定 (10.45 GHz 付近) のディップがマイクロ波共振器モード、線型に変化しているディップが Kittel モード由来である。双方の共鳴周波数がちょうど等

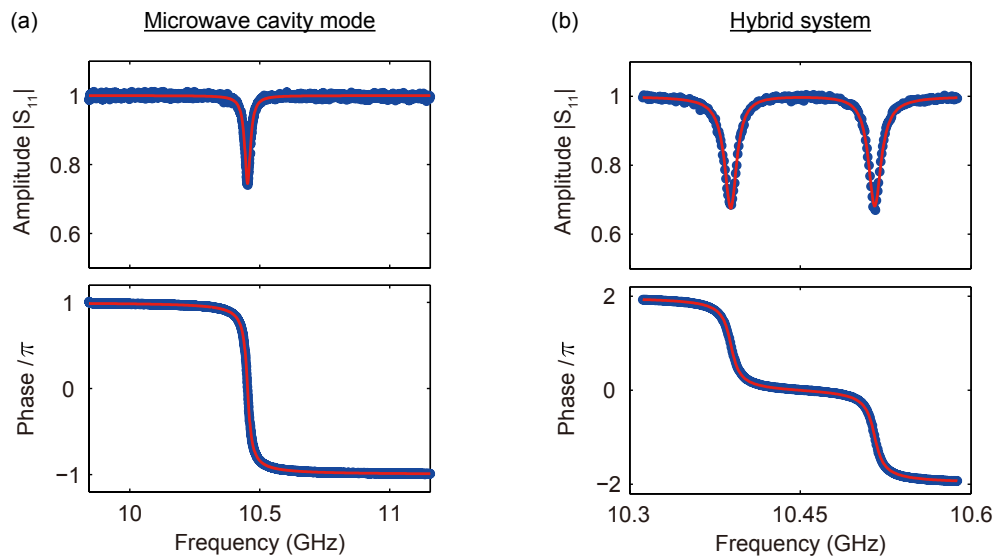


図 4.5: マイクロ波反射測定  $S_{11}$  の結果。(a) マイクロ波共振器モードのみの場合。(b) マイクロ波共振器モードと Kittel モードが相互作用し、互いの共鳴周波数が近い場合。

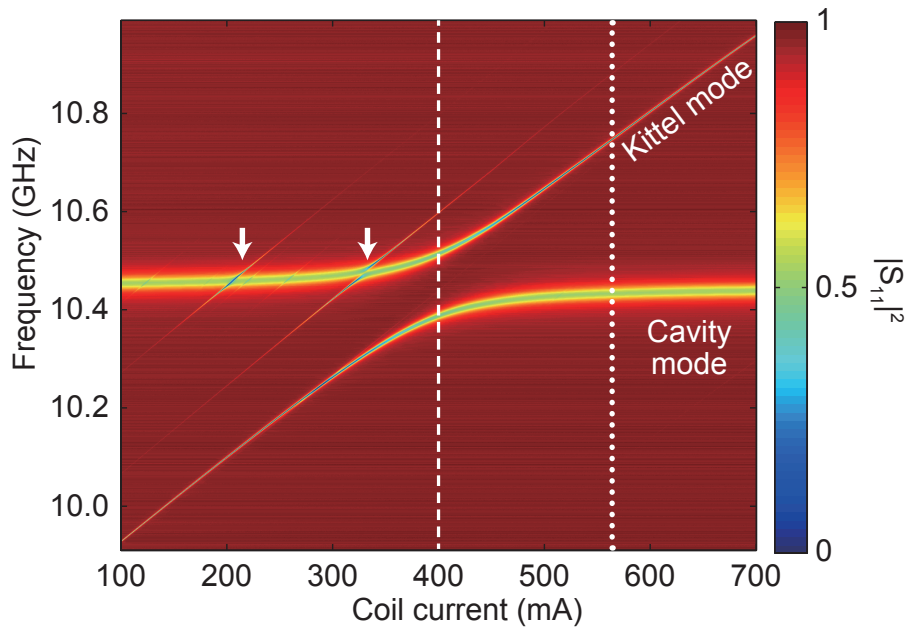


図 4.6: マイクロ波パワー反射係数  $|S_{11}|^2$  のマイクロ波周波数・磁場強度依存性。入力マイクロ波パワーは 0 dBm。横軸はコイルに入力する定常電流値で表しており、磁束密度  $B$  と電流  $I$  の関係は  $dB/dI = 50 \text{ mT/A}$ 。電流値は 100 mA から 700 mA まで 0.25 mA 刻みで測定を行った。

しくなる電流値 400 mA 付近で反交差している様子が観測されている。先に載せた図 4.5(a) は電流値が 750 mA のとき、(b) は 400 mA のときの実験結果である（図 4.6 中で破線で示した）。

図 4.6 では、図中で白矢印で示したように Kittel モードの他に高次の Walker モードによるディップも観測されている。高次の Walker モード（図 2.5 参照）は空間的に一様ではないため、マイクロ波共振器モードの様な振動磁場モードとの結合は Kittel モードに比べ弱いと予想される。実際、観測されている分裂は非常に小さい、もしくは分裂していない様子が見てとれる。



## 4.2 マグノンポラリトンモードの光での観測

このマグノンポラリトンモードを光で観測することは可能だろうか。本節では、連続光をフォークト配置で入射し、1 マグノン散乱をヘテロダイン測定することで、それが可能であることを実証した結果について説明する。

### 4.2.1 理論モデル

#### 1 マグノン散乱

YIG 単結晶における 1 マグノン散乱は、式 (3.1) を用いて、式 (3.36) のように記述できることを前章で説明した。この 1 マグノン散乱の物理は、光の偏光状態を表すのに便利なストークス演算子を用いることにより、次のように別の形で書くことが可能である [37]。

図 4.9(d) のように  $z$  軸方向に強磁性体に静磁場をかけ飽和させ、 $x$  方向に伝搬する光と強磁性体が相互作用する場合、相互作用ハミルトニアンは

$$H_F = \int_0^\tau \hbar G \hat{j}_x(t) \hat{s}_x(t) A c' dt \quad (4.14)$$

と書ける。ここで  $G$  は結合定数<sup>\*5</sup>を、 $\tau = l/c'$  は相互作用時間、 $l$  はサンプルの長さ、 $A$  は光の断面積、 $c'$  は物質中での光速を表す。 $\hat{j}_x(t)$  は磁化密度演算子（付録 E 参照）の  $x$  成分であり、 $\hat{s}_x(t)$  は特殊ストークス演算子（付録 F 参照）である。

$$\hat{j}_x(t) = \frac{\sqrt{N}}{2V_s} (\hat{c}(t) + \hat{c}^\dagger(t)) \quad (4.15)$$

$$\hat{s}_x(t) = \frac{1}{2A} (\hat{b}_R^\dagger \hat{b}_R - \hat{b}_L^\dagger \hat{b}_L) \quad (4.16)$$

ここで  $V_s$  は試料の体積であり、 $N$  は試料中の総スピンの数である。

いま、Z 偏光を持つ強い入力光（ドライブ光）を YIG 試料に入力することを考えると  $\hat{b}_z$  は  $c$  数として取り扱える。つまり

$$\hat{b}_z(t) = \sqrt{\frac{P_0}{\hbar \Omega_0}} e^{-i\Omega_0 t} \quad (4.17)$$

と書ける。ここで  $P_0$  は入力光のパワーを、 $\Omega_0$  は入力光の角周波数を表す。さらに、Y 偏光の電場演算子  $\hat{b}_y$  を用いることで、円偏光の電場演算子  $\hat{b}_R, \hat{b}_L$

$$\hat{b}_R(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{b}_y(t) + i\hat{a}_z(t)) \quad (4.18)$$

$$\hat{b}_L(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{b}_y(t) - i\hat{a}_z(t)) \quad (4.19)$$

と書ける。仮定より、相互作用時間  $\tau$  中、マグノンの演算子  $\hat{c}(t), \hat{c}^\dagger(t)$  そして電場演算子  $\hat{b}_y(t), \hat{b}_y^\dagger(t)$  が変化しないことから、式 (4.14) は積分すると、

$$H_p = -i\hbar \sqrt{\zeta} \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{c} + \hat{c}^\dagger) (\hat{b}_y(\Omega) e^{i\Omega_0 t} - \hat{b}_y^\dagger(\Omega) e^{-i\Omega_0 t}) \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (4.20)$$

<sup>\*5</sup>面積の次元。

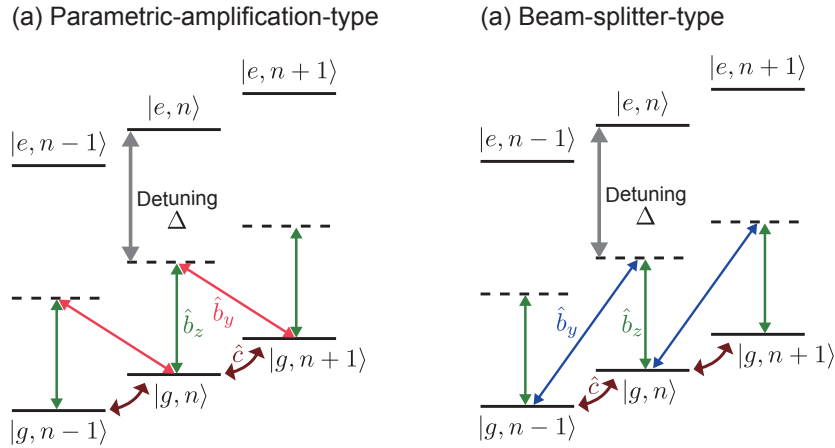


図 4.7: 式 (4.14) から導かれる 1 マグノン散乱の遷移図。(a) パラメトリックアンプ型の遷移。(b) ビームスプリッタ型の遷移。

とパラメトリック相互作用のハミルトニアンになる。ここで、 $\zeta$  はパラメトリック結合の結合定数であり、次のように定義した。

$$\zeta := \frac{G^2 l^2}{16V_s} n \frac{P_0}{\hbar \Omega_0} \quad (4.21)$$

これはドライブ光のパワーに依存する量である。また、 $\hat{b}_y^\dagger(\Omega)$ ,  $\hat{b}_y(\Omega)$  は周波数領域での電場演算子である。これは時間領域の電場演算子と次の関係にある。

$$\hat{b}_y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{b}_y(\Omega) e^{-i\Omega t} \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (4.22)$$

$$\hat{b}_y^\dagger(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{b}_y^\dagger(\Omega) e^{i\Omega t} \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (4.23)$$

このパラメトリック型のハミルトニアン  $H_p$  は、回転波近似によって次の 2 つのタイプのハミルトニアンになる。

### 1. パラメトリックアンプ型

$\Omega = \Omega_0 - \omega_m$  のとき、次のようになる。

$$H_a = -i\hbar \sqrt{\zeta} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \hat{c} \hat{b}_y(\Omega) e^{i\Omega_0 t} - \hat{c}^\dagger \hat{b}_y^\dagger(\Omega) e^{-i\Omega_0 t} \right) \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (4.24)$$

これは図 4.7 の (a) の遷移に対応する。

### 2. ビームスプリッタ型

$\Omega = \Omega_0 + \omega_m$  のとき、次のようになる。

$$H_b = -i\hbar \sqrt{\zeta} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \hat{c}^\dagger \hat{b}_y(\Omega) e^{i\Omega_0 t} - \hat{c} \hat{b}_y^\dagger(\Omega) e^{-i\Omega_0 t} \right) \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (4.25)$$

これは図 4.7 の (b) の遷移に対応する。

以上の結果より、3.4.1 節で示した 1 マグノン散乱と同様の散乱が導かれることが理解できる。しかし、本節の議論では結晶の対称性を考慮に入れていない。それゆえ、式 (4.24)、(4.25) において散乱効率が等しいという結果となっている。3.4.1 節での結晶の対称性を考慮に入れた議論より、実際には結晶軸の向きに依存して、効率に非対称性が生じると考えられる。

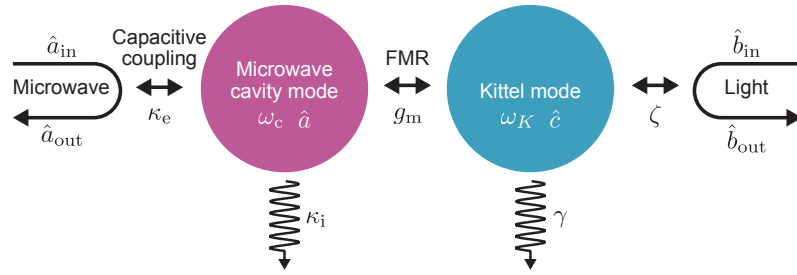


図 4.8: 伝搬マイクロ波モード、マイクロ波共振器モード、Kittel モード、伝搬光モードの 4 者が結合しているモデル。

### マイクロ波から光への変換効率の導出

本章で我々が構築する波長変換器は図 4.8 のようにモデル化できる。「Kittel モード + マイクロ波共振器モード」によって構成される結合系に、伝搬マイクロ波モードと伝搬光モードが結合している。これは図 4.3 に伝搬光モードが加わった形であり、4.1.2 節で行った議論を利用することができる。

また、ここで述べているマイクロ波から光への変換とは、入力される伝搬マイクロ波光子  $\hat{a}_{\text{in}}$  が伝搬光子  $\hat{b}_{\text{out}}$  として変換され出力されることをいい、光からマイクロ波への変換は、これの逆過程であり、入力される伝搬光子  $\hat{b}_{\text{in}}$  が伝搬マイクロ波光子  $\hat{a}_{\text{out}}$  へと変換され出力されることをいう。本節では双方向の変換効率を導出する。

Kittel モードとマイクロ波共振器間の相互作用ハミルトニアン  $H_I$  は式 (4.1) の通りであり、伝搬マイクロ波とマイクロ波共振器モードとの相互作用ハミルトニアン  $H_c$  は式 (4.2) の通りである。全系のハミルトニアンは、 $H_t = H_c + H_I + H_p$  に Kittel モードの散逸レート  $\gamma$  とマイクロ波共振器の内部損失レート  $\kappa_i$  を現象論的に組み込んだものとなる。

マイクロ波共振器モード  $\hat{a}$  の運動方程式は式 (4.8) の通りで、これを周波数領域で解くと

$$\hat{a}(\omega) = \chi_c(\omega) \left( -\sqrt{\kappa_c} \hat{a}_{\text{in}}(\omega) - i g_m \hat{c}(\omega) \right) \quad (4.26)$$

となる<sup>\*6</sup>。ここで感受率  $\chi_c(\omega)$  は

$$\chi_c(\omega) := \left( -i(\omega - \omega_c) + \frac{\kappa_{\text{in}} + \kappa_c}{2} \right)^{-1} \quad (4.27)$$

である。

一方、Kittel モード  $\hat{c}$  の運動方程式に関しては、新たに伝搬光との相互作用が加わったため、式 (4.9) に伝搬光の項が加わる。 $H_p$  はパラメトリック型のハミルトニアンであることから、周波数によって異なる働きをする。Kittel モードの周波数が  $\omega_a = \Omega_0 - \Omega$  を満たす時、 $H_p$  はパラメトリックアンプ型となり、これを周波数領域で解くと

$$\hat{c}(\omega_a) = \chi_m(\omega_a) \left( \sqrt{\zeta} \hat{b}_{\text{in}}^\dagger(\Omega) - i g_m \hat{a}(\omega_a) \right) \quad (4.28)$$

Kittel モードの周波数が  $\omega_b = \Omega - \Omega_0$  を満たす時、 $H_p$  はビームスプリッタ型となり、これを周波数領域で解くと

$$\hat{c}(\omega_b) = \chi_m(\omega_b) \left( -\sqrt{\zeta} \hat{b}_{\text{in}}(\Omega) - i g_m \hat{a}(\omega_b) \right) \quad (4.29)$$

<sup>\*6</sup>量子ノイズや熱ノイズは無視して議論を進める。

となる。ここで感受率  $\chi_m$  は

$$\chi_m(\omega) := \left( -i(\omega - \omega_m) + \frac{\gamma}{2} \right)^{-1} \quad (4.30)$$

である。

式(4.26)(4.28)を連立し、境界条件  $\hat{a}_{\text{out}}(\omega) = \hat{a}_{\text{in}}(\omega) + \sqrt{\kappa_e} \hat{a}(\omega)$ 、 $\hat{b}_{\text{out}}^\dagger(\Omega) = \hat{b}_{\text{in}}^\dagger(\Omega) + \sqrt{\zeta} \hat{c}(\omega_a)$  [39] を用いて解くと、マイクロ波から光への振幅変換効率は

$$\left\langle \frac{\hat{b}_{\text{out}}(\Omega)}{\hat{a}_{\text{in}}(\omega)} \right\rangle = \frac{ig_m \sqrt{\kappa_e \zeta} \chi_m(\omega) \chi_c(\omega)}{1 + g_m^2 \chi_m(\omega) \chi_c(\omega)} \quad (4.31)$$

となる。それぞれの角周波数は  $\Omega = \Omega_0 - \omega$  の関係にあるため、これはストークス散乱の振幅変換効率を表す。

一方で式(4.26)(4.29)を連立し、境界条件  $\hat{a}_{\text{out}}(\omega) = \hat{a}_{\text{in}}(\omega) + \sqrt{\kappa_e} \hat{a}(\omega)$ 、 $\hat{b}_{\text{out}}(\Omega) = \hat{b}_{\text{in}}(\Omega) + \sqrt{\zeta} \hat{c}(\omega_b)$  [39] を用いて解くと、マイクロ波から光への振幅変換効率は

$$\left\langle \frac{\hat{b}_{\text{out}}(\Omega)}{\hat{a}_{\text{in}}(\omega)} \right\rangle = \frac{ig_m \sqrt{\kappa_e \zeta} \chi_m(\omega) \chi_c(\omega)}{1 + g_m^2 \chi_m(\omega) \chi_c(\omega)} \quad (4.32)$$

となる。それぞれの角周波数は  $\Omega = \Omega_0 + \omega$  の関係にあるため、これはアンチストークス散乱の振幅変換効率を表す。

#### 光らマイクロ波への変換効率の導出

光からマイクロ波への変換効率も同様に導くことができ、ここにその結果を示しておく。マイクロ波の角周波数が  $\omega_a = \Omega_0 - \Omega$  のとき

$$\left\langle \frac{\hat{a}_{\text{out}}(\omega_a)}{\hat{b}_{\text{in}}^\dagger(\Omega)} \right\rangle = -\frac{ig_m \sqrt{\kappa_e \zeta} \chi_m(\omega_a) \chi_c(\omega_a)}{1 + g_m^2 \chi_m(\omega_a) \chi_c(\omega_a)} \quad (4.33)$$

と求まり、マイクロ波の角周波数が  $\omega_b = \Omega - \Omega_0$  のとき

$$\left\langle \frac{\hat{a}_{\text{out}}(\omega_b)}{\hat{b}_{\text{in}}^\dagger(\Omega)} \right\rangle = -\frac{ig_m \sqrt{\kappa_e \zeta} \chi_m(\omega_b) \chi_c(\omega_b)}{1 + g_m^2 \chi_m(\omega_b) \chi_c(\omega_b)} \quad (4.34)$$

と求まる。

### 4.2.2 マグノンポラリトンモードによるブリルアン散乱のヘテロダイン測定

実際に1マグノン散乱を用いて、マグノンポラリトンを観測した実験について説明する。まず測定系を図4.9に示す。この系では主に以下の2つの測定を行っている。

#### 1. マグノンポラリトンモードのコヒーレント励起

ネットワークアナライザのポート1から0 dBm<sup>\*7</sup>のマイクロ波を出力し、マグノンポラリトンのコヒーレントに励起する。

#### 2. マグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定

コヒーレントに励起されたマグノンポラリトンモードによってブリルアン散乱された散乱光をヘテロダイン測定系を用いて観測する。前節で説明したように、入力光（ドライブ光）の偏光状態はZ偏光であるのに対し、ブリルアン散乱された散乱光の偏光はY偏光である。そこで、+45°偏光だけ透過する偏光依存ビームスプリッタ（Polarization beam splitter: PBS）を通過させることにより、キャリア光と散乱光とが同じ偏光状態をもつことになる。その後、高速光検出器（High-speed photodetector: HPD<sup>\*8</sup>）にキャリア

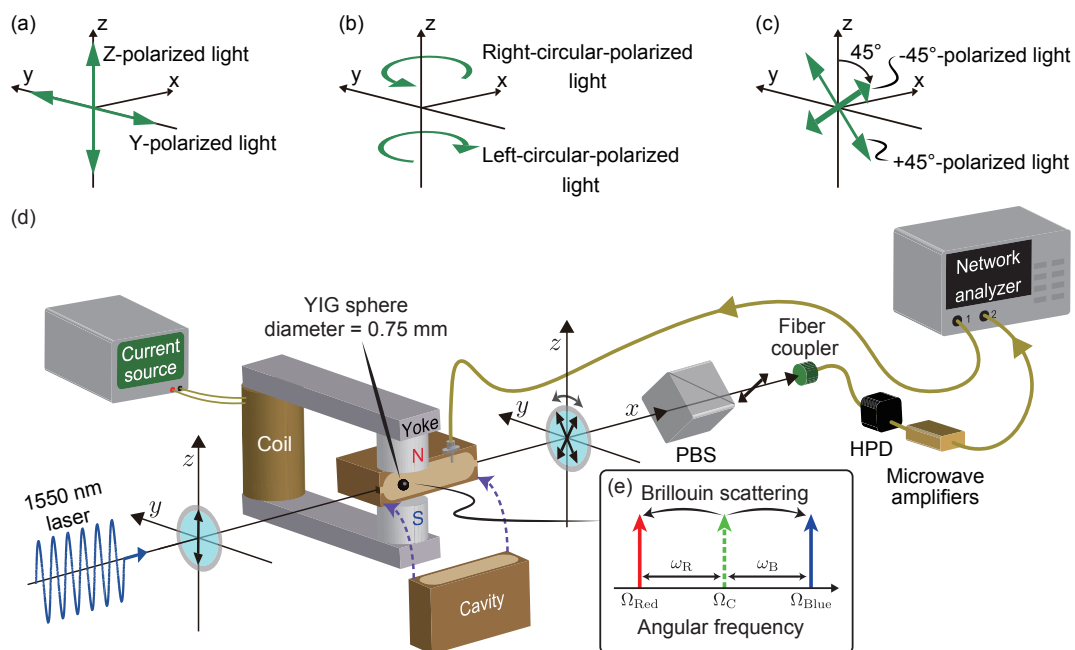


図 4.9: フォークト配置でのマグノンポラリトン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定。(a)(b)(c) 偏光状態の定義。(d) 入射光の偏光状態はZ偏光とし、マイクロ波共振器内部の球状YIGサンプルの中心を通るように調整している。YIG通過後の光は、45°傾けてあるPBSを通過した光のみ取得し、HPDに入力する。ネットワークアナライザはマイクロ波透過測定( $S_{21}$ 測定)を行う。(e) キャリア光と、マグノンポラリトンモードによってブリルアン散乱されることで生成されるサイドバンド光の周波数関係を表す。慣習に従って、周波数が上方にシフトした側に出るサイドバンドを青側サイドバンド (Blue sideband)、下方にシフトした側に出るサイドバンドを赤側サイドバンド (Red sideband) と呼ぶ。

<sup>\*7</sup>マイクロ波共振器手前でパワー較正を行っているので、マイクロ波共振器に各周波数とも0 dBm入力している。

<sup>\*8</sup>New focus 1554-B

光と散乱光をともに入力することでビート信号が発生しそれをネットワークアナライザのポート2に入力し、透過測定（ $S_{21}$  測定）を行う。

次に、図 4.9(d) に示した測定系について説明する。Santec 社製の CW レーザー光源から波長 1550 nm の連続光を出力し、Z 偏光に調整してマイクロ波共振器内の直径 0.75 mm の球状 YIG サンプル中心に照射する。この光を「キャリア光」と呼ぶことにする。キャリア光はサンプル付近においてビームウェスト（ビーム直径は約 0.15 mm）をもつようレンズを用いて調整しており、透過光は再び平行光になるよう適切なレンズを光路に挿入している。

全ての光路はキャリア光を基準に調整しており、PBS 通過後のファイバーカプラーにキャリア光が最大限結合するよう光路を調整している。それゆえ、キャリア光と同じ光路をたどる散乱光のみが観測される。

PBS によって同じ偏光状態となったキャリア光と散乱光は、シングルモードファイバーを通して HPD に到達する。10 GHz 程度の差周波数を持った2色の通信波長帯の光は、その間、同じ偏光状態を保ち続けるため<sup>\*9</sup>、HPD において干渉可能であり、ビート信号を発生する。

### 4.2.3 ヘテロダイン測定におけるビート信号

本節では、HPD に入力された光がビート信号に変換される原理を説明する。

HPD 受光部でのキャリア光と散乱光の電場は、偏光状態が一致している場合、次のように書ける。

$$E_C(t) = E_C \cos(\Omega_C t + \phi_C) \quad (4.35)$$

$$E_S(t) = E_S \cos(\Omega_S t + \phi_S) \quad (4.36)$$

$E_C$ ,  $\Omega_C$ ,  $\phi_C$  はそれぞれキャリア光の電場の振幅、角周波数、初期位相である。同様に、 $E_S$ ,  $\Omega_S$ ,  $\phi_S$  はそれぞれ散乱光の電場の振幅、角周波数、初期位相である。この2つの式で表される電場を干渉させ、その強度の時間変化  $P(t)$  を測定する。

$$\begin{aligned} P(t) &\propto (E_C(t) + E_S(t))^2 \\ &= E_C^2 (\cos(\Omega_C t + \phi_C))^2 + E_S^2 (\cos(\Omega_S t + \phi_S))^2 + E_C E_S \cos(\Omega_C t + \phi_C) \cos(\Omega_S t + \phi_S) \\ &= E_C^2 (\cos(\Omega_C t + \phi_C))^2 + E_S^2 (\cos(\Omega_S t + \phi_S))^2 + \frac{1}{2} E_C E_S \cos((\Omega_C - \Omega_S)t + (\phi_C - \phi_S)) \\ &\quad + \frac{1}{2} E_C E_S \cos((\Omega_C + \Omega_S)t + (\phi_C + \phi_S)) \end{aligned} \quad (4.37)$$

HPD は、電場強度を光電流に線型に変換する変換器である。しかし、実際には応答可能帯域が存在する。本研究で用いた HPD は 1550 nm の光に対して約 12 GHz が帯域の上限となっている。それゆえ光の周波数（ $\Omega_{LO}/2\pi \approx 200$  THz）で振動する上式最右辺の第1項、第2項は平均化され、DC 成分として出力される。また第4項はゼロとなる。残された第3項は  $(\Omega_{LO} - \Omega_S)/2\pi$  が帯域内に収まっている場合、時間変化する光電流  $I_{HPD}(t)$  として出力される。

$$I_{HPD}(t) \propto \text{DC 項} + E_C E_S \cos((\Omega_C - \Omega_S)t + (\phi_C - \phi_S)) \quad (4.38)$$

<sup>\*9</sup>HPD 表面での正確な偏光状態はわからないが、可干渉であるためには偏光状態が同じでありさえすればよい。

この差周波数  $(\Omega_C - \Omega_S)/2\pi$  で正弦波状に振動する信号のことはビート信号と呼ばれる。青側サイドバンド由来のビート信号の角周波数  $\omega_B$  と、赤側サイドバンド由来のビート信号の角周波数  $\omega_R$  は等しく、それぞれ次のような関係をもつ。

$$\begin{cases} \omega_B = \Omega_{\text{Blue}} - \Omega_C \\ \omega_R = \Omega_C - \Omega_{\text{Red}} \end{cases} \quad (4.39)$$

本研究で用いる HPD にはその光電流  $I_{\text{HPD}}(t)$  をさらに電圧  $V(t)$  に変換するオペアンプ回路が組み込まれており、HPD から出力されたビート信号はマイクロ波増幅器を経て、ネットワークアナライザのポート 2 に入力される。一方、ネットワークアナライザのポート 1 から出力したマイクロ波でマグノンポラリトンを強制励起しているため、マグノンと光の相互作用がコヒーレントな相互作用であれば、ブリルアン散乱光の電場は式 (4.36) の形で記述できるはずであり、HPD からの出力信号は式 (4.38) の形の初期位相の定まったビート信号となる。それゆえネットワークアナライザでの  $S_{21}$  測定（マイクロ波透過測定）を行った場合、マグノンポラリトンモードが存在するところでのみ透過信号が得られ、観測される位相もある特定の値をとることが予想される。

#### 4.2.4 実験

図 4.10(a) は、パワー透過係数  $|S_{21}|^2$  の、コイルに印加する電流とマイクロ波の周波数 ( $\omega/2\pi$ ) 依存性を観測した 2 次元マップである。図 4.10(c)(d) は前節までに観測したマグノンポラリトンモードのマイクロ波反射測定 ( $S_{11}$  測定) の結果を比較のために再掲した。コイルに入力する電流値は 100 mA から 700 mA まで 0.25 mA 刻みで変更し、この  $S_{11}$  測定と  $S_{21}$  測定は、各電流値において同時に行っている。

#### 考察

図 4.10(a) と (c) とを比較すると、ピークとディップの位置が完全に一致している様子が見て取れる。つまりこれはマグノンポラリトンを光で観測していることを示している。電流値 400 mA のとき（図 4.10(a) 中で破線で示した）の振幅・位相データを図 4.10(b) に青点で示す。

本測定では、ストークス光とアンチストークス光を両方測定している。なぜならば、キャリア光がローカルオシレータの役割も果たしており、それゆえ各サイドバンドとローカルオシレータとのビート信号周波数が等しくなるからである。そのため、実際に測定している振幅変換効率  $S_{\text{LM}}(\omega)$  は、式 (4.31)(4.32) を用いて次のように書ける。

$$S_{\text{LM}} = \frac{\sqrt{\eta}}{2i} \left( \left\langle \frac{\hat{b}_0^\dagger(\Omega - \omega)}{\hat{a}_{\text{in}}(\omega)} \right\rangle + \left\langle \frac{\hat{b}_0(\Omega + \omega)}{\hat{a}_{\text{in}}(\omega)} \right\rangle \right) \quad (4.40)$$

$$= \frac{g_m \sqrt{\eta} \kappa_c \zeta \chi_m(\omega) \chi_c(\omega)}{1 + g_m^2 \chi_m(\omega) \chi_c(\omega)} \quad (4.41)$$

ここで、 $\eta$  は HPD の変換効率やマイクロ波増幅器の増幅率など未知のパラメータをまとめて表した量である。この式を用いて、 $\eta\zeta$ ,  $\gamma$ ,  $g_m$  をフィッティングパラメータとしてフィットした結果を赤線で示した。先に予想したように位相は各周波数で特定の値を持っており、理論モデルでフィットすることができている。これはマグノンと光の間の相互作用がコヒーレント

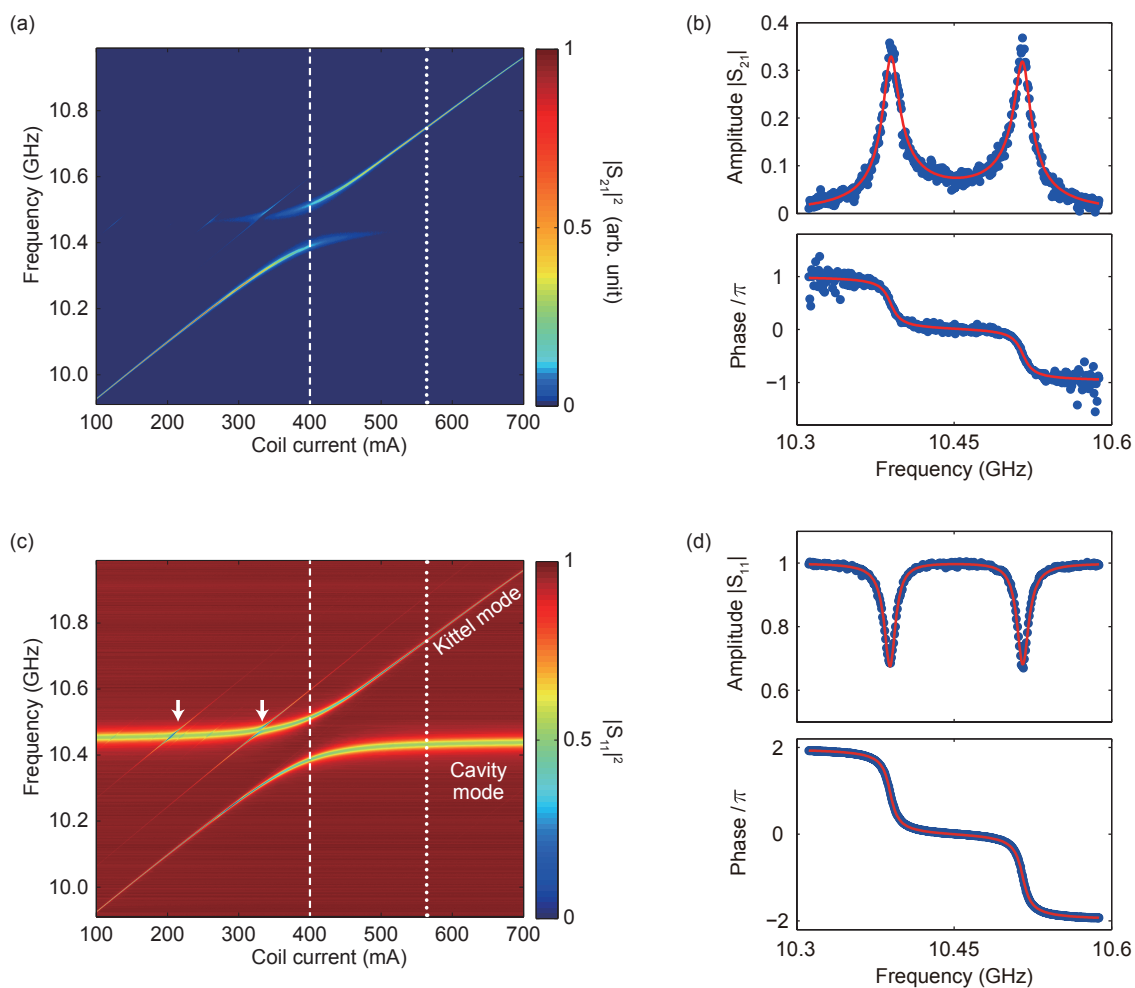


図 4.10: (a)  $|S_{21}|^2$  のコイル電流・マイクロ波周波数依存性。入力したキャリア光（ドライブ光）のパワーは  $450 \mu\text{W}$ 。 (b) コイル電流値 400 mA 時の  $|S_{21}|$  の振幅・位相データ。 (c) 図 4.6 を再掲。 (d) 図 4.5(b) を再掲。

であることを如実に示す結果となっている。フィッティングから得られたパラメータの値は  $\gamma/2\pi = 1.33 \text{ MHz}$ 、 $g_m/2\pi = 63.3 \text{ MHz}$  であり、表 4.1 との値と矛盾しない。

今、 $\eta$  の値が未知なため、光と Kittel モードとの結合強度  $\zeta$  をここでは割り出すことができない。次節以降、3つの独立した手法で  $\zeta$  の値を推定し、それらを比較する。



### 4.3 マグノンポラリトンを介した光からマイクロ波への変換

本節では、前節の逆変換である、光からマイクロ波への変換を行った実験について述べる。

マグノンポラリトンモードの共鳴周波数分離れた2色の位相コヒーレントな連続光を用意し、マイクロ波共振器中の球状 YIG サンプルに照射することにより、いわゆる誘導ラマン散乱過程によってマグノンポラリトンモードをコヒーレントに励起できると考えた。マグノンポラリトンモードと伝搬マイクロ波モードの結合は他の結合に比べ大きいと、励起されたマグノンポラリトンモードは優先的に伝搬マイクロ波となり、観測できると考え実験を行った。

#### 4.3.1 実験系

まず実験系について説明する。図 4.11(a) に光学系を示す。

波長 1550 nm の単色連続光（角周波数  $\Omega_C$ ）を Santec 社製のレーザー光源から出力させる。この光をキャリア光と呼び、このキャリア光を2つの経路に分ける。上側の経路の光は電気光学変調器（EOM）によって角周波数  $\omega_E$  で位相変調され、複数のサイドバンドを生成する。その後自由空間上でファブリーペロー型の光共振器をフィルターとして使い、+1 次のサイドバンド（角周波数  $\Omega_0 = \Omega_C + \omega_E$ ）のみ透過させる。さらにその後、偏光ビームスプリッタ（PBS）によって、下側の経路を通して来た光（角周波数  $\Omega$ ）と重ね合わせられる。

下側の経路の光は、音響光学変調器（AOM）によって角周波数  $\omega_A/2\pi = 80$  MHz 分だけ周波数シフトしている。下側の経路のミラーに付属しているピエゾは、2つの経路の光路長の揺らぎを抑えるために挿入している。これら2つの経路を通して来た2色の光の角周波数差は

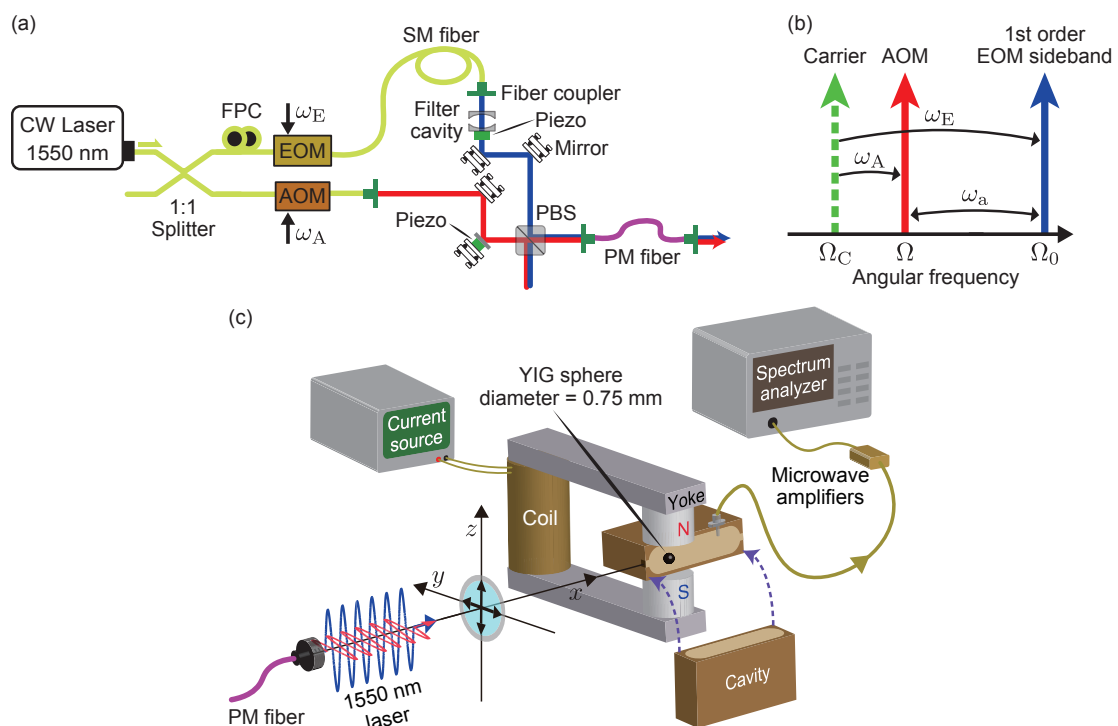


図 4.11: (a) 2 色の位相コヒーレント光を生成する光学系。(b) 3 色の光の角周波数関係。(c) マグノンポラリトンを介した光からマイクロ波へ信号変換を行う実験系。

図4.11(b)に示したように

$$\omega_a = \Omega_0 - \Omega \quad (4.42)$$

となっている。

PBS透過後の2色の光は、ファイバーカプラ直前において、PBSの性質から互いに直交した偏光状態となっている。この2色の光を偏光保存ファイバー（Polarization-maintaining fiber: PM fiber）に適切に結合<sup>\*10</sup>させ、偏光の直交性を保ったまま伝搬させる。これにより、図4.11(c)に示すように角周波数 $\Omega_0$ の光はZ偏光、角周波数 $\Omega$ の光はY偏光としてサンプルに照射することが可能となる。それぞれの光のパワーは約15 mWである。

今回の実験では、図4.11(b)に示したように、 $\Omega_0 > \Omega$ である。そのため、図4.7(a)のパラメトリックアンプ型の相互作用によって、マグノンポラリトンが励起される。

図4.11(c)にマグノンポラリトンを介して光からマイクロ波へ信号変換を行う実験系を示す。2色の直交した偏光状態をもつ光を球状YIGサンプルに照射することにより角周波数 $\omega_a$ をもったマグノンポラリトンが生成される。生成されたマグノンポラリトンのエネルギーは、表4.1でまとめた通り $\kappa_e \gg \kappa_i > \gamma$ であることから、マイクロ波1次元伝送線路に有意に結合する。そのようにして変換されたマイクロ波は、マイクロ波増幅器を経てスペクトラムアナライザに入ること、パワースペクトラムとして観測される。つまり、2色の位相コヒーレントな光によってマグノンポラリトンが生成された場合、角周波数 $\omega_a$ にデルタ関数に近いピークが観測されることが予想される。

### フィルター用光共振器

ここで、フィルター用に作製したファブリーペロー型の光共振器を構成するミラーの特性を表4.2にまとめておく。平面側には波長1550 nm対応のARコートが施されており、凹面側がミラーコーティングされている。

表 4.2: ミラーのパラメータ。

パラメータの種類	値
直径	12.7 mm
反射率	98 %
曲率半径	50 mm

この2枚の平凹ミラーの凹面を、ミラー間隔 $L = 3$  mmとして向かい合わせるにより、ファブリーペロー型光共振器を作製した。いわゆる自由スペクトル領域<sup>\*11</sup>（FSR）はミラー間隔 $L$ から次のように決定される。

$$\text{FSR} := \frac{c}{2L} = 50 \text{ GHz} \quad (4.43)$$

ここで $c$ は光速である。本節の実験では、周波数 $\omega_E/2\pi \approx 10$  GHzで位相変調されて生成した高次のサイドバンド光まで取り除きたかったため、ミラー間隔 $L$ を上記のように設定した。

<sup>\*10</sup>実際にはPBSとファイバーカプラの間に半波長板を挿入している。それを用いて、PMファイバーのもつSlow軸に一方の直線偏光軸をあわせている。これによりもう一方の光の偏光軸は自動的にファイバーのFast軸に一致することになる。PMファイバーからの出射側も同様に、ファイバーカプラとYIGサンプルの間に半波長板を挿入している。それを用いて角周波数 $\Omega_0$ の偏光をZ偏光に、角周波数 $\Omega$ の偏光をY偏光に合わせている。

<sup>\*11</sup>光共振器のミラー間隔によって決定される共鳴条件を満たす周波数間隔のこと。

また、この光共振器中心にビームウェストがくるよう光学系が調整しており、ウェストから 1.5 mm 離れた位置に存在するミラー曲面と光の波面とが一致するように、ミラーの曲率半径と直径を選定している。さらにミラーの反射率から、この光共振器のもつフィネス<sup>\*12</sup>が決定される。使用するミラーの反射率 98 % からフィネスを算出すると、155 と求まり、そこから共鳴線幅を求めると、約 300 MHz と求まる。フィルター共振器を透過させるサイドバンド（角周波数  $\Omega_0$ ）のすぐ隣のサイドバンドは  $\omega_E/2\pi \approx 10$  GHz だけ離れている。上で算出した共鳴線幅は、この値に比べ 2 桁小さな値となっており、これらのミラーを用いて構築する光共振器が十分フィルターとして役割を果たすと考えた。

図 4.11(a) において、フィルター用光共振器を構成するミラーの片側にピエゾ素子が付属している。様々な振動で揺らいでいるミラー間隔（共振器長） $L$  が一定になるよう、フィルター共振器からの反射信号を実際に取得し、ピエゾ素子にフィードバックを加えることで、共振器長の安定化を行っている。

### AOM を用いる理由

光学系（図 4.11(a)）において、AOM を使用している理由について述べておく。差周波数が  $\omega_a$  の位相コヒーレントな 2 色の光を作製するだけであれば、図 4.11(a) の光学系から AOM をなくし、EOM の位相変調角周波数を  $\omega_E = \omega_a$  とすれば良いはずである。しかし、この場合、EOM を駆動するマイクロ波（角周波数  $\omega_E$ ）の漏れ信号が自由空間中を伝搬し、スペクトラムアナライザが受信してしまうという現象の発生を確認した<sup>\*13</sup>。 $\omega_a = \omega_E$  であるため、パワースペクトラル上で観測する対象である  $\omega_a$  部分に常にコヒーレントなノイズが混入することになる。この状況を回避するため、AOM を導入し、観測角周波数  $\omega_a$  と EOM 駆動周波数  $\omega_E$  を異なる値とすることにした。

さらにこのようにすることで、もし仮にフィルター共振器から意図しない近接サイドバンド（角周波数  $\Omega_0 \pm \omega_E$ ）が透過してきてしまったとしても、+1 次のサイドバンド（角周波数  $\Omega_0$ ）と AOM によって周波数シフトした光（角周波数  $\Omega$ ）の差周波数だけが  $\omega_a = \Omega_0 - \Omega$  という関係を満たすため、意図しないフィルター共振器からの透過光の寄与を無視することができる。これは定量的な考察を行う際に重要となる。

以上 2 つの理由から光学系に AOM を使用している。

### 4.3.2 実験

コイルに入力する電流値が 564 mA のとき<sup>\*14</sup>に観測されたノイズスペクトラルを図 4.12(a) に示す。観測されている幅の広いピーク構造は、光を照射していない状況でのマグノンポラリトンモードの熱ノイズスペクトラルである。一方、図 4.12(a) の挿入図は、2 色の光を照射したときのスペクトラルである。幅の広い熱ノイズの上に非常に細いピークが存在するのがわかる。このピークの周波数は  $(\Omega_0 - \Omega)/2\pi$  と一致している。これは 2 色の光によってマグノンポラリトン励起がされている明らかな証拠である。

光子からマイクロ波光子間への変換効率  $|S_{ML}|^2 = |\langle \hat{a}_{out}(\omega_a)/\hat{b}_{in}^\dagger(\Omega) \rangle|^2$ （式 (4.33) 参照）は、実験系に含まれるマイクロ波増幅器や同軸ケーブルといった増幅や損失を伴う部品を一括して

<sup>\*12</sup>FSR と共鳴線幅の比

<sup>\*13</sup>マイクロ波共振器が受信アンテナになっていると予想している。

<sup>\*14</sup>図 4.10(a)(c) 上で対応する部分を点線で表した。

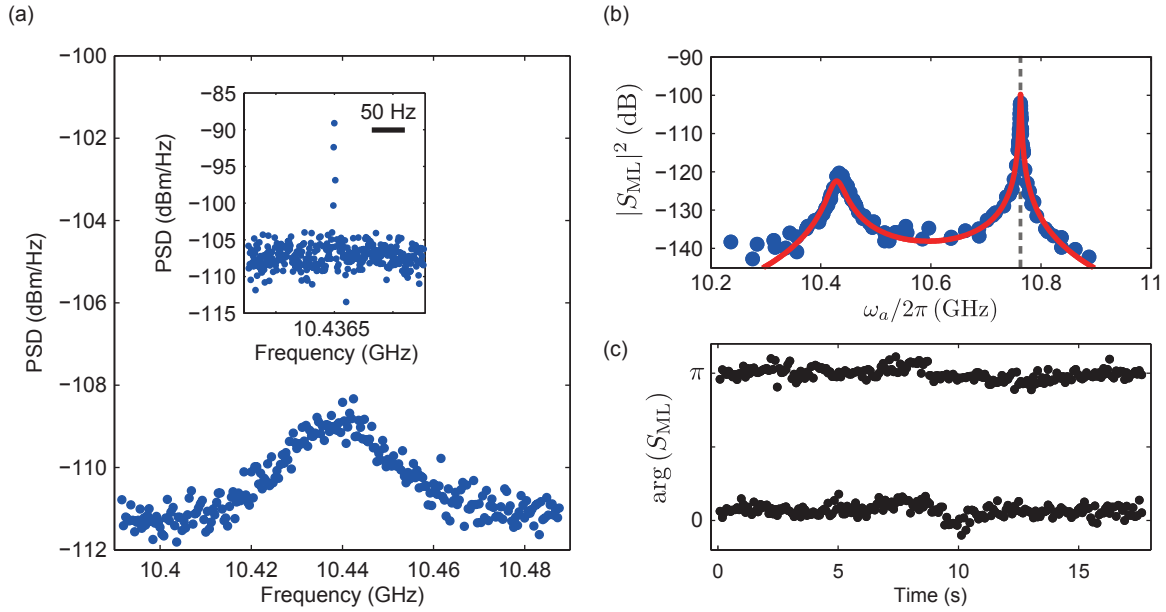


図 4.12: (a) コイルに入力する電流が 564 mA のとき（図 4.10(a)(c) において点線で示した）のパワースペクトラル。マグノンポラリトンモードの周波数の低い方のモードの熱ノイズを観測している。挿入図は 2 色の光を照射した際に得られる非常に細いピーク構造である。(b) 較正された光子変換効率  $|S_{\text{ML}}|^2$  の周波数  $\omega_a/2\pi$  依存性。(c) 生成マイクロ波の位相  $\arg(S_{\text{ML}})$  の時系列データ。上下のデータは、2 色の光の相対位相差をちょうど  $\pi$  変化させて測定した結果である。

較正することで得ることができる [37]。コイルに入力する電流値を 564 mA とし一定のまま、2 色の光の角周波数差  $\omega_a$  を掃引して観測した、 $|S_{\text{ML}}|^2$  の  $\omega_a$  依存性を図 4.12(b) に示す。最も高い部分で約  $10^{-10}$  の変換効率であることがわかる。また、式 (4.33) を用いて  $\zeta$  のみをフィッティングパラメータとしてフィッティングした結果を赤線で示した。その結果

$$\frac{\zeta}{2\pi} = 0.18 \text{ mHz} \quad (4.44)$$

と求まった。

最後に、この変換が位相コヒーレンスを保っていることをより明確に示すため、スペクトラムアナライザをネットワークアナライザに置き換え、生成されたマイクロ波の位相 ( $\arg(S_{\text{ML}})$ ) の時間依存性を観測する実験を行った。2 色の光の相対位相差の揺らぎがなくなるよう、この実験中は図 4.11(a) の下側の経路に挿入している piezo 素子にフィードバック制御を行って相対位相差の安定化を行っている。図 4.12(c) は、生成された約 10.8 GHz の周波数をもつマイクロ波<sup>\*15</sup>の位相の時間依存性である。上下のデータは、2 色の光の相対位相差を  $\pi$  だけ変化させたデータである。この結果は、光からマイクロ波への変換が位相コヒーレンスを保っていることを明確に示している。

\*15 図 4.12 中の破線部分。

## 4.4 異なる手法を用いた $\zeta$ の推定

$\zeta$ を求めるために、以下2種類の方法で $G$ の値を推定する。

### 4.4.1 コヒーレント光のショットノイズを用いた $G$ の推定

Kittel モードと光の結合強度を与える $\zeta$ を前節とは異なる手法（マイクロ波共振器を使わずに単巻コイルを用いる）を用いて推定する。それにはコヒーレント光のパワーを観測した際に現れる「ショットノイズ」を活用する。主に以下の2段階を踏んで推定を行う。

#### 1、 FMR 測定と Kittel モードのコヒーレント励起

図4.13(a)のような測定系を組み、単巻コイルを用いてネットワークアナライザのマイクロ波反射測定によってFMRを測定する。その結果から図4.13(c)のパラメータ $\omega_K$ ,  $\kappa_e$ ,  $\kappa_i$ を推定することができる。その後、ネットワークアナライザからKittelモードの共鳴周波数 $\omega_K/2\pi$ をもったマイクロ波を入力することで強制的にKittelモードを励起する。

#### 2、 Kittel モード誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定

Kittel モードによって散乱された散乱光をヘテロダイン測定する。スペクトラムアナライザを用いて取得できるパワースペクトラルには、散乱光由来の信号と、キャリア光由来のショットノイズの情報が含まれており、それらを比較することで $\zeta$ を推定することが可能となる。

以下で図4.13(a)に示した測定系と実験結果について説明する。測定系は図4.9と似ているが多少異なる。まずマイクロ波共振器はなく、単巻コイルを用いてKittelモードとマイクロ波を結合している。また球状YIGサンプルの直径が0.75 mmのものを使用していたがここでは0.4 mmのものを使っている。

単巻コイルを用いてネットワークアナライザのマイクロ波反射測定によってFMRを測定した結果が図4.13(b)である。反射係数 $S_{11}(\omega)$ は式(5.6)同様

$$S_{11}(\omega) = \left\langle \frac{\hat{a}_{\text{out}}}{\hat{a}_{\text{in}}} \right\rangle = \frac{\kappa_e}{i(\omega - \omega_K) + \frac{\kappa_i + \kappa_e}{2}} - 1 \quad (4.45)$$

となる。実験において、 $\omega = \omega_K$ のとき反射係数がゼロとなっていることから、 $\kappa_e = \kappa_i$ のいわゆる臨界結合の状況になっていることがわかる。このとき、Kittelモードの共鳴周波数を持ったマイクロ波（ $\omega_{\text{mw}} = \omega_K$ ）を入力すると、Kittelモードのマグノン個数スペクトル密度 $S_K(\omega)$ は式(H.7)同様、次のように書ける（付録H参照）。

$$S_K(\omega) = \frac{P_{\text{mw}}}{\hbar\omega\kappa_e} 2\pi\delta(\omega - \omega_{\text{mw}}) \quad (4.46)$$

ここで $P_{\text{mw}}$ は入力するマイクロ波パワーである。

次にこの励起されたKittelモードによってブリルアン散乱された散乱光をヘテロダイン測定する。図4.13(a)に示したように、波長1550 nmの連続光を+45°偏光にして球状YIGサンプルに入力する。この光をキャリア光と呼ぶ。サンプル手前に設置したレンズによってサンプル位置付近にビームウェスト（ビーム直径は約0.1 mm）がくるようキャリア光を調整している。透過してきたキャリア光はPBSに通され、反射するZ偏光だけをファイバーカプラに入

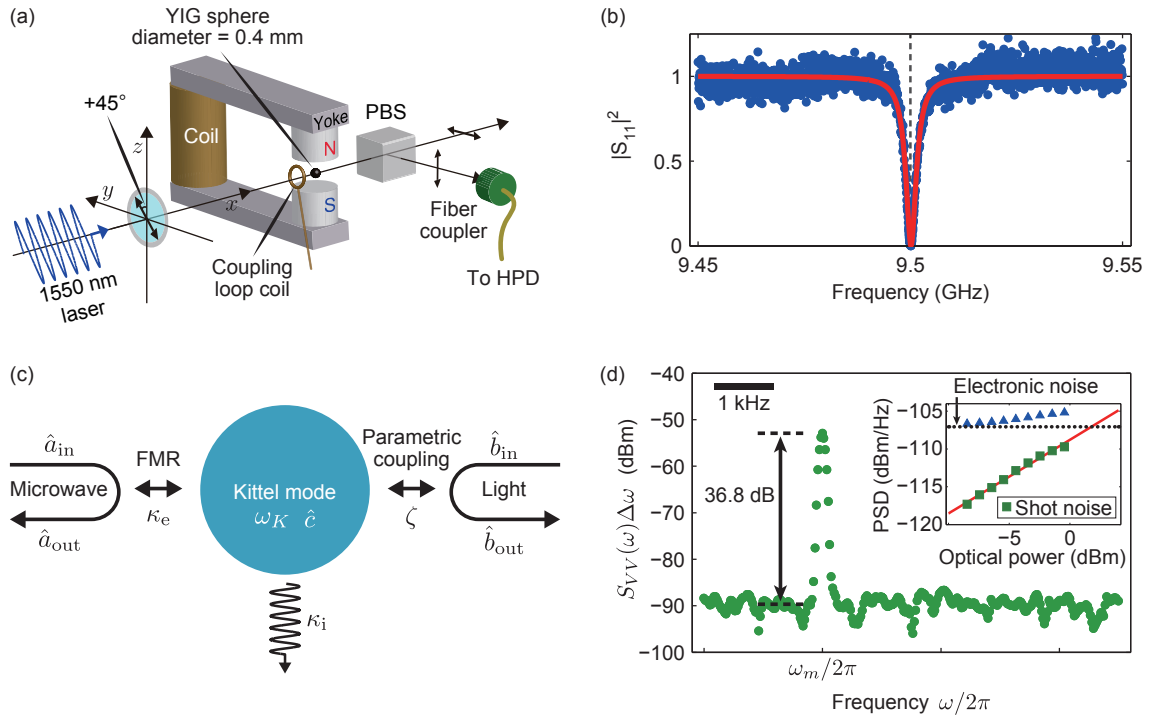


図 4.13: ショットノイズを用いた  $\zeta$  推定手法。(a) 測定系。単巻コイルは飽和磁化に垂直な振動磁場を発生させる。入力光は  $+45^\circ$  偏光に設定し、サンプル透過後の Z 偏光成分を HPD に入力する。HPD は Z 偏光光子フラックスを電圧瞬時値に変換し、その電圧はスペクトラムアナライザによって、式 (4.56) のパワースペクトル密度として観測される。(b) 単巻コイルを介して観測されたマイクロ波の反射係数  $|S_{11}|^2$ 。青点が測定データであり、赤線は式 (4.45) を用いてフィッティングした結果を示す。(c) 伝搬マイクロ波モード、Kittel モード、伝搬光モードの 3 者が結合しているモデル。(d) 観測されたパワースペクトラム。スペクトラムアナライザの分解能帯域幅  $\Delta\omega/2\pi$  は 100 Hz である。挿入図は、全ノイズのパワースペクトル密度（青三角）とそこから一定値である電気ノイズを差し引いた値（緑四角）のレーザーパワー依存性を示している。後者は赤線で示したようにレーザーパワーに対して線型に上昇している。メインの図はレーザーパワーが  $-0.5$  dBm のときの結果であり、既に電気ノイズを差し引いたものを示している。

力する。この際キャリア光ファイバーに最大限結合するように調整しているため、キャリア光と同じ光路を辿るマグノン誘起ブリルアン散乱光のみがファイバーに入ることになる。このキャリア光と散乱光は HPD に入力されビート信号に変換され、マイクロ波増幅器を経てスペクトラムアナライザに入力される。

#### 実験で得られるパワースペクトルと $G$ 値との関係

このようにして得られるパワースペクトルから、どのようにして  $G$  の値を求めるのかを説明する。

まず HPD から出力される電圧瞬時値  $\hat{V}_D(t)$  は Z 偏光状態の光のパワーないしは光子フラックスに比例する。つまり、

$$\hat{V}_D(t) \propto \hat{b}_z^\dagger(t) \hat{b}_z(t) = A (\hat{s}_0(t) - \hat{s}_y(t)) \quad (4.47)$$

と書ける。最右辺は特殊ストークス演算子を用いて書き直した。 $A$  はビームの断面積である。 $\hat{s}_0(t)$  は単位面積あたりの全光子フラックスを表す。つまり

$$\hat{s}_0(t) = \frac{1}{A} \frac{P_{\text{in}}}{\hbar \Omega} = \frac{|\beta|^2}{A} \quad (4.48)$$

と書ける。 $P_{\text{in}}$  は入力光のパワーであり、 $\Omega$  はその角周波数である。 $\beta$  は記述を簡便にするために新たにここで定義した。 $\hat{s}_y(t)$  のマグノンとの相互作用による時間発展は、式 (G.6) で書ける。

$\hat{V}_D(t)$  の自己相関関数の真空期待値は、

$$\langle \hat{V}_D(0) \hat{V}_D(t) \rangle_0 \propto \frac{1}{4} |\beta|^4 + \frac{1}{4} |\beta|^2 \delta(t) + \frac{1}{4} |\beta|^2 \delta(t) + \frac{1}{4} G^2 c^2 \tau^2 |\beta|^4 \langle \hat{j}_x(t) \hat{j}_x(0) \rangle \quad (4.49)$$

与えられる<sup>\*16</sup>。第一項はオフセット、第二項と第三項はショットノイズ、第四項は磁化密度演算子（式 (E.11)）を含みマグノンと結合していることによって発現している項である。磁化密度演算子の自己相関関数の期待値は、

$$\langle \hat{j}_x(t) \hat{j}_x(0) \rangle = \frac{N}{4V_s^2} \langle (\hat{c}(t) \hat{c}^\dagger(t)) (\hat{c}(0) \hat{c}^\dagger(0)) \rangle \quad (4.50)$$

$$= \frac{N}{4V_s^2} \left( \langle \hat{c}(t) \hat{c}(0) \rangle + \langle \hat{c}(t) \hat{c}^\dagger(0) \rangle + \langle \hat{c}^\dagger(t) \hat{c}(0) \rangle + \langle \hat{c}^\dagger(t) \hat{c}^\dagger(0) \rangle \right) \quad (4.51)$$

$$= \frac{N}{4V_s^2} \left( \langle \hat{c}(t) \hat{c}^\dagger(0) \rangle + \langle \hat{c}^\dagger(t) \hat{c}(0) \rangle \right) \quad (4.52)$$

$$= \frac{N}{4V_s^2} \left( \langle \hat{c}^\dagger(-t) \hat{c}(0) \rangle + \delta(t) + \langle \hat{c}^\dagger(t) \hat{c}(0) \rangle \right) \quad (4.53)$$

と書き換えることができる。ウィーナー・ヒンチンの定理と式 (4.46) の個数スペクトル密度  $S_K(\omega)$  を用いると、

$$\langle \hat{j}_x(t) \hat{j}_x(0) \rangle = \frac{N}{4V_s^2} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} S_K(\omega) e^{-i\omega t} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} S_K(\omega) e^{i\omega t} + \delta(t) \right) \quad (4.54)$$

$$= \frac{N}{4V_s^2} \left( \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}} e^{-i\omega_{\text{mw}} t} + \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}} e^{i\omega_{\text{mw}} t} + \delta(t) \right) \quad (4.55)$$

という形に書くことができる。この式 (4.55) を式 (4.49) に代入し、 $\langle \hat{V}_D(0) \hat{V}_D(t) \rangle_0$  をフーリエ変換することにより、パワースペクトル密度  $S_{VV}(\omega)$  が得られる。

$$\begin{aligned} S_{VV}(\omega) &\propto \frac{1}{2} |\beta|^2 + \frac{1}{4} G^2 c^2 \tau^2 |\beta|^4 \frac{N}{4V_s^2} \left( \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}} 2\pi \delta(\omega - \omega_{\text{mw}}) + 1 + \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_m} 2\pi \delta(\omega + \omega_{\text{mw}}) \right) \\ &\propto \frac{1}{2} |\beta|^2 + \frac{1}{16} |\beta|^4 N \frac{l^2}{V_s^2} \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}} (2\pi \delta(\omega - \omega_{\text{mw}}) + 2\pi \delta(\omega + \omega_{\text{mw}})) \end{aligned} \quad (4.56)$$

途中  $c\tau = l$  を用いた。ここで周波数  $\omega_m$  に存在するパワースペクトル密度のピーク値の周りで、バンド幅  $\Delta\omega$  で積分しパワーの次元としたパワースペクトル  $S_{VV}(\omega_m) \Delta\omega$  を計算すると、

$$S_{VV}(\omega_m) \Delta\omega \propto \underbrace{\frac{1}{2} |\beta|^2 \Delta\omega}_{\text{Shot noise}} - \underbrace{\frac{1}{16} G^2 |\beta|^2 N \frac{l^2}{V_s^2} \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}}}_{\text{Magnon signal}} \quad (4.57)$$

<sup>\*16</sup>最後の項の  $\beta$  の指数 4 は論文 [37] での値 2 と異なるが、論文側の誤字でありこちらの 4 が正しい。

となる。第一項がショットノイズのパワーを表し、第二項がマグノンのシグナルパワーである。これよりノイズとマグノンシグナルとのパワー比  $F_{\text{SNR}}$  は

$$F_{\text{SNR}} = \frac{\frac{1}{16} G^2 |\beta|^2 N \frac{l^2}{V_s} \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}}}{\frac{1}{2} |\beta|^2 \Delta \omega} = \frac{1}{8} G^2 \frac{P_{\text{in}}}{\hbar \Omega} \frac{N}{V_s} \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}} l^2 \frac{1}{\Delta \omega} \quad (4.58)$$

となり、この値  $F_{\text{SNR}}$  は実験結果から求めることができる。

#### 実験結果を用いた $G$ 値の推定

図 4.13(d) の  $P_{\text{mw}} = -40 \text{ dBm}$  に対するデータのピーク部分を除いて平均をとり、測定された分解能帯域幅 (Resolution bandwidth: RBW) 100 Hz 当たりのノイズパワーを算出すると、 $-85.2 \text{ dBm}$  となる。図 4.13(d) のインセットで評価した電氣的ノイズの値を差し引くと、ショットノイズパワーが得られる。RBW = 100 Hz 当たりの、ショットノイズパワーは  $-89.8 \text{ dBm}$  である。一方 Kittel モード由来のシグナルのピークパワーは  $-52.9 \text{ dBm}$  である。よってパワー比  $F_{\text{SNR}}$  は

$$F_{\text{SNR}} = 36.8 \text{ dB} \quad (4.59)$$

と求まった。結合定数  $G$  は面積の次元にとってあり、散乱断面積の一種であると考えられる物理量である。総スピン数  $N$  は文献から、そして  $G$  以外のパラメータは実験で決定できる物理量である。 $G$  についてあらわな形で書くと、次のようになる。

$$G^2 = \frac{F_{\text{SNR}}}{\frac{1}{8} \frac{P_{\text{in}}}{\hbar \Omega} \frac{N}{V_s} \frac{P_{\text{mw}}}{\kappa_e \hbar \omega_{\text{mw}}} l^2 \frac{1}{\Delta \omega}} \quad (4.60)$$

この式を用いて  $G$  の値を実験値から求めることが可能となる。式 (4.60) の右辺の分母の各パラメータを表 4.3 にまとめた。 $N/V_s$  は YIG のスピン密度であり、表 2.1 を用いて求めた。

表 4.3: 各パラメータ。  $c$  は光速。

パラメータの種類	記号	値
入力光のパワー	$P_{\text{in}}$	0.9 mW
入力マイクロ波パワー	$P_{\text{mw}}$	-40 dBm
Kittel モードと伝送線路の結合	$\kappa_e/2\pi$	1.5 MHz
入力光の角周波数	$\Omega/2\pi$	$c/1550 \text{ nm}$
Kittel モードの角周波数	$\omega_K/2\pi$	9.5 GHz
球状 YIG サンプルの直径	$l$	0.4 mm
YIG の電子スピン密度	$N/V_s$	$2.1 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$
測定器の分解能帯域幅 (RBW)	$\Delta \omega$	100 Hz

これらの結果を用いて  $G$  を見積もると、

$$G_{\text{exp}} = 8.1 \times 10^{-26} \text{ m}^2 \quad (4.61)$$

となる。 $G_{\text{exp}}$  はその性質から正の値とした。



### 4.4.2 磁気光学定数を用いた $G$ の推定

この結合定数 $G$ は、実は Verdet 定数 $C_{\text{Verdet}}$ からも導出できる。YIG は古くから研究されている物質であるため、磁気光学定数（Verdet 定数）について文献値が存在する。Verdet 定数とは、光の伝搬方向と同じ方向にスピンを偏極させ、光がそのスピン集団と相互作用することでどれだけ偏光が回転するかを表す物理量である。単位は $[\text{rad/cm}]$ であり、YIG は $4.19 \text{ rad/cm}$ という値をもつ（表 2.1）。我々の座標系にあてはめると、X 方向にスピンを偏極させた状況であり、そのような場合スピン密度演算子 $\hat{j}_x(0)$ の期待値 $\langle \hat{j}_x(0) \rangle$ は非常に大きな値となる。この場合、ストークス演算子の運動方程式は次のように書ける。

$$\hat{s}_y(\tau) = \cos(Gc\tau\hat{j}_x(0))\hat{s}_y(0) - \sin(Gc\tau\hat{j}_x(0))\hat{s}_z(0) \quad (4.62)$$

$$\hat{s}_z(\tau) = \sin(Gc\tau\hat{j}_x(0))\hat{s}_y(0) + \cos(Gc\tau\hat{j}_x(0))\hat{s}_z(0) \quad (4.63)$$

ファラデー回転角 $\phi_F$  (rad) は、ストークス演算子の回転角の半分であるので

$$\phi_F = \frac{1}{2}Gc\tau\langle \hat{j}_x(0) \rangle \quad (4.64)$$

と書ける。

$$c\tau = l \quad (4.65)$$

$$\langle \hat{j}_x(0) \rangle = \frac{1}{2} \frac{N}{V_s} \quad (4.66)$$

$$\phi_F = C_{\text{Verdet}} \times l \quad (4.67)$$

の関係を使うことで

$$C_{\text{Verdet}}l = \frac{1}{4}G\frac{N}{V_s}l \quad (4.68)$$

という関係式が得られる。この式から得られる $G$ を $G_{\text{Verdet}}$ とすると、

$$G_{\text{Verdet}} = 8.0 \times 10^{-26} \text{ m}^2 \quad (4.69)$$

となる。以上の結果より、実験的に求めた結合定数 $G_{\text{exp}}$ と Verdet 定数の文献値から導出した $G_{\text{Verdet}}$ がほぼ一致し、矛盾しないことがわかる。

### 4.4.3 $\zeta$ の推定

$\zeta$ の定義式（式 (4.21)）からわかるように、 $\zeta$ はサンプルのサイズ、そして入力光のパワーにあらわに依存する量である。そこで、本章での中心的な実験であるマグノンポラリトンモードの実験時のパラメータに揃えて $\zeta$ の値を算出することとする。パラメータは以下の表にまとめた。

表 4.4:  $\zeta$ 算出用パラメータ

パラメータの種類	記号	値
散乱断面積	$G_{\text{exp}}$	$8.1 \times 10^{-26} \text{ m}^2$
入力光の光子フラックス	$\frac{P_{\text{in}}}{\hbar\Omega_0}$	$1.2 \times 10^{17} \text{ Hz}$
サンプルの直径	$l$	$0.75 \text{ mm}$
サンプルの体積	$V_s$	$\frac{4\pi}{3} \times 0.38^3 \text{ mm}^3$
YIG の電子スピン密度	$N/V_s$	$2.1 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$

各パラメータを式 (4.21) に代入して求めた  $\zeta$  の値は、

$$\frac{\zeta}{2\pi} = 0.25 \text{ mHz} \quad (4.70)$$

となった。

光からマイクロ波への変換実験から得られた  $\zeta$  の値（式 (4.44)）と比較しても同様の値が得られたことがわかる。

## 4.5 本章のまとめ

本章では、マグノンポラリトンモードを用いた光-マイクロ波波長変換の実証実験を行った。本実験から以下の成果を得ることができた。

1. 双方向変換ともコヒーレントな変換が可能であることを示した。
2. これまで用いられてきたフェムト秒パルスレーザーを用いた励起 [40] ではなく、2 色の連続光によってもコヒーレントにマグノンが励起できることを実証した。
3. 本実験における状況では光子数変換効率が約  $10^{-10}$  のオーダーであることを定量的に示した。
4. パラメトリック結合の結合定数  $\zeta$  を 3 つの異なる手法で推定し、大きく違いのない結果が得られた。
5. マグノンポラリトンモードを用いた波長変換器のモデルの構築に成功した。

本研究において、マグノンを用いた波長変換器の変換効率を定量的に求め、モデルとの一致をみることが可能となった要因は、我々の系が **Kittel モード** を選択的に励起できるという点にある。先行研究の多くが薄膜サンプルを用いて実験を行っていたため [41, 42]、マグノンモードを選択できず、我々が構築したようなモデルでの解析は不可能であった。

しかし、この定量的な研究によって、逆にマグノンと光の相互作用の弱さを浮き彫りにする結果となった。図 4.14 に、本章の実験で用いた結合系の各種結合定数をまとめた。全て実験結果をフィッティングすることで得られた値である。光と **Kittel モード** 間の結合が明らかに弱いことが見て取れる。そこで、このマグノンと光の相互作用の強度を高めるべく、キャビティオプトメカニクス的手法をマグノンに適用する、キャビティオプトマグノニクス研究が始まった [30, 43, 34]。しかし、現状の理論予想では、この 1 マグノン散乱過程を用いてのマグノン冷却や量子波長変換器の実現は難しい。1 マグノン散乱過程による散乱効率がマグノンの損失レートを大きく下回っており、マグノンはすぐに環境に散逸してしまうからである。

結合増強に関するその他の案としては、物質の変更、または  $\zeta$  (式 4.21) が  $1/l$  と試料長さに反比例する性質を持つことから磁性体のサイズの縮小などが挙げられる。

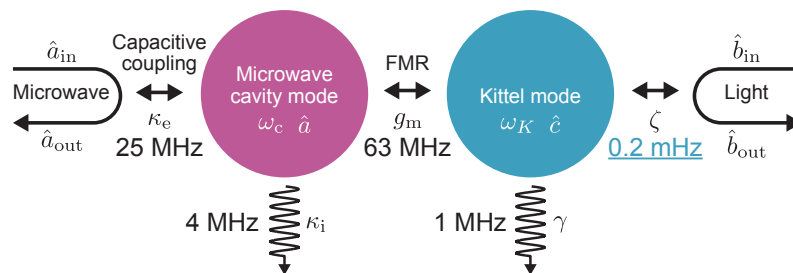


図 4.14: 本章で用いた結合系のモデル。各実験から得られた結合定数の値を記した。

## 第5章 2マグノン散乱

近年、マグノンの動的なボースアインシュタイン凝縮（BEC）生成の成功が報告され[10]、2つのマグノン BEC 間での超スピン流の観測にも期待が寄せられている。現状のマグノン BEC 研究では、多量のマグノンをマイクロ波パルスで励起し、その後マグノン間の内在的な4体散乱を用いて自然に冷却させ、マグノンが動的 BEC を形成するのを待つ手法をとっている[12]。しかし、C. Kittel によればその内在的な4体散乱の散乱断面積は約  $10^{-25}$  cm と非常に小さい[13]。それゆえ、大半のマグノンは冷却される前に他の自由度へと緩和してしまう。

そこでそのマグノン冷却を、高次のマグノン誘起ブリルアン散乱過程を用いてアシストできないかと考えた。2マグノン散乱過程が存在すれば、光を用いたマグノン冷却を実現できる可能性がある。そこで本研究では、まずその第一歩として、1マグノン散乱過程の理論を自然に拡張した形で2マグノン散乱過程を予想し、実験での観測を目指した。

既に第3章の3.4.3節と3.4.4節において、2マグノン散乱過程の理論的予想について述べた。そこで予想された散乱が実際に発現するのか、我々のヘテロダイン測定系で観測を試みた結果を本章でまとめる。

まず最初にヘテロダイン測定系について説明し、その後観測結果を述べ、最後に考察を行う。

### 5.1 マグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定系

本節では、球状 YIG サンプルを用いたマグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定系について説明する。ここでは静磁場と光の伝搬方向が同じである、いわゆるファラデー配置の場合を例に述べるが、静磁場と光の伝搬方向が直交している状況のフォークト配置の場合でも同様に考えることができる。

実験系の全体像を図 5.1(c) に示す。この測定系では、主に以下の3つの手順に沿って測定を行っている。

#### 手順 1、 FMR 測定とマグノンのコヒーレント励起

磁気回路のギャップ中心に設置した球状 YIG 近くに一巻きコイルを設置し、ネットワークアナライザのマイクロ波反射測定を用いて強磁性共鳴（FMR）を測定する。その実験結果から、FMR 周波数や線幅がわかり、そのデータを解析することでマグノンとマイクロ波の結合の強さや、マグノンから環境への損失の度合いを推定することができる。その後、ネットワークアナライザをマイクロ波発振器に取り替え、FMR 周波数に合わせたコヒーレントマイクロ波を発振器から球状 YIG サンプルに入力することで、マグノンをコヒーレントに強制励起することが可能となる。加えて、マイクロ波発振器の初期位相を変化させることが可能なため、強制励起されているマグノンの初期位相を変化させることも可能となる。

#### 手順 2、 マグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定

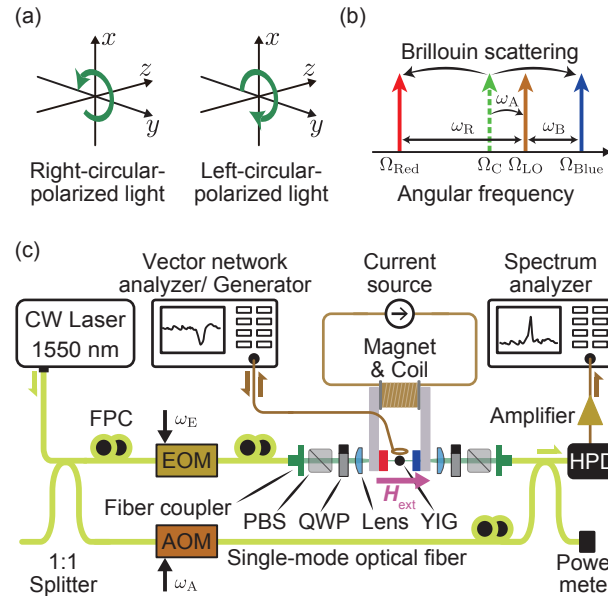


図 5.1: ファラデー配置でのマグノン誘起ブリルアン散乱のヘテロダイン測定。(a) 光の伝搬方向を  $z$  方向に伝搬する光の偏光基底。図 3.7(a) と同じ。(b) キャリア光、ブリルアン散乱によって生成されるサイドバンド光、そして AOM によって生成される LO 光の周波数関係。慣習にのっとり、周波数が上方にシフトした側にてのサイドバンド光を青側サイドバンド (Blue sideband)、下方にシフトしたサイドバンド光を赤側サイドバンド (Red sideband) と本論文でも呼ぶ。(c) ヘテロダイン測定用の光学系の主要部分。各部分の詳しい説明は本文で述べる。

強制励起されたコヒーレントなマグノンによってブリルアン散乱された散乱光をヘテロダイン測定する。入力するキャリア光の偏光と観測する散乱光の偏光は、図 5.1(a) のようにそれぞれ 2 通り選択することが可能<sup>\*1</sup>であり、計 4 通りの条件で計測を行うことができる。また、ストークス光とアンチストークス光を弁別するために、キャリア光の周波数を音響光学変調器 (Acousto-optic modulator: AOM)<sup>\*2</sup>を用いて 80 MHz だけ上方変換し、それを局部発振 (Local oscillator: LO) 光として準備している。この LO 光と散乱光 (ストークス光・アンチストークス光) とを干渉させると、2 つのビート周波数が発生する (図 5.1(b))。それは高速光検出器 (High-speed photodetector: HPD) を用いることで電気信号に変換でき、スペクトラムアナライザ上でパワースペクトラムとして検出可能となる (図 5.1(c))。この 2 つのビート信号には、ストークス光とアンチストークス光の強度・周波数・位相の情報が含まれている。現在市販されている通信波長帯の高速光検出器のもつ帯域の上限は 10 GHz を上回る。それゆえ、このようなヘテロダイン測定は比較的容易に行える。

### 手順 3、ヘテロダイン測定系の較正

励起マグノン数、キャリア光子数、そして散乱光子数がわかればマグノン誘起ブリルアン散乱の効率に換算できる。励起マグノン数は上述した 1 の測定からわかる。一方、キャリア光子数と散乱光子数を知るには較正作業が必要となる。散乱光は LO 光と混ざって HPD に入り、ビート周波数をもつ電気信号となって排出される。その電気信号はマイク

<sup>\*1</sup>偏光依存ビームスプリッタ (PBS) と 1/4 波長板 (QWP) の組み合わせで可能となる。

<sup>\*2</sup>音響フォノン誘起ブリルアン散乱によって散乱された光を出力する光学系。波数をもったフォノンを用いるため、散乱光は入力光とは異なる波数ベクトルをもつ。本研究で用いる AOM はファイバー融着されているタイプであり、+1 次のサイドバンドのみ出力する。通信波長帯の AOM の変調帯域の上限は 200 MHz 程度である。

ロ波増幅器を経てスペクトラムアナライザに至り、パワースペクトラムとして観測される。この一連の過程には周波数特性をもつ HPD・マイクロ波増幅器・同軸線路が含まれる。そのため、スペクトラムアナライザ上のビート信号のパワーと散乱光子数の間の関係は周波数にあらわに依存する。その周波数特性を取得する校正作業が必要となる。

## 光学系

以下では、図 5.1(c) で示した光学系についてより詳しく説明する。Santec 社製の CW レーザー光源から波長 1550 nm の連続光を出力させる。この光を「キャリア光」と呼ぶことにする。キャリア光はシングルモードファイバーのファイバー分岐 (Splitter) によって上下の経路に等パワーで分岐される。

まず上側の経路から説明する。ファイバー偏光制御器 (Fiber polarization controller: FPC)<sup>\*3</sup> を用いて、電気光学変調器 (Electro-optic modulator: EOM)<sup>\*4</sup> に設定されている入力偏光状態にキャリア光の偏光状態を揃える。EOM に角周波数  $\omega_E$  のコヒーレントな電気信号を入力した場合、サイドバンド光を生成することが可能となるが、電気信号を入力しない場合にはキャリア光になんら影響を与えない。この EOM には、上述した校正作業を行う際にのみ電気信号を入力し、マグノン誘起ブリルアン散乱を観測する際には入力しない。EOM を通過した光は、再度 FPC を通過し、ファイバーカップラーによって自由空間に平行光線として出力される。偏光依存ビームスプリッター (Polarization beam splitter: PBS) によって規定されたある直線偏光のみが透過するが、ファイバーカップラー直前の FPC を調節することで PBS を透過する光強度を最適化することが可能となる。PBS 後の直線偏光は 1/4 波長板 (QWP) によって、右回り円偏光 (R 偏光) ないしは左回り円偏光 (L 偏光) に変換される。その後平凸レンズによって絞られ、ビームウェスト付近に位置する球状 YIG サンプルの中心を通るように入射させる<sup>\*5</sup>。その後再びレンズによって平行光線に戻し、QWP と PBS のセットによって、R 偏光ないしは L 偏光のみを選択的に通過させ、ファイバーカップラーを用いてシングルモードファイバーに戻す。このとき、常にキャリア光が最大限ファイバーに戻るよう光学系を調整している。それゆえキャリア光と同じ光路を伝搬するマグノン誘起ブリルアン散乱光のみがファイバーに結合することになる。

続いて下の経路について述べる。AOM に入力されたキャリア光は、周波数を 80 MHz 上方にシフトさせられ出力される。この光を「局部発振 (Local oscillator: LO) 光」と呼ぶことにする。

その後 LO 光は FPC を経てファイバー結合器によって上側の経路を通ってきた光と混ぜ合わされ HPD に入る。ヘテロダイン測定を行うには下側を通過してきた LO 光と上側を通ってきた光 (キャリア光と散乱光) の偏光状態を HPD 受光部において一致させなければならない。そこで、キャリア光と LO 光によるビート信号 (80 MHz) をスペクトラムアナライザ上で観測し、そのシグナル強度が最大になるよう、ファイバー分岐手前の FPC を調整をする。これにより上下側の光の偏光状態を HPD 受光部で一致させることができる。

<sup>\*3</sup> シングルモードファイバーのある一区間に系統的に圧力を加えることによりその区間における応力誘起の複屈折率を制御し、疑似的に波長板と同様の働きをする光学系のこと。それらを 2 つ続けて用いることにより、任意の偏光状態を出力させることが可能になる。

<sup>\*4</sup> ポッケルス効果 (結晶に印加した電場強度に比例して結晶の複屈折率に変調される効果) を用いることで入力された光に変調をかける光学系。位相変調をかける場合、入力偏光を定められた偏光状態に設定しなければならない。通信波長帯での EOM の変調帯域の上限は 20 GHz 程度。

<sup>\*5</sup> 磁気回路には光を通すために直径 3 mm の穴が空いている [図 2.6(b)]。

### 5.1.1 ヘテロダイン測定で得られるパワースペクトラム

続いて、本実験で観測が予想されるパワースペクトラムについて説明する。

#### ヘテロダイン測定におけるビート信号周波数

下側を通ってくる LO 光と、上側を通ってくる信号光（キャリア光ないしは散乱光）の HPD 受光部での電場は、偏光状態が一致している場合、次のように書ける。

$$E_{LO}(t) = E_{LO} \cos(\Omega_{LO}t + \phi_{LO}) \quad (5.1)$$

$$E_S(t) = E_S \cos(\Omega_S t + \phi_S) \quad (5.2)$$

$E_{LO}$ 、 $\Omega_{LO}$ 、 $\phi_{LO}$  はそれぞれ LO 光の電場の振幅、角周波数、初期位相である。同様に、 $E_S$ 、 $\Omega_S$ 、 $\phi_S$  はそれぞれ信号光の電場の振幅、角周波数、初期位相である。この 2 つの式で表される電場を干渉させ、その強度の時間変化  $P(t)$  を測定する。

$$\begin{aligned} P(t) &\propto (E_{LO}(t) + E_S(t))^2 \\ &= E_{LO}^2 (\cos(\Omega_{LO}t + \phi_{LO}))^2 + E_S^2 (\cos(\Omega_S t + \phi_S))^2 + E_{LO}E_S \cos(\Omega_{LO}t + \phi_{LO}) \cos(\Omega_S t + \phi_S) \\ &= E_{LO}^2 (\cos(\Omega_{LO}t + \phi_{LO}))^2 + E_S^2 (\cos(\Omega_S t + \phi_S))^2 + \frac{1}{2}E_{LO}E_S \cos((\Omega_{LO} - \Omega_S)t + (\phi_{LO} - \phi_S)) \\ &\quad + \frac{1}{2}E_{LO}E_S \cos((\Omega_{LO} + \Omega_S)t + (\phi_{LO} + \phi_S)) \end{aligned} \quad (5.3)$$

HPD は、電場強度を光電流に線型に変換する変換器である。しかし、実際には応答可能帯域が存在する。本研究で用いた HPD は 1550 nm の光に対して約 12 GHz が帯域の上限となっている。それゆえ光の周波数 ( $\Omega_{LO}/2\pi \approx 200$  THz) で振動する上式最右辺の第 1 項、第 2 項は平均化され、DC 成分として出力される。また第 4 項はゼロとなる。残された第 3 項は  $(\Omega_{LO} - \Omega_S)/2\pi$  が帯域内に収まっている場合、時間変化する光電流  $I_{HPD}(t)$  として出力される。

$$I_{HPD}(t) \propto \text{DC 項} + E_{LO}E_S \cos((\Omega_{LO} - \Omega_S)t + (\phi_{LO} - \phi_S)) \quad (5.4)$$

この差周波数  $(\Omega_{LO} - \Omega_S)/2\pi$  で正弦波状に振動する信号のことはビート信号と呼ばれる。青側サイドバンド由来のビート信号の角周波数  $\omega_B$  と、赤側サイドバンド由来のビート信号の角周波数  $\omega_R$  は、それぞれ次のような関係をもつ。

$$\begin{cases} \omega_B = \Omega_{\text{Blue}} - \Omega_{LO} \\ \omega_R = \Omega_{LO} - \Omega_{\text{Red}} \end{cases} \quad (5.5)$$

#### パワースペクトラム

本研究で用いる HPD<sup>\*6</sup> にはその光電流  $I_{HPD}(t)$  をさらに電圧  $V(t)$  に変換するオペアンプ回路が組み込まれており、HPD から出力されたビート信号はマイクロ波増幅器を経て、スペクトラムアナライザに入力されパワースペクトラムとして観測される。

マイクロ波で強制励起された球状 YIG 中のマグノンは、入射光と相互作用し、ブリルアン散乱光を発生させる。マグノンと光の相互作用はコヒーレントな相互作用であれば、ブリルアン散乱光の電場は式 (5.2) の形で記述できる。HPD から出力信号は式 (5.4) の形のビート信号となり、スペクトラムアナライザ上で観測されるパワースペクトラムは、周波数  $\omega_B/2\pi$ 、 $\omega_R/2\pi$  を中心にデルタ関数に近いピーク構造をとることが予想される。

<sup>\*6</sup>New Focus 社製の「1554-B」と「1544-B」。



## 5.2 FMR 測定

まず球状 YIG サンプルを用いた FMR 測定から説明する。

本節では、2.4 節で述べた手法を用いて球状 YIG 単結晶サンプルの (100) 面そして (111) 面を特定し、それらの面に垂直に静磁場を印加した状況下で、FMR 測定を行う。その結果から各 Walker モードと伝搬マイクロ波間の結合の大きさなどを見積もることができる。そして、そのパラメータを用いることで励起マグノン数を見積もることが可能となる。

### 実験系

実際の YIG サンプル周辺の写真が図 5.2 である。(100) 面ないしは (111) 面に垂直に静磁場を印加し、サンプル直上に一巻きコイル<sup>\*7</sup>を設置し、ネットワークアナライザを使用して FMR 測定を行う (図 2.6(b))。サンプル直近には円筒形の永久磁石<sup>\*8</sup>を配置しており、外径 12 mm、内径 4 mm、厚さ 4 mm のネオジム磁石を使用している。

### 理論モデル

Walker モードや伝搬マイクロ波モードは、量子化することによってそれぞれ角周波数  $\omega_W$ ,  $\omega$  で振動する調和振動子として扱うことができる。そこで図 5.3 のようなモデルをたてて系を理解することが可能となる。 $\kappa_e$  はボゾニックなモード同士の結合の強さを表す係数である。 $\kappa_i$  は Walker モードが他のマグノンモードや格子振動 (環境) へと緩和するレートを表す。Walker モードに入る方向の伝搬マイクロ波の複素振幅を  $\hat{a}_{in}$  と表し、逆に出ていく方向のマイクロ波



図 5.2: 磁気回路のギャップ中心に設置された直径 0.5 mm の球状 YIG 単結晶サンプル。白いアルミナ製ロッドに接着され固定されている。YIG サンプル直上に見えるのが一巻きコイル。コイルに付属する半透明の物質は、同軸線に含まれる絶縁体部分である。YIG サンプルの左右にはネオジム磁石が見える。写真手前で赤く見えているのは磁気回路を構成する純鉄製の継鉄 (ヨーク) についている赤錆。表面にテフロン加工を施しているが、長期間にわたる実験の末、錆てしまっている。

<sup>\*7</sup>非磁性の同軸線路を加工している。外側のグラウンド部分と絶縁体部分を取り除き、中の芯線を数ミリメートルあらわにする。その芯線を丸く曲げ、グラウンド部分とはんだ付けすることで一巻きコイルを自作している。同軸線の逆側には SMA コネクタをはんだ付けし、他の同軸線路と結合できるようにしている。使用した非磁性同軸線はコアックス社製の SC-119/50-B-B。他の同軸線路と結合させるために必要な非磁性コネクタはコアックス社製の AX-119-NM。

<sup>\*8</sup>磁気回路の一部である。永久磁石以外の部分は、純鉄製の継鉄と自作電磁石で構成されている。



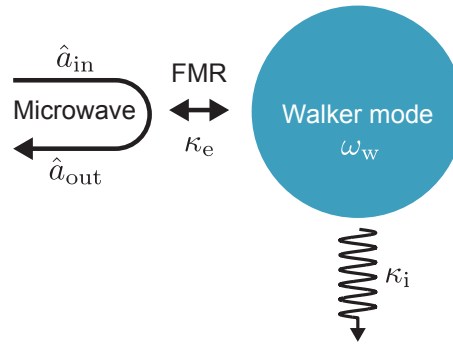


図 5.3: 一巻きコイルを通して伝搬マイクロ波と Walker モードが結合し、Walker モードが環境とも結合しているモデル。

の複素振幅を  $\hat{a}_{\text{out}}$  と表す。ネットワークアナライザによって測定可能な値であるマイクロ波反射係数の周波数依存性  $S_{11}(\omega)$  は式 (4.13) と全く同様に次のように書ける。

$$S_{11}(\omega) = \left\langle \frac{\hat{a}_{\text{out}}}{\hat{a}_{\text{in}}} \right\rangle = \frac{i(\omega - \omega_W) - \frac{1}{2}(\kappa_i - \kappa_e)}{i(\omega - \omega_W) - \frac{1}{2}(\kappa_i + \kappa_e)} \quad (5.6)$$

#### 実験結果：(100) 面に垂直に静磁場を印加した場合

ネットワークアナライザのマイクロ波反射測定  $S_{11}$  を用いた、FMR 測定の結果を図 5.4(a) に示す。縦軸は  $|S_{11}|^2$  でパワー反射率を表す。それぞれのディップの Walker モードの指標を差周波数から推定し、示している (2.5 節参照)。自作一巻きコイルによって発生する振動磁場が YIG サンプル領域で完全に均一である場合、均一な歳差運動モードである (110) モード (Kittel モード) とのみ結合する。しかし、実際には多少の不均一性が存在するため、高次の Walker モードとも結合することが可能となり、複数のディップが観測されている。

ネットワークアナライザを用いた  $S_{11}$  測定では、パワー反射率だけでなく振幅と位相も測ることができる。図 5.4(b) の青点は、Kittel モードと (220) モードの振幅・位相データを表す。さらに式 (5.6) を用いて、フィッティングパラメータを  $\omega_W$ 、 $\kappa_e$ 、 $\kappa_i$  とし、フィッティングを行った結果を赤線で示す。フィッティングから得られたパラメータを表 5.1 にまとめる。 $\kappa_e$  だけが一巻きコイルの設置位置に依存する量である。

これらの値を用いることで、励起されているマグノンの個数を見積もることが可能となる。その推定方法の詳細は付録 H にまとめている。

表 5.1:  $\mathbf{H}_{\text{ext}} // \langle 100 \rangle$  の状況下での実験結果 (図 5.4(b)) を、モデル関数 (式 (5.6)) によってフィッティングした結果得られた各パラメータ。

Walker モード	パラメータ	得られた値
Kittel モード	$\omega_W/2\pi$	5.071 GHz
	$\kappa_e/2\pi$	6.3 MHz
	$\kappa_i/2\pi$	2.3 MHz
(220) モード	$\omega_W/2\pi$	5.392 GHz
	$\kappa_e/2\pi$	1.9 MHz
	$\kappa_i/2\pi$	1.7 MHz

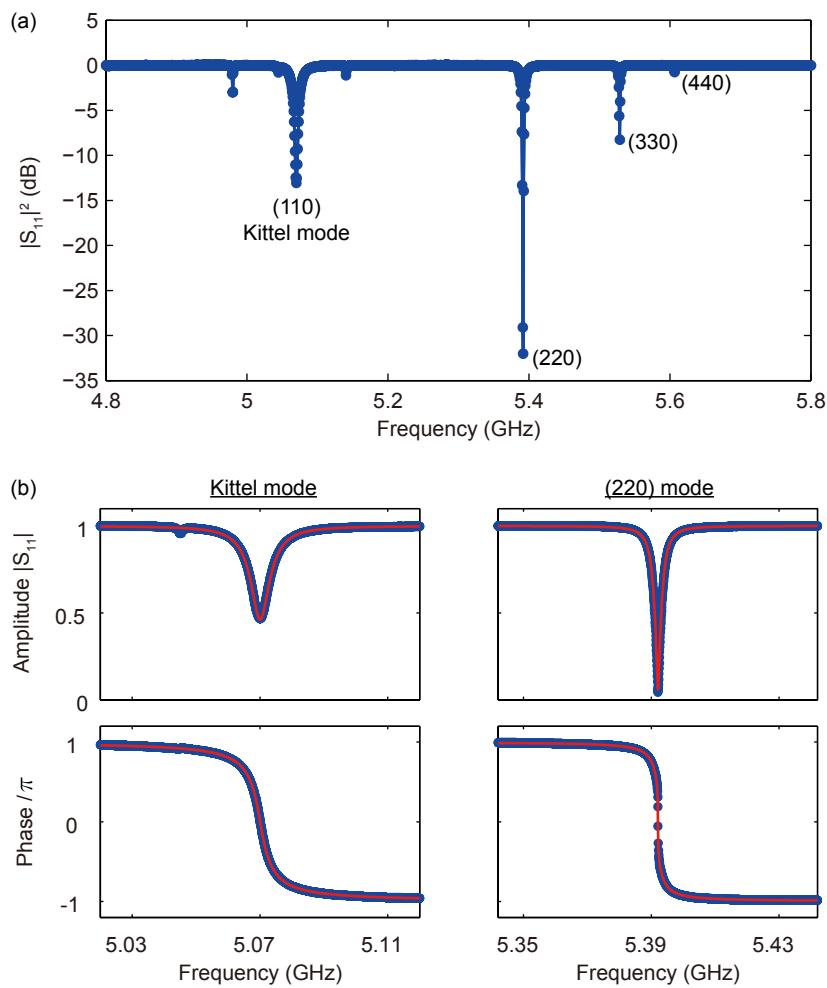


図 5.4: YIG 単結晶の (100) 面に垂直に静磁場を印加した状況下で得られたマイクロ波反射測定の結果。(a) 観測された複数の FMR 信号と、対応する Walker モードの指標。(b) Kittel モードと (220) モードの  $S_{11}$  データを入出力理論を使って予想される表式でフィッティングした結果。

#### 実験結果：(111) 面に垂直に静磁場を印加した場合

2.4 節で述べた手法を用いて球状 YIG 単結晶サンプルの (111) 面を特定し、(111) 面に垂直に静磁場を印加した状況で、FMR 測定を行った。

ネットワークアナライザのマイクロ波反射測定  $S_{11}$  を用いた FMR 測定の結果を図 5.5(a) に示す。

式 (5.6) を用いて、フィッティングパラメータを  $\omega_W$ ,  $\kappa_e$ ,  $\kappa_i$  とし、フィッティングを行った結果が、図 5.5(b) の赤線である。得られたパラメータを以下に示す。これらの値を用いることで、励起されているマグノンの個数を見積もることが可能となる。(付録 H 参照)

表 5.2:  $H_{\text{ext}}//\langle 111 \rangle$  の状況下での実験結果（図 5.5(b)）を、モデル関数（式 (5.6)）によってフィッティングした結果得られた各パラメータ

Walker モード	パラメータ	得られた値
Kittel モード	$\omega_W/2\pi$	5.209 GHz
	$\kappa_e/2\pi$	6.3 MHz
	$\kappa_i/2\pi$	2.0 MHz
(220) モード	$\omega_W/2\pi$	5.533 GHz
	$\kappa_e/2\pi$	1.84 MHz
	$\kappa_i/2\pi$	1.85 MHz

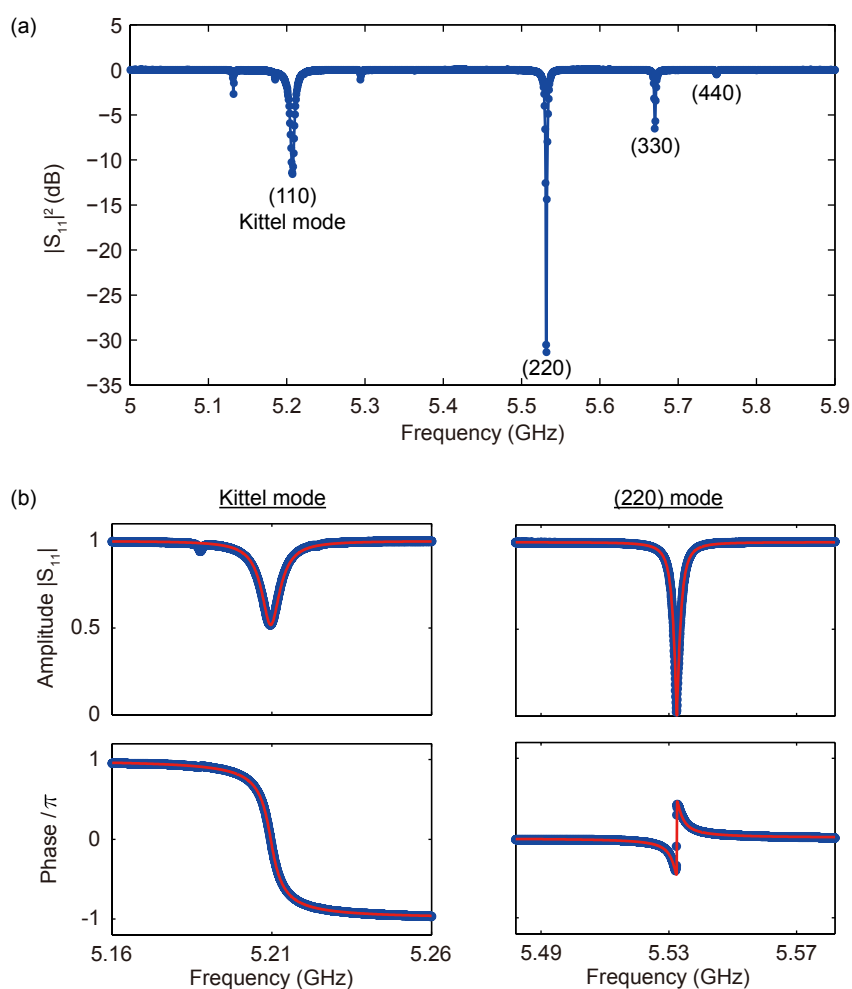


図 5.5: YIG 単結晶の (111) 面に垂直に静磁場を印加した状況下で得られたマイクロ波反射測定の結果。(a) 観測された複数の FMR 信号と、対応する Walker モードの指標。(b) Kittel モードと (220) モードの  $S_{11}$  データを入出力理論を使って予想される表式でフィッティングした結果。

### 5.3 2 マグノン散乱のヘテロダイン測定

前節までで、実際の FMR 測定結果を用いた各種パラメータの推定、そして励起マグノン数の見積もりの方法を説明した。本節では、コヒーレントに励起されたマグノンによる、2 マグノン散乱のヘテロダイン測定系の実際とその結果について説明する。まず  $\mathbf{H}_{\text{ext}}/\langle 100 \rangle$  の状況での実験について詳しく説明し、 $\mathbf{H}_{\text{ext}}/\langle 111 \rangle$  の状況での実験については後に結果のみ示すことにする。

測定系の全体像を図 5.6(a) に示す。(100) 面に垂直に静磁場を印加し、マイクロ波発振器から Kittel モード周波数に合わせた単一周波数マイクロ波を球状 YIG サンプルに入力する。これにより Kittel モードはコヒーレントに励起される。

この状況下において、波長 1550 nm の単色連続光（角周波数  $\Omega_C$ ）を YIG サンプルの中心を通るように調整し、入射する。レーザー光源からシングルモードファイバーを通して伝搬するキャリア光は、ファイバーカプラーにより自由空間へ出力され、約 1 mm のビーム直径で平行光として伝搬する。YIG サンプル手前の平凸レンズでその平行光は絞られ、YIG サンプル地点でのビームウェストは約 100  $\mu\text{m}$  である。静磁場と入射光の伝搬方向は平行であるため、いわゆるファラデー配置での実験となっている。

YIG サンプルを透過してきたキャリア光は再びレンズセットによって平行光に戻され、ファイバーカプラーによってファイバーに結合する。このとき、キャリア光が最大限結合するよう自由空間を伝搬する光の経路を調整している。それゆえ、YIG サンプル内で発生するマグノン誘起ブリルアン散乱光は、キャリア光と同じ経路をたどる場合のみファイバーと結合することが可能となる。

YIG サンプル手前に設置している PBS と QWP のセットによって、YIG サンプルに照射するキャリア光の偏光状態を R 偏光または L 偏光に設定することができる。一方、YIG サンプル後でも同様のセットを使うことで、YIG サンプルを透過してきた光のうち、R 偏光または L 偏光のどちらかの偏光状態の光のみファイバーに結合するように選択することができる。本測定系がもつこれらの特長を用いることで、キャリア光と同軸で出射する<sup>\*9</sup> マグノン誘起ブリルアン散乱光のみを選択的に観測し、キャリア光と散乱光の偏光状態の関係についても実測することができる（図 5.6(c)）。

さらに取得した散乱光と LO 光を干渉させて HPD とスペクトラムアナライザを使ってヘテロダイン測定することで、青側サイドバンド（アンチストークス光）と赤側サイドバンド（ストークス光）を弁別して観測することができる<sup>\*10</sup>（図 5.6(b)）。Kittel モードの共鳴角周波数を  $\omega_K$ 、AOM を通過することでキャリア光に加えられる角周波数を  $\omega_A$  とすると、パワースペクトラムの  $\omega_B = 2\omega_K - \omega_A$  または  $\omega_R = 2\omega_K + \omega_A$  にデルタ関数に近いピーク構造が観測されれば、それが 2 マグノン散乱が起こっていることの証拠であり、加えてコヒーレントな過程であることの証拠ともなる。

#### 実験結果

青側サイドバンドと LO 光とのビート信号の角周波数を  $\omega_B$ 、赤側サイドバンドと LO 光のビート信号の角周波数を  $\omega_R$  とし、その周辺のパワースペクトラムを取得した結果が、図 5.6(d) である。入力偏光と出力偏光の関係は、(出力偏光、入力偏光) の順でプロットに併記した。す

<sup>\*9</sup> 散乱光とキャリア光の波数が同じ。

<sup>\*10</sup> 詳しい原理は 5.1 節参照



イドバンドの発生によるピーク信号が観測されている。また、LO 光のみの場合、ピーク構造は全くなく、このヘテロダイン測定が想定通り作動していることを示す結果となっている。

観測された 2 マグノン散乱は明確に偏光状態に依存している。図 5.6(d) のグラフの縦軸をパワーから散乱効率に変換することにより、第三章で述べた理論モデルとの比較が可能となる。次節では、そのために必要な校正について、本節での実験結果を用いて説明する。

最後に、この実験における各種パラメータを表 5.3 にまとめておく。Kittel モードの周波数  $\omega_K/2\pi$  と表 5.1 中の  $\omega_W/2\pi$  の値は 1 MHz 異なっている。これは電磁石に流す電流を少し変え、印加静磁場の強さを変えたためである。既にフィッティングによって求まっているマイクロ波 - Kittel モード間の結合の強さ  $\kappa_e$  や、環境への損失レート  $\kappa_i$  には変化がないとみなしてよい。また、YIG サンプル側を通過してきた光のパワーは、YIG 手前の偏光を R 偏光とし、観測する偏光を R 偏光とした場合に観測されたパワーの値を示している。当然ではあるが、偏光を直交させた場合にゼロとなることを確認している。

表 5.3: 本節の実験における各種パラメータまとめ

キャリア光	波長	1550 nm
マイクロ波発振器 (Kittel モード励起用)	$P_{mw}$	約 2 dBm
	$\omega_{mw}/2\pi$	5.07 GHz
AOM	$\omega_A/2\pi$	80 MHz
EOM	$\omega_E$	駆動せず
ビート信号	$\omega_R/2\pi$	10.22 GHz
	$\omega_B/2\pi$	10.06 GHz
スペクトラムアナライザ	RBW	1 Hz
	平均	9 回
光パワー	LO 光	250 $\mu$ W
	サンプル側	210 $\mu$ W

## 5.4 2 マグノン散乱の散乱効率 ( $k_{\text{light}}//H_{\text{ext}}//\langle 100 \rangle$ )

本節では、スペクトラムアナライザ上のパワースペクトラム密度から散乱効率に変換する手法を図 5.6(d) の ( $L_o$ ,  $R_i$ ) の結果を用いて段階的に説明する。本章そして第 6 章でのその他のヘテロダイン測定の結果も同様の手法で校正を行っている。

### ビート信号のパワー値換算

図 5.7(a) に示したように、ビート周波数を中心として 3 点のパワースペクトル密度 (PSD) の和をとり、ビート信号のもつパワーの値を得る。一方、ピークから離れた位置の PSD の値の平均をとることでノイズの平均 PSD を取得する。

### 複数回測定の実行

複数回測定を行うことで、実験の再現性をみることができる。測定ごとにビート信号のパワーを計算し、さらにそれらの平均をとることによって、ビート信号パワーの平均値を得る。同時に分散を計算し、標準誤差を導出する。

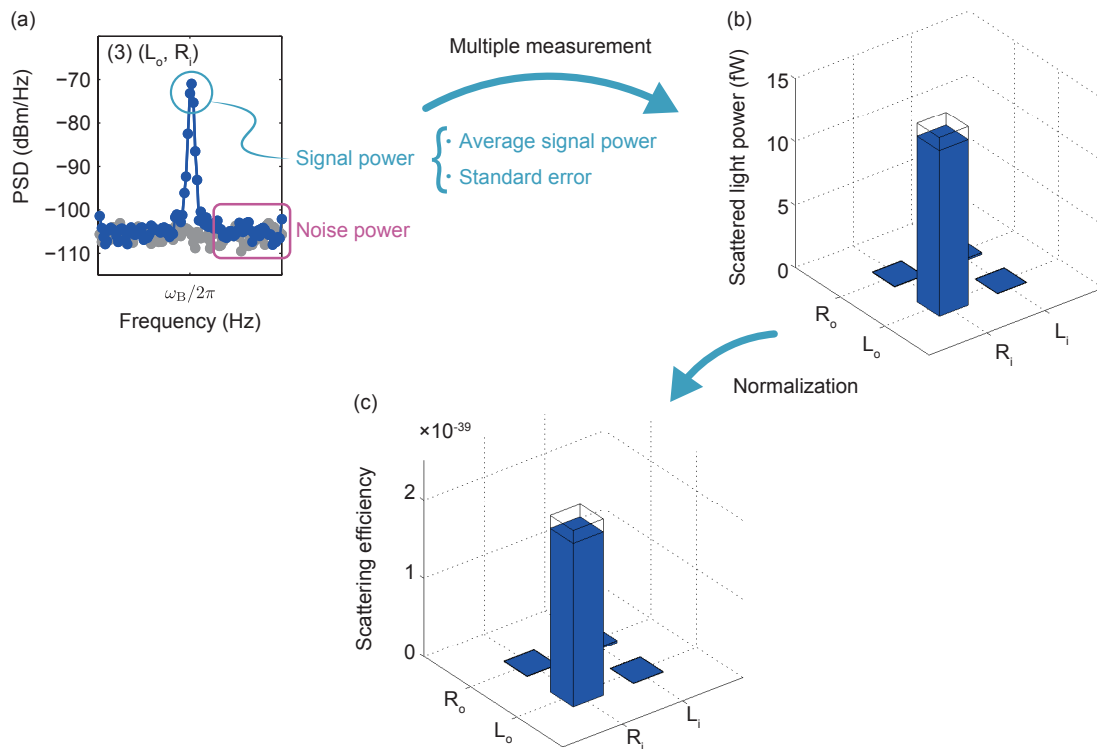


図 5.7: 散乱効率導出の流れ。(a) ヘテロダイン測定で得られたパワースペクトラム。図 5.6(d)(3) の再掲。(b) 散乱光パワーの偏光依存性。棒グラフの頂点は複数回測定で得られる散乱光の平均パワーを表し、その上部透明部分は標準誤差を表す。(c) 散乱効率の偏光依存性。

## 較正

スペクトラムアナライザ上でのパワー値を散乱光のパワーに変換するための較正を行う。そのために必要な較正作業は付録 I にまとめてある。そこで求めた変換係数  $G^{*13}$  の値を用いて、先に求めていたビート信号の平均パワー値を、散乱光の平均パワー値に換算する。図 5.7(b) にその結果を示した。青の棒グラフの頂点が散乱光の平均パワー値を表し、その上の透明な部分は標準誤差の大きさを表す。

## 散乱効率の導出

散乱光パワーをフォトンのエネルギーで割ることで、散乱光子フラックス  $F_s$  を求めることができる。同様にして、入力しているキャリア光の光子フラックス  $F_c$  も求まる。さらに球状 YIG 中の Kittel モードの励起マグノン数  $N_w$  も式 (H.8) を用いることで見積もり可能である。2 マグノン散乱過程の散乱効率を、 $F_s / (F_c N_w^2)$  と定義する。これは 2 マグノンあたりの散乱効率を表す。図 5.7(c) にその結果を示した。

以上の一連の較正作業を経て得られた、2 マグノン散乱の散乱効率の偏光依存性を図 5.8 に示す。2 つの偏光状態の組み合わせにおいて、如実な信号が得られており、これは強磁性における 2 マグノン散乱の初観測の証拠である。

\*13 この  $G$  は LO 光の周波数とパワー、ビート信号の周波数に依存する。

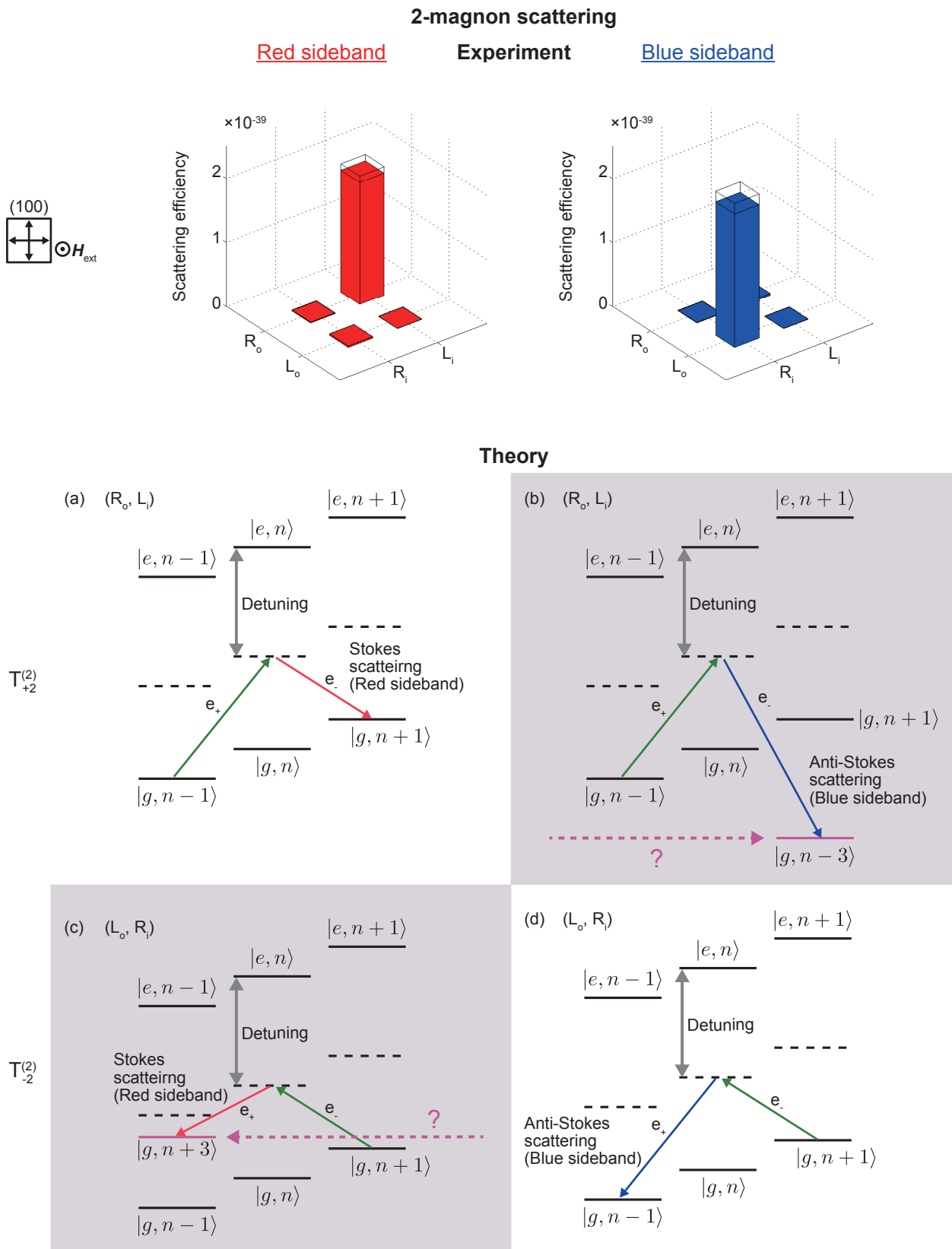


図 5.8: (100) 面に垂直に静磁場を印加し、ファラデー配置で観測した 2 マグノン散乱の偏光依存性。縦軸は散乱効率。棒グラフの頂点は散乱効率の平均値を表し、上部透明部分は標準誤差を表す。(a)(b)(c)(d) 理論的に発現が予想された 2 マグノン散乱過程。図 3.5 の再掲。



### 考察

3.4.3 節の図 3.5 で示した理論予想では、赤側サイドバンド、青側サイドバンド、それぞれ 2 つずつ計 4 つの異なる偏光の組み合わせにおいて、2 マグノン散乱が観測されるとしていた。しかし、式 (3.49)(3.52) でもう一つ指摘していたのは散乱効率に非対称性が見える可能性についてである。散乱効率は各過程を表す項についている係数の自乗に比例する。そこで、係数の自乗を文献値（表 2.1）を用いて計算し、比較してみる。

$$\frac{\Delta g M_s^2}{G_{44} M_s^2} = \frac{(G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_s^2}{G_{44} M_s^2} \simeq -0.5 \quad (5.7)$$

であるから、 $G_{11} - G_{12}$  と  $G_{44}$  の間には

$$G_{11} - G_{12} \simeq 1.5 \times G_{44} \quad (5.8)$$

という関係があることがわかる。よって散乱効率の比を計算すると、

$$\frac{((G_{11} - G_{12}) + 2G_{44})^2}{((G_{11} - G_{12}) - 2G_{44})^2} \simeq \frac{(3.5 \times G_{44})^2}{(-0.5 \times G_{44})^2} \quad (5.9)$$

$$\simeq 50 \quad (5.10)$$

となり、約 50 倍（17 dB）の非対称性が出ることが予想される。いま、観測されている偏光の組み合わせと、同じ偏光の組み合わせで逆側サイドバンドの平均散乱効率の比を図 5.8 上のデータを用いて計算すると、 $(R_o, L_i)$  の赤青サイドバンドの比は約 16 dB、 $(L_o, R_i)$  の赤青サイドバンドの比は約 19 dB であることがわかった。理論的な予想と矛盾はしない。また、図 5.6(c) に立ち返ると、赤側サイドバンドの方は (3) のピークが (1)(4) よりも多少高く、青側サイドバンドの方は (2) のピークが (1)(4) よりも多少高いことが確かに見て取れる。しかし、ピーク高さがノイズフロアに近く、予想していない偏光組み合わせで観測されているノイズピークの高さともほぼ変わらないため、確証を得ない。

### 実験と理論での偏光状態の対応づけ

ここで、第 3 章の理論で定義した球面基底 ( $e_+$ ,  $e_0$ ,  $e_-$ ) と、本章で我々が勝手に定めた右回り円偏光・左回り円偏光 ( $R$ ,  $L$ ) の対応づけを今後のために行う。式 (3.49)(3.52) において強い散乱がでることが予想された偏光の組み合わせと、実際に強い散乱が観測されている偏光の組み合わせを対応させると次のようになる。

$$e_+ \leftrightarrow L \text{ 偏光} \quad (5.11)$$

$$e_- \leftrightarrow R \text{ 偏光} \quad (5.12)$$

$$(5.13)$$

## 5.5 2 マグノン散乱の散乱効率 ( $\mathbf{k}_{\text{light}}//\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 111 \rangle$ )

続いて、静磁場  $\mathbf{H}_{\text{ext}}$  を YIG 単結晶の  $\langle 111 \rangle$  軸に平行に印加した状況下での 2 マグノン散乱実験の結果について述べる。本実験における各種パラメータは表 5.4 にまとめておく。

表 5.4: 本節の実験における各種パラメータまとめ

キャリア光	波長	1550 nm
マイクロ波発振器 (Kittel モード励起用)	$P_{\text{mw}}$ $\omega_{\text{mw}}/2\pi$	約 2 dBm 5.21 GHz
AOM	$\omega_A/2\pi$	80 MHz
EOM	$\omega_E$	駆動せず
ビート信号	$\omega_R/2\pi$ $\omega_B/2\pi$	10.5 GHz 10.34 GHz
スペクトラムアナライザ	RBW 平均	1 Hz 9 回
光パワー	LO 光 サンプル側	250 $\mu\text{W}$ 210 $\mu\text{W}$

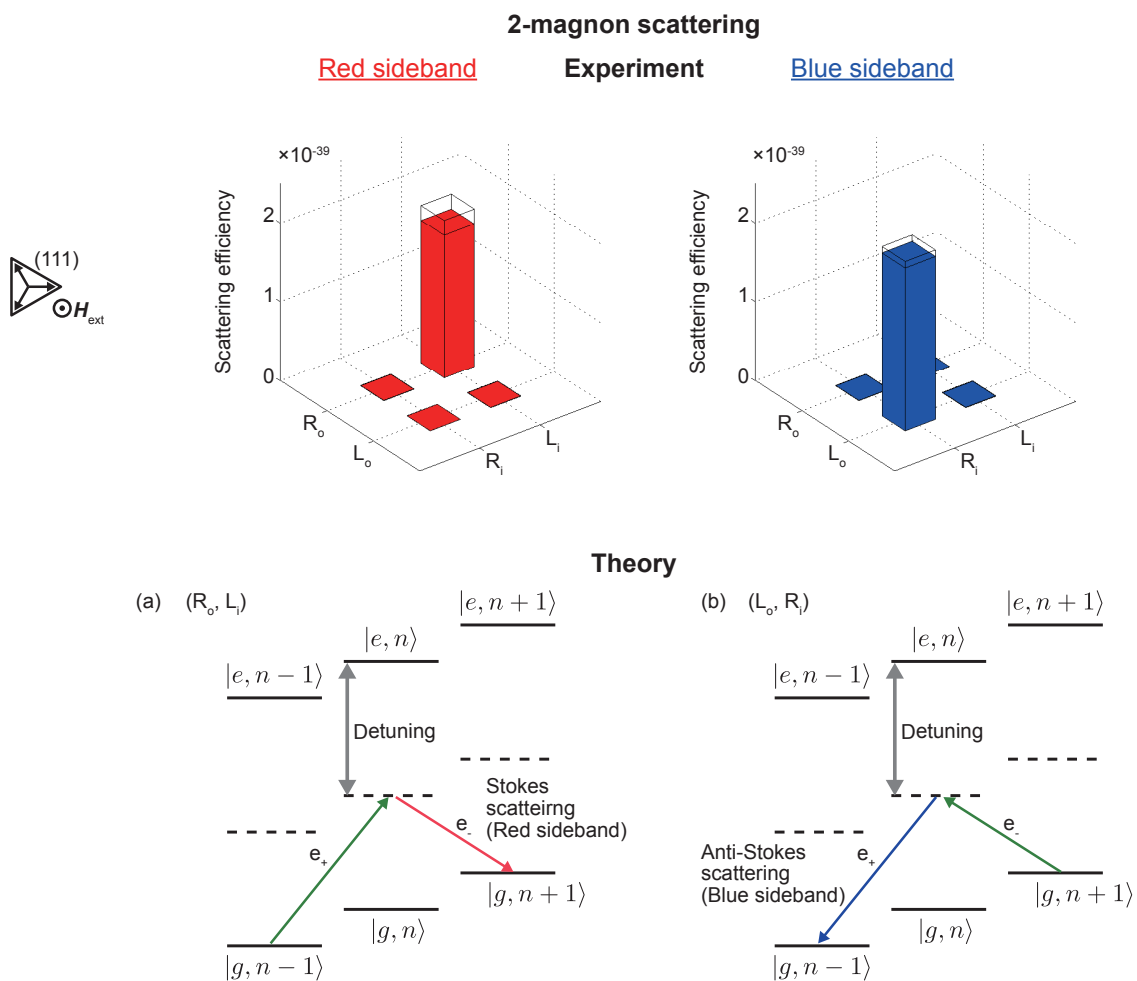


図 5.9: (111) 面に垂直に静磁場を印加し、ファラデー配置で観測した 2 マグノン散乱の偏光依存性。縦軸は散乱効率。棒グラフの頂点は散乱効率の平均値を表し、上部透明部分は標準誤差を表す。(a)(b) 理論的に発現が予想された 2 マグノン散乱過程。図 3.6 の再掲。

5.4 節で説明した一連の校正作業を用いて、2 マグノン散乱の偏光依存性をまとめたものが図 5.9 である。2 つの偏光状態の組み合わせにおいて、如実な信号が得られており、こちらも強磁性体における 2 マグノン散乱の初観測の証拠である。

### 考察

ここまで述べてきたように、2 マグノン散乱は異なる 2 つの状況において観測された。それら観測された 2 マグノン散乱の散乱効率を表 5.5 にまとめた。

表 5.5: 観測された 2 マグノン散乱の散乱効率

静磁場と平行な結晶軸	サイドバンド	偏光の組み合わせ	散乱効率
$\langle 100 \rangle$	赤側	( $\mathbf{R}_o, \mathbf{L}_i$ )	$1.9 \times 10^{-39}$
$\langle 100 \rangle$	青側	( $\mathbf{L}_o, \mathbf{R}_i$ )	$2.1 \times 10^{-39}$
$\langle 111 \rangle$	赤側	( $\mathbf{R}_o, \mathbf{L}_i$ )	$1.8 \times 10^{-39}$
$\langle 111 \rangle$	青側	( $\mathbf{L}_o, \mathbf{R}_i$ )	$2.1 \times 10^{-39}$

一方、理論予想は式 (3.49), (3.52)、そして式 (3.55), (3.56) である。散乱効率は各過程を表す項に付随する係数の自乗に比例する。そこで、その係数の自乗を文献値から得られる  $G_{11} - G_{12}$  と  $G_{44}$  の間の関係 (式 (5.8)) を用いて計算すると以下ようになる。

$\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 100 \rangle$  の場合

$$\left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} \right)^2 \simeq \left( \frac{1.5G_{44} + 2G_{44}}{4} \right)^2 \simeq 0.77 \times G_{44}^2 \quad (5.14)$$

$\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 111 \rangle$  の場合

$$\left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} \right)^2 \simeq \left( \frac{1.5G_{44} + 4G_{44}}{6} \right)^2 \simeq 0.84 \times G_{44}^2 \quad (5.15)$$

これより、理論的な予想において、どちらの結晶軸に平行に磁場を印加した場合でも 2 マグノン散乱の散乱効率はほぼ同じであることが導かれた。実験結果も表 5.5 にまとめた通りほぼ一致しており、これより理論と実験結果に矛盾がないことがわかる。

次に、散乱効率の改善について考察を与える。

反強磁性体を用いた実験ではこれまでも 2 マグノン散乱が観測されてきた [44, 45, 46]。さらに、これらの研究では 2 マグノン散乱の散乱効率が 1 マグノン散乱の効率より大きい場合があるという驚くべき実験事実が得られている。マグノン誘起ブリルアン散乱は、通常、電気双極子相互作用とスピン-軌道相互作用によって引き起こされると理解される。しかし、観測された 2 マグノン散乱は電気双極子相互作用と交換相互作用によって引き起こされたものであると T. Moriya らによって説明がなされた [47]。つまり 2 マグノン散乱を引き起こす機構には、スピン-軌道相互作用を介すものと、交換相互作用を介すものの 2 つが存在することになる。ただ、交換相互作用は短距離の相互作用であるため、波数の大きなマグノンに対し

て有効となる。本研究での実験を振り返ると、我々は波数ゼロのマグノンのみを用いて実験を行ってきたため、スピン-軌道相互作用を介した2マグノン散乱を観測してきたといえる。交換相互作用を介した2マグノン散乱の観測、そして散乱効率の評価が今後の課題となる。

## 5.6 コヒーレンスの確認

この2マグノン散乱過程がコヒーレントな過程であるか確認する実験を、(100)面に垂直に外部磁場を印加する状況下において行う。実験系は図5.10(a)に示したように、これまでの系と同じ系を用いる。これまで光学系中のEOMは、散乱光とスペクトラムアナライザ上でのパワー値を対応させる較正作業の目的にのみ用いてきた。しかし、今回の実験では、以下で説明するように、基準となる光を生成する道具として用いる。

本実験の原理を説明する。まず、EOMに入力する電気信号の角周波数を $\omega_E = \omega_K$ とし、サイドバンドを発生させる。入力光をキャリア光、そして生成された光をサイドバンド光と呼ぶことにする。その後、キャリア光とサイドバンド光はともに球状YIGサンプルを通過する。今、サイドバンド光パワーに比べ、キャリア光パワーが支配的であるため、キャリア光によってのみ（結晶自由度の関与する）2マグノン散乱過程が発生すると考えて良い。つまり、YIGサンプル通過後の光は図5.10(b)のように、「キャリア光+サイドバンド光+2マグノン散乱光」が重ね合わさっている状態となる。さらにこれまでの実験と同様に、光ファイバーの下側の経路を通ってくるLO光（AOMによって生成された光）が合流し、高速光検出器（HPD）に到達する。

我々は、Kittelモードに共鳴するマイクロ波を出力するマイクロ波発振器の初期位相 $\phi_E$ を変化させることができる。もし今の場合でも、1マグノン散乱過程がコヒーレントな過程であれば、1マグノン散乱光の初期位相は、マイクロ波発振器の初期位相 $\phi_E$ と共に変化することになる。その様子を図5.10(b)に示した。

まず青側サイドバンドに注目すると、HPD上において、「EOM由来の青側サイドバンド+2マグノン散乱由来の青側サイドバンド+LO光」が角周波数 $\omega_B = 2\omega_K - \omega_A$ を持つビート信号を生み出す。この際、EOM由来の青側サイドバンドと2マグノン散乱由来の青側サイドバンドの相対位相差によって、ビート信号の強度は変化する<sup>\*14</sup>。つまりもしこの2マグノン散乱過程がコヒーレントな過程であれば、ヘテロダイン測定によって得られるビート信号のパワーが $\phi_E$ に依存し変化する干渉が観測されるはずである。赤側サイドバンド側も同様の議論により、角周波数 $\omega_R = 2\omega_K + \omega_A$ を持つビート信号の干渉が観測されると予想できる。

実際に測定した周波数 $\omega_B/2\pi$ ,  $\omega_R/2\pi$ に出現するピーク信号パワーの $\phi_E$ 依存性をプロットしたものが図5.10(c)である。青点が観測データであり、エラーバーは標準誤差を表す。予想していたように、きれいな干渉縞が観測されている。

### 考察

マグノンは励起用のマイクロ波によってコヒーレントに強制励起されているため、マグノンの位相に次のように $\phi_E$ が含まれることになる。

$$\exp(-i\omega_m t) \rightarrow \exp(-i(\omega_m t + \phi_E)) \quad (5.16)$$

<sup>\*14</sup>本実験では、Visibilityを最大にするために、それぞれのサイドバンドのパワーを揃えている。

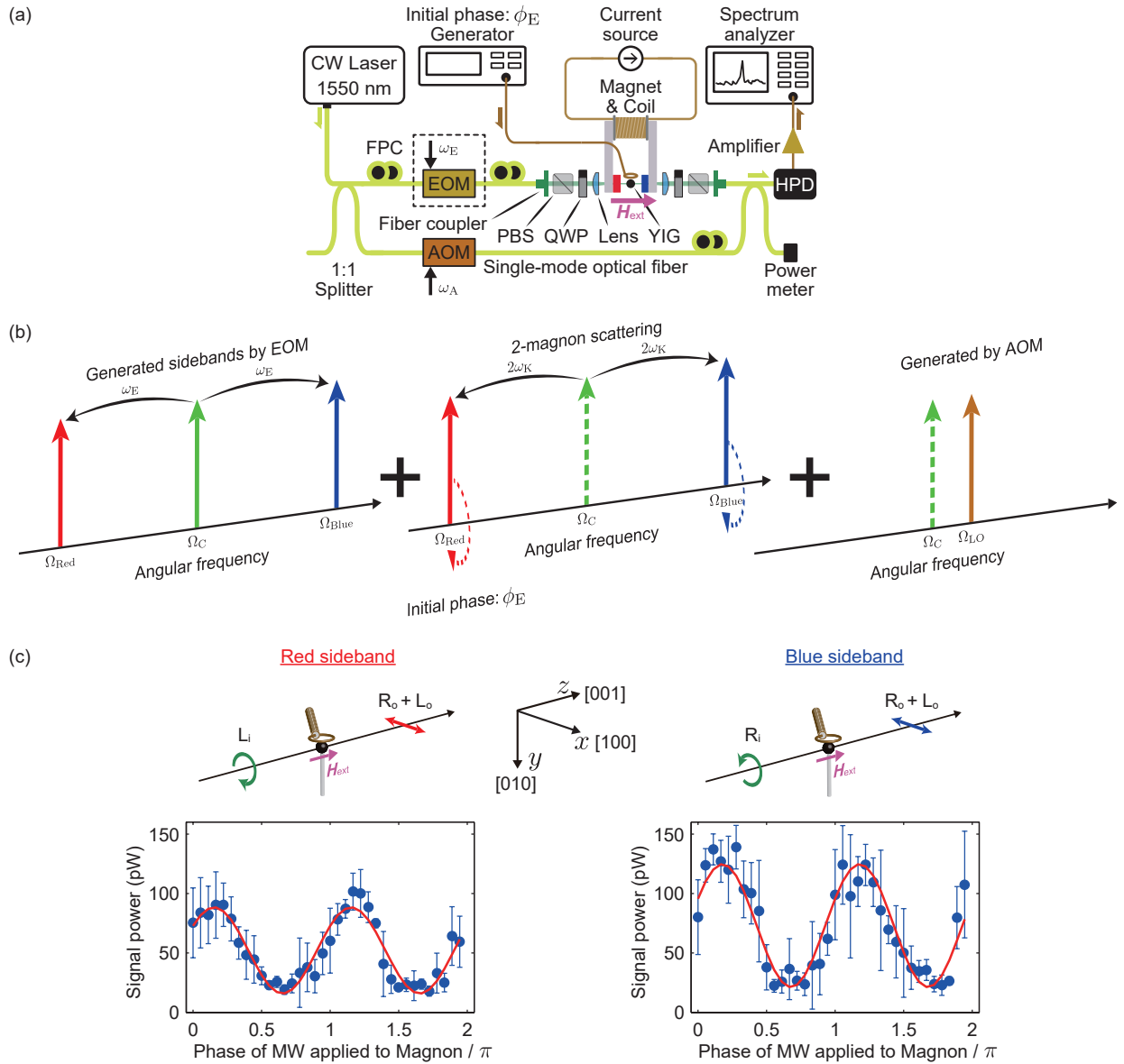


図 5.10: (100) 面に垂直な静磁場のもと、ファラデー配置で発生する 2 マグノン散乱のコヒーレンス確認実験。(a) 測定系。(b) 高速光検出器 (HPD) に入力する光の周波数関係。(c) 2 マグノン散乱によって発生した光と EOM 由来のサイドバンドを共に HPD に入力するため、YIG 直後の PBS と QWP のセットは X 偏光 (右回り円偏光 + 左回り円偏光) を持った出力偏光が通過するように調整している。2 マグノン散乱によって発生した光 (図 5.8) と、EOM 由来のサイドバンド光との干渉によって、角周波数  $\omega_B$ ,  $\omega_R$  を持つビート信号パワーが  $\phi_E$  に依存し周期的に変化している様子が見られる。

これより、2 マグノン散乱過程によって発生する散乱光の位相 (式 (3.50)(3.51)) は、この過程がコヒーレントであれば次のように  $\phi_E$  の入った形に書き換えられる。

$$\begin{aligned} \text{Stokes scattering (Red sideband)} &: \exp(-i\omega_{sc}t) = \exp(-i[(2\omega_m + \omega_{in})t + 2\phi_E]) \\ \text{Anti-Stokes scattering (Blue sideband)} &: \exp(-i\omega_{sc}t) = \exp(-i[(-2\omega_m + \omega_{in})t - 2\phi_E]) \end{aligned}$$

一方、EOM 由来のサイドバンドの初期位相は一定である。

5.1.1 節と同様の議論により、HPD から出力する光電流  $I_{\text{HPD}}(t)$  は次のように書けることが導かれる。

$$I_{\text{HPD}}(t) \propto E_{\text{sc}} E_{\text{LO}} \cos \left( (\omega_{\text{sc}} - \Omega_{\text{LO}}) t + \underbrace{2\phi_{\text{E}}}_{\text{Parameter}} \right) + E_{\text{EOM}} E_{\text{LO}} \cos ((\omega_{\text{EOM}} - \Omega_{\text{LO}}) t) \quad (5.17)$$

ここで、 $E_{\text{sc}}$ ,  $E_{\text{LO}}$ ,  $E_{\text{EOM}}$  はそれぞれ、2 マグノン散乱光・LO 光・EOM 由来のサイドバンドの電場を表す。ここで、 $\Omega_{\text{LO}}$  は AOM 由来の LO 光の角周波数である。いま、 $E_{\text{sc}} \simeq E_{\text{EOM}}$  かつ  $\omega_{\text{sc}} = \omega_{\text{EOM}}$  であることから、ビート信号  $I_{\text{HPD}}(t)$  は干渉によって、 $\phi_{\text{E}} = \pi$  周期で変化することがわかる。

図 5.10(c) では、測定データを周期  $\pi$  の三角関数でフィッティングした結果を赤線で示している。これにより、2 マグノン散乱がコヒーレントな散乱過程であることが実験的に確認された。

## 5.7 本章のまとめ

本章では、YIG 単結晶の (100) 面そして (111) 面に垂直に静磁場をかけ、ファラデー配置の状況において、2 マグノン散乱の観測を行った。本実験から以下の成果を得ることができた。

1. 強磁性体中のマグノンによる 2 マグノン散乱を初めて観測した。
2. 散乱光子フラックスを  $F_{\text{s}}$ 、入射光子フラックスを  $F_{\text{c}}$ 、励起マグノン数を  $N_{\text{W}}$  とかくとき、 $F_{\text{s}}/(F_{\text{c}}N_{\text{W}}^2)$  を散乱効率と定義した。そのとき、今回観測した 2 マグノン散乱の散乱効率は  $10^{-39}$  のオーダーであった。

強磁性体中ではでないものとされてきた 2 マグノン散乱の観測に成功した。今回観測した散乱過程では、Kittel モードが 2 個同時に生成ないしは消滅している。Walker モードには他にもエネルギーの縮退していないモードがあることから、それらを用いて、異なる 2 つのモードが関与する 2 マグノン散乱の観測にも期待が持たれる。

また、第 3 章で予想されていた角運動量の収支が合わない 2 マグノン散乱については、本章の研究では明確な実験的証拠を得られなかった。しかし第 3 章では、(111) 面に垂直に静磁場をかけた状況下における、1 マグノン散乱過程にも角運動量収支の合わない過程が予想されることを説明した。次章でその 1 マグノン散乱の実測を目指し、さらに角運動量の収支について考察を与える。

## 第6章 結晶の対称性が関与する1マグノン散乱

本章では、3回回転対称性をもつ YIG 単結晶の (111) 面に垂直に静磁場を印加した状況を考える。第3章での計算の結果、1 マグノン散乱そして2 マグノン散乱過程に結晶の対称性が関与する散乱が現れることが予想された。ただし、2 マグノン散乱過程に関しては  $T_{\pm 1}^{(2)}$  (式 (D.7)) を含む項に現れるため、ファラデー配置では観測ができない (3.5 節参照)。そこで本章では、ファラデー配置で観測可能と予想される、結晶の対称性が関与する1 マグノン散乱に焦点をあてて実験を行う。

我々はこれまで「マグノン+光」を全系として考え議論を進め、マグノン誘起ブリルアン散乱がコヒーレント過程であることをみてきた。しかし、本章で示す結晶の対称性が関与するブリルアン散乱過程には、新たに結晶という自由度が混入する。そのような他の自由度が混入した場合においても、光とマグノンの相互作用がコヒーレントであるのかという疑問に対し、本章の実験によりデコヒーレンスがないことを示す。

### 6.1 1 マグノン散乱のヘテロダイン測定 ( $k_{\text{light}}//H_{\text{ext}}//\langle 111 \rangle$ )

5.1 節と同様の手順を踏んでヘテロダイン測定を行った。

静磁場  $H_{\text{ext}}$  を YIG 単結晶の  $\langle 111 \rangle$  軸に平行に印加した状況下で、図 5.1 に示したヘテロダイン測定系を用いて観測した1 マグノン散乱の実験結果を、図 6.1 にまとめる。本実験における各種パラメータは表 6.1 にまとめておく。

( $L_o, R_i$ ) のとき、赤側サイドバンドが発生することで出現するデルタ関数に近いピーク信号が観測され、( $R_o, L_i$ ) のとき、青側サイドバンドの発生によるピーク信号が観測されている。それ以外の偏光条件でも 10 dB 以上低い位置にピーク信号が観測されている。これらの信号は、静磁場ベクトルの向きと、光の波数ベクトルの向きの僅かなずれによって生じているノイズ信号であると考えている。図 3.4 において理論的に予想していた、結晶自由度の関与する1 マグノン散乱が観測されていることがわかる。

さらに、付録 I の手法を用いて校正作業を行うことによって散乱効率を算出した。1 マグノン散乱過程の散乱効率の定義は、 $F_s/(F_c N_w)$  とした。散乱光子フラックスを  $F_s$ 、入力しているキャリア光の光子フラックスを  $F_c$ 、さらに球状 YIG 中の Kittel モードの励起マグノン数を  $N_w$  (式 (H.8)) と表している。これは1 マグノンあたりの散乱効率を表す。

表 6.1: 本節の実験における各種パラメータまとめ

キャリア光	波長	1550 nm
マイクロ波発振器 (Kittel モード励起用)	$P_{\text{mw}}$ $\omega_{\text{mw}}/2\pi$	約 2 dBm 5.21 GHz
AOM	$\omega_A/2\pi$	80 MHz
EOM	$\omega_E$	駆動せず
ビート信号	$\omega_R/2\pi$ $\omega_B/2\pi$	5.29 GHz 5.13 GHz
スペクトラムアナライザ	RBW 平均	1 Hz 9 回
光パワー	LO 光 サンプル側	250 $\mu\text{W}$ 210 $\mu\text{W}$

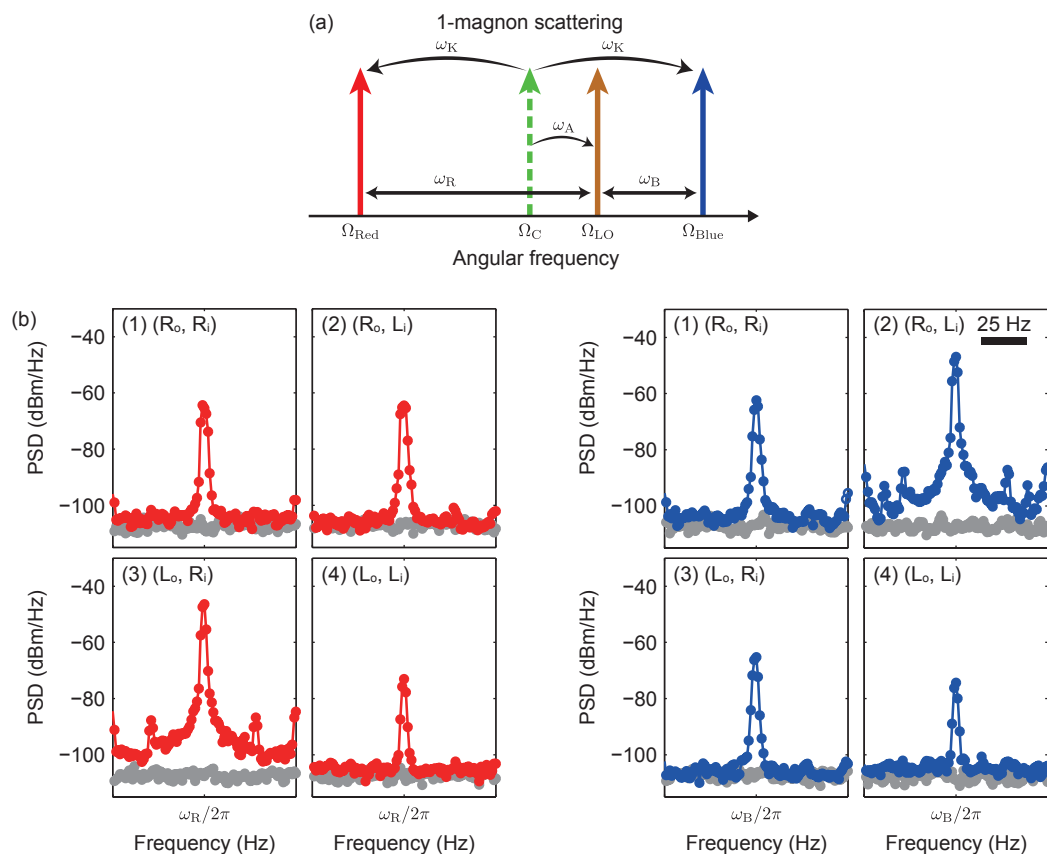


図 6.1: (111) 面に垂直に静磁場を印加し、ファラデー配置で観測された 1 マグノン散乱。(a) 散乱光、LO 光そしてビート信号の周波数関係。2 マグノン散乱の場合とは異なり、1 マグノン散乱由来のビート信号の角周波数は、 $\omega_B = \omega_K - \omega_A$ 、 $\omega_R = \omega_K + \omega_A$  となる。本実験では  $\omega_K/2\pi = 5.21$  GHz であった。(b) ヘテロダイン測定で得られたパワースペクトラム。縦軸はパワースペクトラム密度 (PSD)。スペクトラムアナライザの分解能帯域幅 (RBW) は 1 Hz に設定し、9 回平均を行った結果を赤点・青点で示す。グレーの点は、YIG サンプル側の光を HPD に入力しなかった場合の結果である。



## 1-magnon scattering

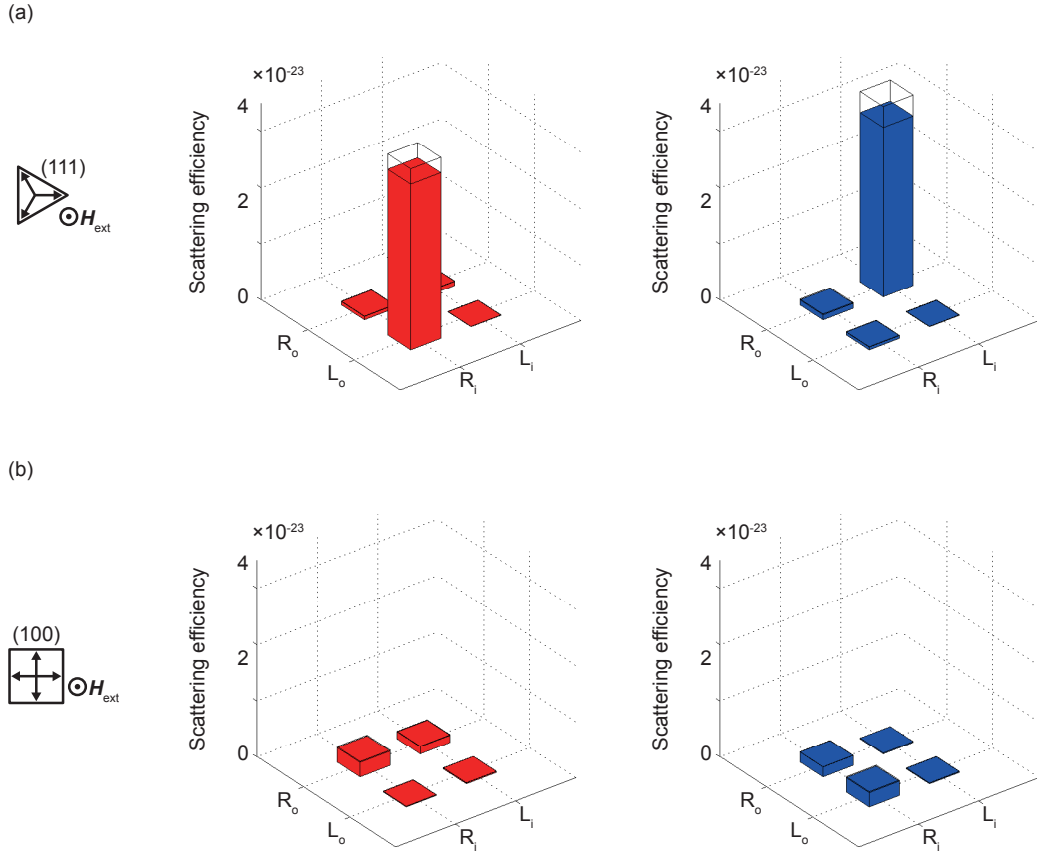


図 6.2: 1 マグノン散乱の散乱効率の結晶軸・偏光依存性。棒グラフ頂点は、散乱効率の平均値を表し、上部透明部分は標準誤差のプラス側の大きさを表す。(a)  $(111) \perp \mathbf{e}_z$  の場合。(b)  $(100) \perp \mathbf{e}_z$  の場合。

## 考察

図 6.2 に散乱効率の偏光依存性を示す。比較のため、YIG 単結晶の  $(100)$  面に垂直に静磁場を印加した場合に同様の実験を行って取得したデータも併記する。式 (3.34) から明らかなように、 $(100)$  面に静磁場をかけた場合には  $T_{\pm 2}^{(2)}$  の項は存在しない。散乱効率の結果を比較すると、理論予想と矛盾せず、 $(111)$  面に静磁場を印加した場合にだけ有意な信号が観測されていることがわかる。さらに観測されている散乱の散乱効率の高さもほぼ一致しており、式 (3.39) の予想と矛盾しない結果となっている。

次に、同じ  $(111)$  面に垂直に静磁場を印加した状況下での 1 マグノン散乱、そして 2 マグノン散乱の散乱効率を比較し、予想と矛盾がないことを説明する。まず、実験によって測定された 1 マグノン散乱の散乱効率は、図 6.1(a) から赤側も青側も約  $4 \times 10^{-23}$  であることがわかる。一方、2 マグノン散乱の散乱効率は図 5.9 より、赤青両側ともに約  $2 \times 10^{-39}$  であり、1 マグノン散乱と 2 マグノン散乱の散乱効率の比は約  $2 \times 10^{16}$  倍異なる。

第 3 章で計算した 1 マグノン散乱過程におけるエネルギー密度は、式 (3.42) より、

$$\mathcal{E}_{\text{1magnon}} = \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} M_z M^- E_-^* E_+ \quad (6.1)$$

一方、2マグノン散乱過程におけるエネルギー密度は、式(3.56)より、

$$\mathcal{E}_{2\text{magnon}} = \frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) M^- M^- E_+^* E_- \quad (6.2)$$

である。ともに  $(L_o, R_i)$  の場合に観測が予想される散乱であり、時間依存項を無視した。散乱効率を議論するには、このエネルギー密度の中身を量子化すると理解しやすい。電場は式(F.6)を用いて量子化し、磁化振動項は  $(M \rightarrow J)$  と読み替えて式(E.6)から(E.8)を用いることで量子化することができる。電場の演算子に付随する係数を  $\alpha$  でまとめると、量子化後の係数  $C$  は次のように書ける。

$$C_{1\text{magnon}} = \frac{\sqrt{2}(G_{11} - G_{12} - 2G_{44})}{3} J \sqrt{2J} \alpha^2 \quad (6.3)$$

$$C_{2\text{magnon}} = \frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) (\sqrt{2J})^2 \alpha^2 \quad (6.4)$$

散乱効率はこの係数の自乗で決まる。そこで、その比を求めると次のようになる。

$$\frac{(C_{1\text{magnon}})^2}{(C_{2\text{magnon}})^2} = \left( \frac{\frac{\sqrt{2}(G_{11}-G_{12}-2G_{44})}{3} \sqrt{2J^3}}{\frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44}) \sqrt{4J^2}} \right)^2 \quad (6.5)$$

$$= \left( \frac{\frac{\sqrt{2}(G_{11}-G_{12}-2G_{44})}{3}}{\frac{1}{6} (G_{11} - G_{12} + 4G_{44})} \right)^2 \times \frac{J}{2} \quad (6.6)$$

$$\simeq 0.066 \times \frac{1.4 \times 10^{18}}{2} \quad (6.7)$$

$$\simeq 4.5 \times 10^{16} \quad (6.8)$$

ここで、 $G_{11}-G_{12}$  と  $G_{44}$  の間の関係(式(5.8))と、YIGのスピン密度  $n = 2.1 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$  [37] を用いた。この理論式から導出された散乱効率の比と、実測した散乱効率の比は同じオーダーであり、矛盾しないことがわかる。

## 6.2 マグノン誘起ブリルアン散乱であることの確認

前節で観測された信号が、マグノン誘起ブリルアン散乱によって発生した散乱光であることを本節の実験で確認する。

図6.2(a)に示したように、 $(L_o, R_i)$  の状況下で1マグノン散乱過程によって発生したと考えられる赤側サイドバンド(散乱光)が観測されている。この実験は、Kittelモードの共鳴周波数  $\omega_K$  と、Kittelモードを励起するために入力しているマイクロ波の周波数  $\omega_{mw}$  を一致させて行っている。

もし、このサイドバンドが1マグノン散乱過程ではなく、他の何らかの非線形過程によって発生しているならば、Kittelモードの共鳴周波数を変化させた場合(つまり  $\omega_K \neq \omega_{mw}$  とした場合)でも観測される散乱光パワーに変化が見られないはずである。一方、1マグノン散乱過程によって発生したものであれば、 $\omega_K \neq \omega_{mw}$  とした場合、散乱光パワーは以下のように変化すると考えられる。

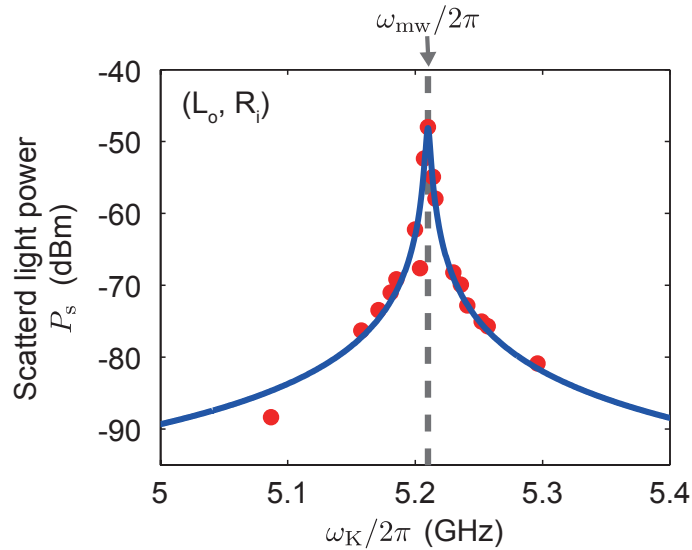


図 6.3: 散乱光パワー  $P_s$  の  $\omega_K$  依存性。( $L_o, R_i$ ) の状況で観測される赤側サイドバンドのパワーを赤点で示し、ローレンツ関数でフィッティングした結果を青線で示している。

#### 散乱光パワーの $\omega_K$ 依存性

Kittel モードの励起マグノン数は、式 (H.8) より、 $\omega_K$  についてローレンツ型で変化することがわかる。また、1 マグノン散乱過程によって生成される散乱光のパワーは、励起マグノン数に比例することから、散乱光のパワー  $P_s$  は以下のように書くことができる。

$$P_s \propto \frac{1}{(\omega_K - \omega_{mw})^2 + \left(\frac{\kappa_e + \kappa_i}{2}\right)^2} \quad (6.9)$$

つまり、 $\omega_K$  を変化させた場合、散乱光パワー  $P_s$  は  $\omega_{mw}$  を中心にローレンツ型に変化することが予想される。

図 6.1(b) の (3) で観測されている赤側サイドバンドに注目し、散乱光パワー  $P_s$  の  $\omega_K$  依存性<sup>\*1</sup> を測定した結果が図 6.3 の赤点である。さらに  $\omega_{mw}$  を中心としたローレンツ関数によって、線幅をパラメータとしてフィッティングした結果を青線で示した。得られた半値半幅は約 2 MHz であり、 $\kappa_e, \kappa_i$  は共にメガヘルツのオーダーであるため、式 (6.9) の予想と矛盾しない。これにより、前節で観測された散乱光が、1 マグノン散乱過程によって発生したものであることが確認された。

ただし、実験のパラメータは表 6.1 と光パワーの部分のみ異なる。LO 光のパワーが  $52 \mu\text{W}$ 、サンプル側の光パワーが  $170 \mu\text{W}$  であった。

### 6.3 角運動量の収支が合わない遷移についての考察

本章のここまでの実験により、3.4.2 節で予想した、角運動量収支の合わない 1 マグノン散乱過程の存在を実証することに成功した。本節では、なぜこのような角運動量の収支が合わない散乱過程が存在するのか、という点について考察を行う。

まず、3.3.5 節では、YIG 単結晶の (111) 面が直交基底  $e_z$  と直交している状態を考え、YIG の誘電率（式 (3.26) から式 (3.29)）を導出した。いま、 $z$  軸（〈111〉軸）を回転軸とし、YIG 単

<sup>\*1</sup> 図 5.1(c) 中の電流源の電流値を変化させることにより、 $\omega_K$  を変化させることが可能である。

結晶（立方晶）を角度  $\phi_L$  だけ回転させた状況を考える。すると、YIG の誘電率テンソルは以下のように変化することが計算から求まる。

$$\begin{aligned}
 R(\phi_L) \tilde{\epsilon}_{111} &= \tilde{\epsilon}_{111}^{(0)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(1)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(2')} \\
 &= \tilde{\epsilon}_{111}^{(0)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(1)} \\
 &\quad - \frac{\sqrt{2}G_{44}}{\sqrt{3}} (M^+ M^- - 2M_z^2) T_0^{(2)} \\
 &\quad + \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{6} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M^- M^- \underbrace{\exp(-i3\phi_L)}_{\text{Appeared}} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. + \left( \frac{2}{3} (G_{11} - G_{12} + G_{44}) M_z M^+ \right) \right] T_{+1}^{(2)} \\
 &\quad + \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{6} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M^+ M^+ \underbrace{\exp(i3\phi_L)}_{\text{Appeared}} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. + \left( \frac{2}{3} (G_{11} - G_{12} + G_{44}) M_z M^- \right) \right] T_{-1}^{(2)} \\
 &\quad + \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{3} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_z M^- \underbrace{\exp(-i3\phi_L)}_{\text{Appereared}} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. - \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} M^+ M^+ \right) \right] T_{+2}^{(2)} \\
 &\quad + \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{3} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_z M^+ \underbrace{\exp(i3\phi_L)}_{\text{Appereared}} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. - \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} M^- M^- \right) \right] T_{-2}^{(2)}
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

この結果から、テンソルパート中の角運動量の収支が合わない項だけに変数として  $\phi_L$  をもった指数関数  $\exp(\pm i3\phi_L)$  が現れることがわかる。これは式(3.1)に立ち戻ると、相互作用ハミルトニアンの該当箇所にだけ、グローバルな位相項がつくことを意味する。グローバル位相は通常、期待値を取る際に1になってしまうのであらわには観測されない物理量である。

### 3回回転対称性

ロッドによって固定されている YIG 単結晶は  $z$  軸 ( $\langle 111 \rangle$  軸) に対して3回回転対称性をもつ。すなわち  $n$  を整数として、 $\phi_L = n\frac{2\pi}{3}$  だけ回転させた場合でも物性に变化はでないはずである。実際に式(6.10)に  $\phi_L = n\frac{2\pi}{3}$  を代入すると  $\exp(\pm i3n\frac{2\pi}{3}) = 1$  となり、結晶のもつ3回回転対称性を誘電率テンソルは満たしていることがわかる。

ここまで、YIG 単結晶球にのみ注目してきたが、固定用のロッドそして地球まで含めて系とみなすと、連続的な回転対称性が回復する。そのような場合、光と相互作用する前後で角運動量がどのように変化するか調べてみることにする。

### 系の角運動量

いま、結晶と地球を含めた系が自由に回転できる状況を考えているので、系の角運動量演算子  $\hat{L}_z$  を次のように定義することができる。

$$\hat{L}_z := -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi_L} \quad (6.11)$$

系の初期状態を  $|\Psi^i\rangle$  と書くことにし、初期の状態として系が回転していない状況を仮定する。系の角運動量の期待値は

$$\langle \Psi^i | \hat{L}_z | \Psi^i \rangle = 0 \quad (6.12)$$

となる。一方、式 (3.1) の相互作用ハミルトニアンと相互作用したあとの系の状態を

$$|\Psi^f\rangle = \hat{H} |\Psi^i\rangle \quad (6.13)$$

と書くとすると、相互作用後の状態の角運動量の期待値は

$$\langle \Psi^f | \hat{L}_z | \Psi^f \rangle = \langle \Psi^i | \hat{H}^\dagger \hat{L}_z \hat{H} | \Psi^i \rangle \quad (6.14)$$

$$= \langle \Psi^i | \hat{H}^\dagger \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi_L} \right) \underbrace{\hat{H}}_{\text{Including global phase}} | \Psi^i \rangle \quad (6.15)$$

$$(6.16)$$

となる。入力光電場が  $E_+ e_+$ 、散乱光電場が  $E_-^* e_-^*$  の場合を考えると、式 (6.10) 中の  $T_{+2}^{(2)}$  の項だけが選択され、相互作用後の角運動量の期待値が計算でき、その値は  $-3\hbar$  となる。つまり、それは系が回転することを意味する。今、マグノンと光の角運動量変化は  $\Delta J_{\text{magnon}} = +1\hbar$ ,  $\Delta J_{\text{light}} = +2\hbar$  であることから、この系の角運動量変化  $\Delta J_{\text{system}} = -3\hbar$  を考慮に入れることで、マグノン散乱における角運動量の保存が満たされることがわかる。これまで角運動量は光  $\Delta J_{\text{light}}$  とマグノン  $\Delta J_{\text{magnon}}$  の間で保存していると考えられてきたが、この結果は、次のように系  $\Delta J_{\text{system}}$  まで含めることが必要であることを示唆する。

$$\Delta J_{\text{light}} + \Delta J_{\text{magnon}} = 0 \rightarrow \Delta J_{\text{light}} + \Delta J_{\text{magnon}} + \Delta J_{\text{system}} = 0 \quad (6.17)$$

ここまでの考察から、誘電率テンソル（式(6.10)）中のグローバル位相部分は系の角運動量を表していると考えられる。その部分を角運動量を  $\pm 3\hbar$  分もつ球面調和関数  $Y_{\pm 3}^{(3)}$  で置き換え、改めて誘電率テンソル（式(6.10)）の中身を書き直すと以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 R(\phi_L) \tilde{\epsilon}_{111} &= \tilde{\epsilon}_{111}^{(0)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(1)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(2)'} \\
 &= \tilde{\epsilon}_{111}^{(0)} + \tilde{\epsilon}_{111}^{(1)} \\
 &\quad - \frac{\sqrt{2}G_{44}}{\sqrt{3}} (M^+ M^- - 2M_z^2) T_0^{(2)} \\
 &\quad + \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{6} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) \underbrace{M^- M^-}_{\Delta J_{\text{magnon}}=+2\hbar} \underbrace{Y_{-3}^{(3)}}_{\Delta J_{\text{system}}=-3\hbar} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. + \left( \frac{2}{3} (G_{11} - G_{12} + G_{44}) M_z M^+ \right) \right] \underbrace{T_{+1}^{(2)}}_{\Delta J_{\text{light}}=+1\hbar} \\
 &\quad + \left[ \left( -\frac{\sqrt{2}}{6} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) \underbrace{M^+ M^+}_{\Delta J_{\text{magnon}}=-2\hbar} \underbrace{Y_3^{(3)}}_{\Delta J_{\text{system}}=+3\hbar} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. + \left( \frac{2}{3} (G_{11} - G_{12} + G_{44}) M_z M^- \right) \right] \underbrace{T_{-1}^{(2)}}_{\Delta J_{\text{light}}=-1\hbar} \\
 &\quad + \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{3} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_z \underbrace{M^-}_{\Delta J_{\text{magnon}}=+1\hbar} \underbrace{Y_{-3}^{(3)}}_{\Delta J_{\text{system}}=-3\hbar} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. - \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} M^+ M^+ \right) \right] \underbrace{T_{+2}^{(2)}}_{\Delta J_{\text{light}}=+2\hbar} \\
 &\quad + \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{3} (G_{11} - G_{12} - 2G_{44}) M_z \underbrace{M^+}_{\Delta J_{\text{magnon}}=-1\hbar} \underbrace{Y_3^{(3)}}_{\Delta J_{\text{system}}=+3\hbar} \right) \right. \\
 &\quad \quad \left. - \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 4G_{44}}{6} M^- M^- \right) \right] \underbrace{T_{-2}^{(2)}}_{\Delta J_{\text{light}}=-2\hbar}
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

このようにして、系との角運動量のやりとりを考慮に入れると、1マグノン散乱の遷移に存在した不可解であった角運動量変化が系の回転によるものであると結論づけることができる。図3.4にその新たな理解を明記した図が図6.4である。

3.4.3節では、 $\mathbf{k}_{\text{light}}/\mathbf{H}_{\text{ext}}//\langle 100 \rangle$ のもとで、やはり角運動量の収支が合わない遷移の存在を予想していた。5.4節の実験において、その遷移の観測には至らなかったが、本節での議論と同様にして系との角運動量のやりとりを考慮に入れることによって角運動量の収支に説明を与えることができる。それらの議論は付録Jにまとめた。

### 回転エネルギーの変化量

では、この1マグノン散乱過程によって、系はどれだけの回転エネルギーを得るのか。 $z$ 軸を回転軸とした場合の系の角運動量を  $L_z$ 、慣性モーメントを  $I$ 、そして角速度  $\omega$  とするとそ

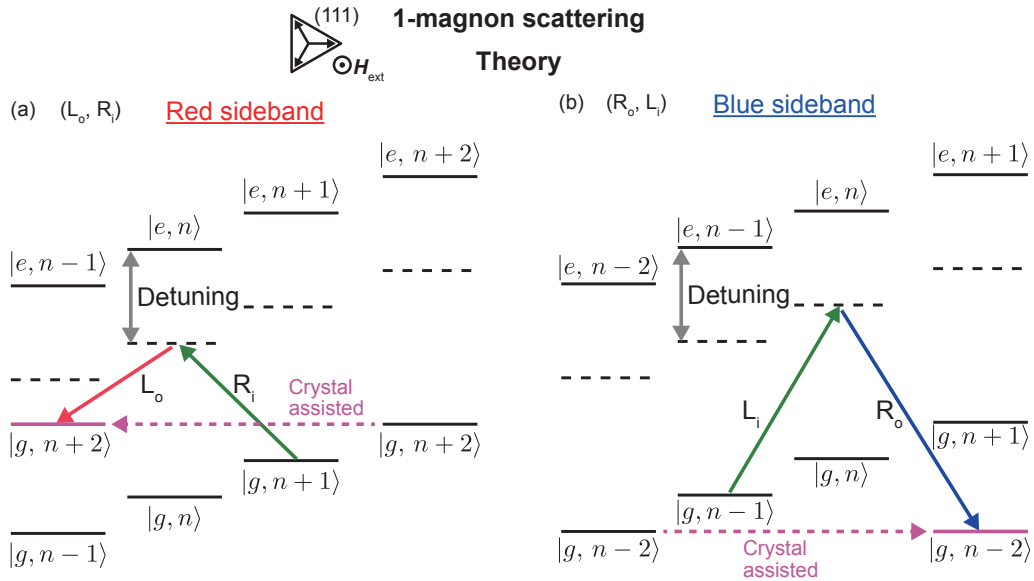


図 6.4: (111) 面に垂直に静磁場を印加した場合に発現すると予想され、本章の実験で実際に観測された角運動量の収支が合わないとされた 1 マグノン散乱過程。|g>, |e> は約 400 nm に存在する YIG の光学遷移の基底状態・励起状態を表し、|n> はマグノンのフォック状態を表す。角運動量の収支の問題は結晶の関与を考慮することにより解決された。

これらの間には以下の関係がある。

$$L_z = I\omega \quad (6.19)$$

1 マグノン散乱の素過程による系の角運動量変化  $\Delta L_z$  は  $3\hbar$  分であることから、角速度の変化  $\Delta\omega$  は

$$\Delta\omega = \frac{3\hbar}{I} \quad (6.20)$$

となる。系の回転エネルギーは  $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$  と書けることから、回転エネルギーの変化分  $\Delta E_{\text{rot}}$  は

$$\Delta E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I(\Delta\omega)^2 = \frac{1}{2} \frac{9\hbar^2}{I} \quad (6.21)$$

と求まる。いま、系は地球を含むため、慣性モーメント  $I$  は非常に大きい。それゆえ回転エネルギーの変化分は無視できるほど小さいことがわかる。1 マグノン散乱過程が起こることで、実際には系に影響を与えているがそれが微量なため観測することはできない。

系から地球を除外し、(地球に固定された) 結晶のみを系として 1 マグノン散乱過程を考えると、本章の実験で観測された散乱は、角運動量の選択則に不定性が現れそれによって許容された散乱であるとして理解することができる。いわゆる umklapp 過程の角運動量版である。このように光と物質の相互作用において、角運動量の選択則に不定性が現れる現象は、これまで非線形光学結晶 [14] や、多磁区構造をもつ反強磁性体 [15]、そしてメタマテリアル [16] で観測されてきた。我々が観測した現象は、その強磁性単結晶版である。

ここまでの考察をまとめておく。

まず、全系として「光+マグノン+系<sup>\*2</sup> (結晶+ロッド+地球)」を考えた場合、特定のマ

<sup>\*2</sup>連続的な回転対称性を持ち、角運動量が定義できる。

グノン散乱過程によって系の回転が誘起されることが予想された。系の角運動量が定義可能であり、全系での角運動量保存則が成り立つことを式 (6.18) で説明した。この立場では非常に明快に理解することができる。

一方、全系を「光+マグノン+系 (結晶<sup>\*3</sup>)」とする立場で考えた場合、地球を無視したことにより系は連続的な回転対称性を失い、結晶のもつ離散的な回転対称性に落ち込むことになる。本章での実験では静磁場の印加方向と YIG 単結晶の  $\langle 111 \rangle$  軸が平行なため、結晶は静磁場方向を回転軸として 3 回回転対称性をもつ。今、結晶のもつ角運動量を定義することはできないが、結晶のもつ 3 回回転対称性に起因した角運動量の不定性  $\Delta J_{\text{system}} = \pm 3\hbar$  という概念<sup>\*4</sup>を導入することにより、角運動量保存則がなりたっていないように見えるマグノン散乱の角運動量収支を説明することができる。全系をどこまでとるかという立場の違いにより、解釈の仕方が異なることがわかる。

### 系に与えるトルクの大きさ

次にこの 1 マグノン散乱過程によって、どれだけのトルクが系に与えられるのかをここで見積もっておく。トルク  $N$  と角運動量  $L_z$  は以下の運動方程式によって関係づけられる。

$$\frac{dL_z}{dt} = N \quad (6.22)$$

角運動量変化  $3\hbar$  を伴う 1 マグノン散乱過程は、本章の実験で得られた散乱効率は約  $10^{-23}$  のオーダーであった。実験条件から、入射光光子のフラックスは  $10^{15} \text{ s}^{-1}$  のオーダーであり、励起されていたマグノン数は  $10^{14}$  個のオーダーであることがわかる。それゆえ、散乱光の光子フラックス  $F_s$  は

$$F_s = \underbrace{10^{15}}_{F_C} \times \underbrace{10^{14}}_{N_W} \times \underbrace{10^{-23}}_{\text{Scattering efficiency}} \quad (6.23)$$

$$= 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (6.24)$$

のオーダーであることがわかる。つまり、本章の実験では、1 秒間あたり素過程が  $10^6$  回起こっていると考えられる。1 マグノン散乱が 1 回起こることにより、系は  $3\hbar$  分角運動量を与えられるので、結局トルクのオーダーは

$$N = 10^6 \times 3\hbar \sim 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m} \quad (6.25)$$

と求まった。

### ドップラーシフト

さらに、系が 1 マグノン散乱で回転する場合<sup>\*5</sup>、その回転エネルギーは光から供給されることになり、散乱光のエネルギーはドップラーシフトする [14]。散乱光光子が結晶に与えるエネルギーを  $\hbar\omega_{\text{Doppler}}$  と書くと、

$$\hbar\omega_{\text{Doppler}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (6.26)$$

<sup>\*3</sup>ただし地球に固定されおり、連続的な回転対称性は失っている。

<sup>\*4</sup>結晶が静磁場方向に対し 4 回回転対称性をもつ場合は、角運動量の不定性は  $\Delta J_{\text{system}} = \pm 4\hbar$  となる。付録 J 参照。

<sup>\*5</sup>YIG 単結晶のサイズを縮小し、何らかの手法で宙に浮遊させることができれば慣性モーメントを極端に減少させることができ、YIG 単結晶が回転する可能性がある。



という関係がある。両辺微分をとると

$$\hbar \Delta \omega_{\text{Doppler}} = I \omega \Delta \omega \quad (6.27)$$

$$= I \omega \frac{3\hbar}{I} \quad (6.28)$$

$$= 3\hbar \omega \quad (6.29)$$

となる。途中、式 (6.20) を代入した。これより、ドップラーシフト量は

$$\Delta \omega_{\text{Doppler}} = 3\omega \quad (6.30)$$

と求まる。つまり、散乱光の角周波数は、結晶が回転する場合その角速度  $\omega$  の3倍分ずれることが予測される。

## 6.4 コヒーレンスの確認

(111)  $\perp e_z$  の状況下において、結晶自由度が関与する1マグノン散乱の観測に成功した。このとき、全系は「光+マグノン+系<sup>\*6</sup>」の3者から構成されると考えられる。これまで「光+マグノン」のみで閉じていると考えていたが、そこに新しく結晶を含めた系が考慮すべき全系に加わった形である。

YIG 単結晶と地球を含めた系は非常に大きな歓声モーメントをもつため、測定中は動いていないとみなすことができる。また、ヘテロダイン測定の結果からも周波数の変化は観測されていないため、ドップラーシフトが無視できるほど小さいことがわかる。つまり、結晶と地球を含めた系と、光の間でのエネルギーのやり取りはないと考えられる。しかし一方で角運動量はやりとりをしている。このような状況において、光とマグノンの間の相互作用、つまりマグノン誘起ブリルアン散乱はコヒーレントな相互作用なのか？という素朴な疑問が湧いてくる。

本節ではその疑問に解答を与えるべく、1マグノン散乱によって発生したストークス・アンチストークス光それぞれの可干渉性を観測する実験を行った。

実験系を図 6.5(a) に示したように、これまでの系と同じ系であり、実験の原理や流れは 5.6 節での実験と同様である。

我々は、Kittel モードに共鳴するマイクロ波を出力するマイクロ波発振器の初期位相  $\phi_E$  を変化させることができる。もし結晶と角運動量のやりとりがある1マグノン散乱過程がコヒーレントな過程であれば、1マグノン散乱光の初期位相は、マイクロ波発振器の初期位相  $\phi_E$  と共に変化することになる。その様子を図 6.5(b) に示した。

まず青側サイドバンドに注目すると、HPD 上において、「EOM 由来の青側サイドバンド+1マグノン散乱由来の青側サイドバンド+LO 光」が角周波数  $\omega_B = \omega_K - \omega_A$  をもつビート信号を生み出す。この際、EOM 由来の青側サイドバンドと1マグノン散乱由来の青側サイドバンドの相対位相差によって、ビート信号の強度は変化する<sup>\*7</sup>。つまりもしこの1マグノン散乱過程がコヒーレントな過程であれば、ヘテロダイン測定によって得られるビート信号のパワーが  $\phi_E$  に依存し変化する干渉が観測されるはずである。赤側サイドバンド側も同様の議論により、角周波数  $\omega_R = \omega_K + \omega_A$  を持つビート信号の干渉が観測されると予想できる。

<sup>\*6</sup>結晶とロッド、そして地球から構成される。

<sup>\*7</sup>本実験では、Visibility を最大にするために、それぞれのサイドバンドのパワーを揃えている。

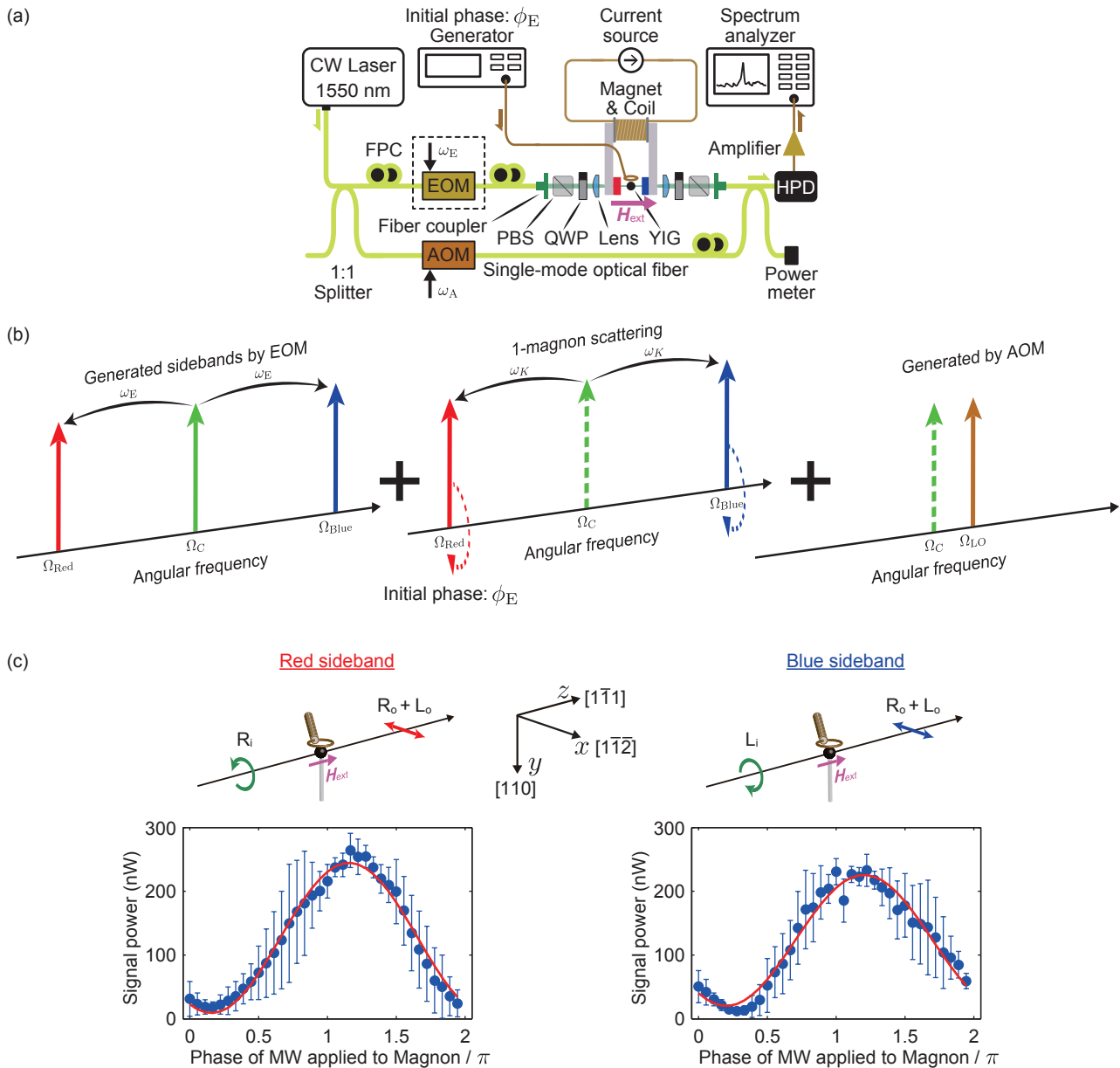


図 6.5: (111) 面に垂直な静磁場のもと、ファラデー配置で発生する 1 マグノン散乱のコヒーレンス確認実験。(a) 測定系。(b) 高速光検出器 (HPD) に入力する光の周波数関係。(c) 1 マグノン散乱によって発生した光と EOM 由来のサイドバンドを共に HPD に入力するため、YIG 直後の PBS と QWP のセットは X 偏光 (右回り円偏光 + 左回り円偏光) を持った出力偏光が通過するように調整している。図 3.4 で述べた結晶自由度が関与する 1 マグノン散乱によって発生した光と、EOM 由来のサイドバンド光との干渉によって、角周波数  $\omega_B$ 、 $\omega_R$  を持つビート信号パワーが  $\phi_E$  に依存し周期的に変化している様子が見られる。

実際に測定した周波数  $\omega_B/2\pi$ 、 $\omega_R/2\pi$  に出現するピーク信号パワーの  $\phi_E$  依存性をプロットしたものが図 6.5(c) である。青点が観測データであり、エラーバーは標準誤差を表す。予想していたように、きれいな干渉縞が観測されている。

### 考察

マグノンは励起用のマイクロ波によってコヒーレントに強制励起されているため、マグノンの位相に次のように  $\phi_E$  が含まれることになる。

$$\exp(-i\omega_m t) \rightarrow \exp(-i(\omega_m t + \phi_E)) \quad (6.31)$$

これより、1 マグノン散乱過程によって発生する散乱光の位相（式 (3.43)）は、この過程がコヒーレントであれば次のように書き換えられる。

$$\exp(-i\omega_{sc} t) \rightarrow \exp(-i[(\omega_m + \omega_{in})t + \phi_E]) \quad (6.32)$$

一方、EOM 由来のサイドバンドの初期位相は一定である。

5.1.1 節と同様に HPD から出力する光電流  $I_{HPD}(t)$  は次のように書ける。

$$I_{HPD}(t) \propto E_{sc} E_{LO} \cos\left((\omega_{sc} - \Omega_{LO})t + \underbrace{\phi_E}_{\text{Parameter}}\right) + E_{EOM} E_{LO} \cos((\omega_{EOM} - \Omega_{LO})t) \quad (6.33)$$

ここで、 $E_{sc}$ ,  $E_{LO}$ ,  $E_{EOM}$  はそれぞれ、1 マグノン散乱光・LO 光・EOM 由来のサイドバンドの電場を表す。ここで、 $\Omega_{LO}$  は AOM 由来の LO 光の角周波数である。いま、 $E_{sc} \simeq E_{EOM}$  かつ  $\omega_{sc} = \omega_{EOM}$  であることから、ビート信号  $I_{HPD}(t)$  は干渉によって、 $\phi_E = 2\pi$  周期で変化することがわかる。

図 6.5(c) では、測定データを周期  $2\pi$  の三角関数でフィッティングした結果を赤線で示している。これにより、結晶が関与する場合でも、結晶が固定されている場合にはマグノン散乱ではデコヒーレンスが起らないことを実験的に確認した。

もし仮に YIG 単結晶が固定されておらず、さらにマグノン散乱によって結晶が回転する場合、散乱光のエネルギーは式 (6.30) に示したようにドップラーシフトする。つまり、結晶の自由度にエネルギーを与えることになる。このような状況下におけるマグノン散乱において、光とマグノンの間のコヒーレンスが保たれるのであろうか。結晶という異なる自由度へエネルギーが流出するため、デコヒーレンスが発生すると予想するが、実験的検証を待たなければならない。

## 6.5 本章のまとめ

本章では、YIG 単結晶の (111) 面に垂直に静磁場をかけ、ファラデー配置の状況において 1 マグノン散乱の観測を行った。本実験から以下の成果を得ることができた。

1. 強磁性体中のマグノンによる結晶の対称性が関与する 1 マグノン散乱を初めて観測した。
2. 散乱光子フラックスを  $F_s$ 、入射光子フラックスを  $F_c$ 、励起マグノン数を  $N_w$  とかくとき、 $F_s/(F_c N_w)$  を散乱効率と定義した。そのとき、今回観測した 1 マグノン散乱の散乱効率は  $10^{-23}$  のオーダーであった。
3. 結晶が関与する場合でも、結晶が固定されている場合、マグノン散乱ではデコヒーレンスが起らないことを実験的に確認した。

今回、YIG 単結晶を固定しているため、結晶は実際には回らない。もしほぼ自由な状態でかつ質量の軽い（小さい）単結晶を用いることができれば、マグノン散乱によって強磁性単結晶が回転する様子や散乱光の周波数がドップラーシフトする様子を観察することが可能であると考えている。

## 第7章 結論

本研究では、主に3つの課題に挑戦した。1つ目は、マグノンポラリトンモードを媒介とするマグノン誘起ブリルアン散乱を用いた光-マイクロ波双方向変換の実現、2つ目は、強磁性体における2マグノン散乱の観測、そして3つ目は、結晶の自由度が関与するマグノン誘起ブリルアン散乱の観測である。

まず「マグノンポラリトンモードを媒介とするマグノン誘起ブリルアン散乱を用いた光-マイクロ波双方向変換の実現」により、結合系によって構成される波長変換器の理論モデルを用いて、我々の得た実験結果を説明できることを確認した。また、その際に現れる光とマグノンの結合の強さを特徴づける結合定数 $\zeta$ を3つの異なる手法で導出し、それらが全て同じオーダーになることを見出し、定量的評価を行うことにも成功した。しかし、光子数変換効率に関してはドライブ光が約10mWのときに $10^{-10}$ という低い値をとることが実験によって裏付けられた。これはひとえに光とマグノンの相互作用の弱さに原因があることも明白となった。光とマグノンの結合はパラメトリック結合であるため、入力光（ドライブ光）パワーを強めることで $\zeta$ を大きくすることは原理的には可能であるが、変換効率1とするために必要なドライブ光パワーを見積もると、それは現実的な値ではなくなる。

そこで、我々はより高次のマグノン散乱に着目した。10年前に初めて観測されたマグノンBECの生成冷却手法は、内在的な4体散乱に依存しており、その散乱断面積が非常に小さいため冷却効率が非常に低い。2マグノン散乱過程を用いることが可能となれば、レーザーを用いた新たな冷却手法の確立に繋がる可能性がある。そこで「強磁性体における2マグノン散乱の観測」を行った。その結果、現象論の自然な拡張から得られた予想と矛盾しない実験結果を得ることに成功した。今回観測した2マグノン散乱はマグノン数を変化させる過程であるが、今後、マグノン数を変化させない過程の観測や波数を持ったマグノンを用いた2マグノン散乱の観測にも期待がもたれる。

また、高次のマグノン散乱の研究を進めるにあたり、現象論で予想されるマグノン散乱過程の一部に、角運動量の収支が合わない遷移が存在することを発見した。そこで、これまで考慮されてこなかった結晶の角運動量を取り入れることにより、一見異常に見えた散乱過程が理解できることを考察した。結晶の自由度があらわに関与していると思われるマグノン散乱に着目し、その実証実験を行い、その結果、理論で予想した通りの偏光依存性を持ったマグノン散乱が観測された。さらに結晶が関与しているマグノン散乱においても、位相コヒーレンスが失われていないことを実験的に明らかにした。

これらの結果は、光によるマグノン制御を目指すオプトマグノニクス研究において、これまで対象とされていなかった高次の散乱過程を利用するという新しい道を提示するとともに、新たに結晶という自由度も考慮に入れなければならないことを示唆している。オプトマグノニクス研究における新たな展開への足がかりになると考えている。

## 付 録 A 単一原子と光の相互作用

伝搬光と中性原子気体（常磁性スピン集団）との相互作用を考察する際に用いられる微視的な観点からの理論モデルを紹介する [24]。

まず次のような仮定をおき、状況を簡単化する。

- 前方散乱のみを考える。
- 近軸光線を仮定する。伝搬方向の 1 次元のみを考えてモデルを構築する。
- 伝搬光が原子気体を透過する際の伝搬効果を見捨てる。つまり、伝搬光が原子気体に入ってから出るまで集団スピン状態は変化しないという仮定をおく。

### A.1 相互作用ハミルトニアン

単一原子の持つスピン状態と、伝搬光との電気双極子相互作用を考える。原子の状態として超微細構造まで考え、基底状態の全角運動量を  $f$ 、励起状態の全角運動量を  $f'$  とする。また、 $x$  軸を量子化軸にとり、全角運動量の  $x$  成分の固有状態（ゼーマン副準位）を識別する指標を  $m$  と書くことにする。これは磁気量子数とも呼ばれる。いま、伝搬光の持つエネルギーが状態間の遷移エネルギーに対し大きく離調している場合を考えると、励起状態への実励起を見捨てることができ、基底状態のみで実効的な相互作用ハミルトニアンを記述することが可能となる<sup>\*1</sup>。さらに回転波近似を適用することで、実効ハミルトニアンを導出することができる。これは分極率ハミルトニアン<sup>\*2</sup>と呼ばれ、次のように書かれる [24, 48]。

$$\hat{H} = \sum_{f,f'} \hat{E}^- \cdot \frac{\hat{P}_f \hat{\mathbf{d}} \hat{P}_{f'}^\dagger \hat{\mathbf{d}}^\dagger \hat{P}_f}{\hbar \Delta_{f,f'}} \cdot \hat{E}^+ \quad (\text{A.1})$$

上式中の  $\hat{E}^-$  と  $\hat{E}^+$  は、式 (F.5) と式 (F.8) を用いて次のような電場演算子として定義している。

$$\hat{E}^- := \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 A L}} (\hat{b}_R^\dagger \mathbf{e}_R^* + \hat{b}_L^\dagger \mathbf{e}_L^*) \quad (\text{A.2})$$

$$\hat{E}^+ := \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 A L}} (\hat{b}_R \mathbf{e}_R + \hat{b}_L \mathbf{e}_L) \quad (\text{A.3})$$

$\hat{\mathbf{d}}^\dagger$  と  $\hat{\mathbf{d}}$  は原子の電気双極子モーメントを表す生成消滅演算子である。また、 $f$ 、 $f'$  は基底状態と励起状態の角運動量の大きさを表す。 $\omega$  を伝搬光の角周波数、 $\omega_{f,f'}$  を状態間の遷移エネ

<sup>\*1</sup> この近似は断熱的消去と呼ばれる。

<sup>\*2</sup> Polarizability Hamiltonian

ルギーとして、離調を  $\Delta_{f,f'} := \omega - \omega_{f,f'}$  で表している。最後に  $\hat{P}_f$  そして  $\hat{P}_{f'}$  は射影演算子である。つまり、分極率ハミルトニアンをもっとあらわに書き下すと次のようになる。

$$\hat{H} = \sum_{f,f'} \hat{E}^- \cdot \frac{\sum_{m,m',m''} |f,m''\rangle \langle f,m''| \hat{\mathbf{d}} |f',m'\rangle \langle f',m'| \hat{\mathbf{d}}^\dagger |f,m\rangle \langle f,m|}{\hbar \Delta_{f,f'}} \cdot \hat{E}^+ \quad (\text{A.4})$$

$|f,m\rangle$  は基底状態のゼーマン副準位を表し、 $|f',m'\rangle$  は励起状態のそれを表す。この分極率ハミルトニアンは次のように解釈できる。原子は基底状態から仮想励起状態へ双極子モーメント  $\hat{\mathbf{d}}^\dagger$  を通して遷移し、それと同時に伝搬光モードの光子は消滅する。その後仮想的に励起された原子は  $\hat{\mathbf{d}}$  を通して基底状態へと戻り、同時に散乱光子を伝搬光モードに生成する。このとき、原子の初期状態と終状態の副準位は異なってもよく、消滅した光子と生成した散乱光子の偏光状態が異なっていることもありうる。

この過程全体では光子数に変化がない。また、通常 1 光子の電気双極子相互作用ではゼーマン分裂した基底状態間の遷移は起こらない<sup>\*3</sup>が、仮想的に励起状態を経ることにより、基底状態間を繋ぐ 2 光子遷移が可能であることをこのハミルトニアンは示している。さらにこの分極率ハミルトニアンには、いわゆるファラデー回転相互作用が含まれている [24]。また、多くの原子種において分光実験の結果からエネルギーダイアグラムが決定されている。そのため、分極率ハミルトニアンの行列要素を具体的に計算することが可能である。

いま、励起状態のゼーマン副準位の広がり要比べ  $\Delta_{f,f'}$  が非常に大きい状況を考えているので、式 (A.4) は次のように書き換えることができる。

$$\hat{H} = \left[ \hat{E}^- \cdot \left( \sum_{f,m,m''} |f,m''\rangle \langle f,m''| \hat{\mathbf{d}} \hat{\mathbf{d}}^\dagger |f,m\rangle \langle f,m| \right) \cdot \hat{E}^+ \right] \left( \frac{\hat{\mathbf{1}}}{n\hbar\Delta} \right) \quad (\text{A.5})$$

ここで  $\sum_{f',m'} |f',m'\rangle \langle f',m'| = \hat{\mathbf{1}}$  を用いた。また、仮定より  $\sum_{f,f'} \hbar \Delta_{f,f'} = n\hbar\Delta$  と近似した。この表式では、分極率ハミルトニアンが基底状態のみで記述されていることがよりあらわになっている。この式から、伝搬光の偏光状態と磁気量子数  $m, m'$  間の選択則も導かれる（付録 B 参照）。

<sup>\*3</sup>ラポルテの規則。ただし、電気双極子相互作用ではなく、磁気双極子相互作用を使えば基底状態間の 1 光子遷移は可能となる。それが磁気共鳴である。こちらは非共鳴の場合何も起こらない。

## 付 録 B 磁気量子数と偏光の選択則（単一原子の場合）

式 (A.1) のハミルトニアン分子部分

$$\hat{\alpha}_{f,f'} := \hat{P}_f \hat{\mathbf{d}} \hat{P}_{f'} \hat{\mathbf{d}}^\dagger \hat{P}_f \quad (\text{B.1})$$

$$= \sum_m \sum_{m'} \sum_{m''} |f, m''\rangle \langle f, m''| \hat{\mathbf{d}} |f', m'\rangle \langle f', m'| \hat{\mathbf{d}}^\dagger |f, m\rangle \langle f, m| \quad (\text{B.2})$$

は、原子分極率テンソルと呼ばれ、電気双極子モーメントを表すベクトル演算子2つで作られるダイアディック<sup>\*1</sup>であり、全部で9個の成分を持つ。このダイアディックは可約<sup>\*2</sup>であり、次のように既約球面テンソルに還元することが可能である [32, 33]。

$$\hat{\alpha}_{f,f'} = \hat{\alpha}_{f,f'}^{(0)} + \hat{\alpha}_{f,f'}^{(1)} + \hat{\alpha}_{f,f'}^{(2)} \quad (\text{B.3})$$

右辺の既約球面テンソルの右肩に示している数字は、それぞれの球面既約テンソルの階数を表している。それぞれ1個、3個、5個の独立成分を持ち、空間回転に対する変化の仕方から、それぞれスカラーパート、ベクトルパート、テンソルパートと呼ばれる。これを行列表示すると、

$$\hat{\alpha}_{f,f'}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \hat{T}_0^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{T}_0^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{T}_0^{(0)} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{\alpha}_{f,f'}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \hat{T}_0^{(1)} & \hat{T}_{+1}^{(1)} & 0 \\ -\hat{T}_{-1}^{(1)} & 0 & \hat{T}_{+1}^{(1)} \\ 0 & -\hat{T}_{-1}^{(1)} & -\hat{T}_0^{(1)} \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\hat{\alpha}_{f,f'}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -\hat{T}_0^{(2)} & -\sqrt{3}\hat{T}_{+1}^{(2)} & -\sqrt{6}\hat{T}_{+2}^{(2)} \\ \sqrt{3}\hat{T}_{-1}^{(2)} & 2\hat{T}_0^{(2)} & \sqrt{3}\hat{T}_{+1}^{(2)} \\ -\sqrt{6}\hat{T}_{-2}^{(2)} & -\sqrt{3}\hat{T}_{-1}^{(2)} & -\hat{T}_0^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

と表すことができる [24]。上の行列は以下の円偏光基底で表現している。

$$\left\{ \mathbf{e}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \end{pmatrix}, \mathbf{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{B.7})$$

各階の球面テンソル演算子の行列要素  $\hat{T}_q^{(k)}$  は、次の重要な性質を持つ [32]。

$$\langle f', m' | \hat{T}_q^{(k)} | f, m \rangle = 0, \quad m' \neq q + m \quad (\text{B.8})$$

<sup>\*1</sup>2 階の直交テンソル演算子。

<sup>\*2</sup>座標の回転を考えた場合に異なる変換をする部分に分解可能。

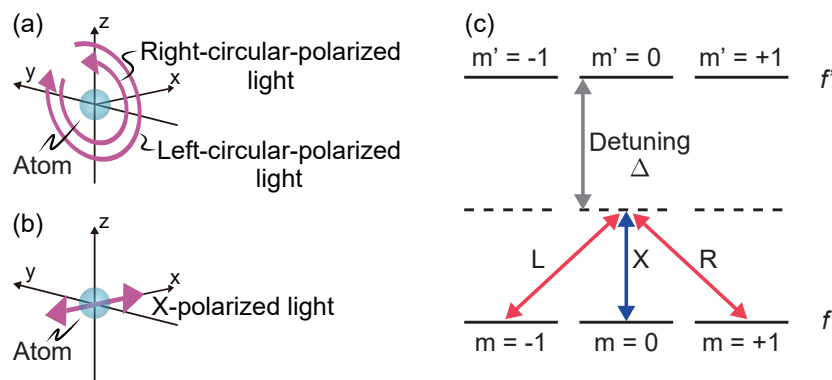


図 B.1: 単一原子と伝搬光の相互作用。(a) 右回り・左回り円偏光状態の定義。(b)  $x$  方向にのみ電場成分を持つ、X 偏光の定義。(c) 基底状態と励起状態の全角運動量  $f$ 、 $f'$  がともに 1 以上の場合の原子のエネルギーダイアグラム。右回り円偏光 (R)、X 偏光 (X)、左回り円偏光 (L) と、原子の磁気量子数変化の関係。

これは、磁気量子数  $m$  間の選択則を意味し、 $m' = q + m$  の場合のみ遷移が可能となることを表している。またそれぞれの行列要素  $\hat{T}_q^{(k)}$  の行列内での位置から、入力光と散乱光の偏光状態を知ることができる。図 B.1 にまとめたように、右回り円偏光は  $-1\hbar$  の角運動量を持ち、左回り円偏光は  $+1\hbar$  の角運動量を持つことがわかる。



## 付 録C テンソルの定義

$n$  階<sup>\*1</sup> のテンソルの定義を示しておく。準備として、3次元空間に存在するベクトル  $\mathbf{P}$  の座標変換について考える。

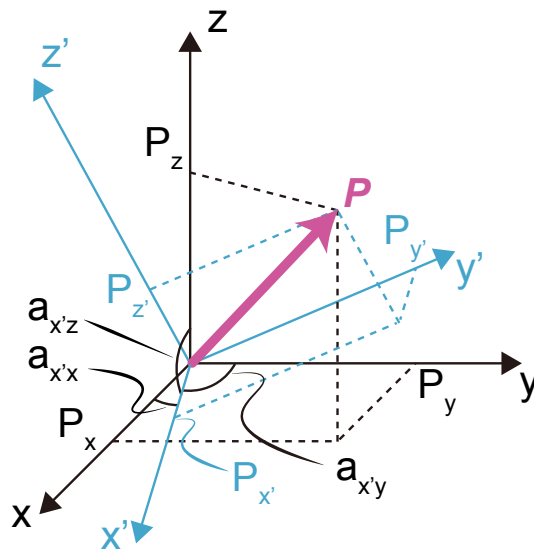


図 C.1: 3次元空間中に存在するベクトル  $\mathbf{P}$  と2つの異なる座標系  $(x, y, z), (x', y', z')$ 。2つの座標系における座標を繋ぐ方向余弦  $a_{ij}$ 。

ベクトル  $\mathbf{P}$  は、座標系  $(x, y, z)$  では座標が  $(P_x, P_y, P_z)$  になり、座標系  $(x', y', z')$  では  $(P_{x'}, P_{y'}, P_{z'})$  となる。異なる座標系における座標間は、方向余弦  $a_{ij}$  を用いることで繋ぐことができる。

$$a_{ij} = \cos(\angle(i, j)) \quad (i = x', y', z'; j = x, y, z) \quad (\text{C.1})$$

$\angle(i, j)$  は2つの軸間のなす角を表す。この方向余弦  $a_{ij}$  を用いて座標間の関係を書くと、

$$\begin{pmatrix} P_{x'} \\ P_{y'} \\ P_{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{x'x} & a_{x'y} & a_{x'z} \\ a_{y'x} & a_{y'y} & a_{y'z} \\ a_{z'x} & a_{z'y} & a_{z'z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

となる。各成分についてあらわに書き下すと、

$$P_i = a_{ij}P_j \quad (i = x', y', z'; j = x, y, z) \quad (\text{C.3})$$

となる。座標変換に対し、このような変換規則で変換される量をテンソルと定義する。ベクトル  $\mathbf{P}$  は1階のテンソルである。さらに2階以上のテンソルも同様に定義する。ある座標系

<sup>\*1</sup> $n$  は0以上の整数をとる

でもとめた量  $T_{j_1 j_2 \dots j_n}$  と異なる座標系で求めた量  $T'_{i_1 i_2 \dots i_n}$  との間に次の関係があるとき  $T_{j_1 j_2, \dots, j_n}$  や  $T'_{i_1 i_2 \dots i_n}$  を  $n$  階のテンソルと定義する。

$$T'_{i_1 i_2 \dots i_n} = a_{i_1 j_1} a_{i_2 j_2} \cdots a_{i_n j_n} T_{j_1 j_2 \dots j_n} \quad (i_1, i_2, \dots, i_n = x', y', z'; j_1, j_2, \dots, j_n = x, y, z) \quad (\text{C.4})$$

ただし、本付録で述べた一連の内容は直交基底間の基底変換のみに限っていることに注意しなければならない。

## 付 録 D 既約分解の一般論

2 階の直交テンソル  $\tilde{D}$  は一般に回転によって互いに移り変わらない 3 つのパートに分解することができる [32, 33, 49]。

$$\tilde{D} = \tilde{T}^{(0)} + \tilde{T}^{(1)} + \tilde{T}^{(2)} \quad (\text{D.1})$$

ここで、それぞれのテンソル成分どうしは次のような関係にある。

$$\tilde{T}_{ij}^{(0)} = \frac{1}{3} \tilde{D}_{kk} \delta_{ij} = (D_0^{(0)} T_0^{(0)})_{ij} \quad (\text{D.2})$$

$$\tilde{T}_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2} (\tilde{D}_{ij} - \tilde{D}_{ji}) = \left( \sum_{q=-1}^{+1} D_q^{(1)} T_q^{(1)} \right)_{ij} \quad (\text{D.3})$$

$$\tilde{T}_{ij}^{(2)} = \frac{1}{2} (\tilde{D}_{ij} + \tilde{D}_{ji}) - \frac{1}{3} \tilde{D}_{kk} \delta_{ij} = \left( \sum_{q=-2}^{+2} D_q^{(2)} T_q^{(2)} \right)_{ij} \quad (\text{D.4})$$

$\tilde{T}^{(0)}$  は恒等テンソルの定数倍でスカラーパートと呼ばれる。 $\tilde{T}^{(1)}$  は反対称テンソルであり、成分がベクトルの外積と同じ形をしており、回転操作に対してベクトル的に振る舞うためベクトルパートと呼ばれる。 $\tilde{T}^{(2)}$  はトレースがゼロの対称テンソルであり、テンソルパートと呼ばれる。それぞれ独立な成分を 1 個、3 個、5 個持ち \*1、既約球面テンソル  $T_q^{(\kappa)}$  の線型結合で書くことができる。係数  $D_q^{(\kappa)}$  は、テンソル  $\tilde{D}$  と次のような関係がある。

$$D_q^{(\kappa)} = \sum_{M, M'=-1}^1 (-1)^{1-M'} \langle 1, M, 1, -M' | \kappa, q \rangle \tilde{D}_{M, M'} \quad (\text{D.5})$$

$\langle 1, M, 1, -M' | \kappa, q \rangle$  はクレプシュゴルダン係数である。

既約球面テンソル  $T_q^{(\kappa)}$  を以下で定義する球面基底で表現すると次のようなる。

$$\left\{ \mathbf{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{D.6})$$

---

\*1 計 9 個の独立成分があり、これはテンソル  $\tilde{D}$  の独立成分の数と一致している。

$$\begin{aligned}
T_0^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
T_{+1}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\
T_0^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
T_{-1}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
T_{+2}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{6} & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
T_{+1}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 \end{pmatrix} \\
T_0^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
T_{-1}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
T_{-2}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sqrt{6} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{D.7}$$

## 付 録 E 磁化密度演算子

強磁性体中のスピン集団の状態を記述するために、「集団スピン演算子」を導入する。この演算子は、光と強磁性体の相互作用を記述する際に必要となる。

$z$  方向に外部磁場をかけている状況を考える。スピンが  $N$  個あるスピン集団の、集団スピン演算子  $\hat{\mathbf{J}} = (\hat{J}_x, \hat{J}_y, \hat{J}_z)$  を、個別のスピン演算子  $\hat{\mathbf{s}}^l = (\hat{s}_x^l, \hat{s}_y^l, \hat{s}_z^l)$  を用いて次のように定義する。ここで  $l$  は格子点の原子に割り当てたインデックスである。

$$\hat{\mathbf{J}} := \sum_{l=1}^N \hat{\mathbf{s}}^l \quad (\text{E.1})$$

個別のスピン演算子は、次の交換関係を満たす [32]。

$$[\hat{s}_i^l, \hat{s}_j^l] = i\epsilon_{ijk}\hat{s}_k^l, \quad i, j, k = \{x, y, z\} \quad (\text{E.2})$$

ここで  $\epsilon_{ijk}$  はエディントンのイプシロンである。この交換関係と式 (E.1) より、新たに定義した集団スピン演算子も同様に次の交換関係を満たす。

$$[\hat{J}_i, \hat{J}_j] = i\epsilon_{ijk}\hat{J}_k, \quad i, j, k = \{x, y, z\} \quad (\text{E.3})$$

さらに次のように昇降演算子を定義する。

$$\hat{J}^+ := \hat{J}_x + i\hat{J}_y \quad (\text{E.4})$$

$$\hat{J}^- := \hat{J}_x - i\hat{J}_y \quad (\text{E.5})$$

集団スピン演算子  $\hat{J}_z, \hat{J}^+, \hat{J}^-$  は、定義式 (E.1) および式 (2.2)(2.3)(2.4) の Holstein-Primakoff 演算子、そしてフーリエ変換 (2.6)(2.7) を用いることで、 $\hat{c}_{\mathbf{k}}, \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger$  を用いて次のように書ける。

$$\hat{J}_z = J \quad (\text{E.6})$$

$$\hat{J}^+ = \sqrt{2J}\hat{c}_{\mathbf{k}} \quad (\text{E.7})$$

$$\hat{J}^- = \sqrt{2J}\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \quad (\text{E.8})$$

ここで、 $S$  を個別スピンが持つスピン角運動量<sup>\*1</sup>として、 $J := SN$ とした。また、スピン反転の割合の小さい低エネルギー状態のみを考え、 $\langle \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}} \rangle \ll S$  を用いて高次の項を無視した。式 (E.4)(E.5) を用いると、

$$\hat{J}_x = \frac{1}{2}\sqrt{2J}(\hat{c}_{\mathbf{k}} + \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (\text{E.9})$$

$$\hat{J}_y = \frac{1}{2}\sqrt{2J}(\hat{c}_{\mathbf{k}} - \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (\text{E.10})$$

と書ける。

---

<sup>\*1</sup> イットリウム鉄ガーネット (YIG) の場合は、 $5/2$ 。

ここで新たに式 (E.6)(E.9)(E.10) を試料体積  $V_s$  で割ることによって得られる次のような演算子を定義し、「磁化密度演算子」と名付けることにする。

$$\hat{j}_x := \frac{\hat{J}_x}{V_s} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{N}}{V_s} (\hat{c}_{\mathbf{k}} + \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (\text{E.11})$$

$$\hat{j}_y := \frac{\hat{J}_y}{V_s} = \frac{1}{2i} \frac{\sqrt{N}}{V_s} (\hat{c}_{\mathbf{k}} - \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (\text{E.12})$$

$$\hat{j}_z := \frac{\hat{J}_z}{V_s} = \frac{1}{2} \frac{N}{V_s} \quad (\text{E.13})$$

ここでは電子スピンの場合を考えることとし、 $S$  を  $1/2$  とした。このとき、磁化密度演算子は次の交換関係を満たすことがわかる。

$$[\hat{j}_i, \hat{j}_j] = i\epsilon_{ijk} \frac{1}{V_s} \hat{j}_k, \quad i, j, k = \{x, y, z\} \quad (\text{E.14})$$

## 付 録 F 伝搬光の偏光状態記述

### F.1 電磁場の第二量子化

体積  $V$  の空間に閉じ込められている電磁場を、平面波で近似し第二量子化すると、電場演算子は以下のように記述される [50]。実際の物理量に対応するのはその実数成分である。

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\ell, \sigma} i \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\ell}}{2 \varepsilon_0 V}} \left( \hat{b}_{\ell \sigma} \mathbf{e}_{\sigma} e^{i(\mathbf{k}_{\ell} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\ell} t)} - \hat{b}_{\ell \sigma}^{\dagger} \mathbf{e}_{\sigma}^* e^{-i(\mathbf{k}_{\ell} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\ell} t)} \right) \quad (\text{F.1})$$

$\mathbf{r}$  は位置を表すベクトル、 $t$  は時刻、 $\mathbf{k}$  は離散化した波数ベクトルであり  $l$  は異なる波数モードを表す指標である。 $\omega_l$  は各モードの固有角周波数、 $\varepsilon_0$  は真空の誘電率、 $V$  はモード体積、 $\mathbf{e}_{\sigma}$  は偏光方向を表す複素単位ベクトルであり、これは規格化したジョーンズベクトルと呼ばれる [50]。波数ベクトル  $\mathbf{k}$  と規格化したジョーンズベクトル  $\mathbf{e}_{\sigma}$  は直交関係にあり、 $\sigma = 1, 2$  は 2 つの直交する偏光を指定する。また、 $\hat{b}^{\dagger}, \hat{b}$  は、交換関係

$$[\hat{b}_{\ell, \sigma}, \hat{b}_{\ell', \sigma'}^{\dagger}] = \delta_{\ell, \ell'} \delta_{\sigma, \sigma'} \quad (\text{F.2})$$

を満たす生成消滅演算子である。電場演算子は自己共役であるのでオブザーバブルだが、この  $\hat{b}, \hat{b}^{\dagger}$  は自己共役ではない。

上に記述した電場演算子は周期的境界条件を課すことで得られた進行波の電場である。ここで、より実験に則した条件を加える。波数ベクトル  $\mathbf{k}$  は  $x$  方向を向き、ほぼ平行に光が伝搬しているとする<sup>\*1</sup>。この仮定のもとで、光を 1 次元的に記述する。ビームの空間的な長さを  $L$  とし、ビームの断面積を  $A$  とすると、 $V = A \times L$  が成り立つ。このとき、電場演算子は

$$\hat{\mathbf{E}}(x, t) = \sum_{\ell, \sigma} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\ell}}{2 \varepsilon_0 A L}} \left( \hat{b}_{\ell \sigma} \mathbf{e}_{\sigma} e^{i(k_{\ell} x - \omega_{\ell} t)} - \hat{b}_{\ell \sigma}^{\dagger} \mathbf{e}_{\sigma}^* e^{-i(k_{\ell} x - \omega_{\ell} t)} \right) \quad (\text{F.3})$$

と書くことができる。ここで全体の位相変化にのみ寄与する  $i$  も除いている<sup>\*2</sup>。さらに、単一周波数、そしてある一つの偏光状態の電場については  $l, \sigma$  を省略して

$$\hat{\mathbf{E}}(x, t) = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \varepsilon_0 A L}} \left( \hat{b} e^{i(kx - \omega t)} - \hat{b}^{\dagger} e^{-i(kx - \omega t)} \right) \quad (\text{F.4})$$

と書ける。

$$\hat{b} e^{-i\omega t} = \hat{b}(t) \quad (\text{F.5})$$

とまとめて表記すると、

$$\hat{\mathbf{E}}(x, t) = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \varepsilon_0 A L}} \left( \hat{b}(t) e^{ikx} - \hat{b}^{\dagger}(t) e^{-ikx} \right) \quad (\text{F.6})$$

<sup>\*1</sup> レーザービームの断面積は波長に比べて非常に大きいとする。逆に絞られたビームはすぐに広がってしまい、平行光とはみなせない

<sup>\*2</sup>  $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$

と書ける。量子光学においては、この  $\hat{b}(t)$  を電場の複素振幅を表す演算子と捉えて様々な議論を行う。

## F.2 ストークス演算子

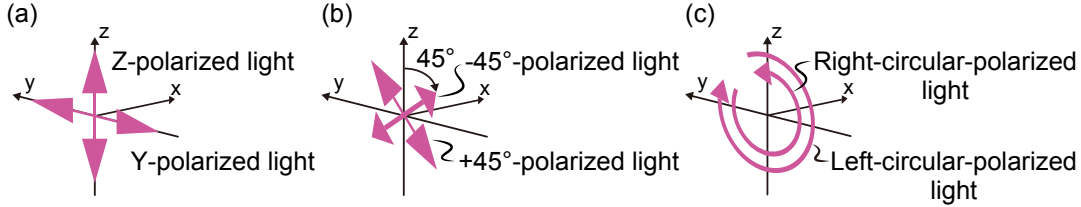


図 F.1: 本論文での偏光の定義。Y 偏光は  $e_y$  に対応する。Z 偏光は  $e_z$  に対応する。 $\pm 45^\circ$  偏光は  $e_{\pm 45}$  に対応する。R 偏光は  $e_R$  に対応する。L 偏光は  $e_L$  に対応する。

ここで偏光を表す、規格化ジョーンズベクトルに注目する。Y 偏光、Z 偏光を  $e_y, e_z$  と記すことにすると、直交座標表示では

$$e_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{F.7})$$

となる。一方、右回り円偏光<sup>\*3</sup>と左回り円偏光を R 偏光、L 偏光と名付け、 $e_R, e_L$  と表記することにする。それらは Y 偏光と Z 偏光の位相が  $\pm\pi/2$  ずれて重ね合わさっている偏光状態であるので

$$e_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad e_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (\text{F.8})$$

と書ける。この 2 つの円偏光の規格化ジョーンズベクトル間の内積は

$$e_R^* \cdot e_L = 0 \quad (\text{F.9})$$

となり、直交関係にあることがわかる。

規格化ジョーンズベクトルは二次元のベクトル空間で定義されるベクトルである。それゆえ、2 つの直交する元の組み合わせがあれば完全な直交基底となる。そこで  $\{e_R, e_L\}$  の組と  $\{e_y, e_z\}$  の組を基底とする。この 2 組の基底の間での変換を

$$e_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_y - ie_z), \quad e_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_y + ie_z) \quad (\text{F.10})$$

という関係式によって行えることは明らかである。電場振幅  $\hat{b}(t)$  を含めた  $\hat{b}(t)e$  をそれぞれの基底の 1 次結合で表すと、

$$\hat{b}(t)e = \hat{b}_y(t)e_y + \hat{b}_z(t)e_z \quad (\text{F.11})$$

$$= \hat{b}_R(t)e_R + \hat{b}_L(t)e_L \quad (\text{F.12})$$

<sup>\*3</sup>ここでは、レーザービームの伝搬した先から出射方向を眺め、ある地点での電場振幅が時計回りになっている偏光状態を右回り円偏光と定義する。



となる。 $\hat{b}_y(t)$ ,  $\hat{b}_z(t)$ ,  $\hat{b}_R(t)$ ,  $\hat{b}_L(t)$  は電場振幅の消滅演算子をそれぞれの基底で表現した際の座標である。式 (F.10) を用いることで、それぞれの基底における電場振幅の間の変換式も次のように導出できる。

$$\hat{b}_R = \frac{\hat{b}_y - i\hat{b}_z}{\sqrt{2}} \quad (\text{F.13})$$

$$\hat{b}_L = \frac{\hat{b}_y + i\hat{b}_z}{\sqrt{2}} \quad (\text{F.14})$$

このあとの準備のために、 $\pm 45^\circ$  偏光についてもここで述べておく。 $e_{\pm 45}$  を  $\pm 45^\circ$  偏光に対応する規格化ジョーンズベクトルとして定義する。 $\pm 45^\circ$  偏光の偏光方向は図 F.1 に示した通りである。これらと Y, Z 偏光のジョーンズベクトルとの関係式は

$$e_{+45} = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_y - e_z), \quad e_{-45} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(e_y - e_z) \quad (\text{F.15})$$

となる。 $e_{\pm 45}$  は直交しているので、この組み合わせもまた基底として用いることができる。これまでと同様に、 $\hat{a}_{+45}(t)$ ,  $\hat{a}_{-45}(t)$  を電場振幅とすると、Y, Z 偏光の電場振幅との関係式は次のように表すことができる。

$$\hat{b}_{+45} = \frac{\hat{b}_y + \hat{b}_z}{\sqrt{2}} \quad (\text{F.16})$$

$$\hat{b}_{-45} = -\frac{\hat{b}_y - \hat{b}_z}{\sqrt{2}} \quad (\text{F.17})$$

ここでストークス演算子を次のように定義する。

$$\hat{S}_0 := \frac{1}{2}(\hat{b}_R^\dagger \hat{b}_R + \hat{b}_L^\dagger \hat{b}_L) \quad (\text{F.18})$$

$$\hat{S}_x := \frac{1}{2}(\hat{b}_R^\dagger \hat{b}_R - \hat{b}_L^\dagger \hat{b}_L) = \frac{1}{2i}(\hat{b}_y^\dagger \hat{b}_z - \hat{b}_z^\dagger \hat{b}_y) = \frac{1}{2i}(\hat{b}_{+45}^\dagger \hat{b}_{-45} - \hat{b}_{-45}^\dagger \hat{b}_{+45}) \quad (\text{F.19})$$

$$\hat{S}_y := \frac{1}{2}(\hat{b}_R^\dagger \hat{b}_L + \hat{b}_L^\dagger \hat{b}_R) = \frac{1}{2}(\hat{b}_y^\dagger \hat{b}_y - \hat{b}_z^\dagger \hat{b}_z) = -\frac{1}{2}(\hat{b}_{+45}^\dagger \hat{b}_{-45} + \hat{b}_{-45}^\dagger \hat{b}_{+45}) \quad (\text{F.20})$$

$$\hat{S}_z := \frac{1}{2i}(\hat{b}_R^\dagger \hat{b}_L - \hat{b}_L^\dagger \hat{b}_R) = \frac{1}{2}(\hat{b}_y^\dagger \hat{b}_z + \hat{b}_z^\dagger \hat{b}_y) = \frac{1}{2}(\hat{b}_{+45}^\dagger \hat{b}_{+45} - \hat{b}_{-45}^\dagger \hat{b}_{-45}) \quad (\text{F.21})$$

第一式は全光子数に比例する量を表し、第二式は右回り円偏光と左回り円偏光の光子数の差を表す。第三式は Y 偏光と Z 偏光の光子数の差を表し、第四式は  $+45^\circ$  偏光と  $-45^\circ$  偏光の光子数の差を表している。上式は 3 つの異なる基底でそれぞれ書き下したが、どの基底を用いて定義しても良い。座標変換の関係式で行き来できる。このストークス演算子は、角運動量演算子が通常満たす次の交換関係を満たす。

$$[\hat{S}_j, \hat{S}_k] = i\epsilon_{jkl}\hat{S}_l \quad j, k, l = \{x, y, z\} \quad (\text{F.22})$$

ここで  $\epsilon_{jkl}$  はエディントンのイプシロンである。

### F.3 特殊ストークス演算子

既に一般的なストークス演算子について述べたが、ここでは連続光の電場振幅演算子を用いてストークス演算子を定義し直す。

$$\hat{S}_x(x, t) := \frac{1}{2} \left( \hat{b}_R^\dagger(x, t) \hat{b}_R(x, t) - \hat{b}_L^\dagger(x, t) \hat{b}_L(x, t) \right) \quad (\text{F.23})$$

$$\hat{S}_y(x, t) := \frac{1}{2} \left( \hat{b}_R^\dagger(x, t) \hat{b}_L(x, t) + \hat{b}_L^\dagger(x, t) \hat{b}_R(x, t) \right) \quad (\text{F.24})$$

$$\hat{S}_z(x, t) := \frac{1}{2i} \left( \hat{b}_R^\dagger(x, t) \hat{b}_L(x, t) - \hat{b}_L^\dagger(x, t) \hat{b}_R(x, t) \right) \quad (\text{F.25})$$

さらに、通常とは異なり、ストークス演算子をビームの断面積  $A$  で割った演算子を定義する。それを特殊ストークス演算子と名付ける。

$$\hat{s}_x(x, t) := \frac{\hat{S}_x(x, t)}{A} \quad (\text{F.26})$$

$$\hat{s}_y(x, t) := \frac{\hat{S}_y(x, t)}{A} \quad (\text{F.27})$$

$$\hat{s}_z(x, t) := \frac{\hat{S}_z(x, t)}{A} \quad (\text{F.28})$$

同じ位置での特殊ストークス演算子の交換関係は

$$\left[ \hat{s}_i(x, t), \hat{s}_j(x, t) \right] = i \epsilon_{ijk} \frac{1}{A} \hat{s}_k(x, t) \delta(t - t'), \quad i, j, k = \{x, y, z\} \quad (\text{F.29})$$

となる。

## 付 録 G 特殊ストークス演算子の時間発展

F.3 節で導入した特殊ストークス演算子の時間発展は次の式に従う [51]。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c\frac{\partial}{\partial x}\right)\hat{s}_i(x, t) = [\hat{s}_i(x, t), H_F], \quad i = \{x, y, z\} \quad (\text{G.1})$$

式 (G.1) に式 (4.14) を代入し、交換関係 (F.29) を用いて運動方程式を変形すると、 $0 < t < \tau$  の時間中

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \hat{s}_x(t) \\ \hat{s}_y(t) \\ \hat{s}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Gc\hat{j}_x(t) \\ 0 & Gc\hat{j}_x(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s}_x(t) \\ \hat{s}_y(t) \\ \hat{s}_z(t) \end{bmatrix} \quad (\text{G.2})$$

に従って時間発展をする。よって、相互作用後の特殊ストークス演算子は次のように表せる。

$$\hat{s}_x(\tau) = \hat{s}_x(0) \quad (\text{G.3})$$

$$\hat{s}_y(\tau) = \hat{s}_y(0) - Gc \int_0^\tau \hat{j}_x(t) \hat{s}_z(t) dt \quad (\text{G.4})$$

$$\hat{s}_z(\tau) = \hat{s}_z(0) + Gc \int_0^\tau \hat{j}_x(t) \hat{s}_y(t) dt \quad (\text{G.5})$$

相互作用により、伝搬光の直線偏光が回転していることが見てとれる。空間的に一様なキツテルモードを仮定することで、式 (G.4)(G.5) は次のように近似できる。

$$\hat{s}_y(\tau) = \hat{s}_y(0) - Gc\tau\hat{j}_x(0)\hat{s}_z(0) \quad (\text{G.6})$$

$$\hat{s}_z(\tau) = \hat{s}_z(0) + Gc\tau\hat{j}_x(0)\hat{s}_y(0) \quad (\text{G.7})$$

上式より、 $\hat{s}_y, \hat{s}_z$  が磁化密度演算子の  $x$  成分に応じて変化することがわかる。

## 付 録H 伝搬マイクロ波による励起マグノン数の見積もり方法

4.1.2 節で導入したパラメータ  $\omega_w$ ,  $\kappa_e$ ,  $\kappa_i$  を用いることで、角周波数  $\omega_{mw}$  をもつ伝搬マイクロ波を一巻きコイルに入力した際に励起されるマグノンの個数を求めることができる。注目する Walker モードの消滅演算子  $\hat{c}(t)$  が従う運動方程式は、

$$\frac{d}{dt}\hat{c}(t) = -i\omega_w\hat{c}(t) - \frac{\kappa_i}{2}\hat{c}(t) - \sqrt{\kappa_i}\hat{c}_{in}(t) \quad (H.1)$$

とランジュバン型で書ける。第一項は Walker モードの自由発展を表し、第二項は環境への散逸を、そして第三項は環境から流入する揺動成分を表している。実験では、一巻きコイルを通して伝搬マイクロ波とマグノンが結合している。これにより、伝搬マイクロ波による励起を表す項と、伝搬マイクロ波が通る同軸線への散逸を表す項が付け加わる。

$$\hat{c}(t) = -i\omega_w\hat{c}(t) - \frac{\kappa_i}{2}\hat{c}(t) - \sqrt{\kappa_i}\hat{c}_{in}(t) - \frac{\kappa_e}{2}\hat{c}(t) - \sqrt{\kappa_e}\hat{a}_{in}(t) \quad (H.2)$$

環境から流入するノイズが、伝搬マイクロ波によって励起されるマグノン数に比べ遥かに少ない状況を考えると、第三項は無視できる。この式の両辺をフーリエ変換すると、

$$-i\omega\tilde{c}(\omega) = -i\omega_w\tilde{c}(\omega) - \frac{\kappa_i + \kappa_e}{2}\tilde{c}(\omega) - \sqrt{\kappa_e}\tilde{a}_{in}(\omega) \quad (H.3)$$

となる。ここで  $\tilde{c}(\omega)$  に比例する項をまとめ、 $\tilde{c}^\dagger(\omega)\tilde{c}(\omega) = |\tilde{c}(\omega)|^2$  を計算することにより、マグノンの個数スペクトル密度  $^{*1}S_w(\omega)$  と入力マイクロ波の個数スペクトル  $^{*2}|\tilde{a}_{in}(\omega)|^2$  の関係が得

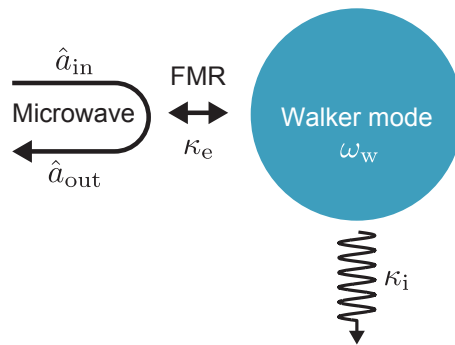


図 H.1: 単巻きコイルを通して伝搬マイクロ波と Walker モードが結合し、Walker モードが環境とも結合しているモデル。

<sup>\*1</sup>個数スペクトル密度は、「周波数あたりの個数」の次元をもつ。

<sup>\*2</sup> $|\tilde{a}_{in}(\omega)|^2 = \tilde{a}_{in}^\dagger(\omega)\tilde{a}_{in}(\omega)$ 。「個数」単位。つまり無次元量。

られる<sup>\*3</sup>。

$$S_W(\omega) := |\tilde{c}(\omega)|^2 = \frac{\kappa_e}{(\omega_W - \omega)^2 + \left(\frac{\kappa_e + \kappa_i}{2}\right)^2} |\tilde{a}_{in}(\omega)|^2 \quad (H.4)$$

入力する伝搬マイクロ波はマイクロ波発振器から流入させる。このマイクロ波の線幅は通常ミリヘルツ以下であり、非常に細い。そのため、入力する伝搬マイクロ波のパワー密度<sup>\*4</sup> $P_{mw}(\omega)$ は、マイクロ波パワー<sup>\*5</sup> $P_{mw}$ と角周波数 $\omega_{mw}$ 、そしてデルタ関数<sup>\*6</sup>を用いて表現することが妥当となる。

$$P_{mw}(\omega) = P_{mw} 2\pi\delta(\omega - \omega_{mw}) \quad (H.5)$$

これを用いると、伝搬マイクロ波の個数スペクトル $|\tilde{a}_{in}(\omega)|^2$ は

$$|\tilde{a}_{in}(\omega)|^2 = \frac{P_{mw}(\omega)}{\hbar\omega} = \frac{P_{mw} 2\pi\delta(\omega - \omega_{mw})}{\hbar\omega} \quad (H.6)$$

と書き直せる。ここで、 $\hbar$ はプランク定数 $h$ を $2\pi$ で割った量である。この個数スペクトルを式(H.4)に代入すると、

$$S_W(\omega) = \frac{\kappa_e}{(\omega_W - \omega)^2 + \left(\frac{\kappa_e + \kappa_i}{2}\right)^2} \frac{P_{mw} 2\pi\delta(\omega - \omega_{mw})}{\hbar\omega} \quad (H.7)$$

となる。両辺を角周波数 $\omega$ について無限積分をとると、伝搬マイクロ波によって励起されているマグノンの個数 $N_W$ が求まる。

$$\begin{aligned} N_W &= \int_{-\infty}^{\infty} S_W(\omega) d\omega \\ &= \frac{\kappa_e}{(\omega_W - \omega_{mw})^2 + \left(\frac{\kappa_e + \kappa_i}{2}\right)^2} \frac{P_{mw} 2\pi}{\hbar\omega_{mw}} \end{aligned} \quad (H.8)$$

この表式から、入力マイクロ波の周波数がWalkerモードの周波数に一致し( $\omega_{mw} = \omega_W$ )、かついわゆる臨界結合( $\kappa_e = \kappa_i$ )であるときが、マグノンをも最も効率よく励起できる状況であることが導ける。その状況下で励起されているマグノン数 $N_W^{\max}$ は

$$N_W^{\max} = \frac{1}{\kappa_i/2\pi} \frac{P_{mw}}{\hbar\omega_{mw}} \quad (H.9)$$

となる。具体的に典型値を使って計算してみる。 $P_{mw} = 1 \text{ mW}$ ,  $\omega_{mw}/2\pi = 5 \text{ GHz}$ ,  $\kappa_i/2\pi = 2 \text{ MHz}$ とすると、約 $10^{14}$ 個のマグノンが励起されることになる。

この付録での議論は結晶軸の向きに関係なく適用できる一般的な理論である。

<sup>\*3</sup> $|\tilde{c}(\omega)|^2$ と $|\tilde{a}(\omega)|^2$ の次元の違いは、式H.2中の $\hat{c}(t)$ と $\hat{a}_{in}(t)$ の次元の違いからくる。それぞれゼロ次元のマグノンモードと、1次元伝送線路を伝搬してくるマイクロ波の演算子であり、この次元の違いがそもそもの原因である。

<sup>\*4</sup>パワー密度は、「周波数あたりのパワー」の次元をもつ。つまりエネルギーの次元をもつ。

<sup>\*5</sup>Walkerモードに入力される直前のパワー

<sup>\*6</sup> $2\pi$ はフーリエ変換の定義からくる。

## 付 録I EOMを用いた較正

実験で取得したビート信号のパワー値  $P_{SA}$  から、キャリア光のパワー、そして各散乱光のパワーを求める手法について述べる。図I.1(a)(b)のように、それぞれの光のパワー ( $P_R, P_C, P_B, P_{LO}$ ) と電場振幅 ( $E_R, E_C, E_B, E_{LO}$ ) を表す記号を定義する。知りたいのは  $P_R, P_C, P_B$  の値である。

ここでまず青側サイドバンドの電場振幅  $E_B$  に着目して、それが各部を通過することでどのように変化し、最終的にスペクトラムアナライザ上で観測されるパワーとの間にどのような関係があるのかを説明する。

### 1、 HPD からの出力電圧

HPD からは青側サイドバンド光と LO 光のビート信号が電圧として出力され、そのときの電圧振幅を  $V_B^{HPD}$  とすると、

$$V_B^{HPD} \propto E_B E_{LO} \quad (I.1)$$

という比例関係をもつ (5.1 節参照)。比例係数を  $\alpha(\Omega_{LO}, \Omega_B)^{*1}$  とすると

$$V_B^{HPD} = \alpha(\Omega_{LO}, \Omega_B) E_B E_{LO} \quad (I.2)$$

と書き直せる。

### 2、 スペクトラムアナライザへの入力電圧

HPD から出力された電圧信号は、同軸線路で損失し、マイクロ波増幅器で増幅されてスペクトラムアナライザに入力される。そのときの電圧を  $V_B^{SA}$  と表すと、

$$V_B^{SA} = \beta(\omega_B) V_B^{HPD} \quad (I.3)$$

と書ける。 $\beta(\omega_B)$  は、損失と増幅を全て含んだ比例係数であり、周波数依存性をもつ。

### 3、 スペクトラムアナライザ上でのパワー

スペクトラムアナライザで観測されるパワー値  $P_B^{SA}$  と、入力電圧  $V_B^{SA}$  の間には次の関係式が成り立つ。

$$P_B^{SA} = \gamma(\omega_B) (V_B^{SA})^2 \quad (I.4)$$

ここで、 $\gamma(\omega_B)$  は、スペクトラムアナライザ内での内部損失を含んだ変換効率を表す。

これらの考察から、スペクトラムアナライザ上でのパワー値と電場振幅の間には次のような関係があることがわかる <sup>\*2</sup>。

$$P_B^{SA} = \gamma \beta^2 \alpha^2 E_B^2 E_{LO}^2 \quad (I.5)$$

<sup>\*1</sup>HPD の変換係数の周波数特性は、受光部分の変換効率の周波数特性と、電流－電圧変換部分の周波数特性を合わせたものとなり、 $\Omega_{LO}$  と  $\Omega_B$  に依存する。

<sup>\*2</sup>見やすさのために比例係数の引数は明記していない。

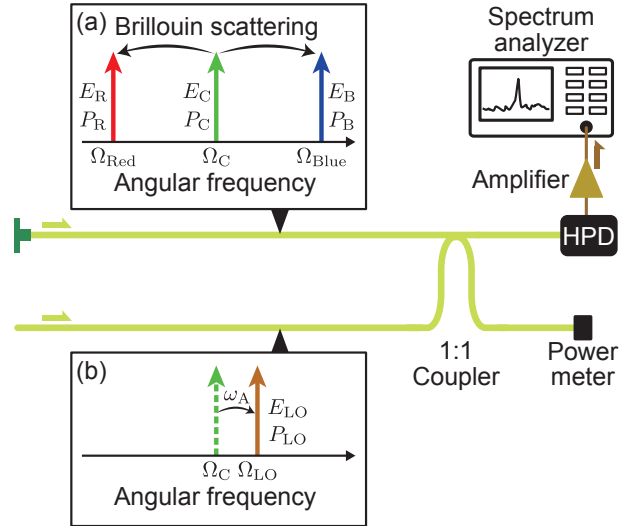


図 I.1: (a) キャリア光、散乱光の周波数関係。(b) キャリア光、LO 光の周波数関係。

さらに、光の電場振幅とパワーの間には次の関係がある。

$$\begin{cases} P_B = \eta E_B^2 \\ P_{LO} = \eta E_{LO}^2 \end{cases} \quad (I.6)$$

$\eta$  は比例係数である。この関係を用いることで、スペクトラムアナライザ上でのパワー値と、光のパワーとの間の関係は次のように書ける。

$$P_B^{SA} = \left[ \frac{\gamma(\omega_B) \beta^2(\omega_B) \alpha^2(\Omega_{LO}, \Omega_B)}{\eta^2} \right] P_B P_{LO} \quad (I.7)$$

赤側サイドバンドについても同様の関係が成り立つ。この比例係数を全て一つずつ決定していくのはとても難しい作業である。しかし、 $P_B$ ,  $P_{LO}$  が既知の光を用いて  $P_B^{SA}$  を計測できるのであれば、括弧で囲んだ比例係数全体を求めることが原理的に可能となる。

今、実験を通して LO 光のパワー  $P_{LO}$  と周波数  $\Omega_{LO}$  は一定である。そのため、式 I.7 は

$$P_B^{SA} = \underbrace{\left[ \frac{\gamma(\omega_B) \beta^2(\omega_B) \alpha^2(\Omega_{LO}, \Omega_B)}{\eta^2} P_{LO} \right]}_{G(\Omega_{LO}, \Omega_B, P_{LO})} P_B \quad (I.8)$$

と  $P_{LO}$  を比例係数に含める形に書き換えることができる。この係数を  $G$  と定義する<sup>\*3</sup>と、 $G$  は  $P_B$  に対する  $P_B^{SA}$  の変化を観測することで決定できる。その既知の光を生成するために、ここでは電気光学変調器 (EOM) を使用する。図 5.1(c) に示したように、上側のファイバーに EOM を組み込んでいる。一連の測定を通して光学系に変化を加えることは避けたいため、マグノン誘起ブリルアン散乱観測時にも EOM を設置したままにしている。しかし、そのときは EOM を駆動するマイクロ波を入力していないため、光は変調されずに EOM を透過している。一方、式 (I.8) 中の比例係数  $G$  を決定する校正作業をする場合は、まずマグノンへのマイクロ波入力をやめる。すると YIG サンプルでブリルアン散乱は起こらず<sup>\*4</sup>、光は YIG サンプルを透過することによって変調を受けない。一方、これまでマグノン誘起で起こしてきた散

<sup>\*3</sup>  $G$  は  $\Omega_{LO}$ ,  $\Omega_B$ ,  $P_{LO}$  に依存する。

<sup>\*4</sup> 実際には熱的なマグノンによってブリルアン散乱は起こっているが、散乱効率は非常に低く、無視できる。

乱光と同じ周波数に EOM を用いて  $\pm 1$  次のサイドバンドを生成させる。この EOM 由来のサイドバンド光を用いて校正作業を行う。

EOM に入力するキャリア光のパワーを  $P_{\text{in}}$  と、EOM によって生成されるサイドバンド光のパワーの関係は以下ようになる。

$$P_{\text{in}} = \underbrace{J_0^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E}) \times P_{\text{in}}}_{P_0} + 2 \times \underbrace{J_1^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E}) \times P_{\text{in}}}_{P_{\pm 1}} + 2 \times \underbrace{J_2^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E}) \times P_{\text{in}}}_{P_{\pm 2}} + \dots \quad (\text{I.9})$$

特に、EOM 出力光に含まれる 0 次光のパワー  $P_0$  と、生成される  $\pm 1$  次のサイドバンド光のパワー  $P_{\pm 1}$  の間には次のような関係がある。

$$P_{\pm 1} = \frac{J_1^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E})}{J_0^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E})} P_0 \quad (\text{I.10})$$

ここで、 $J_i$  は  $i$  次の第一種ベッセル関数を表し、その引数の中身である  $P_E$  は EOM に入力するマイクロ波（角周波数  $\omega_E$ ）のパワーを、 $B(\omega_E)$  は周波数に依存する変換効率を表す<sup>\*5</sup>。

$\omega_E = 2\omega_K$  の角周波数を持つマイクロ波で駆動されている EOM にキャリア光を入力すると、図 I.1(a) と同じ周波数関係を持った光が生成され、上側の光ファイバー中を伝搬する。さらに  $B(\omega_E)$  の値が既知である場合、上側の経路を通ってくる光の全パワー値<sup>\*6</sup>を用いることで、それぞれの周波数の光のパワーを推定することが可能となる。EOM からは 2 次以上のサイドバンド光も発生しているが、変調量が小さい領域で EOM を駆動しているため、0 次光、1 次光に対して高次のサイドバンド光は無視できる。

EOM に入力する光は、これまでと同様波長 1550 nm の光である。YIG サンプル前後の PBS と QWP のセットは、EOM で生成されたサイドバンド光が全て透過するよう、 $(R_o, R_i)$  の状況となっている。LO 光とのビート信号のスペクトラムアナライザ上でのパワー  $P_0^{\text{SA}}$ ,  $P_{+1}^{\text{SA}}$  とサイドバンド光パワーの関係は、式 (I.8) と同様にビート周波数に依存する比例係数  $A(\omega_{\text{beat}})$  を用いて

$$\begin{cases} P_0^{\text{SA}} = A(\omega_{\text{beat}}) \times P_0, & \omega_{\text{beat}} = \omega_A \\ P_{+1}^{\text{SA}} = A(\omega_{\text{beat}}) \times P_{+1}, & \omega_{\text{beat}} = \omega_E \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

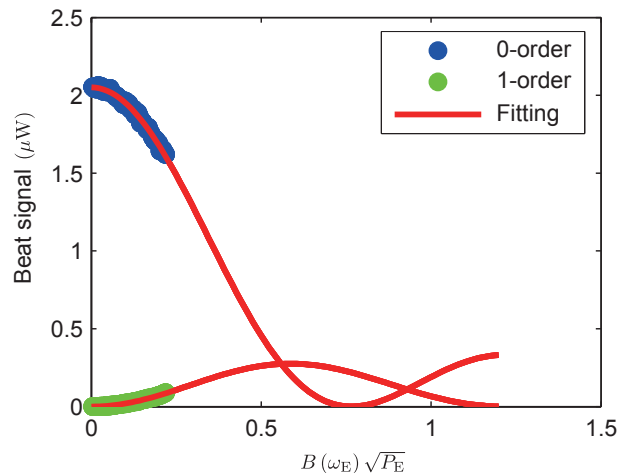


図 I.2: ビート信号のスペクトラムアナライザ上でのパワー値と、変調指数  $(B(\omega_E) \sqrt{P_E})$  の関係。

<sup>\*5</sup> マイクロ波発振器から EOM 本体までのパワー損失や、性能の個体差なども含む。

<sup>\*6</sup> 図 I.1 中のパワーメータを用いることで計測可能。



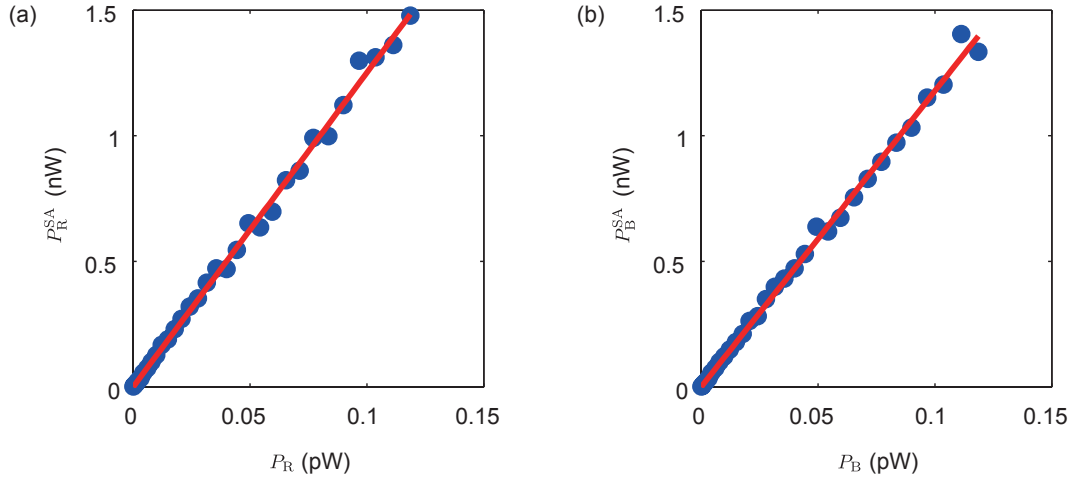


図 I.3: EOM 由来のサイドバンド光パワーと、スペクトラムアナライザ上で観測されるビート信号のパワーの関係。(a)  $-1$  次光を用いた場合。ビート周波数は 10.5 GHz。(b)  $+1$  次光を用いた場合。ビート周波数は 10.34 GHz。

と書ける。このとき  $P_{LO}$  は一定である。式 (I.9) を用いると、

$$\begin{cases} P_0^{SA} = (A(\omega_{\text{beat}}) \times P_{\text{in}}) J_0^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E}), & \omega_{\text{beat}} = \omega_A \\ P_{+1}^{SA} = (A(\omega_{\text{beat}}) \times P_{\text{in}}) J_1^2(B(\omega_E) \sqrt{P_E}), & \omega_{\text{beat}} = \omega_E \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

と書き換えられる。EOM に入力するマイクロ波パワー  $P_E$  と  $P_0^{SA}$ ,  $P_{+1}^{SA}$  の関係を実測することで、 $B(\omega_E)$  を決定することができる。

実際に EOM に入力するマイクロ波の周波数を  $\omega_E/2\pi = 2\omega_K/2\pi = 10.42$  GHz とし、実測した結果が図 I.2 中の青点と緑点である。式 I.12 を用いて 2 つのデータ列を同時にフィッティングした結果を赤線で示している。フィッティングパラメータは、 $(A(\omega_A) \times P_{\text{in}})$ ,  $(A(\omega_E) \times P_{\text{in}})$ ,  $B(\omega_E)$  の 3 つである。フィッティングの結果求めた  $B(\omega_E)$  は 0.15 である。このようにして、各  $\omega_E$  についての  $B(\omega_E)$  を求めることができる。さらに式 (I.9) を用いることで、EOM 由来のサイドバンド光のパワーの比率がわかり具体的に  $P_{\pm 1}$  の値を知ることができるようになる。これにより、EOM 由来の  $\pm 1$  次のサイドバンド光を用いて、式 (I.8) 中の  $G$  の値を推定することが可能となる。

実験から得られた結果を図 I.3 に示す。測定データは青点で示した。(a) は  $-1$  次サイドバンド光の場合の結果で、(b) は  $+1$  次サイドバンド光の場合の結果である。線型な関係になっていることがわかる。角周波数  $\Omega_{LO}$ ,  $\Omega_B$ ,  $\Omega_R$ 、LO 光のパワー  $P_{LO}$  は、前章で観測した 2 マグノン散乱観測時と全て同じである。式 (I.8) を用いて  $G$  をフィッティングパラメータとしてフィッティングした結果を赤線で示しており、それぞれ  $1.3 \times 10^4$ ,  $1.2 \times 10^4$  という値が得られた。この  $G$  を用いて、スペクトラムアナライザ上で観測されるビート信号のパワーを散乱光のパワーに換算する。

## 付録J 角運動量の収支が合わない遷移についての考察 ( $\mathbf{k}_{\text{light}} // \mathbf{H}_{\text{ext}} // \langle 100 \rangle$ )

本付録では、3.4.3節で予想されていた  $\mathbf{k}_{\text{light}} // \mathbf{H}_{\text{ext}} // \langle 100 \rangle$  のもとでの角運動量の収支が合わない遷移について考察を与える。議論の流れは6.3節の議論と同じである。

図3.2のように結晶軸と直交座標系が完全に揃っている場合、YIGの誘電率は式(3.19)から式(3.22)のようになる。 $z$ 軸を回転軸とし、YIG単結晶（立方晶）を $\phi$ 回転させた状況を考えると、YIGの誘電率テンソル以下のように変化することが計算から求まる。

$$\begin{aligned}
 R(\phi_L) \tilde{\epsilon} &= \tilde{\epsilon}^{(0)} + \tilde{\epsilon}^{(1)} + \tilde{\epsilon}^{(2)} \\
 &= \tilde{\epsilon}^{(0)} + \tilde{\epsilon}^{(1)} \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{6}} (G_{11} - G_{12}) (M^+ M^- - 2M_z^2) T_0^{(2)} \\
 &\quad + 2G_{44} M_z M^+ T_{+1}^{(2)} + 2G_{44} M_z M^- T_{-1}^{(2)} \\
 &\quad - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^+ M^+ \right) + \underbrace{\left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^- M^- \exp(-i4\phi_L) \right)}_{\text{Anomalous term}} \right] T_{+2}^{(2)} \\
 &\quad - \left[ \underbrace{\left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} M^+ M^+ \exp(i4\phi_L) \right)}_{\text{Anomalous term}} + \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^- M^- \right) \right] T_{-2}^{(2)}
 \end{aligned} \tag{J.1}$$

テンソルパート中の、角運動量の収支が合わない項だけに変数として $\phi_L$ をもった指数関数 $\exp(\pm i4\phi_L)$ が現れる。これは式(3.1)に立ち戻ると、相互作用ハミルトニアン of 該当箇所だけに、グローバルな位相項がつくことを意味する。グローバル位相は通常、期待値を取る際に1になってしまうのであらわには観測されない物理量である。

### 4 回回転対称性

いま、YIG単結晶は $z$ 軸に対して4回回転対称性をもつ。すなわち $n$ を整数として、 $\phi_L = n\frac{2\pi}{4}$ だけ回転させた場合でも物性に変化はでないはずである。実際に式(J.1)に $\phi_L = n\frac{2\pi}{4}$ を代入すると $\exp(\pm i4n\frac{2\pi}{4}) = 1$ となり、結晶のもつ4回回転対称性を誘電率テンソルは満たしていることがわかる。

さらに 6.3 節の議論と同様にして、結晶とロッド、そして地球から構成される系の角運動量を考えると、グローバルな位相が存在する項の散乱過程が起こった場合にのみ系に角運動量が与えられることがわかる。それゆえ、誘電率テンソル（式 (J.1)）中のグローバル位相部分は結晶の角運動量を表していると考えることができ、その部分を角運動量を  $\pm 4\hbar$  分もつ球面調和関数  $Y_{\pm 4}^{(4)}$  で置き換えて表示することにする。改めて誘電率テンソル（式 (J.1)）の中身を書き直すと以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 R(\phi_L) \tilde{\epsilon} &= \tilde{\epsilon}^{(0)} + \tilde{\epsilon}^{(1)} + \tilde{\epsilon}^{(2)'} \\
 &= \tilde{\epsilon}^{(0)} + \tilde{\epsilon}^{(1)} \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{6}} (G_{11} - G_{12}) (M^+ M^- - 2M_z^2) T_0^{(2)} \\
 &\quad + 2G_{44} M_z M^+ T_{+1}^{(2)} + 2G_{44} M_z M^- T_{-1}^{(2)} \\
 &\quad - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^+ M^+ \right) + \left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} \underbrace{M^- M^-}_{\Delta J_{\text{magnon}} = +2\hbar} \underbrace{Y_{-4}^{(4)}}_{\Delta J_{\text{crystal}} = -4\hbar} \right) \right] \underbrace{T_{+2}^{(2)}}_{\Delta J_{\text{light}} = +2\hbar} \\
 &\quad - \left[ \left( \frac{G_{11} - G_{12} - 2G_{44}}{4} \underbrace{M^+ M^+}_{\Delta J_{\text{magnon}} = -2\hbar} \underbrace{Y_4^{(4)}}_{\Delta J_{\text{crystal}} = +4\hbar} \right) + \left( \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{4} M^- M^- \right) \right] \underbrace{T_{-2}^{(2)}}_{\Delta J_{\text{light}} = -2\hbar}
 \end{aligned} \tag{J.2}$$

このようにして、結晶との角運動量のやりとりを考慮に入れると、2 マグノン散乱の遷移に存在した角運動量の収支の合わない遷移が結晶の回転によるものであると結論づけることができる。図 3.5 は、図 J.1 のように書き換えることができる。

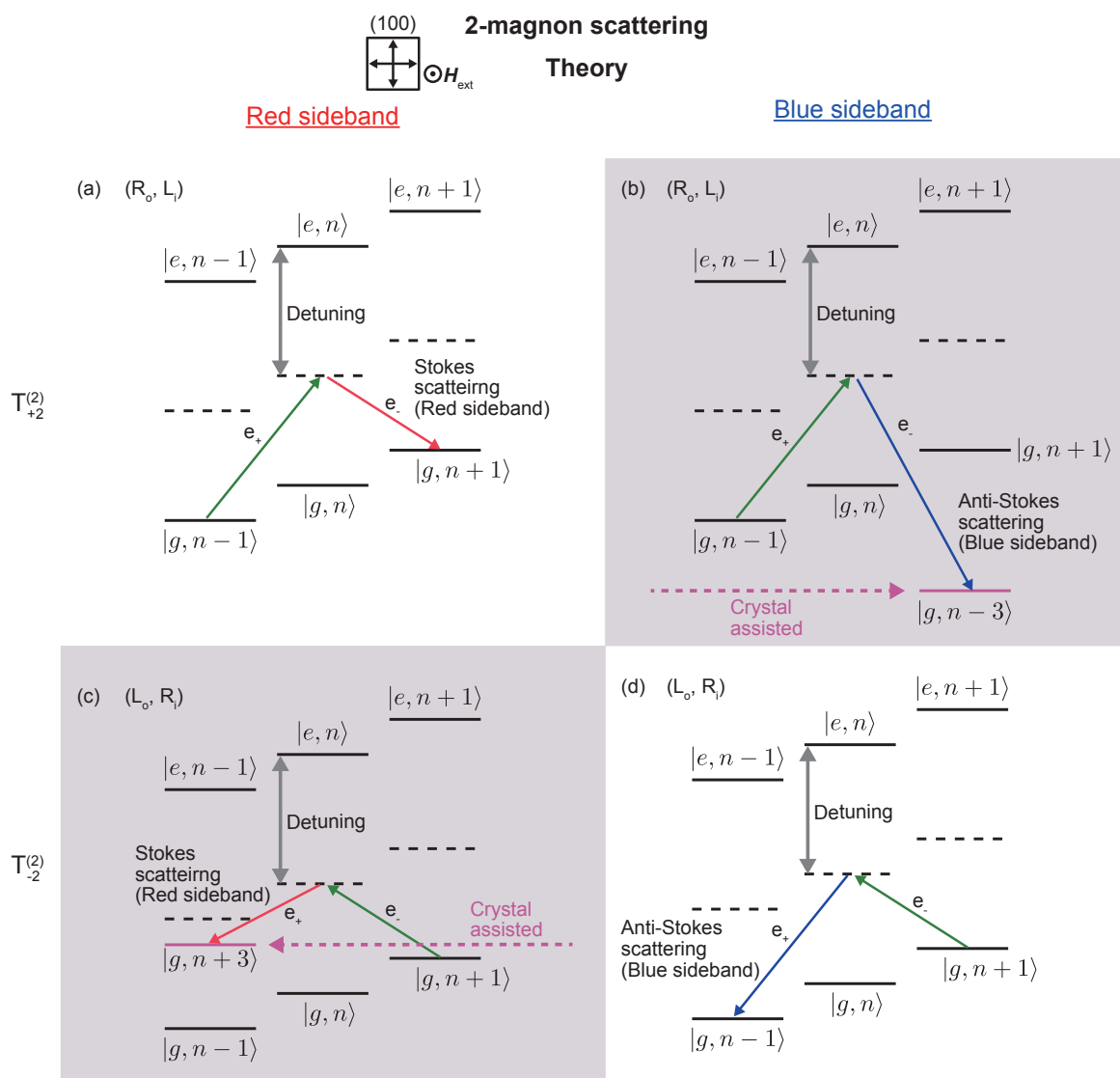


図 J.1:  $(100)$  面に垂直に静磁場を印加した場合に発現すると予想される 2 マグノン散乱過程。  
(b)(c) は結晶の自由度が関与することで発現する遷移である。

## 参考文献

- [1] B. Auld and D. Wilson, Journal of Applied Physics **38**, 3331 (1967).
- [2] H. L. Hu and F. R. Morgenthaler, Applied Physics Letters **18**, 307 (1971), <https://doi.org/10.1063/1.1653675>.
- [3] M. H. Devoret and R. J. Schoelkopf, Science **339**, 1169 (2013).
- [4] T. Bagci *et al.*, Nature **507**, 81 (2014).
- [5] R. W. Andrews *et al.*, Nature Physics **10**, 321 (2014).
- [6] A. Rueda *et al.*, Optica **3**, 597 (2016).
- [7] L. A. Williamson, Y.-H. Chen, and J. J. Longdell, Physical review letters **113**, 203601 (2014).
- [8] Y. Tabuchi *et al.*, Physical review letters **113**, 083603 (2014).
- [9] Y. Tabuchi *et al.*, Science , aaa3693 (2015).
- [10] S. Demokritov *et al.*, Nature **443**, 430 (2006).
- [11] E. B. Sonin, Phys. Rev. B **95**, 144432 (2017).
- [12] A. A. Serga *et al.*, Nature communications **5**, 3452 (2014).
- [13] C. Kittel, (1963).
- [14] H. Simon and N. Bloembergen, Physical Review **171**, 1104 (1968).
- [15] T. Higuchi, N. Kanda, H. Tamaru, and M. Kuwata-Gonokami, Physical review letters **106**, 047401 (2011).
- [16] K. Konishi *et al.*, Physical review letters **112**, 135502 (2014).
- [17] D. D. Stancil and A. Prabhakar, *Spin waves* (Springer, 2009).
- [18] D. D. Stancil, IEEE journal of quantum electronics **27**, 61 (1991).
- [19] F. Bloch, Zeitschrift für Physik **61**, 206 (1930).
- [20] T. Holstein and H. Primakoff, Phys. Rev. **58**, 1098 (1940).
- [21] P. Fletcher and R. Bell, Journal of Applied Physics **30**, 687 (1959).
- [22] L. Walker, Journal of Applied Physics **29**, 318 (1958).

- [23] D. Healy Jr, *Physical Review* **86**, 1009 (1952).
- [24] J. Geremia, J. K. Stockton, and H. Mabuchi, *Physical Review A* **73**, 042112 (2006).
- [25] A. Messiah, *Quantum Mechanics [Vol 1-2]*. (, 1964).
- [26] S. Sugano and N. Kojima, *Magneto-optics*, chapter 5, 2000.
- [27] D. Wood and J. Remeika, *Journal of Applied Physics* **38**, 1038 (1967).
- [28] W. Wettling, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **3**, 147 (1976).
- [29] P. Pershan, *Physical Review* **130**, 919 (1963).
- [30] S. Sharma, Y. M. Blanter, and G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. B* **96**, 094412 (2017).
- [31] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The feynman lectures on physics: Mainly electromagnetism and matter*, vol. 2, 1977.
- [32] J. J. Sakurai and E. D. Commins, *Modern quantum mechanics*, revised edition, 1995.
- [33] D. Budker, D. F. Kimball, D. Kimball, and D. P. DeMille, *Atomic physics: an exploration through problems and solutions* (Oxford University Press, USA, 2004).
- [34] A. Osada, A. Gloppe, Y. Nakamura, and K. Usami, *New Journal of Physics* **20**, 103018 (2018).
- [35] W. Wettling, M. Cottam, and J. Sandercock, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **8**, 211 (1975).
- [36] H. J. Kimble, *Nature* **453**, 1023 (2008).
- [37] R. Hisatomi *et al.*, *Physical Review B* **93**, 174427 (2016).
- [38] Y. Tabuchi *et al.*, *Comptes Rendus Physique* **17**, 729 (2016), *Quantum microwaves / Micro-ondes quantiques*.
- [39] A. A. Clerk, M. H. Devoret, S. M. Girvin, F. Marquardt, and R. J. Schoelkopf, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1155 (2010).
- [40] A. Kimel *et al.*, *Nature* **435**, 655 (2005).
- [41] S. Tamaru *et al.*, *Journal of Applied Physics* **91**, 8034 (2002).
- [42] S. Tamaru *et al.*, *Physical Review B* **70**, 104416 (2004).
- [43] A. Osada *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 223601 (2016).
- [44] P. Fleury, S. Porto, L. Cheesman, and H. Guggenheim, *Physical Review Letters* **17**, 84 (1966).
- [45] P. Fleury, S. Porto, and R. Loudon, *Physical Review Letters* **18**, 658 (1967).
- [46] P. Fleury and R. Loudon, *Physical Review* **166**, 514 (1968).

- [47] T. Moriya, Journal of the Physical Society of Japan **23**, 490 (1967).
- [48] W. Happer, Reviews of Modern Physics **44**, 169 (1972).
- [49] D. Varshalovich, *Quantum theory of angular momentum* .
- [50] A. Yariv, *Optical electronics* (Saunders College Publ., 1991).
- [51] B. Julsgaard, *Entanglement and quantum interactions with macroscopic gas samples*, PhD thesis, Aarhus Universitetsforlag, 2003.

## 謝辞

中村泰信教授には、本研究室に修士課程学生として入学してからこれまで6年間、本当に全ての面で支えて頂きました。結果的に本質ではないところでよく悩んでしまう私に対し、常に丁寧な助言をくださいました。そして何より、次の実験の構想や今の実験系の改善点を私が考え、これでやってみたいと主張する私に対し毎回きちんと耳を傾け、説明が上手でない私の真意を汲もうとしてくださる姿勢に非常に大きな信頼を覚えると共に、気づかないうちに幾度どなく助けて頂いていたと思います。深く感謝致します。これから先、また新しい物理に挑戦していきたいと思っていますが、中村教授に（自分の中では）最新の物理の話を報告するのが楽しみです。

宇佐見康二准教授とは同じ時期に本研究室に加入し、共に実験系を構築してきました。最も多く会話（物理の議論を含め）をしたと思います。修士課程を含め6年間、私が常に前向きに実験に挑戦できたのは、宇佐見准教授の支えのおかげであると確信しています。良い点は認めてくれ、悪いと思う点は正直に指摘してくれるその姿勢を見習いたいと思っています。お互い立場は変わるかもしれませんが、これからも何度も新しい何かに気づく楽しみを分かち合えたらと思います。感謝致します。

山崎歴舟講師は、その豊富な実験経験をもとに何度も私の実験系の改善点について指摘して頂きました。さらにそれまできちんと身につけてこなかった解析ソフトや実験系のシステム構築などを、とことん付き合っ（ときには朝まで）教えてくださったことに本当に感謝しています。また、同じ光の実験とはいえお互い異なる物理系を用いた実験をしていましたが、常に私の実験の物理をよりわかりやすく理解するためのヒントを与えてくださったと思います。フィードバック回路を用いたロック時のノイズが非常に小さくなったときに、光学実験屋さんらしくなってきたねと言ってもらえたことがとても嬉しかったことを覚えています。また、出張授業に共に行き様々な経験をさせて頂けたことにも感謝しています。

田淵豊助教には、マイクロ波技術について疑問が湧くと一番先に相談させて頂きました。その他の物理についても理解が深く、常に刺激を与えて頂きました。少し意地悪をされるときもありますが、それは最初だけで、最後にはきちんと自分の知識や考えを丁寧に教えてくださいました。

野口篤史准教授は、私が実験系の不具合で悩んでいるときに、ひょっこり現れてくれる大切な方です。実験系の問題点を見抜いて何度も的確なアドバイスをしてくださいました。また、基本的にどんなことでも相談にのってくれる野口准教授の温かさに助けられたことが幾度もあったと思います。

石川豊史博士（現産総研職員）は、常に私の疑問を真摯に聞いて、一緒に考えてくださいました。他の学生達に対しても一貫して同様のスタンスで議論にのっている姿を見て、とても尊敬していました。

元秘書の曾田紀美子さんには事務についてはもちろん大変お世話になりましたが、たまにする世間話がとても良い息抜きになりました。この研究室になくはならなかった大切な方だと思います。



Arnaud Gloppe 特任研究員は、英語が下手な私のことを嫌がらず物理の話にたくさん付き合ってくださいました。

中田陽介特任助教からは、電磁気学の単位系の大切さそして電磁気学の基礎の理解の大切さを教わりました。まだまだ私の理解は浅いですが、正直厄介だと思っていた電磁気学がとても面白いものであることを気づかせてくれました。

スタッフの皆さんには、ここには書ききれないくらい、多くのことを教えていただき、そして支えて頂きました。改めて深く感謝致します。

また、私がこの研究室に加入した 2013 年度、隣接する生産技術研究所の志村研究室で助教をされ、2014 年度から九州大学准教授に着任されている佐藤琢哉准教授には、強磁性体の取り扱いをはじめ様々なアドバイスを頂きました。当初、強磁性体について全くの素人であり 1 から実験系を構築していた私が良いスタートをきれたのは、佐藤准教授のアドバイスがとても大きな要素だったと思っています。深く感謝致します。

東京大学の齊藤英治教授には、齊藤教授が東北大学にいらっしゃる時代に幾度も伺わせて頂き、アルゴンミリング装置などを使わせて頂きました。訪問や装置の使用を快く認めてくださったことに深く感謝致します。

産総研の伊藤利充博士には、ErIG 単結晶作製のためにご自身の FZ 装置を提供して頂き、結晶成長の方法を一から時間をかけて指導して頂きました。深く感謝致します。

私の学部時代の指導教官である東京工業大学の上妻幹旺教授には、学部卒業後も様々な相談にのって頂き常に前に進むためのヒントを与えて頂きました。感謝致します。

東京大学齊藤英治研究室助教の、大門俊介助教には大門助教が東北大学にいた時代に何度も伺わせて頂き、あちらにしかない装置での実験準備を手伝って頂きました。また、磁性物理学についての深い知見をもとに様々な議論にのって頂きました。感謝致します。

この 6 年間、一緒に空気を吸った学生の皆さんには常に刺激を与えて頂きました。同期の木村純君の電気技術に関する突出したこだわり、後輩ですが尊敬する点がとても多い河野信吾君、石野誠一郎君コンビの綺麗な物理の理解の仕方、それらに私はいつも驚かされていました。また、岡田彪利君とは冷却原子の実験出身で、本研究室でもお互い光を用いた実験を行っていることから気軽に色々なことを相談させて貰いました。また、先輩の長田有登さんの物理の理解の速さや英語のきれいさを見て、常に自分も頑張ろうという刺激を与えて貰っていました。昨年学部 4 年生で本研究室に在籍していた馬場翔太郎君は、最初に私は少しだけ助言をしましたが後はほぼ全て自分で実験系をつくりあげ信号観測まで到達していました。凄い人間がいるんだなと思ったことを覚えています。現在の学部 4 年生である伊藤義隆君はその系を受け継いで実験をしています。立ち上げに関わっていない人間が既存の実験系を使いこなすのはとても大変だと思っていますが、何とかしようと日々健闘し、また新たな面白い信号を得ている姿をみて頼もしく思いました。私に刺激を与え、そして色々なことを教えてくださった皆さんに改めて深く感謝致します。

東京大学の齊藤英治教授、東京農工大学の畠山温教授、九州大学の佐藤琢哉准教授は、ご多忙の折にも関わらず、本博士論文の審査委員を快くお引き受けくださいました。心より感謝申し上げます。

最後になりますが、自分が落ち込んだとき、心に浮かべるのは家族の存在でした。反発ばかりし、はたちの頃にはニートやひきこもりをしていましたが、それでも私の事を信じ続けてくれた家族に深く感謝致します。尊敬する父惟晴は、私が修士論文の発表をした日に他界しました。一見面倒に見える途中過程をどれだけ大切にすることで結果が大きく変わるということを、子供の頃から身を持って教えてくれたのはまさしく父でした。今、私が実験を遂行

する上で大切にしているいくつかの信条は、思えば父から教わったことが多いということに気づきとても驚いています。感謝の言葉を、最期が近づく父に私なりに伝えることができたことはとても幸せなことでした。

振り返るとこの数年間はこれまでの人生で最も多く試行錯誤した時代だったかもしれません。それでもここまで続けてこれたのは、周りにいてくれた方々のおかげです。本当にありがとうございました。